НЕЧЕТКИЕ ЧИСЛА

Нечеткое число — это нечеткая переменная, определенная на числовой оси, т.е. нечеткое число определяется как нечеткое множество $\mathcal A$ на множестве действительных чисел R с функцией принадлежности $\mu_{\mathcal A}(x) \in [0,1]$, где x — действительное число, $x \in R$.

Операции над нечеткими числами бывают: унарные и бинарные.

Ниже приведены формулы для определения унарных операций над нечеткими числами \mathcal{A} и \mathcal{B} [14].

Операция обращения нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} , определяемая следующими расчетными формулами:

$$\mu_{\mathcal{A}^{-1}}(x) = \mu_{\mathcal{A}}(x^{-1}),$$

$$\mu_{\mathcal{B}^{-1}}(x) = \mu_{\mathcal{B}}(x^{-1}),$$

$$x \in R, \ x \neq 0,$$
(6)

где \mathcal{A}^{-1} и \mathcal{B}^{-1} — искомые обратные нечеткие числа, а $\mu(x)$ — значения функции принадлежности нечеткого числа.

Операция умножения на число нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} , задаваемая следующими формулами:

$$\mu_{C \cdot \mathcal{A}}(x) = \mu_{\mathcal{A}}\left(x \cdot \frac{1}{C}\right),$$

$$\mu_{C \cdot \mathcal{B}}(x) = \mu_{\mathcal{B}}\left(x \cdot \frac{1}{C}\right),$$

$$x \in R.$$
(7)

где C — произвольное действительное число, отличное от нуля;

 $C \cdot \mathcal{A}$ и $C \cdot \mathcal{B}$ — искомые нечеткие числа, умноженные на C.

Операция масштабирования (возведения в степень) нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} , определяемая формулами:

$$\mu_{\mathcal{A}^{C}}(x) = \mu_{\mathcal{A}}(x^{C}),$$

$$\mu_{\mathcal{B}^{C}}(x) = \mu_{\mathcal{B}}(x^{C}),$$

$$x \in R,$$
(8)

где C — произвольное действительное число, отличное от нуля;

 \mathcal{A}^{C} и \mathcal{B}^{C} — искомые нечеткие числа, возведенные в степень, равную C.

Операция экспонирования нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} , определяемая расчетными формулами:

$$\mu_{e^{\mathcal{A}(x)}} = \begin{cases} \mu_{\mathcal{A}}(\log(x)), \text{ если } x > 0, \\ 0, \text{ если } x < 0, \end{cases}$$

$$\mu_{e^{\mathcal{B}(x)}} = \begin{cases} \mu_{\mathcal{B}}(\log(x)), \text{ если } x > 0, \\ 0, \text{ если } x < 0, \end{cases}$$

$$x \in R,$$
(9)

где $e^{A(x)}$ и $e^{B(x)}$ — искомые экспонированные нечеткие числа.

Тригонометрическая операция для нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} , задаваемая следующими формулами:

$$\mu_{\sin(\mathcal{A})} = \mu_{\mathcal{A}}(\arcsin(x)),$$

$$\mu_{\sin(\mathcal{B})} = \mu_{\mathcal{B}}(\arcsin(x)),$$

$$x \in R,$$
(10)

где $\sin(A)$ и $\sin(B)$ — результаты действия тригонометрической операции над нечеткими числами A и B соответственно, причем заметим, что поскольку операцию arcsin можно определить, только если x лежит в диапазоне [-1, 1], то использование тригонометрической операции над нечеткими числами ограничено этим диапазоном.

Операция изменения знака нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} , определяемая формулами:

$$\mu_{-\mathcal{A}}(x) = \mu_{\mathcal{A}}(-x),$$

$$\mu_{-\mathcal{B}}(x) = \mu_{\mathcal{B}}(-x),$$

$$x \in R,$$
(11)

где $-\mathcal{A}$ и $-\mathcal{B}$ — искомые нечеткие числа, умноженные на число, равное -1, т.е. представляют собой результаты изменения знака нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} соответственно.

В качестве бинарных операций над нечеткими числами реализованы аналоги арифметических операций над действительными числами [14], определяемые следующими зависимостями.

Операция сложения A + B нечетких чисел A и B:

$$\mu_{\mathcal{A}+\mathcal{B}}(y) = \sup((x_1 + x_2), \min(\mu_{\mathcal{A}}(x_1), \mu_{\mathcal{B}}(x_2))),$$

$$x_1, x_2 \in R, y = x_1 + x_2$$
(12)

Операция вычитания A - B нечетких чисел A и B:

$$\mu_{\mathcal{A}-\mathcal{B}}(y) = \sup((x_1 - x_2), \min(\mu_{\mathcal{A}}(x_1), \mu_{\mathcal{B}}(x_2))), x_1, x_2 \in R, y = x_1 - x_2$$
 (13)

Операция умножения А · В нечетких чисел с:

$$\mu_{\mathcal{A} \cdot \mathcal{B}}(y) = \sup((x_1 \cdot x_2), \min(\mu_{\mathcal{A}}(x_1), \mu_{\mathcal{B}}(x_2))), x_1, x_2 \in R, y = x_1 \cdot x_2$$
 (14)

Операция деления $\mathcal{A} \div \mathcal{B}$ нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} :

$$\mu_{\mathcal{A}+\mathcal{B}}(y) = \sup((x_1 \div x_2), \min(\mu_{\mathcal{A}}(x_1), \mu_{\mathcal{B}}(x_2))), x_1, x_2 \in R, y = x_1 \div x_2$$
 (15)

Выполним вышеперечисленные операции над нечеткими числами $\mathcal{A} = \{(5;0,1),(6;0,8),(7;0,4)\}$ и $\mathcal{B} = \{(4;0,2),(5;0,9),(6;0,3)\}$.

Используя формулу (6), определим операцию обращения двух нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} , результаты которых определяются следующим образом:

$$\mu_{\mathcal{A}^{-1}}(x) = \{((1 \div 5); 0, 1), ((1 \div 6); 0, 8), ((1 \div 7); 0, 4)\},$$

$$\mu_{\mathcal{A}^{-1}}(x) = \{((1 \div 4); 0, 2), ((1 \div 5); 0, 9); ((1 \div 6); 0, 3)\}.$$

Вычисляя операцию обращения, получаем следующие результаты:

$$\mu_{\mathcal{A}^{-1}}(x) = \{(0,2;0,1), (0,1667;0,8), (0,1429;0,4)\},$$

$$\mu_{\mathcal{A}^{-1}}(x) = \{(0,25;0,2), (0,2;0,9), (0,1667;0,3)\}.$$

Используя формулу (7), определим операцию умножение на число C=2 двух нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} , результаты которых определяются следующим образом:

$$\mu_{C \cdot \mathcal{A}}(x) = \left\{ \left(\left(\frac{1}{2} \cdot 5 \right); 0, 1 \right), \left(\left(\frac{1}{2} \cdot 6 \right); 0, 8 \right), \left(\left(\frac{1}{2} \cdot 7 \right); 0, 4 \right) \right\},$$

$$\mu_{C \cdot \mathcal{B}}(x) = \left\{ \left(\left(\frac{1}{2} \cdot 4 \right); 0, 2 \right), \left(\left(\frac{1}{2} \cdot 5 \right); 0, 9 \right), \left(\left(\frac{1}{2} \cdot 6 \right); 0, 3 \right) \right\}.$$

Вычисляя операцию умножения на число, получаем следующие результаты:

$$\mu_{C \cdot \mathcal{A}}(x) = \{(2,5;0,1), (3;0,8), (3,5;0,4)\},$$

$$\mu_{C \cdot \mathcal{B}}(x) = \{(2;0,2), (2,5;0,9), (3;0,3)\}.$$

Используя формулу (8), определим операцию масштабирования (возведение в степень C=2) двух нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} , результаты которых определяются следующим образом:

$$\mu_{\mathcal{A}}C(x) = \{(5^2;0,1), (6^2;0,8), (7^2;0,4)\},$$

$$\mu_{\mathcal{B}}C(x) = \{(4^2;0,2), (5^2;0,9), (6^2;0,3)\}.$$

Вычисляя операцию масштабирования, получаем следующие результаты:

$$\mu_{\mathcal{A}^C}(x) = \{(25;0,1), (36;0,8), (49;0,4)\},\$$

$$\mu_{\mathcal{B}^C}(x) = \{(16;0,2), (25;0,9), (36;0,3)\}.$$

Используя формулу (9), определим операцию экспонирования двух нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} , результаты которых определяются следующим образом:

$$\mu_{e^{\mathcal{A}(x)}} = \{ (\log(5); 0, 1), (\log(6); 0, 8), (\log(7); 0, 4) \},$$

$$\mu_{e^{\mathcal{B}(x)}} = \{ (\log(4); 0, 2), (\log(5); 0, 9), (\log(6); 0, 3) \}.$$

Вычисляя операцию экспонирования, получаем следующие результаты:

$$\mu_{e^{\mathcal{A}(x)}} = \{(0,6990;0,1), (0,7782;0,8), (0,8451;0,4)\},$$

$$\mu_{e^{\mathcal{B}(x)}} = \{(0,6021;0,2), (0,6990;0,9), (0,7782;0,3)\}.$$

Поскольку операцию arcsin можно определить, если x лежит в диапазоне [-1,1], то только для этого примера введем новые нечеткие числа $\mathcal{A} = \{(-1;0,1),(-0,5;0,8),(0;0,4)\}$ и $\mathcal{B} = \{(0,1;0,2),(0,3;0,9),(0,6;0,3)\}$. Используя формулу (10), определим тригонометрическую операцию двух нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} , результаты которых определяются следующим образом:

$$\begin{split} &\mu_{\sin(\mathcal{A})} = \{ (\arcsin(-1);0,1), (\arcsin(-0,5);0,8), (\arcsin(0);0,4) \}, \\ &\mu_{\sin(\mathcal{B})} = \{ (\arcsin(0,1);0,2), (\arcsin(0,3);0,9), (\arcsin(0,6);0,3) \}. \end{split}$$

Вычисляя тригонометрическую операцию (10), получаем следующие результаты:

$$\begin{split} \mu_{\sin(\mathcal{A})} &= \big\{ \big(-1,\!5708;\!0,\!1\big), \big(-0,\!5236;\!0,\!8\big), \big(0;\!0,\!4\big) \big\}, \\ \mu_{\sin(\mathcal{B})} &= \big\{ \big(0,\!1002;\!0,\!2\big), \big(0,\!3047;\!0,\!9\big), \big(0,\!6435;\!0,\!3\big) \big\}. \end{split}$$

Используя формулу (11), определим операцию изменения знака двух нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} , результаты которых определяются следующим образом:

$$\mu_{-\mathcal{A}}(x) = \{(-1.5;0,1), (-1.6;0,8), (-1.7;0,4)\},\$$

 $\mu_{-\mathcal{B}}(x) = \{(-1.4;0,2), (-1.5;0,9), (-1.6;0,3)\}.$

Вычисляя операцию изменения знака, получаем следующие результаты:

$$\mu_{-\mathcal{A}}(x) = \{(-5;0,1), (-6;0,8), (-7;0,4)\},\$$

 $\mu_{-\mathcal{R}}(x) = \{(-4;0,2), (-5;0,9), (-6;0,3)\}.$

Используя формулу (12), определим операцию сложения двух нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} , результат которых определяется следующим образом:

$$\mu_{\mathcal{A}+\mathcal{B}}(y) = \sup\{((5+4); \min(0,1;0,2)), ((5+5); \min(0,1;0,9)), ((5+6); \min(0,1;0,3)), \\ ((6+4); \min(0,8;0,2)), ((6+5); \min(0,8;0,9)), ((6+6); \min(0,8;0,3)), \\ ((7+4); \min(0,4;0,2)), ((7+5); \min(0,4;0,9)), ((7+6); \min(0,4;0,3))\} = \dots \\ \dots = \sup\{(9;0,1), (10;0,1), (11;0,1), (10;0,2), (11;0,8), (12;0,3), (11;0,2), (12;0,4), (13;0,3)\}.$$

Вычисляя операцию сложения, получаем следующий результат в порядке возрастания:

$$\mu_{\mathcal{A}+\mathcal{B}}(y) = \{(9;0,1), (10;0,2), (11;0,8), (12;0,4), (12;0,3)\}.$$

Используя формулу (13), определим операцию вычитания двух нечетких чисел A и B, результат которых определяется следующим образом:

$$\mu_{\mathcal{A}-\mathcal{B}}(y) = \sup\{((5-4); \min(0,1;0,2)), ((5-5); \min(0,1;0,9)), ((5-6); \min(0,1;0,3)), ((6-4); \min(0,8;0,2)), ((6-5); \min(0,8;0,9)), ((6-6); \min(0,8;0,3)), ((7-4); \min(0,4;0,2)), ((7-5); \min(0,4;0,9)), ((7-6); \min(0,4;0,3))\} = \dots$$

$$\dots = \sup\{(1;0,1), (0;0,1), (-1;0,1), (2;0,2), (1;0,8), (0;0,3), (3;0,2), (2;0,4), (11;0,3)\}$$

Вычисляя операцию умножения, получаем следующий результат в порядке возрастания:

$$\mu_{\mathcal{A} \cdot \mathcal{B}}(y) = \{(20;0,1), (24;0,2), (25;0,1), (28;0,2), (30;0,8), (35;0,4), (42;0,3)\}.$$

Используя формулу (15), определим операцию деления двух нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} , результат которых определяется следующим образом:

```
 \mu_{\mathcal{A} - \mathcal{B}}(y) = \sup\{((5 \div 4); \min(0,1;0,2)), ((5 \div 5); \min(0,1;0,9)), ((5 \div 6); \min(0,1;0,3)), \\ ((6 \div 4); \min(0,8;0,2)), ((6 \div 5); \min(0,8;0,9)), ((6 \div 6); \min(0,8;0,3)), \\ ((7 \div 4); \min(0,4;0,2)), ((7 \div 5); \min(0,4;0,9)), ((7 \div 6); \min(0,4;0,3))\} = \dots \\ \dots = \sup\{(1,25;0,1), (1;0,1), (0,83;0,1), (1,5;0,2), (1,2;0,8), (1;0,3), (1,75;0,2), (1,4;0,4), (1,17;0,3)\}
```

Вычисляя операцию вычитания, получаем следующий результат в порядке возрастания:

$$\mu_{\mathcal{A}-\mathcal{B}}(y) = \{(-1;0,1), (0;0,3), (1;0,8), (2;0,4), (3;0,2)\}.$$

Используя формулу (14), определим операцию умножения двух нечетких чисел \mathcal{A} и \mathcal{B} , результат которых определяется следующим образом:

```
 \mu_{\mathcal{A} - \mathcal{B}}(y) = \sup\{((5 \cdot 4); \min(0,1;0,2)), ((5 \cdot 5); \min(0,1;0,9)), ((5 \cdot 6); \min(0,1;0,3)), \\ ((6 \cdot 4); \min(0,8;0,2)), ((6 \cdot 5); \min(0,8;0,9)), ((6 \cdot 6); \min(0,8;0,3)), \\ ((7 \cdot 4); \min(0,4;0,2)), ((7 \cdot 5); \min(0,4;0,9)), ((7 \cdot 6); \min(0,4;0,3))\} = \dots \\ \dots = \sup\{(20;0,1), (25;0,1), (30;0,1), (24;0,2), (30;0,8), (36;0,3), (28;0,2), (35;0,4), (42;0,3)\}.
```

Вычисляя операцию деления, получаем следующий результат в порядке возрастания:

$$\mu_{\mathcal{A}+\mathcal{B}}(x) = \{(0,83;0,1), (1;0,3), (1,17;0,3), (1,2;0,8), (1,25;0,1), (1,4;0,4), (1,5;0,2), (1,75;0,2)\}.$$

Упражнение № 4 «Нечеткие числа»

Шаг 1. Для нечеткого числа, заданного на универсуме {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} (значения функции принадлежности нечеткого числа представлены в табл. 9), определите следующие унарные операции:

- операция обращения;
- 2) операция умножения на число;
- 3) операция масштабирования (возведение в степень);
- 4) операция экспонирования;
- 5) тригонометрическая операция;
- 6) операция изменения знака.

Определите правильность нахождения унарных операций с использованием соответствующего специального программного модуля. Для каждого результата представьте соответствующий скриншот.

Таблица 9

Значения функции принадлежности нечетких чисел

№	Значения функции принадлежности нечетких чисел													
Π/Π	1	2	3	4	5	6	7							
1	0,6	0,4	0,1	0,5	0,4	0,2	1							
2	1	0,2	0,8	0,9	1	1	0,2							
3	0,2	0,6	0,7	0,8	0	0,1	0,5							

№	Значения функции принадлежности нечетких чисел													
п/п	1	2	3	4	5	6	7							
4	0,1	0,2	0,4	0,7	0,9	0,2	0,2							
5	0,7	0,4	1	0,3	0,6	1	0,9							
6	0,6	0,7	0,7	0,8	0,3	0,9	0,9							
7	0,5	0,4	0,8	0,3	0,7	0,7	0,1							
8	0,3	0,5	0,4	0,3	0,4	0,6	0,3							
9	0	0,9	0,8	0,9	0,3	0,3	0,4							
10	0,3	0,4	0,5	0,9	0,1	0	0,3							

11	0,1	0,9	0,8	0,3	0,7	0,1	0,4
12	0,1	0,5	0,7	0,4	0,8	0,9	0,3
13	0,3	0,5	0,6	0	1	0,1	0,5
14	0,8	0,8	0,8	0,2	0,2	0,9	0,4
15	0,3	0,3	0,2	0,8	0,6	0,6	1
16	0,3	0,3	0,2	0,8	0,6	0,6	1
17	0,1	0,1	0	0,3	0,8	0,8	0,7
18	0,9	0,1	0,1	0,8	0,1	0,5	0,1
19	0,5	0,3	0,1	0,3	0,4	0,6	0,3
20	0,5	0	0,5	0,3	0,4	0,6	0,6
21	0,8	0,4	0,8	0,3	0,2	0,2	0,7
22	1	0,9	0,3	0,8	0,1	0,4	0,2
23	0	0,1	0,4	0,6	0,6	0,9	0,8
24	0,7	0	0,8	1	0,6	0,2	0,9
25	0,5	0	1	0,8	0,8	0,1	0,1
26	0,3	0,9	0,2	0	0,7	0,1	0,9
27	0,5	0,6	0,7	0,3	0,2	0,5	0,2
28	0,2	0,2	0,7	0,8	0,9	0,3	0,8
29	0,7	0,3	0,7	0,2	0,4	0,9	0,4
30	0,7	0,8	0,2	0,9	0,1	0,1	0,4

Uаг 2. Для нечетких чисел, универсумы (У) и значения функций принадлежности (ФП) которых представлены в таблице 10, определите следующие бинарные операции:

- 1) сложение;
- 2) вычитание;
- 3) умножение;
- 4) деление.

Таблица 10

Значения функции принадлежности нечетких чисел

N₂	1 нечеткое число								2 нечеткое число								
Π/Π	У	ФΠ	У	ФΠ	У	ФΠ	У	ФΠ	У	ФΠ	У	ФΠ	У	ФΠ	У	ФΠ	
1	7	0,4	1	0,4	2	0,5	6	1	5	0,1	10	0,1	12	0,8	6	0	
2	6	0,4	4	0,2	5	0,1	1	0,4	9	0,2	12	0,5	8	0,3	14	0,5	
3	4	1	7	0,2	5	0,3	6	1	10	0,8	14	0,5	12	0,7	7	0,3	

4 7 0,8 6 0,9 3 0,6 5 0,8 9 0,8 12 0,7 10 0,9 8 0,4 5 2 1 5 0,3 3 0,2 1 0,5 14 0 11 0,4 10 0,6 9 0,9 6 1 0,2 6 0,8 5 0,5 9 0,8 12 0,9 8 0,5 10 0,6 12 0,1 8 3 0,5 4 0,4 6 1 9 0,6 11 0,1 12 0 6 0,4 5 0,6 13 0,5 5 0,8 12 0,1 10 1 0,8 4 0,4 7 0,6 8 0,6 7 0,1 12 0,6 9 0,7 11 7 0,3 3 0,7 1 0,9 1	<u> </u>			_		_		_									
6 1 0,2 6 0,8 5 0,5 9 0,8 12 0,9 8 0,5 10 0,6 9 0,5 7 6 0 5 0,9 2 0,8 8 1 9 0,2 5 0,2 8 0,6 12 0,1 8 3 0,5 4 0,4 6 1 9 0,6 11 0,1 12 0 6 0,4 5 0,7 9 4 0,1 5 0,9 6 0,4 7 0,6 8 0,6 13 0,5 5 0,8 12 0,1 10 1 0,8 4 0,4 7 0,3 3 0,4 5 0,6 7 0,1 12 0,6 9 0,7 11 0,5 4 0,1 5 0,4 9 0,3 7 0,6 9 0,5	4	7	0,8	6	0,9	3	0,6	5	0,8	9	0,8	12	0,7	10	0,9	8	0,4
7 6 0 5 0,9 2 0,8 8 1 9 0,2 5 0,2 8 0,6 12 0,1 8 3 0,5 4 0,4 6 1 9 0,6 11 0,1 12 0 6 0,4 5 0,7 9 4 0,1 5 0,9 6 0,4 7 0,6 8 0,6 13 0,5 5 0,8 12 0,1 10 1 0,8 4 0,4 7 0,3 3 0,4 5 0,6 7 0,1 12 0,6 9 0,7 11 7 0,3 9 1 3 0,7 1 0,9 14 0,7 12 0,6 9 0,7 1 0,4 12 1 0,4 6 0,7 3 0,7 1 0,6 9 0,5 6	5	2	1	5	0,3	3	0,2	1	0,5	14	0	11	0,4	10	0,6	9	0,9
8 3 0,5 4 0,4 6 1 9 0,6 11 0,1 12 0 6 0,4 5 0,7 9 4 0,1 5 0,9 6 0,4 7 0,6 8 0,6 13 0,5 5 0,8 12 0,1 10 1 0,8 4 0,4 7 0,3 3 0,4 5 0,6 7 0,1 12 0,6 9 0,7 11 7 0,3 9 1 3 0,7 1 0,9 14 0,7 12 0,6 9 0,5 6 0,4 11 0,4 13 4 0,4 6 0,7 3 0,7 1 0,6 13 1 12 0,7 7 0,9 10 0,3 14 4 0,8 5 0,9 8 0 9 0,4 8	6	1	0,2	6	0,8	5	0,5	9	0,8	12	0,9	8	0,5	10	0,6	9	0,5
9 4 0,1 5 0,9 6 0,4 7 0,6 8 0,6 13 0,5 5 0,8 12 0,1 10 1 0,8 4 0,4 7 0,3 3 0,4 5 0,6 7 0,1 12 0,6 9 0,7 11 7 0,3 9 1 3 0,7 1 0,9 14 0,7 12 0,7 13 0,1 6 0,9 12 1 0,5 4 0,1 5 0,4 9 0,3 7 0,6 9 0,5 6 0,4 11 0,4 13 4 0,4 6 0,7 3 0,7 1 0,6 13 1 12 0,7 7 0,9 10 0,3 15 1 0,4 7 0,6 9 0 2 0,3 8 0,5 5 <td>7</td> <td>6</td> <td>0</td> <td>5</td> <td>0,9</td> <td>2</td> <td>0,8</td> <td>8</td> <td>1</td> <td>9</td> <td>0,2</td> <td>5</td> <td>0,2</td> <td>8</td> <td>0,6</td> <td>12</td> <td>0,1</td>	7	6	0	5	0,9	2	0,8	8	1	9	0,2	5	0,2	8	0,6	12	0,1
10 1 0,8 4 0,4 7 0,3 3 0,4 5 0,6 7 0,1 12 0,6 9 0,7 11 7 0,3 9 1 3 0,7 1 0,9 14 0,7 12 0,7 13 0,1 6 0,9 12 1 0,5 4 0,1 5 0,4 9 0,3 7 0,6 9 0,5 6 0,4 11 0,4 13 4 0,4 6 0,7 3 0,7 1 0,6 13 1 12 0,7 7 0,9 10 0,3 14 4 0,8 5 0,9 8 0 9 0,4 8 0,7 12 0,6 6 0,4 13 0,2 15 1 0,4 7 0,6 9 0 2 0,3 8 0,5 5	8	3	0,5	4	0,4	6	1	9	0,6	11	0,1	12	0	6	0,4	5	0,7
11 7 0,3 9 1 3 0,7 1 0,9 14 0,7 12 0,7 13 0,1 6 0,9 12 1 0,5 4 0,1 5 0,4 9 0,3 7 0,6 9 0,5 6 0,4 11 0,4 13 4 0,4 6 0,7 3 0,7 1 0,6 13 1 12 0,7 7 0,9 10 0,3 14 4 0,8 5 0,9 8 0 9 0,4 8 0,7 12 0,6 6 0,4 13 0,2 15 1 0,4 7 0,6 9 0 2 0,3 8 0,5 5 0,5 14 0,8 6 0,5 16 1 0,4 7 0,6 2 0,3 8 0,5 5 0,5 14 <td>9</td> <td>4</td> <td>0,1</td> <td>5</td> <td>0,9</td> <td>6</td> <td>0,4</td> <td>7</td> <td>0,6</td> <td>8</td> <td>0,6</td> <td>13</td> <td>0,5</td> <td>5</td> <td>0,8</td> <td>12</td> <td>0,1</td>	9	4	0,1	5	0,9	6	0,4	7	0,6	8	0,6	13	0,5	5	0,8	12	0,1
12 1 0,5 4 0,1 5 0,4 9 0,3 7 0,6 9 0,5 6 0,4 11 0,4 13 4 0,4 6 0,7 3 0,7 1 0,6 13 1 12 0,7 7 0,9 10 0,3 14 4 0,8 5 0,9 8 0 9 0,4 8 0,7 12 0,6 6 0,4 13 0,2 15 1 0,4 7 0,6 9 0 2 0,3 8 0,5 5 0,5 14 0,8 6 0,5 16 1 0,4 7 0,6 5 0 2 0,3 8 0,5 5 0,5 14 0,8 6 0,5 17 3 0,3 5 0 2 0,3 8 0,5 5 0,5 11	10	1	0,8	4	0,4	7	0,3	3	0,4	5	0,6	7	0,1	12	0,6	9	0,7
13 4 0,4 6 0,7 3 0,7 1 0,6 13 1 12 0,7 7 0,9 10 0,3 14 4 0,8 5 0,9 8 0 9 0,4 8 0,7 12 0,6 6 0,4 13 0,2 15 1 0,4 7 0,6 9 0 2 0,3 8 0,5 5 0,5 14 0,8 6 0,5 16 1 0,4 7 0,6 5 0 2 0,3 8 0,5 5 0,5 14 0,8 6 0,5 17 3 0,3 5 0 4 0,1 7 0,8 11 0,3 14 0,8 6 0,5 18 3 0,1 7 0,8 2 0,2 6 0 14 0,6 10 0,3 13	11	7	0,3	9	1	3	0,7	1	0,9	14	0,7	12	0,7	13	0,1	6	0,9
14 4 0,8 5 0,9 8 0 9 0,4 8 0,7 12 0,6 6 0,4 13 0,2 15 1 0,4 7 0,6 9 0 2 0,3 8 0,5 5 0,5 14 0,8 6 0,5 16 1 0,4 7 0,6 5 0 2 0,3 8 0,5 5 0,5 14 0,8 6 0,5 17 3 0,3 5 0 4 0,1 7 0,8 11 0,3 14 0,3 10 0,8 12 0,1 18 3 0,1 7 0,8 2 0,2 6 0 14 0,6 10 0,3 6 0,3 13 0,4 19 6 0,3 3 0,9 6 0,9 1 0,2 8 0 12	12	1	0,5	4	0,1	5	0,4	9	0,3	7	0,6	9	0,5	6	0,4	11	0,4
15 1 0,4 7 0,6 9 0 2 0,3 8 0,5 5 0,5 14 0,8 6 0,5 16 1 0,4 7 0,6 5 0 2 0,3 8 0,5 5 0,5 14 0,8 6 0,5 17 3 0,3 5 0 4 0,1 7 0,8 11 0,3 14 0,3 10 0,8 12 0,1 18 3 0,1 7 0,8 2 0,2 6 0 14 0,6 10 0,3 6 0,3 13 0,4 19 6 0,3 3 0,9 6 0,9 1 0,2 8 0 12 0,5 11 0,7 5 0,8 20 3 0,3 6 0,6 1 0 5 0,5 11 0,7 14	13	4	0,4	6	0,7	3	0,7	1	0,6	13	1	12	0,7	7	0,9	10	0,3
16 1 0,4 7 0,6 5 0 2 0,3 8 0,5 5 0,5 14 0,8 6 0,5 17 3 0,3 5 0 4 0,1 7 0,8 11 0,3 14 0,3 10 0,8 12 0,1 18 3 0,1 7 0,8 2 0,2 6 0 14 0,6 10 0,3 6 0,3 13 0,4 19 6 0,3 3 0,9 6 0,9 1 0,2 8 0 12 0,5 11 0,7 5 0,8 20 3 0,3 6 0,6 1 0 5 0,5 11 0,7 14 0,2 5 0,7 10 0,4 21 7 0,6 2 0,3 5 0,2 6 0,8 10 0,6 11 </td <td>14</td> <td>4</td> <td>0,8</td> <td>5</td> <td>0,9</td> <td>8</td> <td>0</td> <td>9</td> <td>0,4</td> <td>8</td> <td>0,7</td> <td>12</td> <td>0,6</td> <td>6</td> <td>0,4</td> <td>13</td> <td>0,2</td>	14	4	0,8	5	0,9	8	0	9	0,4	8	0,7	12	0,6	6	0,4	13	0,2
17 3 0,3 5 0 4 0,1 7 0,8 11 0,3 14 0,3 10 0,8 12 0,1 18 3 0,1 7 0,8 2 0,2 6 0 14 0,6 10 0,3 6 0,3 13 0,4 19 6 0,3 3 0,9 6 0,9 1 0,2 8 0 12 0,5 11 0,7 5 0,8 20 3 0,3 6 0,6 1 0 5 0,5 11 0,7 14 0,2 5 0,7 10 0,4 21 7 0,6 2 0,3 5 0,2 6 0,8 10 0,6 11 0,1 7 0,9 12 0,1 22 6 0,9 5 0,1 4 0,5 7 0,7 8 0,2 1	15	1	0,4	7	0,6	9	0	2	0,3	8	0,5	5	0,5	14	0,8	6	0,5
18 3 0,1 7 0,8 2 0,2 6 0 14 0,6 10 0,3 6 0,3 13 0,4 19 6 0,3 3 0,9 6 0,9 1 0,2 8 0 12 0,5 11 0,7 5 0,8 20 3 0,3 6 0,6 1 0 5 0,5 11 0,7 14 0,2 5 0,7 10 0,4 21 7 0,6 2 0,3 5 0,2 6 0,8 10 0,6 11 0,1 7 0,9 12 0,1 22 6 0,9 5 0,1 4 0,5 7 0,7 8 0,2 12 0,3 6 0,4 13 0,6 23 2 0,5 7 0,8 6 0,9 1 0,8 7 0,4 1	16	1	0,4	7	0,6	5	0	2	0,3	8	0,5	5	0,5	14	0,8	6	0,5
19 6 0,3 3 0,9 6 0,9 1 0,2 8 0 12 0,5 11 0,7 5 0,8 20 3 0,3 6 0,6 1 0 5 0,5 11 0,7 14 0,2 5 0,7 10 0,4 21 7 0,6 2 0,3 5 0,2 6 0,8 10 0,6 11 0,1 7 0,9 12 0,1 22 6 0,9 5 0,1 4 0,5 7 0,7 8 0,2 12 0,3 6 0,4 13 0,6 23 2 0,5 7 0,8 6 0,9 1 0,8 7 0,4 12 0,5 14 0,9 5 0,7 24 4 0,9 7 0,5 9 0,9 6 1 12 0,1 1	17	3	0,3	5	0	4	0,1	7	0,8	11	0,3	14	0,3	10	0,8	12	0,1
20 3 0,3 6 0,6 1 0 5 0,5 11 0,7 14 0,2 5 0,7 10 0,4 21 7 0,6 2 0,3 5 0,2 6 0,8 10 0,6 11 0,1 7 0,9 12 0,1 22 6 0,9 5 0,1 4 0,5 7 0,7 8 0,2 12 0,3 6 0,4 13 0,6 23 2 0,5 7 0,8 6 0,9 1 0,8 7 0,4 12 0,5 14 0,9 5 0,7 24 4 0,9 7 0,5 9 0,9 6 1 12 0,1 14 0,7 10 0,6 13 1 25 6 0,9 2 0,3 4 1 2 0,4 6 0,1 7<	18	3	0,1	7	0,8	2	0,2	6	0	14	0,6	10	0,3	6	0,3	13	0,4
21 7 0,6 2 0,3 5 0,2 6 0,8 10 0,6 11 0,1 7 0,9 12 0,1 22 6 0,9 5 0,1 4 0,5 7 0,7 8 0,2 12 0,3 6 0,4 13 0,6 23 2 0,5 7 0,8 6 0,9 1 0,8 7 0,4 12 0,5 14 0,9 5 0,7 24 4 0,9 7 0,5 9 0,9 6 1 12 0,1 14 0,7 10 0,6 13 1 25 6 0,9 2 0,3 4 1 2 0,4 6 0,1 7 0,8 9 0,1 8 0,4 26 7 0,9 5 0,2 7 0,4 4 0,2 9 0,1 8 </td <td>19</td> <td>6</td> <td>0,3</td> <td>3</td> <td>0,9</td> <td>6</td> <td>0,9</td> <td>1</td> <td>0,2</td> <td>8</td> <td>0</td> <td>12</td> <td>0,5</td> <td>11</td> <td>0,7</td> <td>5</td> <td>0,8</td>	19	6	0,3	3	0,9	6	0,9	1	0,2	8	0	12	0,5	11	0,7	5	0,8
22 6 0,9 5 0,1 4 0,5 7 0,7 8 0,2 12 0,3 6 0,4 13 0,6 23 2 0,5 7 0,8 6 0,9 1 0,8 7 0,4 12 0,5 14 0,9 5 0,7 24 4 0,9 7 0,5 9 0,9 6 1 12 0,1 14 0,7 10 0,6 13 1 25 6 0,9 2 0,3 4 1 2 0,4 6 0,1 7 0,8 9 0,1 8 0,4 26 7 0,9 5 0,2 7 0,4 4 0,2 9 0,1 8 0,7 5 0,6 6 0,5 27 2 0,7 1 0,2 5 0,2 8 0,5 5 0 12 0,5 7 0,6 10 0,7 28 3 0,5 6 0,7 7 0,7 5 0,8 10 0,2 11 0,7 12 0,2 13 0,3 29 <t< td=""><td>20</td><td>3</td><td>0,3</td><td>6</td><td>0,6</td><td>1</td><td>0</td><td>5</td><td>0,5</td><td>11</td><td>0,7</td><td>14</td><td>0,2</td><td>5</td><td>0,7</td><td>10</td><td>0,4</td></t<>	20	3	0,3	6	0,6	1	0	5	0,5	11	0,7	14	0,2	5	0,7	10	0,4
23 2 0,5 7 0,8 6 0,9 1 0,8 7 0,4 12 0,5 14 0,9 5 0,7 24 4 0,9 7 0,5 9 0,9 6 1 12 0,1 14 0,7 10 0,6 13 1 25 6 0,9 2 0,3 4 1 2 0,4 6 0,1 7 0,8 9 0,1 8 0,4 26 7 0,9 5 0,2 7 0,4 4 0,2 9 0,1 8 0,7 5 0,6 6 0,5 27 2 0,7 1 0,2 5 0,2 8 0,5 5 0 12 0,5 7 0,6 10 0,7 28 3 0,5 6 0,7 7 0,7 5 0,8 10 0,2 11 0,7 12 0,2 13 0,3 29 2 0,7 3 0 6 0,7 7 0,9 8 0,9 9 0,6 7 0,8 6 0,7	21	7	0,6	2	0,3	5	0,2	6	0,8	10	0,6	11	0,1	7	0,9	12	0,1
24 4 0,9 7 0,5 9 0,9 6 1 12 0,1 14 0,7 10 0,6 13 1 25 6 0,9 2 0,3 4 1 2 0,4 6 0,1 7 0,8 9 0,1 8 0,4 26 7 0,9 5 0,2 7 0,4 4 0,2 9 0,1 8 0,7 5 0,6 6 0,5 27 2 0,7 1 0,2 5 0,2 8 0,5 5 0 12 0,5 7 0,6 10 0,7 28 3 0,5 6 0,7 7 0,7 5 0,8 10 0,2 11 0,7 12 0,2 13 0,3 29 2 0,7 3 0 6 0,7 7 0,9 8 0,9 9 0,6 7 0,8 6 0,7	22	6	0,9	5	0,1	4	0,5	7	0,7	8	0,2	12	0,3	6	0,4	13	0,6
25 6 0,9 2 0,3 4 1 2 0,4 6 0,1 7 0,8 9 0,1 8 0,4 26 7 0,9 5 0,2 7 0,4 4 0,2 9 0,1 8 0,7 5 0,6 6 0,5 27 2 0,7 1 0,2 5 0,2 8 0,5 5 0 12 0,5 7 0,6 10 0,7 28 3 0,5 6 0,7 7 0,7 5 0,8 10 0,2 11 0,7 12 0,2 13 0,3 29 2 0,7 3 0 6 0,7 7 0,9 8 0,9 9 0,6 7 0,8 6 0,7	23	2	0,5	7	0,8	6	0,9	1	0,8	7	0,4	12	0,5	14	0,9	5	0,7
26 7 0,9 5 0,2 7 0,4 4 0,2 9 0,1 8 0,7 5 0,6 6 0,5 27 2 0,7 1 0,2 5 0,2 8 0,5 5 0 12 0,5 7 0,6 10 0,7 28 3 0,5 6 0,7 7 0,7 5 0,8 10 0,2 11 0,7 12 0,2 13 0,3 29 2 0,7 3 0 6 0,7 7 0,9 8 0,9 9 0,6 7 0,8 6 0,7	24	4	0,9	7	0,5	9	0,9	6	1	12	0,1	14	0,7	10	0,6	13	1
27 2 0,7 1 0,2 5 0,2 8 0,5 5 0 12 0,5 7 0,6 10 0,7 28 3 0,5 6 0,7 7 0,7 5 0,8 10 0,2 11 0,7 12 0,2 13 0,3 29 2 0,7 3 0 6 0,7 7 0,9 8 0,9 9 0,6 7 0,8 6 0,7	25	6	0,9	2	0,3	4	1	2	0,4	6	0,1	7	0,8	9	0,1	8	0,4
28 3 0,5 6 0,7 7 0,7 5 0,8 10 0,2 11 0,7 12 0,2 13 0,3 29 2 0,7 3 0 6 0,7 7 0,9 8 0,9 9 0,6 7 0,8 6 0,7	26	7	0,9	5	0,2	7	0,4	4	0,2	9	0,1	8	0,7	5	0,6	6	0,5
29 2 0,7 3 0 6 0,7 7 0,9 8 0,9 9 0,6 7 0,8 6 0,7	27	2	0,7	1	0,2	5	0,2	8	0,5	5	0	12	0,5	7	0,6	10	0,7
	28	3	0,5	6	0,7	7	0,7	5	0,8	10	0,2	11	0,7	12	0,2	13	0,3
30 7 0,4 2 1 5 0,3 4 0,7 13 0,1 5 0,6 6 0,4 11 0,2	29	2	0,7	3	0	6	0,7	7	0,9	8	0,9	9	0,6	7	0,8	6	0,7
	30	7	0,4	2	1	5	0,3	4	0,7	13	0,1	5	0,6	6	0,4	11	0,2