

ФАКУЛТЕТ ЗА ИНФОРМАТИЧКИ НАУКИ И КОМПЈУТЕРСКО ИНЖЕНЕРСТВО

Проблеми кои треба да
задоволат услови*

Проблеми кои задоволуваат услови - CSP

- Просторот на состојби има стандардна, структурна репрезентација
- Алгоритмите за пребарување ги користат карактеристиките на просторот
- Наместо хеуристики за специфични проблеми, се користат алгоритми со општа хеуристика

Дефиниција

Проблемот се дефинира со:

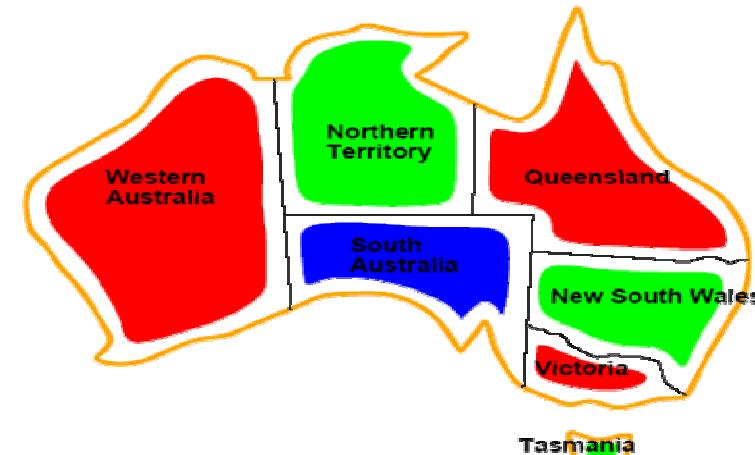
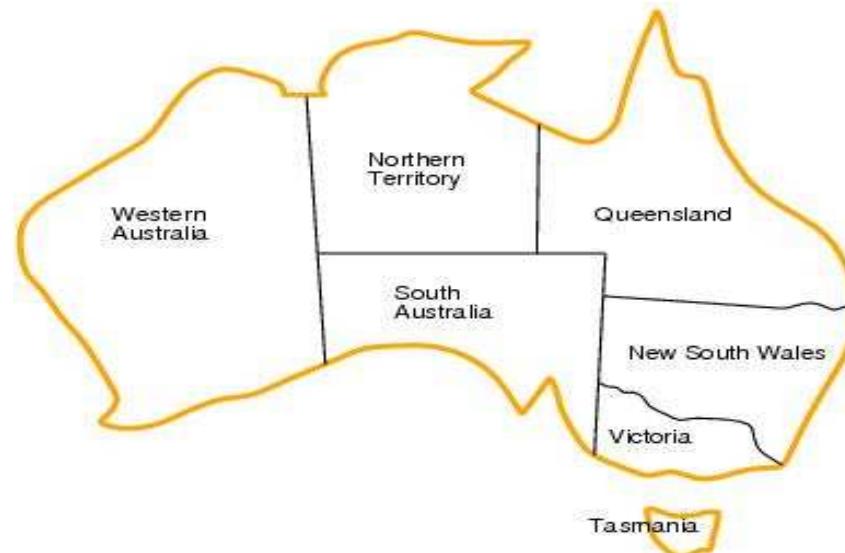
- Множество на променливи V_1, V_2, \dots, V_n
 - секоја променлива дефинирана со домен на дозволени вредности $D_{V1}, D_{V2}, \dots, D_{Vn}$
- Множество на услови C_1, C_2, \dots, C_m
 - секој се однесува на подмножество променливи и ги дефинира дозволените вредности на подмножеството
- Просторот на состојби е дефиниран со доделување на вредности (assignment of values) на дел или сите променливи

Својства

- Доделувањето вредности кое ги задоволува сите зададени услови е конзистентно
- Доделувањето вредности во кое се спомнува секоја променлива е комплетно
- Решение за даден проблем е комплетно ако ги задоволува сите услови



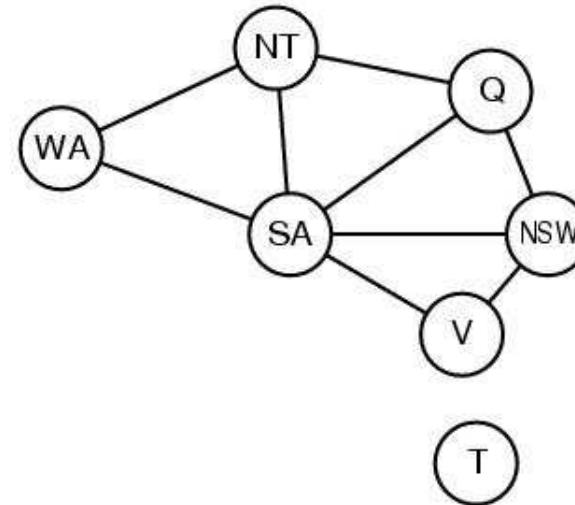
Пример



- Да се обоят државите во Австралија со црвена, зелена или сина боја, но да го задоволуваат условот соседните држави да не бидат со иста боја
 - Домен на секоја променлива е {red, green, blue} , условите како нееднаквости $WA \neq NT$
 - Постојат повеќе решенија
- { $WA = \text{red}$, $NT = \text{green}$, $Q = \text{red}$, $NSW = \text{green}$, $V = \text{red}$, $SA = \text{blue}$, $T = \text{red}$ }.



Пример



- Граф на услови
- Јазлите се променливи
- Врските се бинарни услови
- Пребарување на граф

Друга дефиниција на проблеми кои задоволуваат услови

1. Почетна состојба т.е. ниту една променлива нема доделена вредност
2. Функција на наследник: доделување на недефинирана променлива со вредност која не е во спротивност со претходно доделените променливи
3. Тест за целна состојба: дали тековните доделувања се комплетни
4. Цена на патот: константна за секој чекор

Типови на проблеми

- Дискретни променливи со конечни домени (бојење на карта, проблем на 8 кралици)
- Дискретни променливи со бесконечни домени (временска распределба / план на работа).
- Континуирани домени (распоред на часови)
- Типови на услови: унарни, бинарни, од повисок степен (криптоаритметика)



Криптоаритметика

- Криптоаритметика е тип на математичка загатка во која цифрите се заменуваат со букви или други симболи.

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ + 9 5 6 7 \\ \hline \end{array}$$

+ M O R E

$$\begin{array}{r} 1 0 8 5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{M O N E Y} \\ + 1 0 6 5 2 \\ \hline \end{array}$$

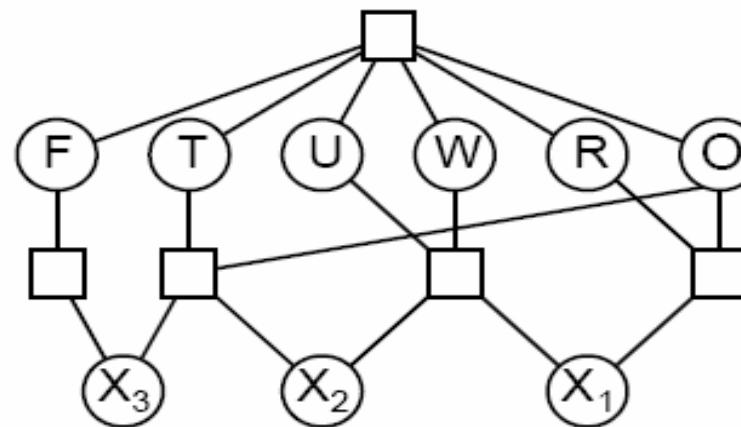
Комутативност

- Проблемите кои задоволуваат услови се комутативни
 - Редоследот на било која низа акции не влијае врз резултатот
- пример: [WA = red then NT = green] е исто како и [NT = green then WA = red]
- Сите алгоритми за пребарување може да генерираат наследник земајќи ги предвид само вредностите на една единствена променлива во секој јазел



Криптоаритметика

$$\begin{array}{r} \text{T} \ \text{W} \ \text{O} \\ + \ \text{T} \ \text{W} \ \text{O} \\ \hline \text{F} \ \text{O} \ \text{U} \ \text{R} \end{array}$$



Variables: $F \ T \ U \ W \ R \ O \ X_1 \ X_2 \ X_3$

Domains: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Constraints

$\text{alldiff}(F, T, U, W, R, O)$

$O + O = R + 10 \cdot X_1$, etc.

Насоки за решавање

Правила:

- Секоја буква или симбол може да преставува само една цифра;
- Кога сите букви ќе се заменат со нивниот пар од множеството цифри, резултантната аритметичка операција треба да биде задоволена;
- Нумеричка основа е вообичаено 10;
- Бројките не смеат да почнуваат со 0;
- Мора да постои само ЕДНО ЕДИНСТВЕНО решение на проблемот.

Да се најде “0”

- Почнуваме со 0, 1 и 9.
- Стратегија за наоѓање на 0 или 9 е да се најдат колони со две или повеќе исти букви.
- Колоните $A + A = A$ и $B + A = B$ посочуваат дека $A=0$.

$$\begin{array}{r} * * * A \\ + * * * A \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} * * * B \\ + * * * A \\ \hline \end{array}$$



Да се најде “0”/”9”

- Но, ако истите колони се наоѓаат на друго место, можно е A=0, но и A=9.
- Зависи дали имало пренос на единица од претходната колона
- Всушност, 9 е како 0 секогаш кога имаме пренос на 1.

$$\begin{array}{r} * \text{A} * * \\ + * \text{A} * * \\ \hline * \text{A} * * \end{array} \qquad \begin{array}{r} * \text{B} * * \\ + * \text{A} * * \\ \hline * \text{B} * * \end{array}$$

Да се најде “1”

- Најлевата цифра, ако е единствена
- Во првата загатка M може да биде само 1, бидејќи е пренос од претходната колона.

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ + \text{M O R E} \\ \hline \text{M O N E Y} \end{array}$$

Генерирај и тестирај

1. Наведи ги сите цифри кои не се идентификувани;
2. Избери буква за да ја почнеш процедурата (генерирај);
3. Следи циклус на чекори и тестирања:

Од листата на неискористени цифри избери една и додели ја за замена на избраната буква (избриши ја од листата); продолжи да ги заменуваш другите букви;

Ако не е конзистентно решението, повторно оди на чекор 3, ако е конзистентно, решението е пронајдено.



Пример

T A K E	T 9 K 1	$C_1 + K + K = T + 10$
A	9	$C_3 + T + C = K$
+ C A K E	+ C 9 K 1	
-----	-----	$\Rightarrow C_1=1 \text{ & } C_3=1$
K A T E	K 9 T 1	

T 9 8 1	CYCLE	A	E	K	C	T
9	=====					
+ 0 9 8 1	#1	9	1	8	[0]	

8 9 T 1						



Пример

T	9	7	1	CYCLE	A	E	K	C	T
	9	=====							
+	1	9	7	1	#1	9	1	8	[0]
	-----			#2	9	1	7	[1]	
	7	9	T	1					

3	9	6	1	CYCLE	A	E	K	C	T	
	9	=====								
+	2	9	6	1	#1	9	1	8	[0]	
	-----			#2	9	1	7	[1]		
	6	9	3	1	#3	9	1	6	2	3

Пребарување со враќање наназад backtracking

- Слично со пребарување по прва длабочина
- Одбира вредности за секоја променлива поединечно и се враќа наназад кога променливата нема веќе дозволени вредности за доделување
- Неинформирано пребарување
 - нема добри перформанси

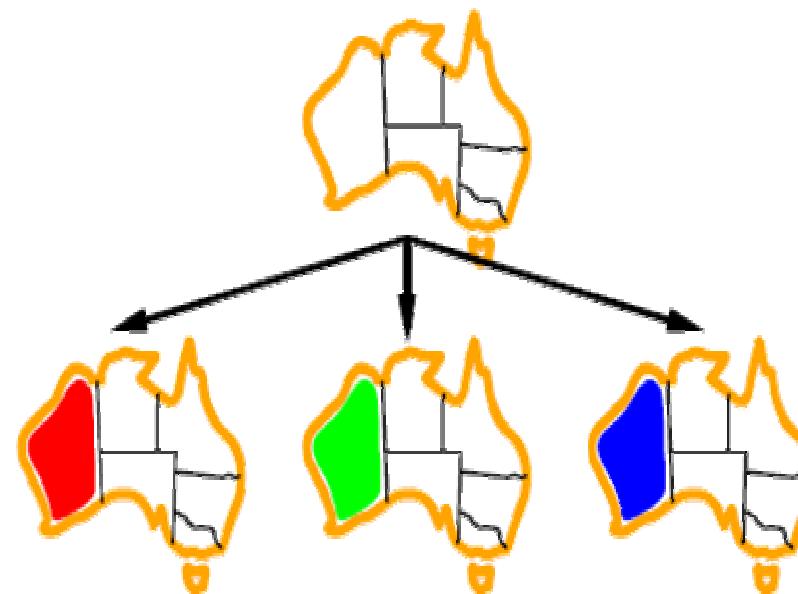
Пребарување со враќање наназад backtracking

```
function BACKTRACKING-SEARCH(csp) return a solution or failure
    return RECURSIVE-BACKTRACKING({} , csp)

function RECURSIVE-BACKTRACKING(assignment, csp) return a solution
    or failure
    if assignment is complete then return assignment
    var ← SELECT-UNASSIGNED-
        VARIABLE(VARIABLES[csp],assignment,csp)
    for each value in ORDER-DOMAIN-VALUES(var, assignment, csp) do
        if value is consistent with assignment according to
        CONSTRAINTS[csp] then
            add {var=value} to assignment
            result ← RRECURSIVE-BACTRACKING(assignment, csp)
            if result ≠ failure then return result
            remove {var=value} from assignment
    return failure
```

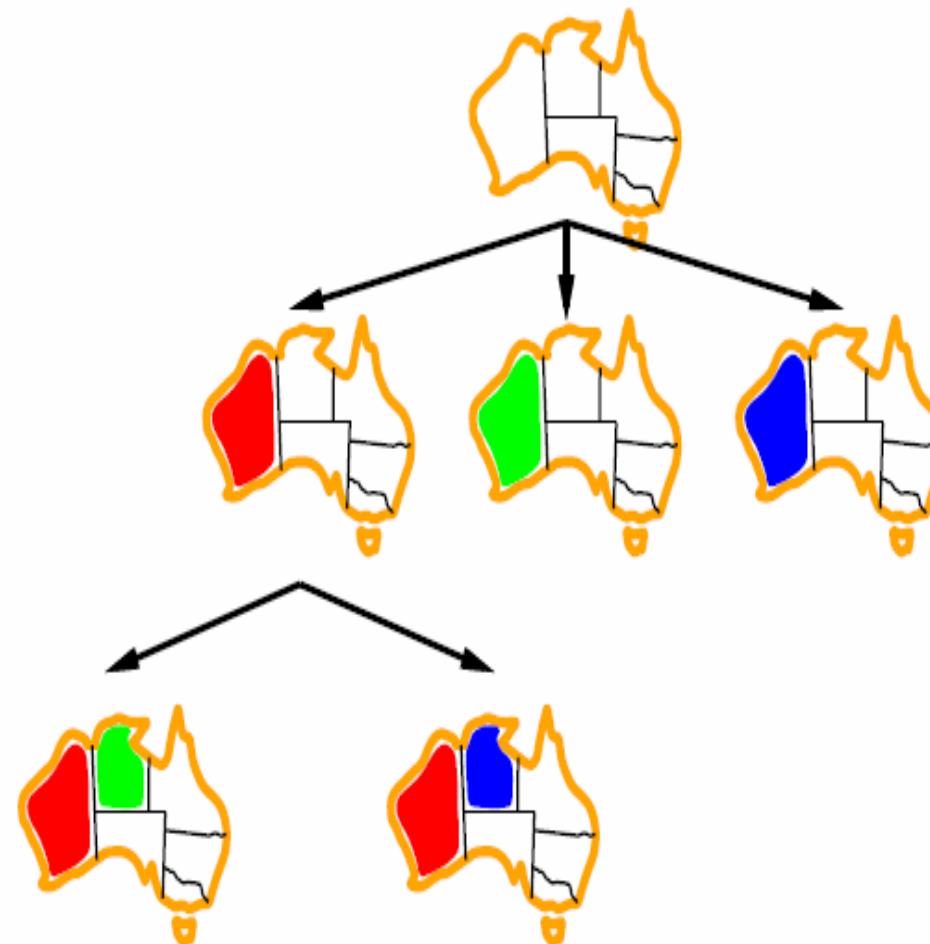


Пребарување со враќање наназад: Пример



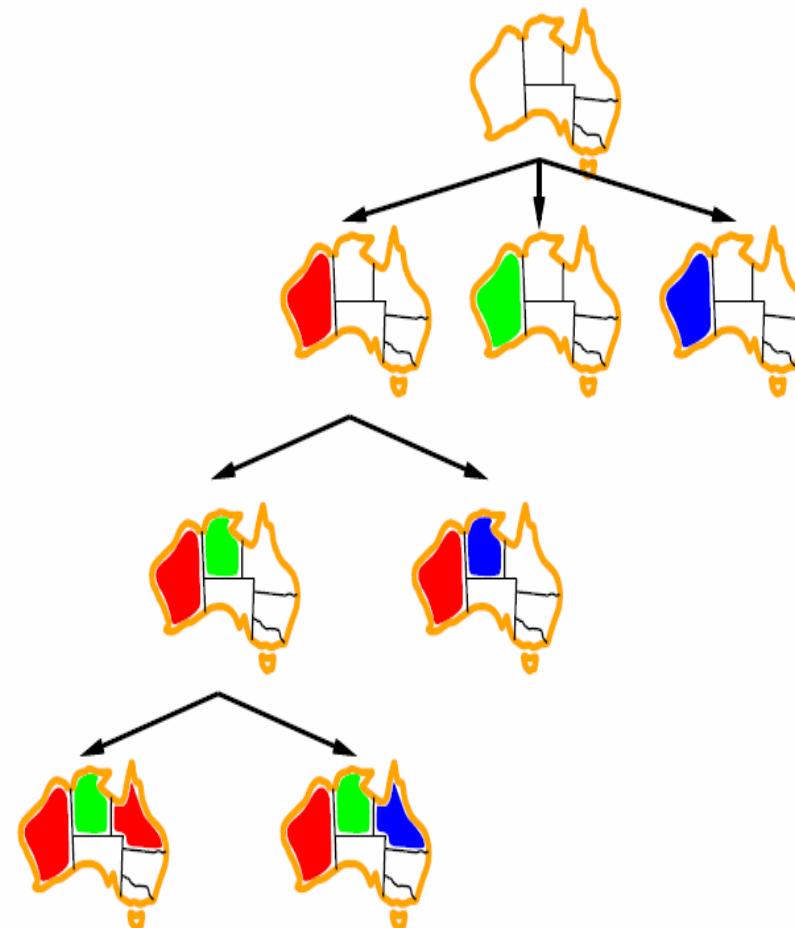


Пребарување со враќање наназад: Пример





Пребарување со враќање наназад: Пример



Споредба на алгоритми за пребарување за различни проблеми

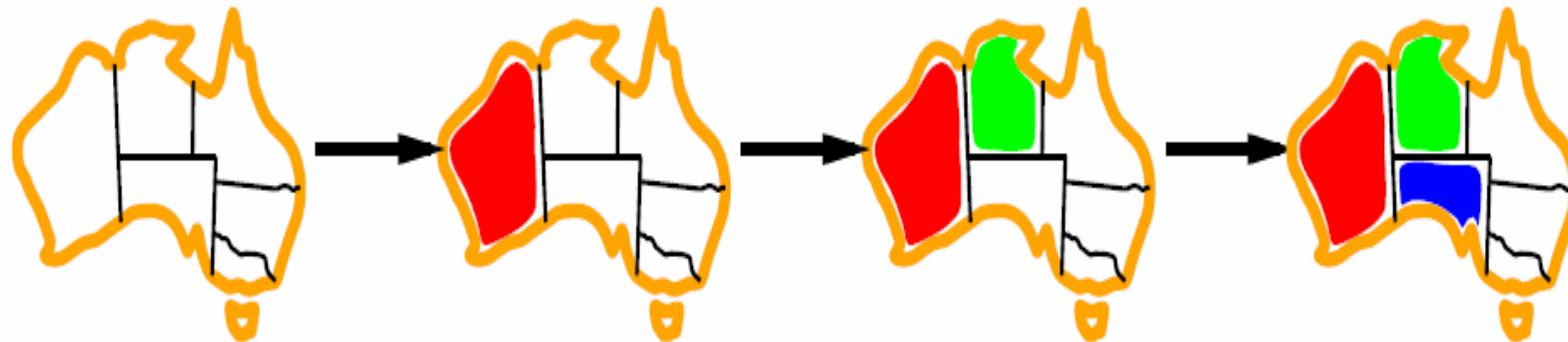
Problem	Backtracking	BT+MRV	Forward Checking	FC+MRV	Min-Conflicts
USA	(> 1,000K)	(> 1,000K)	2K	60	64
n -Queens	(> 40,000K)	13,500K	(> 40,000K)	817K	4K
Zebra	3,859K	1K	35K	0.5K	2K
Random 1	415K	3K	26K	2K	
Random 2	942K	27K	77K	15K	

Просечен број на проверки за конзистентност
Заградите означуваат дека не е пронајдено
решение

Подобрувања на ефикасноста на алгоритмите

- Воведување на хеуристика
- Општи методи ја подобруваат брзината
 - На кои променливи треба прво да им се додели вредност?
 - По кој редослед треба да се испробаат вредностите?
 - Дали може навреме да се идентификуваат неуспешните обиди?
 - Дали може да се искористи структурата на проблемот?

Хеуристика 1

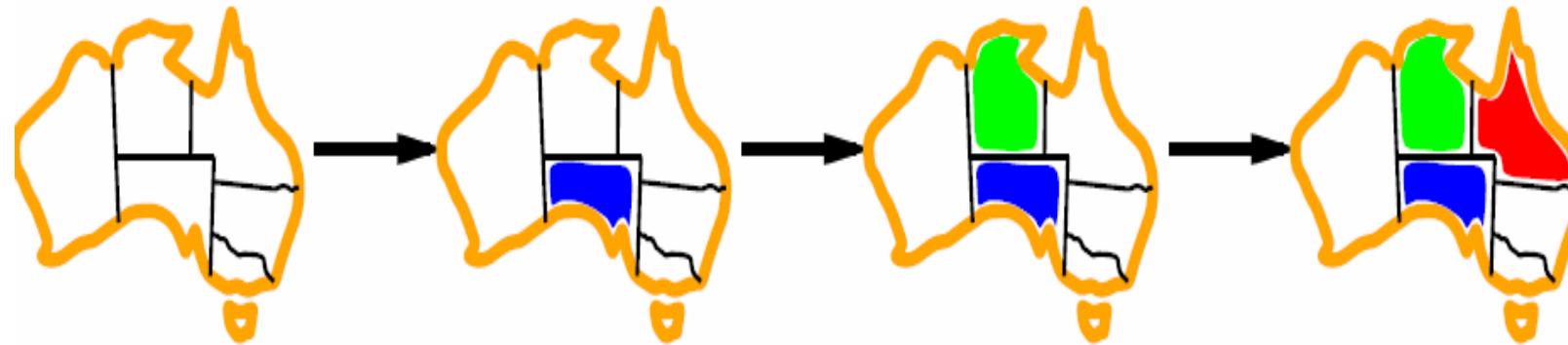


```
var ← SELECT-UNASSIGNED-VARIABLE(VARIABLES[csp],assignment,csp)
```

- Избери променлива која има најмал број на дозволени вредности



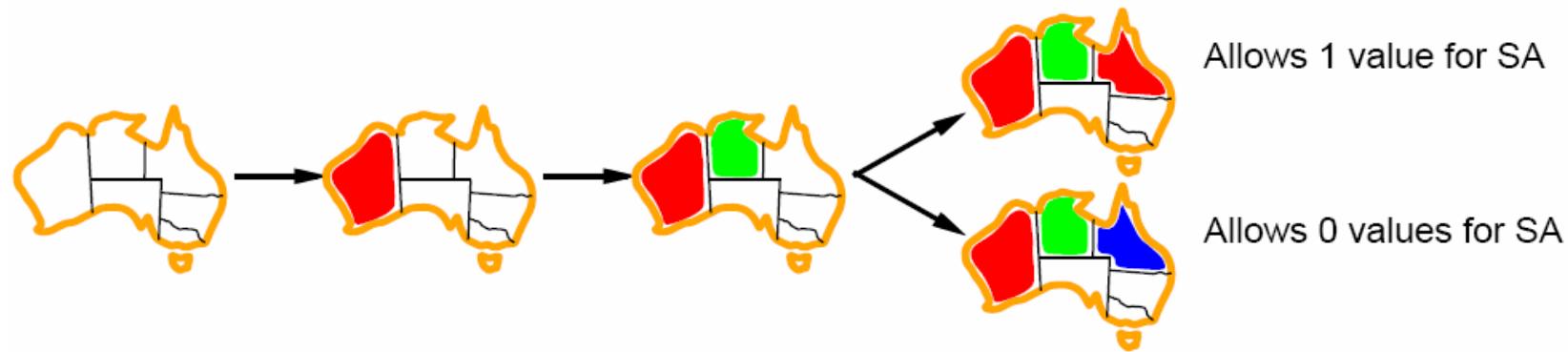
Хеуристика 2



- Избери променлива која учествува во најголемиот број на услови за променливите на кои не им се доделени вредности
- Помага кога ќе настане застој



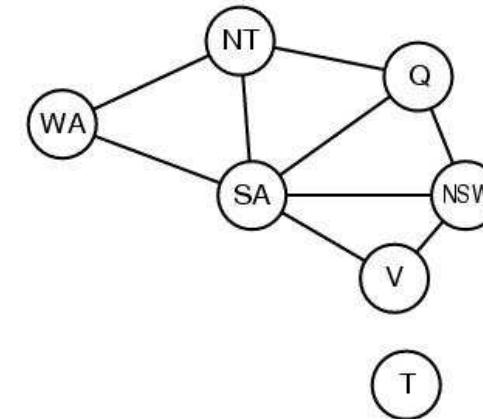
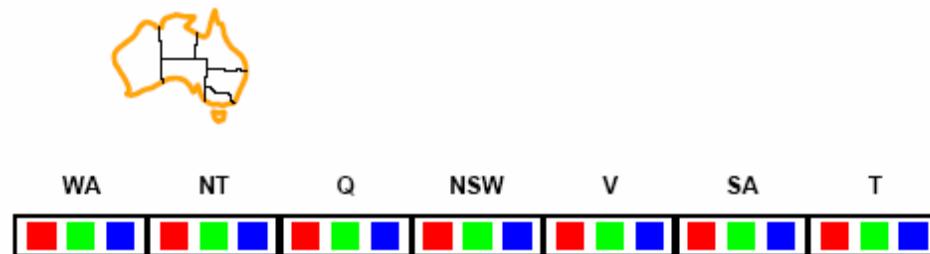
Хеуристика 3



- Избери променлива која има најмал број на дозволени вредности (според условите)



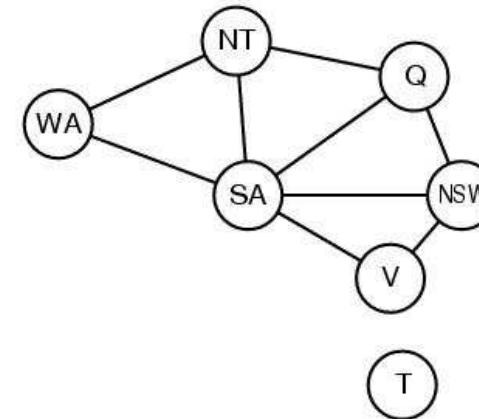
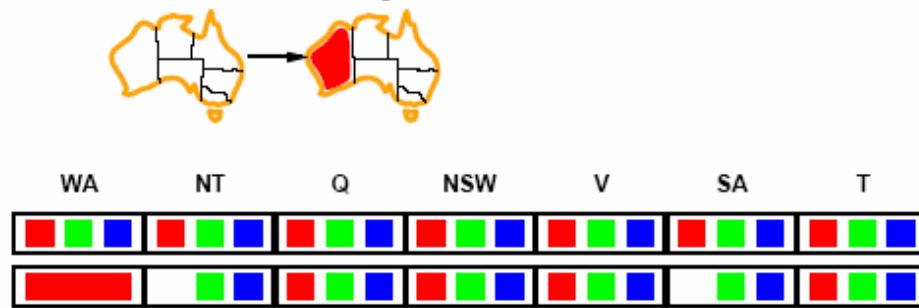
Проверка нанапред Forward checking



- Може ли да предвидиме неуспех и да го избегнеме?
- Пристап: Води сметка (чувај записи) за дозволените вредности кои преостануваат за променливите на кои не им се доделени вредности
- Прекини го пребарувањето кога некоја променлива ќе остане без дозволени вредности



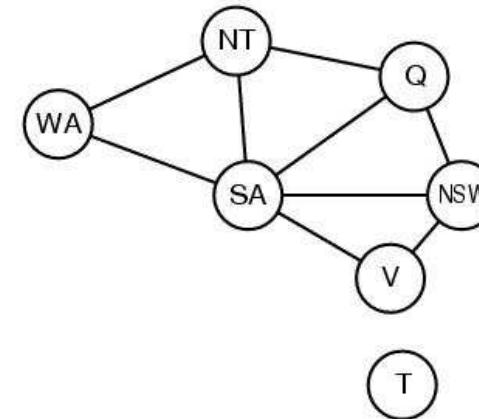
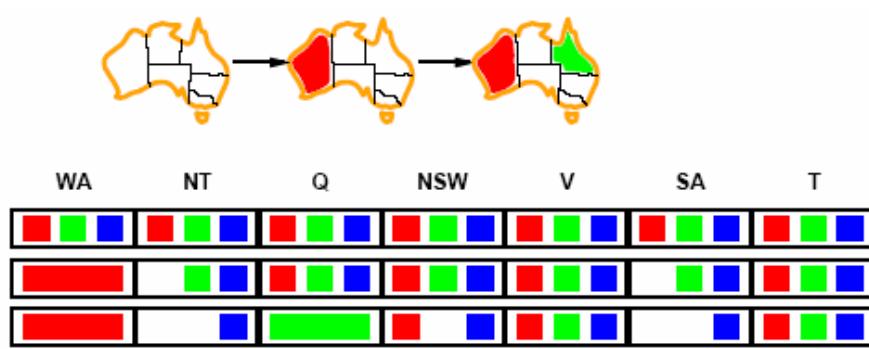
Проверка нанапред Forward checking



- Доделување $\{WA = \text{red}\}$
- Кои се последиците за останатите променливи врзани со услов со WA пр.
 - NT не може да биде црвено,
 - SA не може да биде црвено



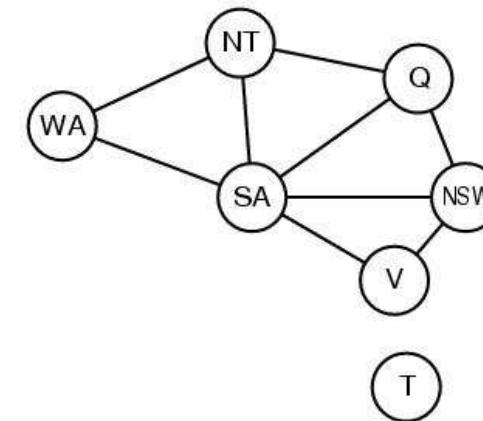
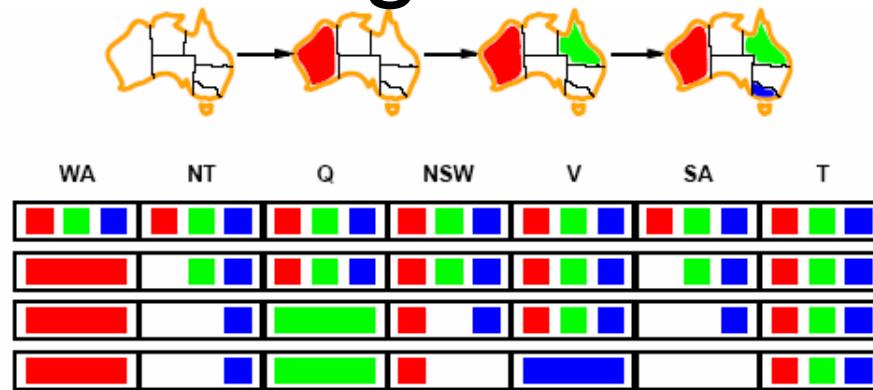
Проверка нанапред Forward checking



- Доделување $\{Q = \text{green}\}$
- Кои се последиците за останатите променливи врзани со услов со WA
 - NT не може да биде зелено*
 - NSW не може да биде зелено*
 - SA не може да биде зелено,*
- Хеуристиката 1 веднаш би ги избрала NT или SA за следни



Проверка нанапред Forward checking



- Доделување V = сино
- Кои се последиците за останатите променливи врзани со услов со WA
 - NSW не може да биде сино
 - SA е празно
- Проверката нанапред открива неконзистентност и затоа се враќа наназад

Albert Einstein: Who Owns The Fish? Part 1

- There are five houses in a row and in five different colours.
- In each house lives a person from a different country.
- Each person drinks a certain drink, plays a certain sport, and keeps a certain pet.
- No two people drink the same drink, play the same sport, or keep the same pet.

Albert Einstein: Who Owns The Fish? Part 2

- The Brit lives in a red house
- The Swede keeps dogs
- The Dane drinks tea
- The green house is on the left of the white house
- The green house owner drinks coffee
- The person who plays polo rears birds
- The owner of the yellow house plays hockey
- The man living in the house right in the centre drinks milk

Albert Einstein: Who Owns The Fish? Part 3

- The Norwegian lives in the first house
- The man who plays baseball lives next to the man who keeps cats
- The man who keeps horses lives next to the one who plays hockey
- The man who plays billiards drinks beer
- The German plays soccer
- The Norwegian lives next to the blue house
- The man who plays baseball has a neighbour who drinks water.



Прашања?