

## **Курс «Бізнес аналітика»**

### **Домашнє завдання №1 (від 22.09.2020)**

**Виконав студент: Микола Трохимович**

**Заняття 1.** Економічне моделювання. Елементи поведінкової економіки. Функція корисності економічного агента. Крива індіферентності, оптимальна споживча в'язка і крива попиту. Метод безризикового еквіваленту.

#### **Завдання 1 (6 балів).**

1.1 (3 бали) У стародавньому Римі ввечері після застілля всі розходилися по своїх кімнатах, а господар будинку гасив світильники в загальній залі, щоб олива даремно не витрачається. Але раби крали залишки оливи! Дуже важко було запам'ятати, скільки в кожній лампі залишилося оливи. І зливати оливу не можна – в пристойному будинку світильники завжди повинні бути в стані максимальної готовності. Що придумав господар будинку, щоб раби перестали красти оливу?

**Відповідь:** Так як світильники завжди повинні бути в стані максимальної готовності - можна ввечері, погасивши їх, наповнювати повністю оливою. Таким чином не треба запам'ятовувати скільки оливи залишилося, так як вони будуть повні, а раби не можуть красти оливу, так як господар тоді точно помітить це.

1.2 (3 бали). Спробуйте знайти аналогію запропонованого вами рішення 1.1 при розв'язку реальної бізнес-проблеми.

#### **Відповідь:**

**а)** При транспортуванні нафти чи інших рідин наприклад залізницею заповнювати повні ємності, що полегшить облік та унеможливить крадіжки.

**б)** Деколи в дрібному ритейлі недобросовісні працівники (продавці) можуть обманювати власника і розміщувати подекуди якийсь свій нелегальний товар на торгових площах в обхід власника (колись був такий випадок). Якщо ж всі торгові площі були б забиті повністю така б проблема не виникала б. Аналогічно, якщо компанія надає якісь послуги, наприклад перукарня, то було б добре, якби час майстра був повністю забитий з метою унеможливити якісь підробітки, що йдуть поза основним бюджетом.

**Завдання 2 (6 балів).**

2.1 (3 бали). Відомо, що африканські риби протоптери можуть кілька місяців жити поза водою в норах під затверділим шаром бруду. Місцеві жителі ходять на рибалку на протоптерів з лопатами і мотиками. Як же місцеві жителі зберігають спійману рибу?

**Відповідь:** Рибу можна викопувати разом з цим затверділим шаром бруду і зберігати її прямо з ним. Таким чином риба буде жива в ньому і буде зберігатися довгий період часу.

2.2 (3 бали). Спробуйте знайти аналогію запропонованого вами рішення 2.1 при розв'язку реальної бізнес-проблеми.

**Відповідь:**

**а)** Щось схоже з газом наприклад. Його видобувають з родовищ (місць залягань під землею), а потім ці ж місця можуть використовуватися як газосховища для зберігання запасів газу наприклад імпортованого з за кордону.

**б)** Можна так само вирішувати проблему з транспортуванням зелені наприклад. Її часто продають разом з горщиком з землею. Таким чином вона довше залишається свіжою і не в'яне.

### **Завдання 3 (6 балів).**

3.1 (3 бали). Відомо, що електричний вугор з Амазонки може вразити жертву електричним струмом напругою 500 вольт. Чому місцеві жителі перед ловом вугрів заганяють у річку стадо корів?

**Відповідь:** Корова набагато більша за людину, тому їй такий удар струмом є набагато менш серйозним ніж людині, вони його напевно і не відчують. Тому вугри просто випускають весь свій запал на корів обороняючись від стада, а потім люди просто ловлять вже беззахисних вугрів.

3.2 (3 бали). Спробуйте знайти аналогію запропонованого вами рішення 3.1 при розв'язку реальної бізнес-проблеми.

**Відповідь:**

**а)** Наприклад в специфіці роботи аутсорс ІТ компанії, особливо коли йде мова про проекти пов'язані з роботою з даними прослідковується такий патерн: на першому етапі роботи з потенційним клієнтом(прісейл) залучаються дорогі спеціалісти, для того щоб клієнт був схильний продовжити співпрацю і підписати контракт. Далі, коли контракт підписаний, то до розробки вже залучаються дешевші, менш досвідчені спеціалісти, щоб збільшити маржу.

**б)** Є зразки(samples) продуктів, які використовуються в маркетингу (парфуми, ручки, тощо). І вони зазвичай кращої якості ніж фактична партія. Знову ж таки, підписується контракт по факту побачених зразків, а далі вже завозиться зничайна партія, коли після підписання. Це як після підписання контракту, перевага вже переходить на іншу сторону, так як змінюються відповідальності.

**Завдання 4 (6 балів).**

4.1 (3 бали). Колись в давнину люди придумали цікавий спосіб ловити мавп з допомогою великої дині. Вони робили невеличкий отвір в дині і клали туди жменьку рису. Мавпа підходила до дині, просувала лапу всередину і ... Що ж відбувалось далі?

**Відповідь:** Мавпа просуває лапу і зжимає рис в кулаку. Але так як отвір вузький, то лапа пролазить, а зжятий кулак вже ні. Відповідно лапа застрягає в дині, бо не хоче розжати кулак і відпускати рис. Так люди її і ловлять.

4.2 (3 бали). Спробуйте знайти аналогію запропонованого вами рішення 4.1 при розв'язку реальної бізнес-проблеми.

**Відповідь:** Деколи виникає ситуація, коли треба відмовитися від якогось напрямку в бізнесі, так як він шкідливий. Наприклад зробили ви ресторанчик, а тут всіх застав карантин і його закрили. Таким чином прибутку немає, але постійно треба платити за оренду, зарплату і інші витрати. Деколи треба прийняти рішення закрити ресторан, хоча це і складне рішення, так як вкладено багато сил і енергії в нього, і він потенційно може бути дуже успішний. Але це треба зробити, щоб вижити бізнесу.

### **Завдання 5 (6 балів).**

5.1 (3 бали). Кокосова пальма без особливого догляду за нею дає тубільцям їжу, і напої, і матеріал для текстилю, і будматеріали, і паливо. Чому ж католицькі місіонери змушували острівних аборигенів вирубувати кокосову пальму?

**Відповідь:** Я відразу думав, що це щось пов'язане з релігією, але не міг зрозуміти що. Цю задачу довелося гуглити. Виявляється згідно Біблії, людина повинна заробляти хліб насущний у поті чола свого, а пальма ж називалася “деревом ледарів”. Місіонери боялися, що аборигени будуть мати блага без необхідної праці і це негативно впливає на моральність пастви.

5.2 (3 бали). Спробуйте знайти аналогію запропонованого вами рішення 5.1 при розв'язку реальної бізнес-проблеми.

**Відповідь:**

- 1) Інвестиції в новий напрямок. Розвиток бізнесу. Наприклад розвиваємо ми продуктову компанію в одній країні, можна спокійно сидіти на одному місці отримувати прибуток, але ми можемо і перекинути ресурси в розвиток в інших країнах. Таким чином ми отримуємо певну шкоду робочому напрямку, але думаємо наперед і пробуємо промаштабувати і збільшити бізнес. Думаємо не сьогоднішнім а завтрашнім.
- 2) Можна тут також провести аналогією з процесами в аутсорс компанії. У працівників буває період, коли є перерва між проектами, так званий “бенч”. Тоді по-факту немає завдань. Але це ж неправильно нічого не робити, так як ти деградуєш, звикаєш нічого не робити, тому існує хороша практика проходити в цей час додаткові курси, робити міні дослідницькі проекти, розвиватися.

## Завдання 6. (10 балів)

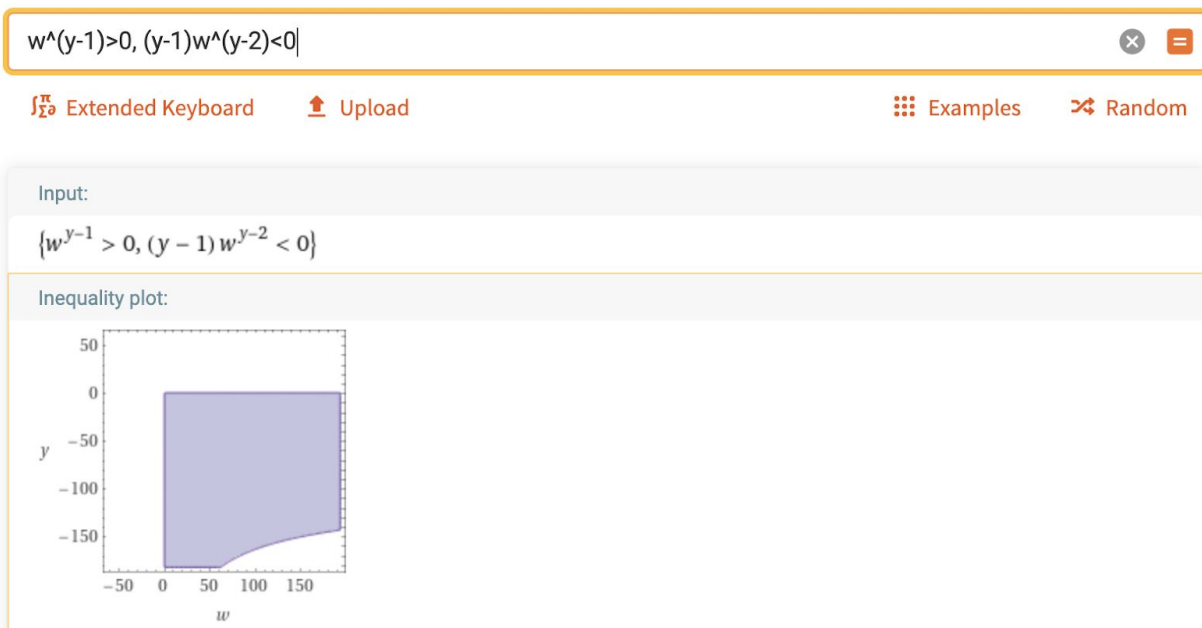
6.1 (5 балів) Визначте області допустимих значень параметра  $y$  та  $w$ , що роблять сім'ю функцій  $u(w) = \frac{w^y}{y}$  добре визначеною сім'єю функцій корисності від багатства економічного агента, тобто  $u' > 0, u'' < 0$ .

### Розв'язок:

$$u' = \frac{du}{dw} = w^{y-1} > 0$$

$$u'' = \frac{du'}{dw} = (y-1) w^{y-2} < 0, \text{ обидві умови мають виконуватися одночасно}$$

Для знаходження допустимих значень використаю WolframAlpha:



Примітка: Графік має певну неточність, а саме для приблизно  $w > 70$  тоді  $y < -150$  можемо бачити, що значення не попадають в область допустимих значень. Проте це пов'язано з асимптотикою машинних обчислень, так як при великих значеннях функції набувають значення дуже близька до нуля, а нуль не повинен входити в цю область.

Як бачимо область допустимих значень зображена на графіку вище. Опишемо її аналітично:

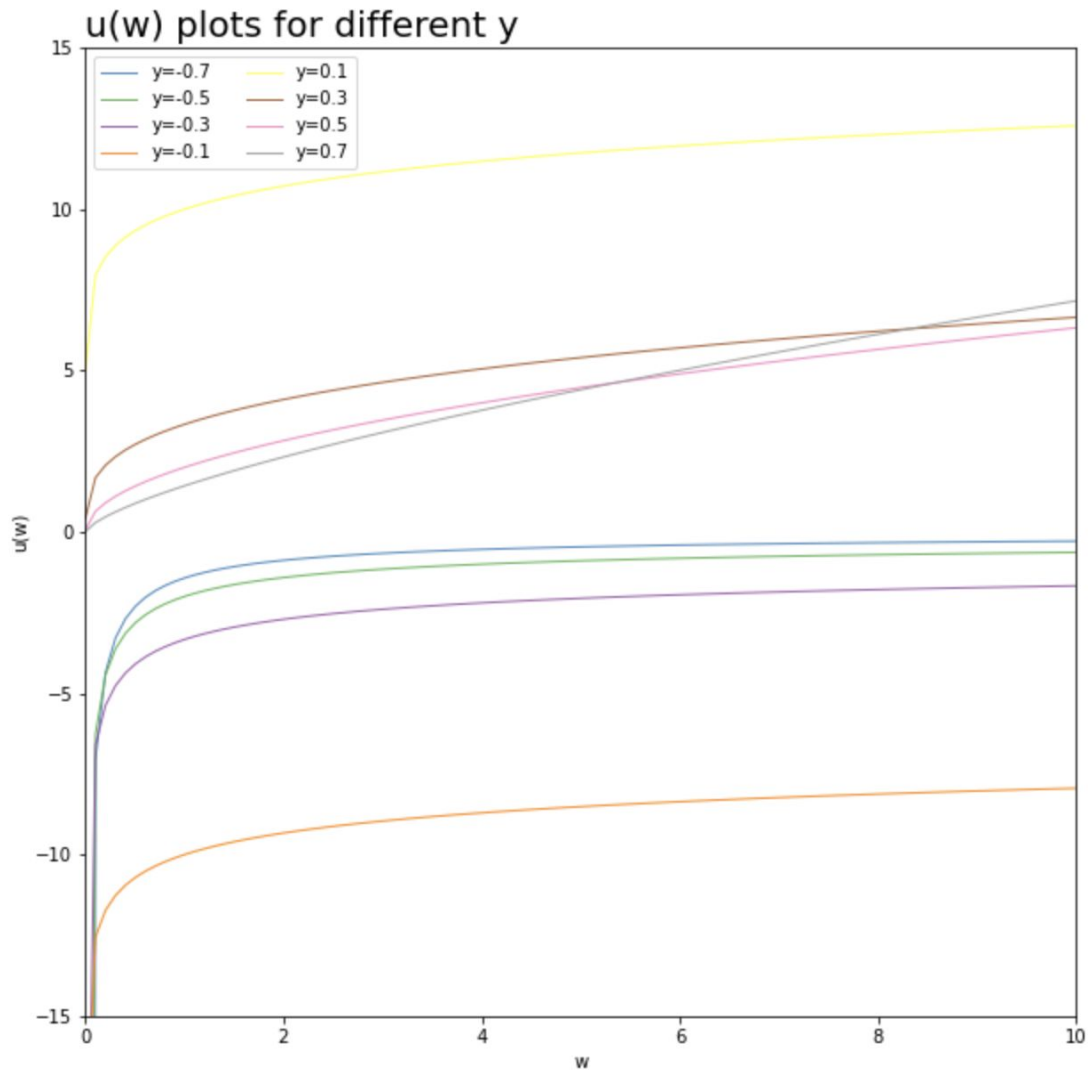
- 1)  $w < 0$  : - неможливо, бо одна з умов не буде справджуватися

2)  $w > 0$  тоді  $y < 1$  - допустимі значення параметрів  $y$  та  $w$ , що роблять сім'ю функцій добре визначеною.

**Відповідь:**  $w > 0$ ,  $y < 1$ ,  $y \neq 0$  - бо тоді функція не визначена

6.2 (5 балів) Зобразіть графічно кілька функцій корисності  $u(w) = \frac{w^y}{y}$  для різних допустимих значень  $y$  і для  $0 < w < 10$  на одному рисунку.

**Відповідь:**



### Завдання 7. (10 балів).

Вибір оптимальної в'язки споживчих товарів за умов бюджетних обмежень. Нехай ціни на товари 1, 2, 3 відповідно дорівнюють  $p_1$ ,  $p_2$ , та  $p_3$ , а початковий рівень багатства дорівнює  $W$ . Функція корисності від споживання товарів 1, 2 та 3 в кількостях  $x_1$ ,  $x_2$ , та  $x_3$  визначається формулою  $u(x_1, x_2, x_3)$ .

Припустимо, що економічний агент хоче придбати м'ясо для домогосподарства. У цього для цього виділено бюджет 1000 грн. Економічний агент вибирає серед курятини, яловичини та свинини. Ціна за 1 кг курятини – 80 грн., свинини – 120 грн., яловичини – 150 грн. Нехай функція задоволення економічного агента від споживання м'яса, враховуючи його смакові якості, корисність і т.п., виражається формулою:

$$u(x_1, x_2, x_3) = (x_1)^{\alpha_1} \times (x_2)^{\alpha_2} \times (x_3)^{\alpha_3} \quad (1)$$

$$u(x_1, x_2, x_3) = (x_1)^{\alpha_1} + (x_2)^{\alpha_2} + (x_3)^{\alpha_3} \quad (2)$$

де  $\alpha_1 = 0.5$ ,  $\alpha_2 = 0.7$ ,  $\alpha_3 = 0.85$ .

Знайдіть оптимальну в'язку споживання м'яса для даного економічного агента, який має функцію задоволення 1) або 2), якщо  $W = 1000$  грн.

#### Відповідь:

Нам потрібно розв'язати таку оптимізаційну задачу для кожної з  $u(x_1, x_2, x_3)$ :

$u(x_1, x_2, x_3) \rightarrow \max$ , за умови, що  $p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 \leq W$ ,  $x_1 \geq 0$ ,  $x_2 \geq 0$ ,  $x_3 \geq 0$  де  $p_1 = 80$ ,  $p_2 = 120$ ,  $p_3 = 150$ ,  $W = 1000$

Для розв'язку використаємо Python (код доданий в файлу додатку) і отримаємо такі розв'язки:

---

1) Найкраще значення функції корисності 1: 8.616181988764245  
x1 = 3.048965059731902  
x2 = 2.8457132071948403  
x3 = 2.763981402398934

2) Найкраще значення функції корисності 2: 6.29044684111407  
x1 = 1.8378792314701498  
x2 = 2.1863389885748217  
x3 = 3.937393219022801

Де  $x_1, x_2, x_3$  оптимальні значення для кількості товару, за яких максимізуються відповідні функції корисності.



**Завдання 8. (10 балів).**

Оптимальний розподіл часу. Припустимо, що економічний агент бажає оптимально розподілити вільних від сну, їди та гігієнічних потреб 16 годин свого часу. Від вільного часу, годин дозвілля у агент отримує задоволення як і від годин праці  $x$ , які приносять йому прибуток  $p$  кожна. Нехай ця функція корисності записується у вигляді  $u(xp, y)$  причому  $x + y = 16$ .

Припустимо, що функція задоволення

$$u(x, y) = (p \times x)^{0.7} \times y^{0.5} \quad (3)$$

$$u(x, y) = (p \times x)^{0.5} + y^{0.7} \quad (4)$$

де  $p = 30$  у.о.

Знайдіть оптимальний розподіл часу економічного агента, який максимізує свою функцію задоволення, виражену формулами (3) та (4).

**Розв'язок:**

Аналогічно з попередньою задачею використаю Python (код додав в додатку) і розв'язу таку оптимізаційну задачу а саме для кожної  $u(x, y)$  знайду таки  $x, y$ :

$u(x, y) \rightarrow \max$ , за умови, що  $x + y = 16$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ .

Отримав такі результати:

Найкраще значення функції задоволення (3): 133.3413943536007

$x = 9.33313042081636$

$y = 6.666869579183641$

Найкраще значення функції задоволення (4): 22.213310119096

$x = 15.028693254621526$

$y = 0.9713067453784756$

### Завдання 9. (20 балів). Лотерейний підхід до інвестування.

Припустимо, що інвестор розглядає можливість інвестування у проект X, вартість якого наступного року оцінюється згідно до такої «лотереї»:

Стан ринку	1	2	3	4	5
Ймовірність, $p_i$	0,2	0,2	0,3	0,2	0,1
Вартість, $X_i$	10000	15000	25000	50000	60000

9.1 (5 балів) Знайдіть очікувану вартість проекту X наступного року, тобто

$$E(X) = \sum_{i=1}^5 p_i \times X_i$$

9.2 (5 балів) Знайдіть стандартне відхилення вартості інвестиційного проекту X (міру ризиковості проекту X), тобто

$$\sigma(X) = \sqrt{\sum_{i=1}^5 p_i \times (X_i - E(X))^2}$$

9.3 (10 балів) Яку найбільшу суму готовий би був заплатити інвестор за цей інвестиційний проект, якщо у нього багатство  $W = 100$  тис. у.о., а функція задоволення від багатства  $U(W) = \sqrt{W}$ , де W вимірюється в тис. у.о.

**Розв'язок:** Використовуючи Python

```
In [23]: p = np.array([0.2,0.2,0.3,0.2,0.1])
s = np.array([10000,15000,25000,50000,60000])

mean = np.dot(p,s.T)

sqrt = np.sqrt(np.dot(np.power(s-mean, 2), p.T))

print('Очікувана вартість проекту: ', str(mean))
print('Міра ризиковості проекту: ', str(round(sqrt,3)))

Очікувана вартість проекту: 28500.0
Міра ризиковості проекту: 17327.723
```

1)  $E(X) = 0,2 * 10000 + 0,2 * 15000 + 0,3 * 25000 + 0,2 * 50000 + 0,1 * 60000 = 28500$

2)  $\sigma(X) = 17327.723$

3) Згідно з конспектом:

Якщо інвестор володіє багатством  $W$  і хоче придбати інвестиційний проект  $X$ , то безризиковим еквівалентом  $CE$  при купівлі проекту  $X$  називається величина  $CE$ , що визначається з рівняння:

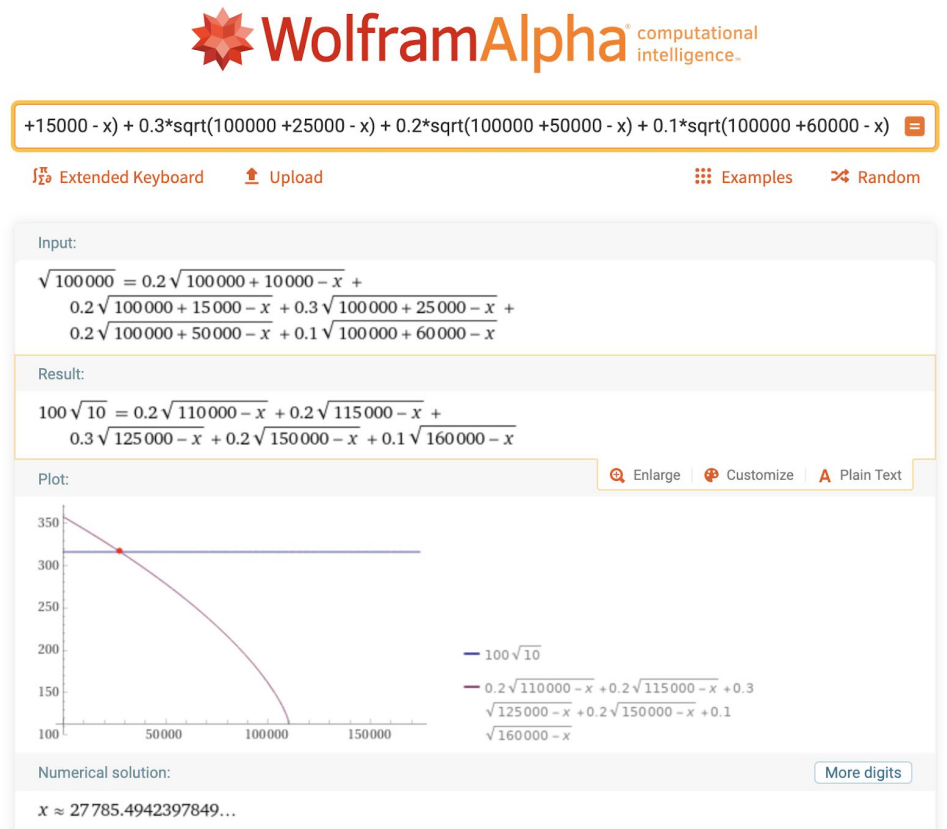
$$u(W) = \sum_{i=1}^n p_i \times u(W - CE + X_i) \quad (4)$$

Якщо  $CE$  - безризиковий еквівалент інвестиційного проекту,  $W$  – багатство інвестора, а  $X$  – очікувана вартість інвестиційного проекту, то безризиковий еквівалент інвестиційного проекту визначається зі співвідношення:

$$u(W) = E(u(W + X - CE))$$

Підставимо наші умови  $\sqrt{W} = E(\sqrt{W + X - CE})$

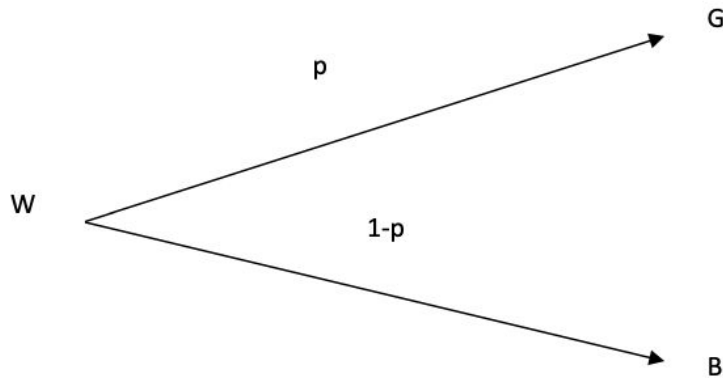
Розв'яжемо за допомогою Wolfram:



**Відповідь:  $CE = 27785,5$**

**Завдання 10. (20 балів).**

Розглянемо економічного агента з добре визначеною функцією корисності та рівнем багатства  $W$ . Припустимо, що виплати по проекту характеризуються наступною лотереєю  $L = (G, B; p)$ . Припустимо, що  $W=20$ ,  $G=44$ ,  $B=7$ ,  $p=0.35$  і  $u(W) = \sqrt[3]{W}$ . Зобразимо схематично дану лотерею  $L$



**10.1 (10 балів)** Знайдіть максимальну ціну, за яку б інвестор погодився придбати цей проект.

**10.2 (10 балів)** Знайдіть мінімальну ціну, за яку б інвестор погодився продати цей проект, якщо ним він вже володіє, маючи ще й багатство  $W$ .

**Розв'язок:**

- 1) Знайдемо максимальну ціну  $P_B$  за яку б інвестор погодився придбати проект. Ціна повинна задовольняти
- $$u(W) = pu(W - P_B + G) + (1 - p)u(W - P_B + B)$$
- Використовуючи Wolfram Alpha:

solve:  $20^{1/3}=0.35(20-x+44)^{1/3}+0.65(20-x+7)^{1/3}$

Extended Keyboard
Upload
Examples
Random

Assuming the principal root | Use the real-valued root instead

Input interpretation:

solve
 $\sqrt[3]{20} = 0.35 \sqrt[3]{20 - x + 44} + 0.65 \sqrt[3]{20 - x + 7}$

Result:
More digits
Exact form
Step-by-step solution

$x \approx 16.060$

Маємо  $P_B = 16.06$

2) Знайдемо мінімальну ціну  $P_S$ :

Ціну  $P_S$  повинна задовольняти:

$$u(W + P_S) = pu(W + G) + (1 - p)u(W + B)$$

або

$$P_S = u^{-1}(pu(W + G) + (1 - p)u(W + B)) - W$$

$$P_S = (0.35(20 + 44)^{\frac{1}{3}} + 0.65(20 + 7)^{\frac{1}{3}})^3 - 20 = 17.6$$

**Відповідь:** 1) максимальна ціна  $P_B = 16.06$ , 2) мінімальна ціна  $P_S = 17.6$