BÀI TOÁN NGƯỜI BÁN HÀNG
(Travelling Salesman Problem - TSP)

Nguyễn Trinh Khang

Hanoi University of Science and Technology

Ngày 19 tháng 5 năm 2022

Mục lục

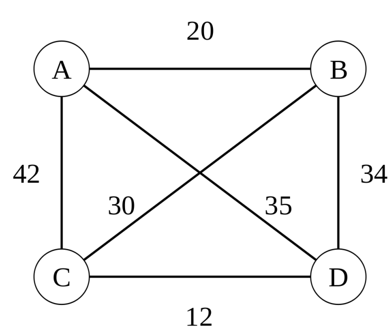
Chương 1

PHÁT BIỂU BÀI TOÁN

Có một người giao hàng cần đi giao hàng tại n thành phố. Anh ta xuất phát từ một thành phố nào đó, đi qua các thành phố khác để giao hàng và trở về thành phố ban đầu. Mỗi thành phố chỉ đến một lần, và khoảng cách từ một thành phố đến các thành phố khác đã được biết trước. Hãy tìm một chu trình (một đường đi khép kín thỏa mãn điều kiện trên) sao cho tổng độ dài các cạnh là nhỏ nhất.

1.1 DƯỚI DẠNG ĐỒ THỊ

Bài toán người bán hàng có thể được mô hình hoá như một đồ thị vô hướng có trọng số, trong đó mỗi thành phố là một đỉnh của đồ thị còn đường đi giữa các thành phố là mỗi cách. Khoảng cách giữa hai thành phố là độ dài cạnh. Đây là vấn đề cực tiểu hoá với điểm đầu và điểm cuối là cùng một đỉnh sau khi thăm hết các



Hình 1.1: TSP đối xứng với 4 thành phố

đỉnh còn lại đúng một lần. Mô hình này thường là một đồ thị đầy đủ (giữa mỗi cặp đỉnh đều có cạnh). Nếu không có đường giữa hai thành phố thì có thể thêm một cạnh với độ dài đủ lớn vào đồ thị mà không ảnh hưởng đến kết quả tối ưu sau cùng.

1.2 ĐỐI XỨNG VỚI BẤT ĐỐI XỨNG

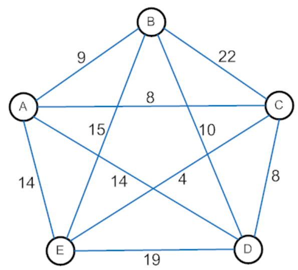
Trong bài toán TSP đối xứng, khoảng cách giữa hai thành phố là không đổi dù đi theo chiều nào. Như vậy đồ thị trong bài toán này là đồ thị vô hướng. Việc đối xứng này làm giảm đi một nửa số lời giải có thể. Trong khi đó, với bài toán TSP bất đối xứng thì đường đi giữa hai thành phố có thể chỉ một chiều hoặc có độ dài khác nhau giữa mỗi chiều, tạo nên đồ thị có hướng. Các tai nạn giao thông, đường một chiều hay phí hàng không giữa các thành phố với phí điểm xuất phát và điểm đến khác nhau là những ví dụ về sự bất đối xứng.

Chương 2

LỜI GIẢI BÀI TOÁN

2.1 THUẬT TOÁN NHÁNH CẬN (BRANCH AND BOUND)

- Ý tưởng chính xuất phát từ thuật toán quay lui (Backtracking).
- Bỏ ngay nhánh trong cây nếu nó không phải là phương pháp tối ưu.
- Bài toán tối ưu.
  - Phương án khả thi (a feasible solution): điểm thỏa mãn tất cả các hạn chế của vấn đề.
  - Phương án tối ưu (an optimal sulution): là phương án khả thi với giá trị tốt nhất của hàm mục tiêu.
- Dừng tìm kiếm đối với nút hiện tại trong cây của thuật toán nhánh cận nếu:
  - Giá trị cận của nút hiện tại không tốt hơn giá trị của đáp án tốt nhất tính đến thời điểm này.
  - Tập con nút khả thi bao gồm 1 điểm duy nhất (không có lựa chọn) -> so sánh giá trị của hàm mục tiêu cho giải pháp khả thi này với kết quả tốt nhất tính tới thời điểm hiện tại (cập nhật kết quả nếu tốt hơn).



Hình 2.1: Tổng chi phí ACEBDA là 8+4+15+10+14 = 51

Ví dụ cho bài toán bài toán TSP:

Các bước của thuật toán:

- Bước 1: Chọn một đỉnh bắt đầu V
- Bước 2: Từ đỉnh hiện hành chọn cạnh nối sang đỉnh chưa đến. Đánh dấu đỉnh vừa chọn
- Bước 3: Nếu tổng giá trị đường đi lớn hơn giá trị chu trình đã chọn được quay lại bước 2.
- Bước 4: Nếu còn đỉnh chưa đến thì quay lại bước 2.
- Bước 5: Quay lại đỉnh V.

  Bài toán có năm thành phố với khoảng cách giữa các thành phố được tính bằng km. Sử dụng thuật toán nhánh cận, bắt đầu lần lượt từ mỗi đỉnh, tìm đường đi thích hợp cho người bán hàng, cửa hàng đặt tại A và cần đi qua tất cả thành phố còn lại.
  Bắt đầu với đỉnh A.
- Từ A, đi đến đỉnh C, chiều dài AC = 8.
- Từ C, đỉnh chưa đến E, CE = 4.
- Từ E, đỉnh chưa đến B, EB = 15.
- Từ B, đỉnh chưa đến D, BD = 10.
- Không còn đỉnh chưa đến, vì vậy quay về A, DA = 14 Tổng chi phí ACEBDA là 8 + 4 + 15 + 10 + 14 = 51 (Hình 2.1)

  Có ba đường đi có chiều dài 45 km là giống nhau. Một nhân viên bán hàng có cửa hàng tại A, đường đi tốt nhất tìm ra bởi thuật toán láng giềng gần nhất là ABDCEA = 45 km (Hình 2.2)

Đỉnh bắt đầu	Đường đi	Tổng chiều dài
A	ACEBDA	51
B	BACEDB	50
C	CEABDC	45
D	DCEABD	45
E	ECABDE	50
E	ECDBAE	45

Hình 2.2:

2.2 THUẬT TOÁN QUY HOẠCH ĐỘNG

- Khi nào thì chúng ta cần đến quy hoạch động ? Đó là một câu hỏi rất khó trả lời. Không có một công thức nào cho các bài toán như vậy.

  Tuy nhiên, có một số tính chất của bài toán mà bạn có thể nghĩ đến quy hoạch động. Dưới đây là hai tính chất nổi bật nhất trong số chúng:

  - Bài toán có các bài toán con gối nhau.
  - Bài toán có cấu trúc con tối ưu.

  Thường thì một bài toán có đủ cả hai tính chất này, chúng ta có thể dùng quy hoạch động được. Ở trong bài toán TSP ta xét như sau:

- Cho tập điểm ban đầu là $x_1, x_2, x_3, ..., x_n$.

- Gọi D[x][y] là khoảng cách từ điểm x đến điểm y.

- F[{ $x_{k_1}, x_{k_2}, x_{k_3}, ..., x_{k_q}$ }][$start$][$finish$] là giá trị đường đi ngắn nhất trong tập con điểm $\{x_{k_1}, x_{k_2}, x_{k_3}, ..., x_{k_q}$ } có điểm bắt đầu là $start$ và điểm kết thúc là $finish$ và mỗi điểm trong tập chỉ đi qua đúng 1 lần.

- Ta có bài toán con của bài toán trên là bài toán tìm đường đi ngắn nhất trong tập $\{x_{t_1}, x_{t_2}, x_{t_3}, ..., x_{t_{q-1}}\}$ có điểm bắt đầu $start$ và điểm kết thúc là $finish_1$ với $\{x_{t_1}, x_{t_2}, x_{t_3}, ..., x_{t_{q-1}}\}$ là tập con của $\{x_{k_1}, x_{k_2}, x_{k_3}, ..., x_{k_q}\}$, Ta có $finish$ là điểm mà $finish$ = $\{x_{k_1}, x_{k_2}, x_{k_3}, ..., x_{k_q}\}$/$\{x_{t_1}, x_{t_2}, x_{t_3}, ..., x_{t_{q-1}}\}$. Vậy để tính F[$\{x_{k_1}, x_{k_2}, x_{k_3}, ..., x_{k_q}\}$][$start$][$finish$] ta sẽ tính **Min** của tất cả các giá trị F[$\{x_{t_1}, x_{t_2}, x_{t_3}, ..., x_{t_{q-1}}\}$][$start$][$finish_1$] + D[$finish_1$][$finish$] với $finish_1 \in \{x_{k_1}, x_{k_2}, x_{k_3}, ..., x_{k_q}\}$ và $finish_1 \neq finish.$

  Kết quả cuối cùng sẽ là min của các giá trị F[$\{x_1, x_2, x_3, ..., x_n\}$][$start_2$][$finish_2$] + D[$finish_2$][$start_2$] với $finish_2$, $start_2 \in \{$x$_1, x_2, x_3, ..., x_n$ $\}$

  Với kỹ thuật này ta cần $2^n * n^3$ phép tính nên ta có giải thuật cần O(2^{n+1}) thời gian.

2.3 THUẬT TOÁN THAM LAM

Kỹ thuật tham lam áp dụng vào đây là:

- 1.Sắp xếp các cạnh theo thứ tự tăng của độ dài.
- 2. Xét các cạnh có độ dài từ nhỏ đến lớn để đưa vào chu trình.
- 3. Một cạnh sẽ được đưa vào chu trình nếu cạnh đó thỏa mãn hai điều kiện sau:
  - Không tạo thành một chu trình thiếu (không đi qua đủ n đỉnh)
  - Không tạo thành một đỉnh có cấp 3 (tức là không được có nhiều hơn hai cạnh xuất phát từ một đỉnh, do yêu cầu của bài toán là mỗi thành phố chỉ được đến một lần: một lần đến và một lần đi)
- 4. Lặp lại bước 3 cho đến khi xây dựng được một chu trình.

  Với kỹ thuật này ta chỉ cần $\frac{n*(n-1)}{2}$ phép chọn nên ta có một giải thuật cần O(n^2) thời gian.

Chương 3

TỔNG KẾT

Bài toán Người du lịch (Travelling Salesman Problem) là một trong những bài toán kinh điển và khó trong tin học. Có rất nhiều cách tiếp cận giải bài toán này ngay từ khi nó mới ra đời, như sử dụng quy hoạch tuyến tính, nhánh và cận (đã được đăng trên Tin học và Nhà trường), nhưng mới chỉ dừng lại ở các bộ dữ liệu nhỏ.

3.1 THAM KHẢO

[1] wikipedia.org

THANK YOU FOR READING