TP-GRAFOS

Perea Trinidad

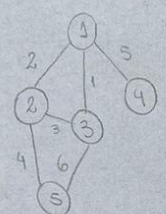
# TP n° 6 : Grafos

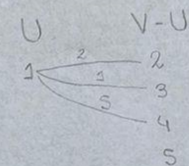
## Parte 3 :

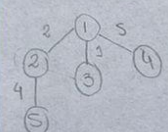
### Ejercicio 16

Si la ansta $(u,v)$ tiene un nodo en $U$ y un nodo en $V-U$, entonces la ansta $\in$ al AACM

Demostramos por contradicción → la ansta $(u,v)$ tiene un nodo en $U$, otro en $V-U$, entonces la ansta no pertenece al AACM.





tomamos la ansta de valor $1 \to (1,3)$, la cual tiene un nodo en $U \to 1$ y un nodo en $V-U \to 3$, Si esa ansta no pertenece al arbol de costo minimo, ent cualquier otro arbol que formemos no sera el de costo minimo, por lo tanto hemos demostrado por contradicción que esa ansta va a pertenecer al AACM.

## Parte 4 :

### Ejercicio 17 :

Sea $e$ la ansta de mayor costo de algun ciclo de $G(V,A)$.
Demostrar que existe un AACM $(V, A-e)$ que tmb lo es de $G$

Propiedad : En un grafo $G$, si $T$ es un AACM de $G$, y $e$ es la ansta de mayor costo en cualquier ciclo de $G$, entonces $e$ no pertenece al AACM de $G$.

Demostración :

- $G=(V,A)$ un grafo ponderado
- $e \in A$ y es la ansta de mayor costo en algun ciclo de $G$
- $G'=(V, A-e)$ grafo resultante al eliminar $e$

Vamos a demostrar que un AACM de $G'$ es tmb un AACM de $G$
según la prop $e$ no puede pertenecer a ningun AACM de $G$

Sea $T'$ el AACM de $G'$, dado que $e$ no esta en $G'$, $T'$ no va a contener a $e$.
$T'$ conecta todos los vertices de $V$ usando anstas $A-e$, ya que es un AACM.

Como $T'$ es un AACM de $G'$ y $e$ no puede estar en ningun AACM de $G$ por la prop
$T'$ sigue siendo un arbol abarcador en $G$
El costo de $T'$ no va a cambiar al considerar el grafo $G$, ya que $T'$ no contiene a $e$
Entonces $T'$ debe ser tambien un AACM de $G$.

Ejercicio 18.

Si unimos 2 AACM por una arista de costo minimo el resultado es un nuevo AACM

Tenemos $T_1$ un AACM y $T_2$ otro AACM

y una arista $(U,V)$ de costo minimo.

Al unirlas tenemos $T = T_1 \cup T_2 \cup \{(U,V)\}$

Propiedades de T.

T es un arbol abarcador porque:

- Conecta todos los nodos, ya que $T_1$ y $T_2$ conectan sus respect nodos y $(U,V)$ conecta $V_1$ y $V_2$ respect.
- V es el conj de Vertices $V_1$ mas los de $V_2$ y $(U,V)$
- T tiene exactamente $|V|-1$ aristas

El costo de T es la suma de $T_1$, $T_2$ y $(U,V)$

Como $T_1$ y $T_2$ son AACM, y $(U,V)$ es la arista de costo minimo que los conecta entonces T va a ser un nuevo arbol abarcador y sera un AACM.

Conclusión: por propiedad del algoritmo de Kruskal que iterativamente une componentes conexas de costo minimo, hemos demostrado que si unimos 2 AACM por Kruskal, se uniran ambas componentes conexas mediante la arista de costo minimo

Ejercicio 19.

1. Modificaciones en Prim para obtener un arbol abarcador de costo máx
Cambiamos la propiedad de tal manera que:
Si la arista $(U,V)$ de costo maximo tal que $U \in U$ y $V \in V-U$ entonces existe un AAC Max que contiene a $(U,V)$ entre sus aristas

2 Modificaciones en Prim para obtener un arbol de recubrimiento cualquiera