Numeros Primos en los Enteros Gaussianos

Sebastian Troncoso

Birmingham-Southern College

28 de Marzo del 2018.

Resumen:

1. PARTE I: Sistemas de Numericos
   - $\mathbb{N}$
   - $\mathbb{Q}$
   - $\mathbb{R}$
   - $\mathbb{C}$

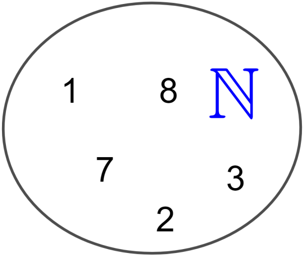
Resumen:

1. PARTE I: Sistemas de Numericos
   - $\mathbb{N}$
   - $\mathbb{Q}$
   - $\mathbb{R}$
   - $\mathbb{C}$
2. PARTE II: Numeros Gaussianos
   - Operaciones $+$ y $*$
   - Primos Gaussianos

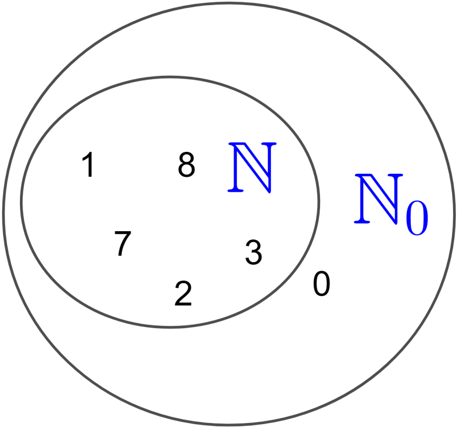
Resumen:

1. PARTE I: Sistemas de Numericos
   - $\mathbb{N}$
   - $\mathbb{Q}$
   - $\mathbb{R}$
   - $\mathbb{C}$
2. PARTE II: Numeros Gaussianos
   - Operaciones $+$ y $*$
   - Primos Gaussianos
3. PARTE III:
   - Sobre mi
   - Preguntas

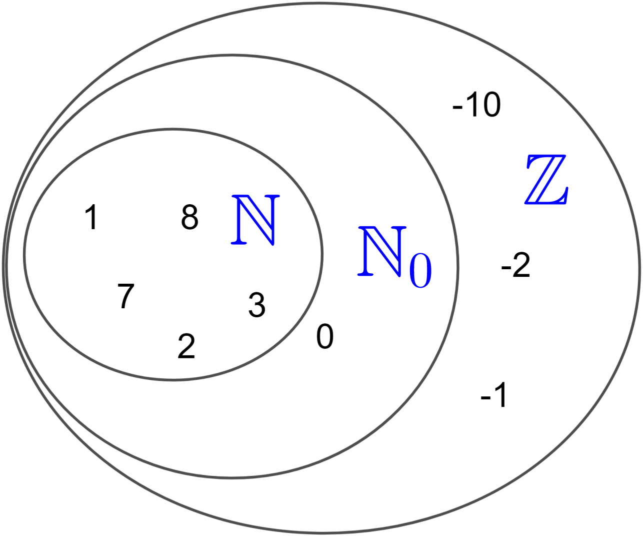
Los Numeros Naturales:



Los Numeros Cardinales:



Los Numeros Enteros:



Los Numeros Enteros:

Los numeros enteros fueron muy utiles por muchisimo tiempo debido a que existen operaciones de suma, resta, multiplicacion y division.

$$3 - 1 = 2$$

$$2 - 5 = -3$$

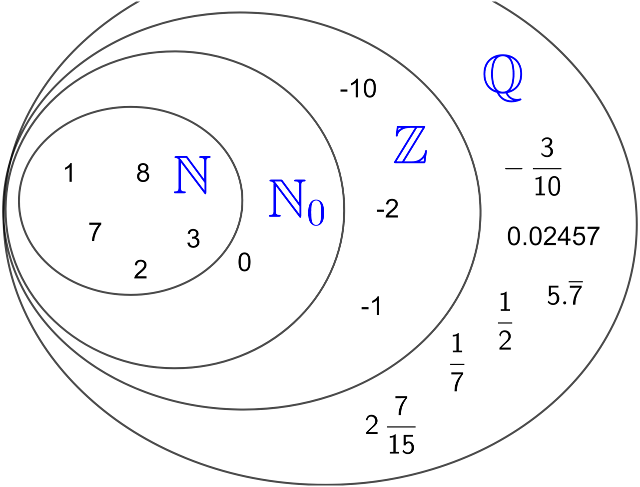
$$\frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{6}{2} = 3$$

Primer problema:

- Cual es el significado de $\frac{5}{2}$ o $\frac{1}{3}$?

Los Numeros Racionales:



Los Numeros Racionales:

El mundo fue feliz por MUCHO TIEMPO con los numeros racionales.

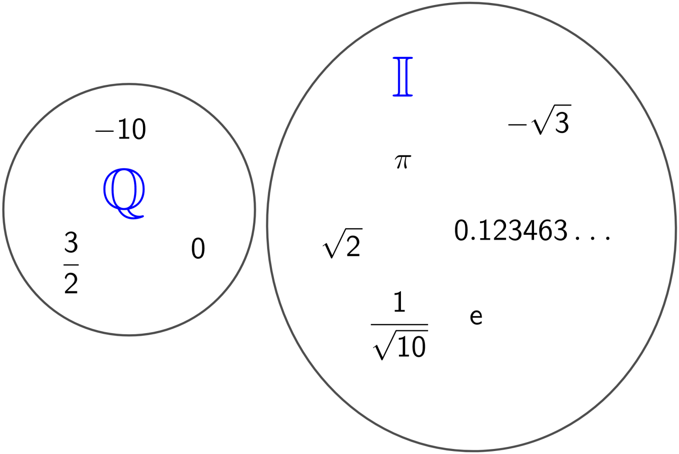
Los Numeros Racionales:

El mundo fue feliz por MUCHO TIEMPO con los numeros racionales.

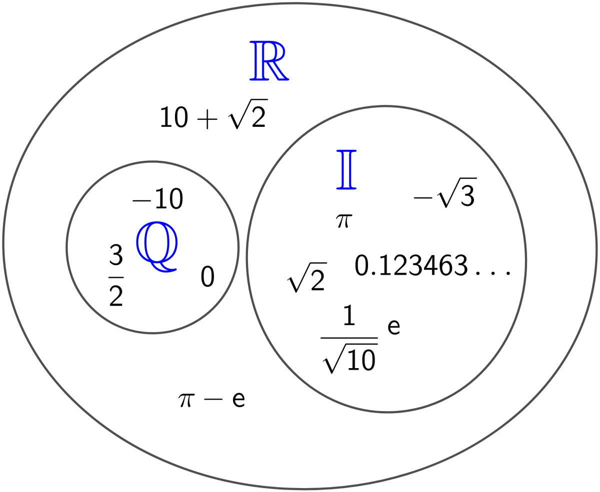
Hasta que alguien descubriera que $\sqrt{2}$ no era un numero racionales.

- Leyenda
- Recomiendo el libro: The square root of 2, David Flannery.

Los Numeros Irracionales:



Los Numeros Reales:



Segundo problema:

- Podemos resolver la ecuacion $x^2 = -1$?

Segundo problema:

- Podemos resolver la ecuacion $x^2 = -1$?

Podemos tomar la raiz cuadrada y tenemos que $x = \pm\sqrt{-1}$.

Los Numeros Complejos:

Con esta motivacion Rafael Bombell en 1526 invento los numeros complejos.

Los Numeros Complejos:

Con esta motivacion Rafael Bombell en 1526 invento los numeros complejos.

Su idea fue formalizar el concepto de $\sqrt{-1}$ la que llamo unidad compleja.

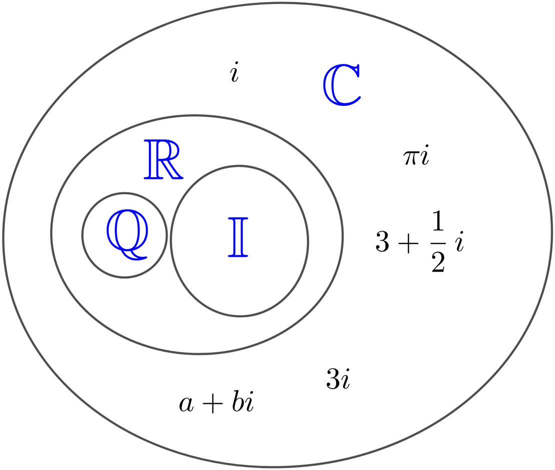
Los Numeros Complejos:

Con esta motivacion Rafael Bombell en 1526 invento los numeros complejos.

Su idea fue formalizar el concepto de $\sqrt{-1}$ la que llamo unidad compleja.

- $i = \sqrt{-1}$
- Les recomiendo el libro: An imaginary tale of the story of $\sqrt{-1}$, Paul Nahin.

Los Numeros Complejos:



Resumen:

1. PARTE I: Sistemas de Numericos
   - $\mathbb{N}$
   - $\mathbb{Q}$
   - $\mathbb{R}$
   - $\mathbb{C}$
2. PARTE II: Numeros Gaussianos
   - Operaciones $+$ y $*$
   - Primos Gaussianos
3. PARTE III:
   - Sobre mi
   - Preguntas

Generalizando los numeros enteros

Nos gustan los numeros enteros $\mathbb{Z}$ porque son numeros interesante, podemos sumar, restar y multiplicar.

Generalizando los numeros enteros

Nos gustan los numeros enteros $\mathbb{Z}$ porque son numeros interesante, podemos sumar, restar y multiplicar.
Ademas, son utiles para contar y tienen bloques contructores llamados primos.

$$10 = 5 \cdot 2$$

$$7 = 7$$

$$10 = 5 \cdot 2$$

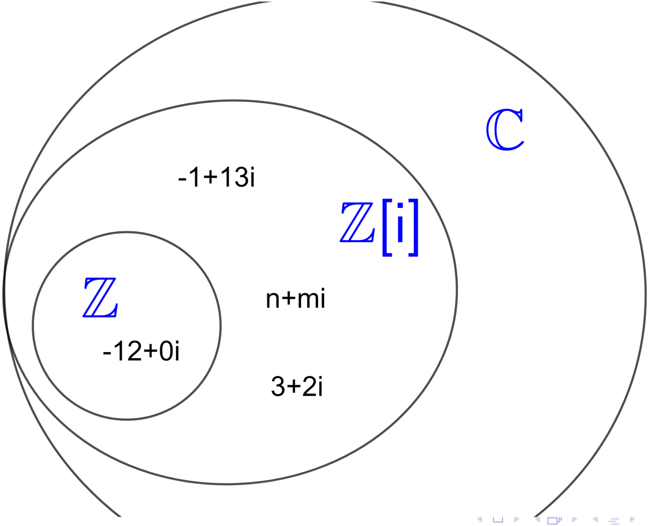
$$15 = 5 \cdot 3$$

$$-12 = -2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$$

Los numeros gaussianos

Primero generalizamos el conjunto en el que queremos trabajar.



Operaciones en los numeros gaussianos

Ahora que tenemos nuestro conjunto nos gustaria Sumar, Restar y Multiplicar numeros gaussianos.

$$2 - 5i + 5 + 2i = 7 - 3i$$

Operaciones en los numeros gaussianos

Ahora que tenemos nuestro conjunto nos gustaria Sumar, Restar y Multiplicar numeros gaussianos.

$$2 - 5i + 5 + 2i = 7 - 3i$$

$$1 + i - 3i = 1 - 2i$$

Operaciones en los numeros gaussianos

Ahora que tenemos nuestro conjunto nos gustaria Sumar, Restar y Multiplicar numeros gaussianos.

$$2 - 5i + 5 + 2i = 7 - 3i$$

$$1 + i - 3i = 1 - 2i$$

$$(1 - 3i) * (1 + 3i) = -8$$

Operaciones en los numeros gaussianos

Ahora que tenemos nuestro conjunto nos gustaria Sumar, Restar y Multiplicar numeros gaussianos.

$$2 - 5i + 5 + 2i = 7 - 3i$$

$$1 + i - 3i = 1 - 2i$$

$$(1 - 3i) * (1 + 3i) = -8$$

$$(i) * (2 - 5i) = 2i - 5i^2 = 5 + 2i$$

Primos

Podremos hablar sobre primos en los enteros gaussianos?

Primos

Podremos hablar sobre primos en los enteros gaussianos?

Es decir, son los numeros primos (que nosotros conocemos) bloques fundamentales para todos los numeros gaussianos?

Primos

Podremos hablar sobre primos en los enteros gaussianos?

Es decir, son los numeros primos (que nosotros conocemos) bloques fundamentales para todos los numeros gaussianos?

Si podemos hablar sobre bloques contructores ALIAS primos.

Primos

Podremos hablar sobre primos en los enteros gaussianos?

Es decir, son los numeros primos (que nosotros conocemos) bloques fundamentales para todos los numeros gaussianos?

Si podemos hablar sobre bloques contructores ALIAS primos.
PERO no son los mismos primos.

Primos

Estudiemos los numeros primos e intentemos deducir cuales son los bloques contructores. A los que empezare a llamar primos gaussianos.

$$2$$

Primos

Estudiemos los numeros primos e intentemos deducir cuales son los bloques contructores. A los que empezare a llamar primos gaussianos.

$$2 = (1 + i)(1 - i)$$

Primos

Estudiemos los numeros primos e intentemos deducir cuales son los bloques contructores. A los que empezare a llamar primos gaussianos.

$$2 = (1 + i)(1 - i)$$

3

Primos

Estudiemos los numeros primos e intentemos deducir cuales son los bloques contructores. A los que empezare a llamar primos gaussianos.

$$2 = (1 + i)(1 - i)$$

$$3 = 3 = (a + bi)(c + di)$$

Primos

Estudiemos los numeros primos e intentemos deducir cuales son los bloques contructores. A los que empezare a llamar primos gaussianos.

$$2 = (1 + i)(1 - i)$$

$$3 = 3 = (a + bi)(c + di)$$

$$5$$

Primos

Estudiemos los numeros primos e intentemos deducir cuales son los bloques contructores. A los que empezare a llamar primos gaussianos.

$$2 = (1 + i)(1 - i)$$

$$3 = 3 = (a + bi)(c + di)$$

$$5 = (2 + i)(2 - i)$$

Primos

Estudiemos los numeros primos e intentemos deducir cuales son los bloques contructores. A los que empezare a llamar primos gaussianos.

$$2 = (1+i)(1-i)$$

$$3 = 3 = (a+bi)(c+di)$$

$$5 = (2+i)(2-i)$$

$$7$$

Primos

Estudiemos los numeros primos e intentemos deducir cuales son los bloques contructores. A los que empezare a llamar primos gaussianos.

$$2 = (1 + i)(1 - i)$$

$$3 = 3 = (a + bi)(c + di)$$

$$5 = (2 + i)(2 - i)$$

$$7 = 7 = (a + bi)(c + di)$$

Primos

Estudiemos los numeros primos e intentemos deducir cuales son los bloques contructores. A los que empezare a llamar primos gaussianos.

$$2 = (1 + i)(1 - i)$$

$$3 = 3 = (a + bi)(c + di)$$

$$5 = (2 + i)(2 - i)$$

$$7 = 7 = (a + bi)(c + di)$$

$$11$$

Primos

Estudiemos los numeros primos e intentemos deducir cuales son los bloques contructores. A los que empezare a llamar primos gaussianos.

$$2 = (1 + i)(1 - i)$$

$$3 = 3 = (a + bi)(c + di)$$

$$5 = (2 + i)(2 - i)$$

$$7 = 7 = (a + bi)(c + di)$$

$$11 = 11 = (a + bi)(c + di)$$

Primos

Estudiemos los numeros primos e intentemos deducir cuales son los bloques contructores. A los que empezare a llamar primos gaussianos.

$$2 = (1 + i)(1 - i)$$

$$3 = 3 = (a + bi)(c + di)$$

$$5 = (2 + i)(2 - i)$$

$$7 = 7 = (a + bi)(c + di)$$

$$11 = 11 = (a + bi)(c + di)$$

$$13$$

Primos

Estudiemos los numeros primos e intentemos deducir cuales son los bloques contructores. A los que empezare a llamar primos gaussianos.

$$2 = (1 + i)(1 - i)$$

$$3 = 3 = (a + bi)(c + di)$$

$$5 = (2 + i)(2 - i)$$

$$7 = 7 = (a + bi)(c + di)$$

$$11 = 11 = (a + bi)(c + di)$$

$$13 = (3 + 2i)(3 - 2i)$$

Primos Gaussianos

Classifiquemos TODOS los primos (en el sentido classico) $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots$ en tres grupos.

Primos Gaussianos

Classifiquemos TODOS los primos (en el sentido classico) $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots$ en tres grupos.
El primer grupo es uno bien especial es el

$$\{2\}$$

Primos Gaussianos

Classifiquemos TODOS los primos (en el sentido classico) $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots$ en tres grupos.
El primer grupo es uno bien especial es el

$$\{2\}$$

El segundo grupo son los primos que cuando son divididos por 4 dejan un resto de 3.

$$\{3, 7, 11, 19, 23, \ldots\}$$

Primos Gaussianos

Classifiquemos TODOS los primos (en el sentido classico) $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots$ en tres grupos.
El primer grupo es uno bien especial es el

$$\{2\}$$

El segundo grupo son los primos que cuando son divididos por 4 dejan un resto de 3.

$$\{3, 7, 11, 19, 23, \ldots\}$$

El tercer grupo son los primos que cuando son divididos por 4 dejan un resto de 1.

$$\{5, 7, 11, 19, 23, \ldots\}$$

Teorema para el primer grupo

Theorem

El 2 da nacida a dos primos gaussianos que son $1 + i$ *y* $1 - i$.

Teorema para el segundo grupo

Theorem

Los primos que cuando son divididos por 4 dejan un resto de 3.

$$\{3, 7, 11, 19, 23, \ldots\}$$

Todos los numeros primos en este grupo son efectivamente **primos gaussianos**.

Teorema para el tercer grupo

Theorem

Los primos que cuando son divididos por 4 dejan un resto de 1.

$$\{5, 7, 11, 19, 23, \ldots\}$$

Todos los numeros primos en este grupo **NO SON** *numeros gaussianos.*

Teorema para el tercer grupo

Theorem

Los primos que cuando son divididos por 4 dejan un resto de 1.

$$\{5, 7, 11, 19, 23, \ldots\}$$

Todos los numeros primos en este grupo **NO SON** *numeros gaussianos. De hecho, cada uno de ellos engendra dos numeros gaussianos que no estaban en los enteros.*
Ellos son de la forma $a + bi$ con $a^2 + b^2 = p^2$ y p un primo en este conjunto.

Un libro mas

El ultimo libro que quiero recomendarles es muy reciente escrito por el presidente de la sociedad de matematicas chilena y professor de la USACH.

Un Viaje a las ideas, 33 historias matematicas asombrosas por Andres Navas

Resumen:

1. PARTE I: Sistemas de Numericos
   - $\mathbb{N}$
   - $\mathbb{Q}$
   - $\mathbb{R}$
   - $\mathbb{C}$
2. PARTE II: Numeros Gaussianos
   - Operaciones $+$ y $*$
   - Primos Gaussianos
3. PARTE III:
   - Sobre mi
   - Preguntas