

Empirisk testing av matematisk modell: RC-Kretsen

Julian Aron Martinsen

November 2024

1 Motivasjon

Det er virkelig på tide at noen testet kvaliteten til modellen av spenning i RC-kretser, og det ansvaret har jeg valgt ta på min kappe. Modellen for spenningen er gitt ved denne differentiallikningen (1).

$$RC\dot{v}(t) + v(t) = V_{source} \quad (1)$$

Ved initialkravet:

$$v(0) = 0 \quad (2)$$

Som betyr at vi ikke har spenning i kretsen før vi begynner. Løser vi likningen til å bli:

$$v(t) = V_{source}(1 - e^{-t/RC}) \quad (3)$$

2 Fremgangsmåte

Jeg begynte med å koble opp en enkel RC-krets etter Sir Nome's eksempel (1). Har du et slikt ADE-kit har du alle komponentene. Personlig måtte jeg ut å kjøpe et nytt 9-volts batteri (irriterende), men dette trenger kanskje ikke du. I min krets spesifikt brukte jeg en motstand på $0.993\text{M}\Omega$ og en kondensator på $100\mu\text{F}$. Disse størrelsene endrer bare på likningen og har ellers ingenting å si. Min likning ser lik ut:

$$v(t) = 9.11(1 - e^{-t/99.3}) \quad (4)$$

Da gjenstår det bare å koble strøm på kretsen din og måle over en lang tid. Deretter kan du plote dataen i python og sammenligne med modellen. For å samle inn dataen kom jeg på en nokså elegant løsning der jeg plasserte telefonen min på to tomme energidrikkbokser slik at den filmet ned på displayet til voltmeteret mitt. Da kunne jeg bruke tidskoden på videoen for å vite hvilken verdi jeg hadde til hvilken tid. Jeg filmet i 5 minutter men plottet bare inn omlag 60 verdier som varte ca. 100 sekunder da det var irriterende å manuelt skrive inn tall og tider i to forskjellige python-lister og jeg ble lei.

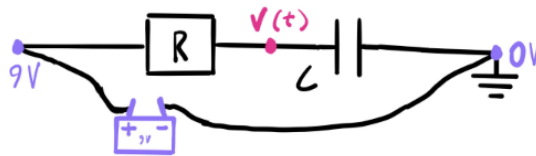


Figure 1: En enkel RC-krets

3 Resultat

Som vi kan se på grafen (2), så er de ikke helt enig. Vi ser at økningen i virkeligheten er mye høyere i begynnelsen men at den nærmer seg modellen etterhvert for så å havne under. Det burde nevnes at mitt første datapunkt egentlig oppstår etter 2 sekunder da jeg trengte tid til å plukke måleutstyret mitt etter at batteriet ble koblet på (har bare 2 hender), og at jeg hoppet fra ca 100 sekunder til 300 bare for å se slutten.

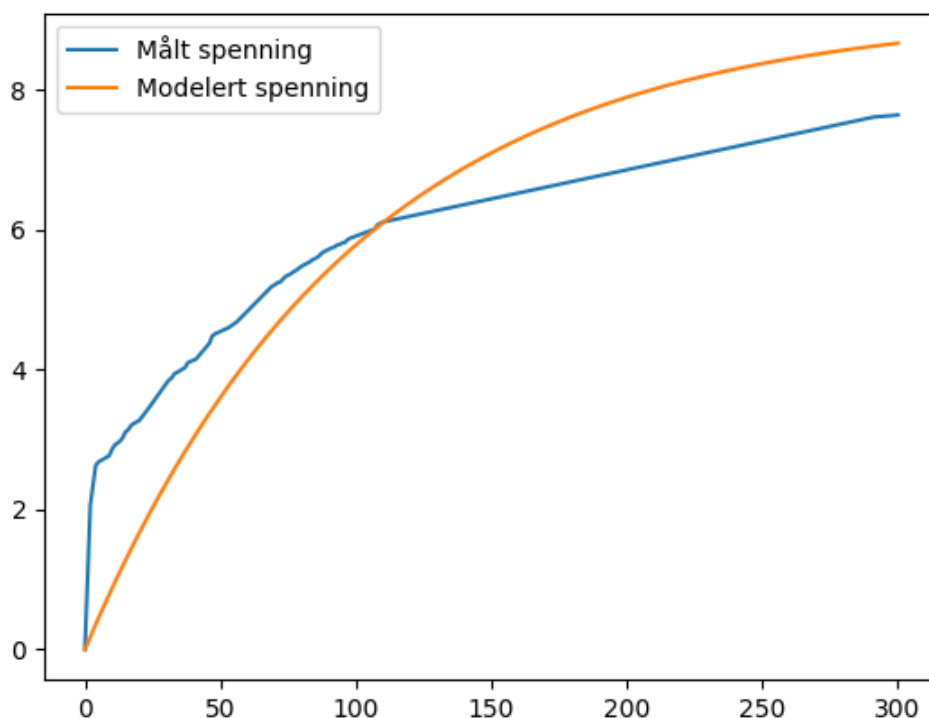


Figure 2: Grafene for modellene og min målinger

4 Konklusjon

Vi ser at modellen ikke er særlig nøyaktig for mitt forsøk. Dette skyldes antagelig mye forskjellig. For det første er ikke et batteri en ideel spenningskilde men oppfører seg mer som en spenningskilde i serie med en motstand. For det andre vil batteriet bli utladet og dermed minke spenning etterhvert (jeg stoler ikke på batteriers levetid). For det tredje er det mye rall i forbindelse med breadbordet, koblingene og volttermålingene. For det fjerde er dette en modell for strøm og realiteten vil aldri være eksakt lik. For å konkludere så er RC-likningen helt kurant for å lage differentiallikningsoppgaver, men kanskje ikke så nøyaktig. Eller så tar jeg totalt feil, hvem vet, utstyret mitt var langt

fra toleransene som f.eks. justervesnet hadde krevd.

5 Vedlegg

Koden for plottene mine

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 #RC-likningen med mine verdier
5 def v(t):
6     return 9.11*(1-np.exp(-t/(100*10**-6*0.993*10**6)))
7
8 maalt_spenning = [
9     0,2.07,2.63,2.68,2.77,2.86,2.92,2.98,3.03,3.11,3.14,3.20,3.23,3.25,3.27,3.42,
10    3.80,3.85,3.88,3.94,3.96,4.03,4.1,4.15,4.38,4.48,4.51,4.60,4.68,5.19,5.21,
11    5.24,5.25,5.29,5.33,5.35,5.37,5.40,5.42,5.45,5.48,5.50,5.52,5.54,5.57,5.59,
12    5.61,5.65,5.68,5.70,5.72,5.74,5.75,5.78,5.79,5.81,5.82,5.86,5.88,6.01,6.07,
13    6.09,6.11,7.61,7.64
14 ]
15 sekund_maalt = [
16     0,2,4,5,9,10,11,13,14,15,16,17,18,19,20,23,30,31,32,33,34,37,38,41,46,47,48,
17     53,56,69,70,71,72,73,74,75,76,77,78,79,80,81,82,83,84,85,86,87,88,89,90,91,92,
18     93,94,95,96,97,98,107,108,109,110,291,300
19 ]
20
21 x_values = np.linspace(0,300,1000)
22
23
24 fig, ax = plt.subplots()
25
26 ax.plot(sekund_maalt, maalt_spenning, label='Malt spenning')
27 ax.plot(x_values, v(x_values), label='Modelert spenning')
28 plt.legend()
29
30 plt.show()
```



Figure 3: Hva telefonen så