Линал 13.09.24 семинар Брыков

13 сентября 2024 г.

N.1 Найти решение С Л У

$$\begin{pmatrix} 1\ 1\ 1 \mid 0 \\ 1\ 2\ 1 \mid 0 \\ 1\ 1\ 2 \mid 4 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ 2\ 1 \mid 0 \\ 1\ 1\ 1 \mid 0 \\ 1\ 1\ 2 \mid 4 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ 2\ 1 \mid 0 \\ 0\ 3\ 1 \mid 0 \\ 0\ \text{-1}\ 1 \mid 4 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ 2\ 1 \mid 0 \\ 2\ 1\ 1 \mid 0 \\ 0\ 0\ 4 \mid 12 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ 2\ 1 \mid 0 \\ 0\ 3\ 1 \mid 0 \\ 0\ 0\ 1 \mid 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1\ 2\ 0 \mid \text{-3} \\ 0\ 3\ 0 \mid \text{-3} \\ 0\ 0\ 1 \mid 3 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 3\ 0\ 0 \mid \text{-3} \\ 0\ 3\ 0 \mid \text{-3} \\ 0\ 0\ 1 \mid 3 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ 0\ 0 \mid \text{-1} \\ 0\ 1\ 0 \mid \text{-1} \\ 0\ 0\ 1 \mid 3 \end{pmatrix} \longrightarrow x = y = -1 \qquad c = 3$$

N.2 Решить СЛУ

$\begin{pmatrix} 1\ \text{-1}\ \text{-2} \mid 0 \\ 0\ \text{-1}\ \text{-1} \mid 0 \\ 1\ 2\ 1 \mid 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ \text{-}\ 1\ \text{-2} \mid 0 \\ 0\ \text{-1}\ \text{-1} \mid 0 \\ 0\ 3\ 3 \mid 1 \end{pmatrix} \longrightarrow$ В системе противоречия(2 и 3 строчки не имеют решений тк одни и те же значения равны разным(0 и $\frac{1}{3}$)

N.3 Решить СЛУ

$\begin{pmatrix} 1\ \text{-1}\ 2\ \text{-3} \mid 4 \\ 3\ \text{-2}\ 2\ \text{-1} \mid 4 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ \text{-1}\ 2\ \text{-3} \mid 4 \\ 0\ 1\ \text{-4}\ 8 \mid \text{-8} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ 0\ \text{-2}\ 5 \mid \text{-4} \\ 0\ 1\ \text{-4}\ 8 \mid \text{-8} \end{pmatrix} \longrightarrow$ Нужно найти частное для неоднородной системы и общее решение для однородной.

$\begin{pmatrix} 1\ 0\ \text{-2}\ 5 \mid 0 \\ 0\ 1\ \text{-4}\ 8 \mid 0 \end{pmatrix} \longrightarrow x_3 = 1 \qquad x_4 = 0$

$x_1 - 2 = 0 \qquad x_2 - 4 = 0 \longrightarrow {}_2 = 4 \qquad x_1 = 2$

$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$x_1 + 5 = 0 \qquad x_2 + 8 = 0 \qquad \begin{pmatrix} \text{-5} \\ \text{-8} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \lambda_1 \cdot J_1 + \lambda_2 \cdot J_2$

$\begin{pmatrix} \text{-4} \\ \text{-8} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\qquad p + \lambda_1 \cdot J_1 +_2 \cdot J_2$, где p - частное решение и $J_{1,2}$ - общие решения

N.4 $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ Найти такую функцию, проходящую через такие точки

$$\begin{cases} 9\text{x}^2 + b + c = 3 \\ \text{4a - 2b + c = 9} \\ \text{4a + 2b + c = 5} \end{cases} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ 1\ 1\ |\ 3 \\ 4\ \text{-}2\ 1\ |\ 9 \\ 4\ 2\ 1\ |\ 5 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ 1\ 1\ |\ 3 \\ 0\ \text{-}6\ \text{-}3\ |\ \text{-}3 \\ 0\ 4\ 0\ |\ \text{-}4 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ 1\ 1\ |\ 3 \\ 0\ 2\ 1\ |\ 1 \\ 0\ 1\ 0\ |\ \text{-}1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ 1\ 1\ |\ 3 \\ 0\ 1\ 0\ |\ \text{-}1 \\ 0\ 2\ 1\ |\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1\ 1\ 1\ |\ 3 \\ 0\ 1\ 0\ |\ \text{-}1 \\ 0\ 0\ 1\ |\ 3 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ 0\ 0\ |\ 1 \\ 0\ 1\ 0\ |\ \text{-}1 \\ 0\ 0\ 1\ |\ 3 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{cases} \text{a = 1} \\ \text{b = -1} \\ \text{c = 3} \end{cases} \longrightarrow \text{Ур-е принимает вид: } y = x^2 - x + 3$$

N.5

$(C \cdot A)^T + b$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & \text{-}1 \\ \text{-}1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \text{-}4 & \text{-}1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ \text{-}1 & \text{-}4 \\ \text{-}2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{A} = \begin{pmatrix} \text{-}6 & \text{-}4 & \text{-}3 \\ 8 & 7 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \text{-}6 & 8 \\ \text{-}4 & 7 \\ \text{-}3 & 7 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} \text{-}2 & 9 \\ \text{-}5 & 3 \\ \text{-}5 & 9 \end{pmatrix}$$

Блочные матрицы: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 4 \end{pmatrix} = (\ \text{A}\cdot x_1 \cdot A \cdot x_2 \cdot A \cdot x_3)$ Произведение матриц возможно как и матрица на матрицу, так и матрица на матрицу, разделенную на векторы(поочередно)

$$A \cdot x_1 = \begin{pmatrix} 14 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix} \qquad A \cdot x_2 = \begin{pmatrix} 21 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 15 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Таким образом итоговая матрица: $\begin{pmatrix} 14 & 21 & 15 \\ 7 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

При помощи блочного умножения мы получаем то же самое что и при пермножении матриц(ШОК)

Задача с параметром λ

$\begin{pmatrix} \lambda 1 1 | 1 \\ 1\ \lambda 1 | 1 \\ 1\ 1\ \lambda | 1 \end{pmatrix}$ Если λ = 1: ∞ мн-во решений(единичная матрица где все сокращается)

Прибавим к 1 строке все остальные:

$\begin{pmatrix} \lambda + 2\ \lambda + 2\ \lambda + 2 | 3 \\ 1\ \lambda 1 | 1 \\ 1\ 1\ \lambda | 1 \end{pmatrix}$ Если λ = -2: нет решений Если $\lambda \neq -2$:

$$\begin{pmatrix} 1\ 1\ 1\ |\ \dfrac{3}{\lambda + 2} \\ 1\ \lambda 1 | 1 \\ 1\ 1\ \lambda | 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ 1\ 1\ |\ \dfrac{3}{\lambda + 2} \\ 0\ \lambda - 1\ 0 | \dfrac{\lambda - 1}{\lambda + 2} \\ 0\ 0\ \lambda - 1 | 1 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ 1\ 1\ |\ \dfrac{3}{\lambda + 2} \\ 0\ 1\ 0\ |\ \dfrac{1}{\lambda + 2} \\ 0\ 0\ 1\ |\ \dfrac{1}{\lambda + 2} \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1\ 0\ 0\ |\ \dfrac{1}{\lambda + 2} \\ 0\ 1\ 0\ |\ \dfrac{1}{\lambda + 2} \\ 0\ 0\ 1\ |\ \dfrac{1}{\lambda + 2} \end{pmatrix}$$

Таким образом: $\begin{cases} \text{x} = & \dfrac{1}{\lambda+2} \\ \text{y} = & \dfrac{1}{\lambda+2} \\ \text{z} = & \dfrac{1}{\lambda+2} \end{cases}$

Тогда: при $\lambda = -2$: нет решений при $\lambda = 1 : \infty$

Если $\lambda \neq 1$ $x = y = z = \dfrac{1}{\lambda+2}$

История на подумать короче:

$A \cdot x = 0$ $\begin{pmatrix} \alpha \;\; 1 \ldots 1 \\ 1 \; \alpha \ldots 1 \\ 1 \ldots \\ 1 \ldots \alpha \end{pmatrix}$ Посчитать кол-во главных перемен для значения α