

Домашнє завдання №6 (від 20.10.2020)

Виконав: Микола Трохимович

Заняття 7-8. Модель конкуренції Бертрана. Узагальнена мультиатрибутивна модель Фішбейна. Стратегічна конкуренція «Переможець забирає все». Моделі економіки контрактів.

Завдання 1 (35 балів). (Рівновага Неша у моделі Бертрана). Ринковий попит на диференційовану продукцію фірм А і В становить

$$Q_A = 100 - p_A + 0.4 \times p_B$$

$$Q_B = 100 - p_B + 0.6 \times p_A$$

де p_A – ціна компанії А, а p_B – ціна компанії В. Функції витрат фірм А і В складають:

$$A: c(Q_A) = 600 + 10 \times Q_A + 0,25 \times Q_A^2$$

$$B: c(Q_B) = 25 \times Q_B + 0,5 \times Q_B^2$$

- 1.1. **(20 балів)** Знайдіть рівновагу Неша у моделі Бертрана, тобто рівноважні ціни та рівноважні обсяги виробництва для фірм А та В.
- 1.2. **(5 балів)** Знайдіть прибуток компаній А і В у рівновазі Неша у моделі Бертрана.
- 1.3. **(5 балів)** Побудуйте графіки оптимальної реакції для двох фірм і зобразіть графічно точку рівноваги.
- 1.4. **(5 балів)** Зробіть висновки стосовно рівноважних цін і сумарних рівноважних обсягів виробництва при використанні моделі Бертрана та за умови монополії фірми А.

Розв'язання:

1.1.

Дано:

$$Q_A = 100 - p_A + 0.4p_B$$

$$Q_B = 100 - p_B + 0.6p_A$$

Побудуємо функція витрат для кожної з фірм (її прибуток):

$$\begin{aligned}\pi_A(p_A; p_B) &= Q_A \times p_A - c(Q_A) = \\ &= (100 - p_A + 0.4p_B) \times p_A - (600 + 10 \times (100 - p_A + 0.4p_B) + 0.25 \times (100 - p_A + 0.4p_B)^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\pi_B(p_A; p_B) &= Q_B \times p_B - c(Q_B) = \\ &= (100 - p_B + 0.6p_A) \times p_B - (25 \times (100 - p_B + 0.6p_A) + 0.5 \times (100 - p_B + 0.6p_A)^2)\end{aligned}$$

Візьмемо похідні від заданих функцій. Для цього використаю Wolfram:

$$\frac{\partial}{\partial p_A} \pi_A(p_A; p_B) = 160 - 2.5 p_A + 0.6 p_B = 0 \Rightarrow p_A^* = 0.24 p_B^* + 64$$

$$\frac{\partial}{\partial p_B} \pi_B(p_A; p_B) = 126 - 2 p_B + 0.6 p_A = 0 \Rightarrow p_B^* = 0.3 p_A^* + 63$$

Знайду розв'язок з допомогою wolfram і отримаю рівновагу Неша у представлені через ціни:

$$p_A^* = 85.2586$$

$$p_B^* = 88.5776$$

При цьому маємо такі оптимальні обсяги виробництва:

$$Q_A^* = 100 - p_A^* + 0.4 p_B^* = 100 - 85.2586 + 0.4 * 88.5776 = 50.17244$$

$$Q_B^* = 100 - p_B^* + 0.6 p_A^* = 100 - 88.5776 + 0.6 * 85.2586 = 62.57756$$

1.2.

Знайдемо тепер прибуток компаній А і В у рівновазі Неша у моделі Бертрана:

$$\begin{aligned} \pi_A^*(p_A^*; p_B^*) &= Q_A \times p_A - c(Q_A) = \\ &= Q_A \times p_A - (600 + 10 \times Q_A + 0.25 \times Q_A^2) = \\ &= 50.17 * 85.26 - (600 + 10 * 50.17 + 0.25 * 50.17^2) = 2546.54 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \pi_B^*(p_A^*; p_B^*) &= Q_B \times p_B - c(Q_B) = \\ &= Q_B \times p_B - (25 \times Q_B + 0.5 \times Q_B^2) = 62.58 * 88.58 - (25 * 62.58 + 0.5 * 62.58^2) = 2020.71 \end{aligned}$$

1.3.

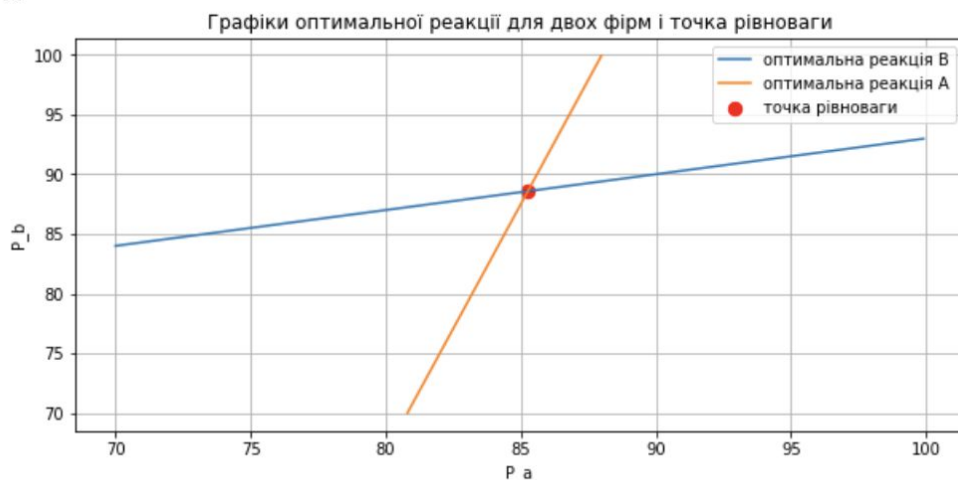
Побудуйте графіки оптимальної реакції для двох фірм і зобразіть графічно точку рівноваги:

Функції оптимальних реакцій для двох гравців:

$$p_A^* = 0.24 p_B^* + 64$$

$$p_B^* = 0.3 p_A^* + 63$$

☞ ☐



1.4.

Зробіть висновки стосовно рівноважних цін і сумарних рівноважних обсягів виробництва при використанні моделі Бертрана та за умови монополії фірми А.

Як ми бачимо, рівноважні ціни я досить подібними, але все ж ціна компанії А є дещо меншою, що дає їй конкурентну перевагу. При цьому за рахунок різних функціональних залежностей попиту, маємо, що оптимальні обсяги для компанії В є більшими.

Маємо результат, що компанія А має більший прибуток за нашої постановки задачі.

Завдання 2 (15 балів). Припустимо, що ви власник компанії, що виробляє товар А, який конкурує з подібними товарами В, С, D та Е, що випускаються вашими конкурентами. Інформацію стосовно сприйняття товарів споживачами і значення атрибутів для конкуруючих товарів можна знайти у файлі MA.xlsx.

Для прийняття рішення стосовно збільшення долі ринку товару А ви вирішили скористатись мультиатрибутивною моделлю, що описана вище. Для цього ви хочете покращити деякі атрибути товару А, маючи для цього інвестиційний бюджет I=100 тис. у.о. Ви знаєте, що використати інвестиційний бюджет на

вдосконалення атрибутів товару А можна згідно до наступних альтернативних варіантів:

- 1) покращити атрибут 1 на 0,2;
- 2) покращити атрибут 1 на 0,1 і покращити атрибут 3 на 0,2;
- 3) покращити атрибут 1 на 0,1, покращити атрибут 2 на 0,1 і покращити атрибут 3 на 0,1.

Яка з запропонованих альтернатив для вас є кращою згідно до мультиатрибутивної моделі?

Для порівняння альтернатив скористайтесь файлом MA_model.xlsx.

Розв'язок:

Маємо таку початкову модель:

Атрибут	Важливість	Значення атрибуту, продукт А	Значення атрибуту, продукт В	Значення атрибуту, продукт С	Значення атрибуту, продукт D	Значення атрибуту, продукт Е	Середнє значення атрибуту	Стандартне відхилення, s	Значення α
1	0,4	0,8	0,7	0,8	0,6	0,3	0,64	0,21	0,38
2	0,3	0,6	0,5	0,7	0,6	0,9	0,66	0,15	0,55
3	0,1	0,7	0,7	0,6	0,8	0,9	0,74	0,11	0,66
4	0,1	0,9	0,5	0,9	0,7	0,8	0,76	0,17	0,50
5	0,1	0,5	0,6	0,5	0,9	0,7	0,64	0,17	0,50
Інтегрований показник		0,84	0,78	0,85	0,82	0,80			
5 конкуруючих товарів		Частка ринку							
продукт А		0,84	0,79	0,2038					
продукт В		0,78	0,73	0,1927					
продукт С		0,85	0,80	0,2062					
продукт D		0,82	0,77	0,2004					
продукт Е		0,80	0,75	0,1968					
базова доля		0,05		1,00					
k			0,19						

Переберемо всі альтернативи до вдосконалення атрибутів та знайдемо найкращий:

1) покращити атрибут 1 на 0,2;

Атрибут	Важливість	Значення атрибуту, продукт A	Значення атрибуту, продукт B	Значення атрибуту, продукт C	Значення атрибуту, продукт D	Значення атрибуту, продукт E	Середнє значення атрибуту	Стандартне відхилення, s	Значення a
1	0,4	1	0,7	0,8	0,6	0,3	0,68	0,26	0,22
2	0,3	0,6	0,5	0,7	0,6	0,9	0,66	0,15	0,55
3	0,1	0,7	0,7	0,6	0,8	0,9	0,74	0,11	0,66
4	0,1	0,9	0,5	0,9	0,7	0,8	0,76	0,17	0,50
5	0,1	0,5	0,6	0,5	0,9	0,7	0,64	0,17	0,50
Інтегрований показник		0,87	0,80	0,86	0,85	0,86			
	5 конкуруючих товарів			Частка ринку					
	продукт А	0,87	0,82	0,2044					
	продукт В	0,80	0,75	0,1913					
	продукт С	0,86	0,81	0,2030					
	продукт D	0,85	0,80	0,2000					
	продукт E	0,86	0,81	0,2013					
	базова доля	0,05		1,00					
	k		0,19						

2) покращити атрибут 1 на 0,1 і покращити атрибут 3 на 0,2;

Атрибут	Важливість	Значення атрибуту, продукт А	Значення атрибуту, продукт В	Значення атрибуту, продукт С	Значення атрибуту, продукт D	Значення атрибуту, продукт E	Середнє значення атрибуту	Стандартне відхилення, s	Значення a
1	0,4	0,9	0,7	0,8	0,6	0,3	0,66	0,23	0,31
2	0,3	0,6	0,5	0,7	0,6	0,9	0,66	0,15	0,55
3	0,1	0,9	0,7	0,6	0,8	0,9	0,78	0,13	0,61
4	0,1	0,9	0,5	0,9	0,7	0,8	0,76	0,17	0,50
5	0,1	0,5	0,6	0,5	0,9	0,7	0,64	0,17	0,50
Інтегрований показник		0,87	0,79	0,86	0,83	0,83			
	5 конкуруючих товарів			Частка ринку					
	продукт А	0,87	0,82	0,2070					
	продукт В	0,79	0,74	0,1915					
	продукт С	0,86	0,81	0,2042					
	продукт D	0,83	0,78	0,1995					
	продукт E	0,83	0,78	0,1978					
	базова доля	0,05		1,00					
	k		0,19						

3) покращити атрибут 1 на 0,1, покращити атрибут 2 на 0,1 і покращити атрибут 3 на 0,1.

Атрибут	Важливість	Значення атрибуту, продукт А	Значення атрибуту, продукт В	Значення атрибуту, продукт С	Значення атрибуту, продукт D	Значення атрибуту, продукт E	Середнє значення атрибуту	Стандартне відхилення, s	Значення a
1	0,4	0,9	0,7	0,8	0,6	0,3	0,66	0,23	0,31
2	0,3	0,7	0,5	0,7	0,6	0,9	0,68	0,15	0,56
3	0,1	0,8	0,7	0,6	0,8	0,9	0,76	0,11	0,66
4	0,1	0,9	0,5	0,9	0,7	0,8	0,76	0,17	0,50
5	0,1	0,5	0,6	0,5	0,9	0,7	0,64	0,17	0,50
Інтегрований показник		0,89	0,79	0,86	0,83	0,83			
	5 конкуруючих товарів			Частка ринку					
	продукт А	0,89	0,84	0,2090					
	продукт В	0,79	0,74	0,1909					
	продукт С	0,86	0,81	0,2036					
	продукт D	0,83	0,78	0,1990					
	продукт E	0,83	0,78	0,1976					
	базова доля	0,05		1,00					
	k		0,19						

Як ми бачимо, кожна з альтернатив призводить до збільшення інтегрованого показника товару А і як результат до збільшення частки ринку.

Найкращою альтернативою є третя (покращити атрибут 1 на 0,1, покращити атрибут 2 на 0,1 і покращити атрибут 3 на 0,1.) бо така зміна призводить до найбільшого зростання частки ринку і Інтегрованого показника в порівнянні з іншими альтернативами згідно до мультиатрибутивної моделі.

Завдання 3. (50 балів) Запропонуйте модель мотивації для працівників виробничої компанії з різною ефективністю виробництва або мотиваційний план для продавців деякої компанії, що продають товари суттєво різної вартості. Використайте у моделі параметр, що вказує на рівень прикладених зусиль працівниками, а також функцію незадоволення від рівня прикладених зусиль. Запропонуйте модель мотиваційного плану з одним контрактом для всіх працівників і модель мотивації з двома типами контрактів, серед яких працівники мають можливість вибрати кращий для них контракт.

Покажіть, як тип мотиваційного плану впливає на прибуток компанії у рівновазі.

Розглянемо гуртівню з торгівлі канцтоварами “Кнопка” (цифри представлені в задачі придумані і дуже дуже оптимістичні). Припустимо, що в магазині працює сумарно 15 працівників. При чому вони продають товари дуже різної вартості: від канцелярських кнопок аж до преміальних подарункових наборів від Parker. Ці товари знаходяться в різних відділах і за них відповідають різні працівники. Також цікаво, що ці товари мають різний рівень торгової націнки - дешеві за собівартістю товари можуть мати націнку аж до 500%, коли дорогі товари мають значно меншу націнку у відносному значенні, проте більшу в абсолютному. Також припускаємо, що у відділі з більш дорогими, преміальними товарами повинні працювати досвідченіші продавці, так як їх складніше продати.

Звичайний режим характеризується деяким середнім рівнем зусиль, який ми позначимо у нашій моделі стимулювання праці $x = 0$. Кожна з в'язальниць може докладати різну кількість зусиль x за її власним бажанням, причому вважаємо що $0 \leq x \leq 1$.

Продавці з відділу дешевших повсякденних товарів продають в звичайному режимі товарів в середньому на 10000 грн за зміну з стандартним відхиленням в 1000 грн. При цьому середня торгова націнка для таких товарів становить 60%. Продавці з відділу преміальних товарів продають товарів в середньому на 15000 грн з відхиленням на 5000 грн та середня націнка таких товарів 30%. Зрозуміло, що якщо продавці будуть прикладати більше зусиль - магазин буде мати більшу виручку. Припустимо, що цю залежність з урахуванням відділу можна виразити з допомогою наступної таблиці:

Рівень зусиль	Дешеві товари (середня виручка)	Дешеві товари (відхилення виручки)	Дорогі товари (середня виручка)	Дорогі товари (відхилення виручки)
0	10000	1000	15000	5000
0.1	10300	950	15500	4800
0.2	10600	900	16000	4600
0.3	10900	850	16500	4400
0.4	11200	800	17000	4200
0.5	11500	750	17500	4000
0.6	11800	700	18000	3800
0.7	12100	650	18500	3600
0.8	12400	600	19000	3400
0.9	12700	550	19500	3200
1	13000	500	20000	3000

Припустимо, що в місяць кожний продавець працює протягом 20 змін. Знаючи кількість змін можемо визначити виручку яку акумулює кожен продавець та їх стандартне відхилення. Якщо ми припускаємо, що середня виручка за зміну μ , а стандартне відхилення σ , то за місяць (20 змін) при умові незалежності роботи протягом кожної зміни при постійному рівні зусиль, відповідні показники будуть 20μ та $\sqrt{20}\sigma$. Таким чином для продавців різних відділів результат їх роботи протягом місяця в залежності від рівня прикладених зусиль можна записати у вигляді наступної таблиці:

Рівень зусиль	Дешеві товари (середня виручка)	Дешеві товари (відхилення виручки)	Дорогі товари (середня виручка)	Дорогі товари (відхилення виручки)
0	200000	4472,135955	300000	22360,67977
0.1	206000	4248,529157	310000	21466,25258
0.2	212000	4024,922359	320000	20571,82539
0.3	218000	3801,315562	330000	19677,3982
0.4	224000	3577,708764	340000	18782,97101
0.5	230000	3354,101966	350000	17888,54382
0.6	236000	3130,495168	360000	16994,11663
0.7	242000	2906,888371	370000	16099,68944
0.8	248000	2683,281573	380000	15205,26225
0.9	254000	2459,674775	390000	14310,83506
1	260000	2236,067977	400000	13416,40786

Обираючи певний рівень зусиль, продавці отримують деякий рівень дискомфорту (незадоволення), який в грошових одиницях для прикладу виразимо наступними формулами:

$C_1(x) = 1500 * x^2$ -продавець звичайних товарів

$C_2(x) = 1700 * x^2$ -продавець дорогих товарів

Менеджмент компанії з метою стимулювати більше зусиль від продавців вирішує відмовитись від фіксованої оплати праці величиною 6000 грн і запровадити нову схему стимулювання праці:

$W(REV) = 5000 + \max(0, REV - 150000) * 2\%$ де де REV – кількість виручка згенерована продавцем протягом місяця.

Припускаючи, що продавці максимізують своє задоволення у вигляді

$U(x) = E[W(REV(x))] - C(x)$, де x – рівень зусиль, а E - символ очікуваного (середнього) значення, визначимо оптимальний рівень зусиль для кожного з типів працівників для заданої схеми стимулювання.

Раніше згадували, що націнка на дешевші товари становить в середньому 60% від ціни а на дорогі 30% від ціни.

Якщо робітники прикладають базовий рівень зусиль $x = 0$, то в умовах фіксованої заробітної плати середній прибуток компанії складе:

$$PROFIT = (0.6 * 200000) * 10 + (0.3 * 300000) * 5 - 15 * 6000 = 1560000 \text{ грн}$$

При впровадженні нової схеми нарахування зарплати маємо таку формулу для прибутку від продавця дешевих товарів:

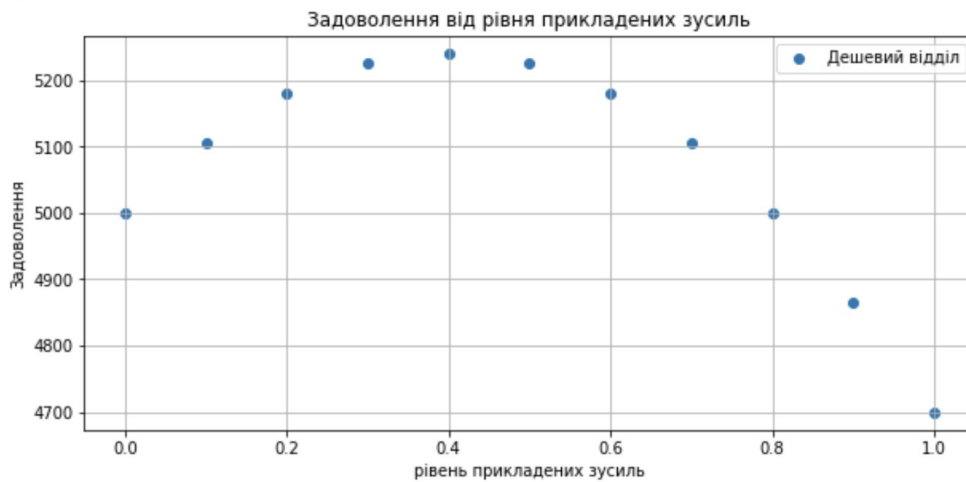
$$PROFIT(REV) = REV * 0.6 - (5000 + \max(0, REV - 150000) * 2\%) , \text{ що в середньому складає}$$

$$E(PROFIT(REV)) = REV * 0.6 - 5000 - E(\max(0, REV - 150000) * 2\%)$$

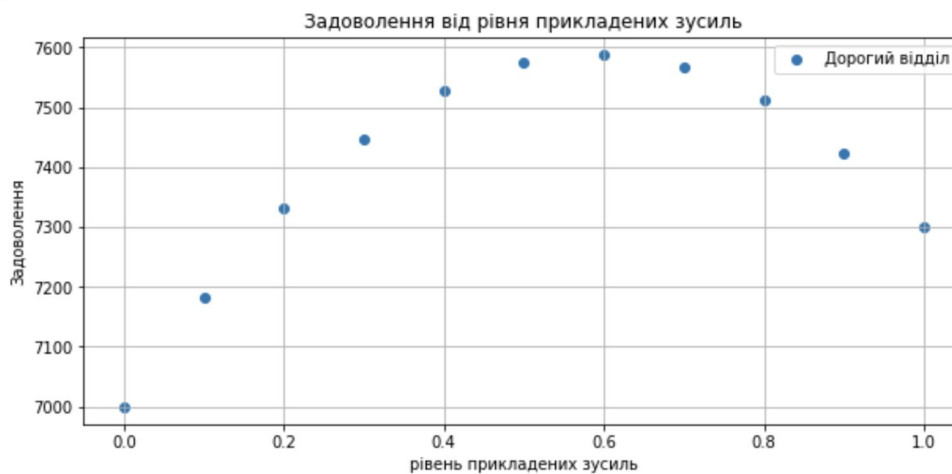
Для кожного рівня зусиль x знайдемо відповідний рівень задоволення $U(x)$ для працівників різних відділів.

$$U(x) = E[W(REV(x))] - C(x)$$

[]



[]



Ми бачимо, що при заданій схемі стимулювання праці оптимальний рівень прикладених зусиль продавця дешевих товарів буде $x = 0.4$, а дорогих товарів $x = 0.6$.

Оскільки при заданій схемі стимулювання праці в'язальниць оптимальний рівень прикладених зусиль для продавця дешевих товарів дорівнює 0,4, а дорогих – 0,6, то

$$PROFIT_1 = E(REV_1(0.4)) * 0.6 - E(5000 + \max(0, REV - 150000) * 2\%) =$$

$$= 224000 * 0.6 - 5000 - (224000 - 150000) * 0.02 = 127920 \text{ грн}$$

$$\begin{aligned} PROFIT_2 &= E(REV_2(0.6)) * 0.3 - E(5000 + \max(0, REV - 150000) * 2\%) = \\ &= 360000 * 0.3 - 5000 - (360000 - 150000) * 0.02 = 98800 \text{ грн} \end{aligned}$$

$$E(PROFIT) = 10 * PROFIT_1 + 5 * PROFIT_2 = 10 * 127920 + 98800 * 5 = 1773200$$

Ми бачимо, що при новій схемі стимулювання праці прибуток магазину збільшився, оплата у працівників значно зросла, і робітники збільшили рівень прикладених ними зусиль. Найбільше виграли від нової схеми стимулювання продавці відділу дорогих товарів. При цьому магазин від них отримує менше ніж від працівників відділу дешевих товарів.

Для знаходження кращої схеми стимулювання праці нам потрібно подумати над джерелами збільшення прибутку компанії. Зрозуміло, що недоцільно збільшувати компенсації працівникам від перевиконання плану, не доцільно також збільшувати фіксовану компоненту оплати, а краще збільшити пороговий або плановий показник продажів, після досягнення якого виплачуються преміальні.

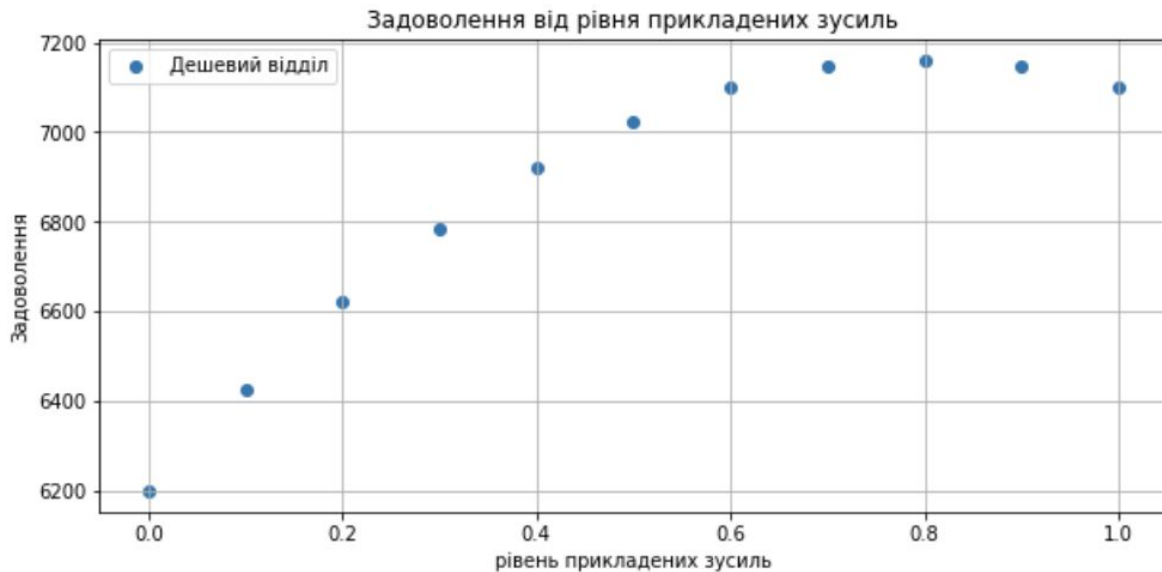
Тому ми пропонуємо працівникам два види контрактів. Такий собі вибір без вибору. Розглянемо такі два види контрактів:

$W_1(REV) = 3000 + \max(0, REV - 120000) * 4\%$ де де REV – кількість виручка згенерована продавцем протягом місяця.

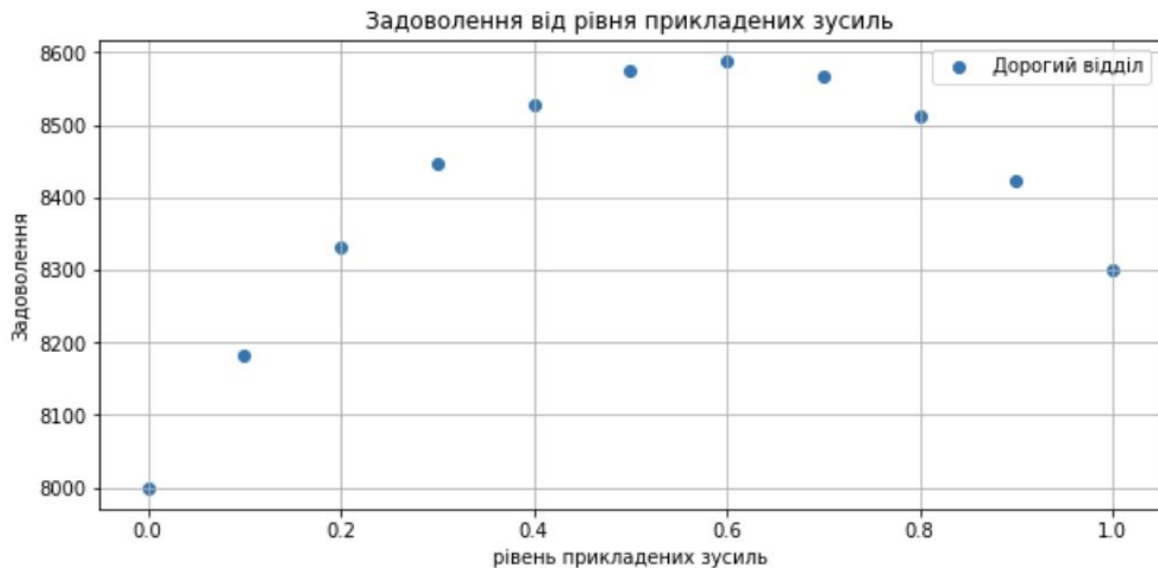
$W_2(REV) = 5000 + \max(0, REV - 150000) * 2\%$ де де REV – кількість виручка згенерована продавцем протягом місяця.

Порівняємо схеми:

[]



[]



Якщо працівники будуть порівнювати серед даних двох схем стимулювання праці, то вони повинні спочатку визначити оптимальний рівень зусиль для кожної схеми, і те, яку виручку вони можуть згенерувати. А тоді вже вибрати кращу для себе схему.

Отже, працівники дешевого відділу будуть обирати схему стимулювання праці 1, а працівники дорогого відділу – схему 2. При обраних схемах стимулювання праці оптимальний рівень прикладених зусиль для дешевого відділу дорівнює 0,8, а дорогого – 0,6, то

$$\begin{aligned}
 PROFIT_1 &= E(REV_1(0.8)) * 0.6 - E(3000 + \max(0, REV - 120000) * 4\%) = \\
 &= 248000 * 0.6 - 3000 - (248000 - 120000) * 0.04 = 140680 \text{ грн}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 PROFIT_2 &= E(REV_2(0.6)) * 0.3 - E(6000 + \max(0, REV - 150000) * 2\%) = \\
 &= 360000 * 0.3 - 5000 - (360000 - 150000) * 0.02 = 98800 \text{ грн}
 \end{aligned}$$

$$E(PROFIT) = 10 * PROFIT_1 + 5 * PROFIT_2 = 10 * 140680 + 98800 * 5 = 1900800 \text{ грн}$$

Отже, всі сторони залишились у вигазі – компанія стала отримувати більший прибуток, працівники стали докладати більше зусиль, отримуючи більше задоволення від роботи.