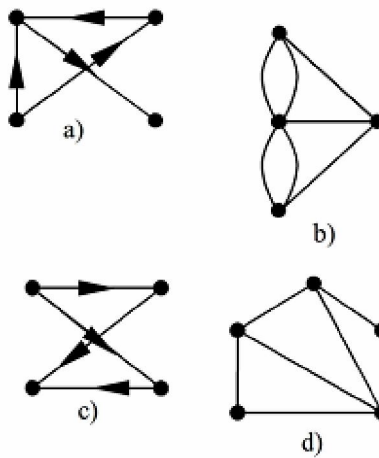


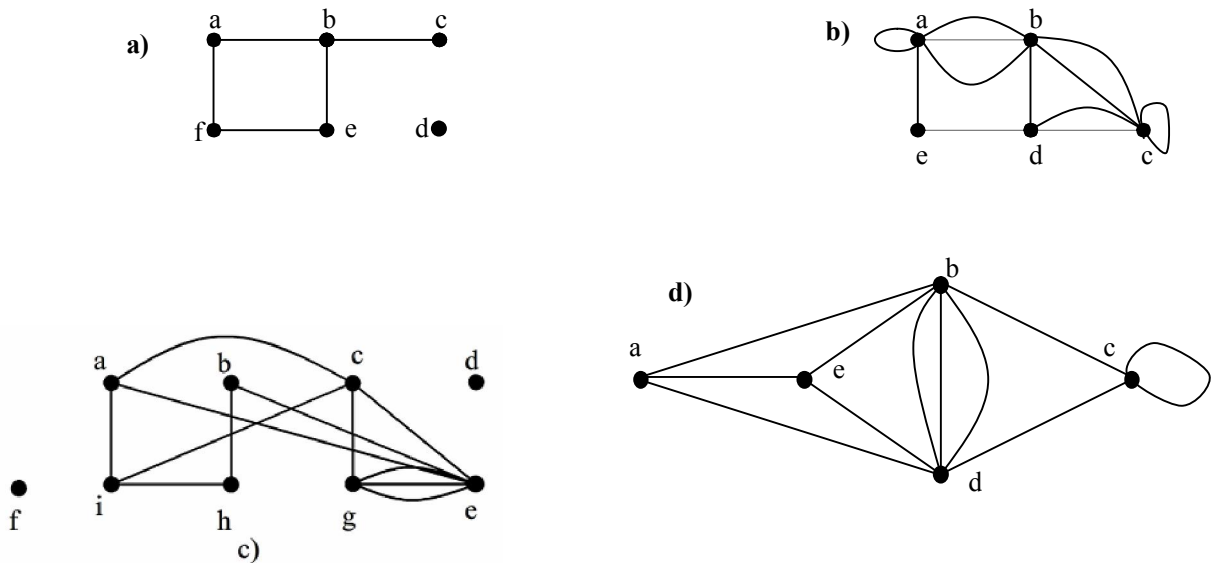
BÀI TẬP CHƯƠNG 1

Bài 1 Xác định xem đồ thị nào sau đây là đồ thị đơn, đa đồ thị, có hướng

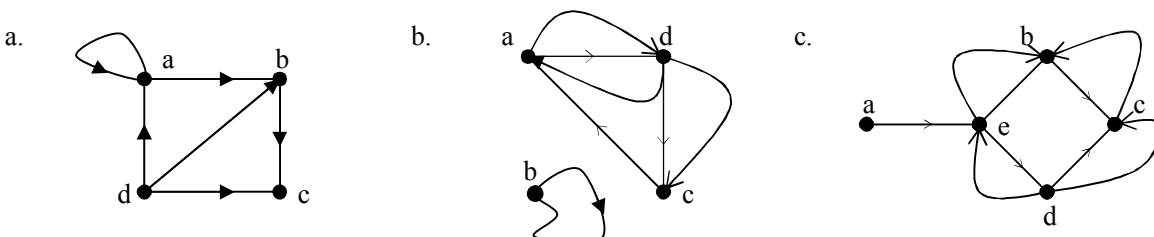


Bài 2 Trong trận đấu vòng tròn, đội H thắng đội G, đội C và đội A; đội G thắng đội A và đội C; đội C thắng đội A. Hãy mô hình hóa kết quả này bằng một đồ thị có hướng

Bài 3 Tìm số đỉnh, số cạnh, bậc của mỗi đỉnh trong các đồ thị vô hướng sau: (chỉ rõ đỉnh cô lập và đỉnh treo, nếu có)



Bài 4 Xác định số đỉnh, số cạnh, số bậc vào và số ra của mỗi đỉnh đối với các đồ thị có hướng:

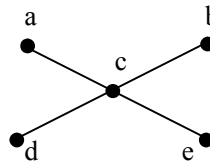


Bài 5 Hãy vẽ các đồ thị :

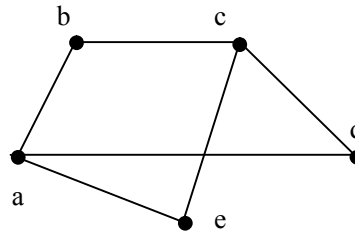
a. K_7 b. $K_{1,8}$ c. $K_{4,4}$ d. C_7 e. W_7

Bài 6 Xét xem các đồ thị sau có là đồ thị lưỡng phân không:

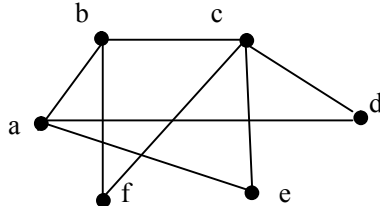
a.



b.



c.



Bài 7 Tính số đỉnh của một đồ thị đều bậc 4 và có 10 cạnh.

Bài 8 Vẽ đồ thị vô hướng và đồ thị có hướng cho bởi $G=(V,E)$

$$V=\{A,B,C,D,E,G,H\}$$

$$G=\{(A,B),(B,C),(A,C),(G,H),(H,E),(E,A),(D,A)\}$$

Bài 9 Một đồ thị vô hướng có các đỉnh có các bậc lần lượt là: 4, 3, 3, 2, 2. Tính số cạnh và vẽ đồ thị này.

Bài 10 Vẽ đơn đồ thị có 6 đỉnh, trong đó có

- 3 đỉnh bậc 3 và 3 đỉnh bậc 1
- Bậc các đỉnh là 1, 2, 3, 3, 4, 5
- Bậc các đỉnh là 2, 2, 4, 4, 4, 4

Bài 11 Có tồn tại đơn đồ thị chứa năm đỉnh với các bậc sau đây? Nếu có hãy vẽ đồ thị đó

- 1,2,3,4,5
- 3,3,3,3,2
- 1,2,3,4,4

Bài 12 Tìm số đỉnh của đồ thị G biết rằng G có:

- 12 cạnh và mỗi đỉnh đều có bậc 2
- 15 cạnh, 3 đỉnh bậc 4 và các đỉnh còn lại bậc 3

Bài 13 Có thể có một nhóm 9 người trong đó mỗi người đều chỉ quen biết đúng 5 người khác trong nhóm hay không?

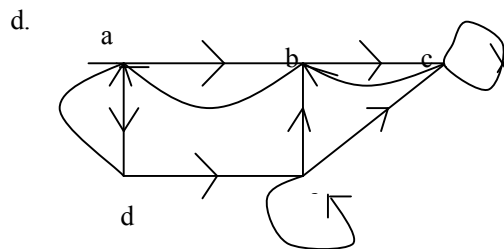
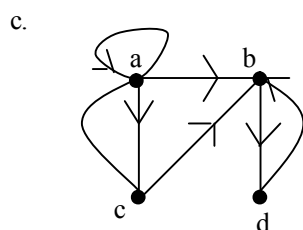
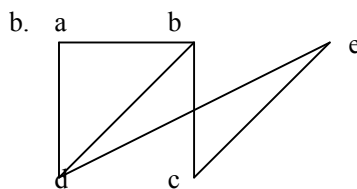
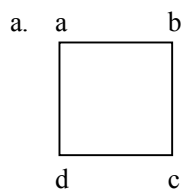
Bài 14 Một đồ thị có 100 đỉnh, mỗi đỉnh đều có bậc 50. Tính số cạnh của nó.

Bài 15 Trong một cuộc liên hoan, mọi người bắt tay nhau. CMR: tổng số lượt bắt tay là một số chẵn

Bài 16 có bao nhiêu cạnh trong một đồ thị có 6 đỉnh mà hai đỉnh bậc 4, hai đỉnh bậc 6, hai đỉnh bậc 8

Bài 17 Nếu đơn đồ thị G có 15 cạnh và \overline{G} có 13 cạnh khi đó G và \overline{G} có bao nhiêu đỉnh ?

Bài 18 Biểu diễn các đồ thị sau bằng ma trận kề:



Bài 19 Biểu diễn các đồ thị sau bằng ma trận kề:

a. K_4

b. $K_{1,4}$

c. $K_{2,3}$

d. C_4

e. W_4

Bài 20 Vẽ các đồ thị có hướng biểu diễn bằng các ma trận kề sau:

a.
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

b.
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

c.
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

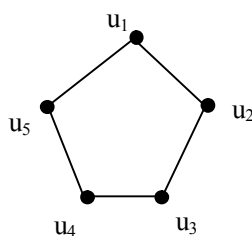
Bài 21 Vẽ các đồ thị vô hướng biểu diễn bằng ma trận kề:

a.
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

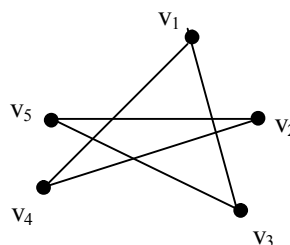
b.
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Bài 22 Hãy xét xem các cặp đồ thị sau có đẳng cấu với nhau không?

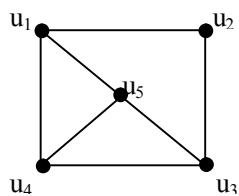
a.



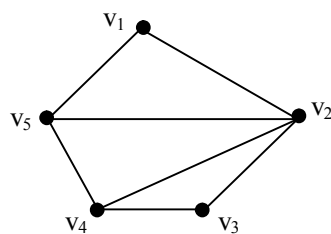
và



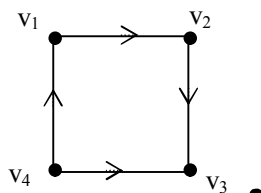
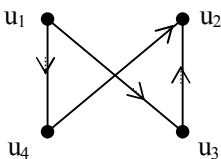
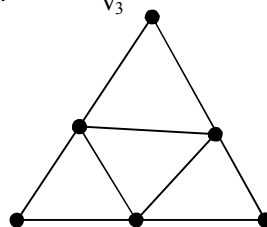
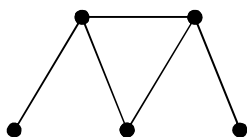
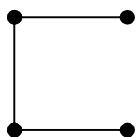
b.



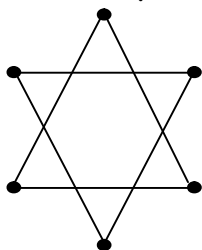
và



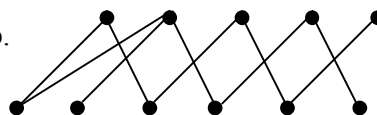
c.

**Bài 23** Vẽ đồ thị bù của các đồ thị sau:**Bài 24** Các đồ thị sau có liên thông không ?

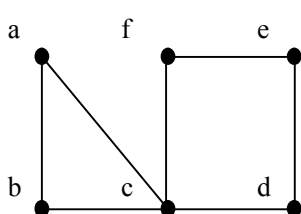
a.



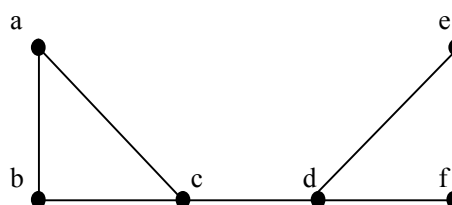
b.

**Bài 25** Tìm tất cả các đỉnh cắt và cầu của đồ thị :

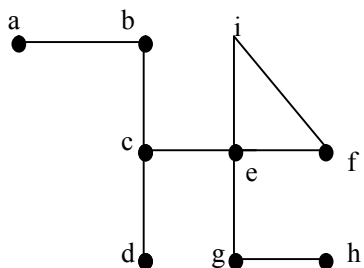
a.



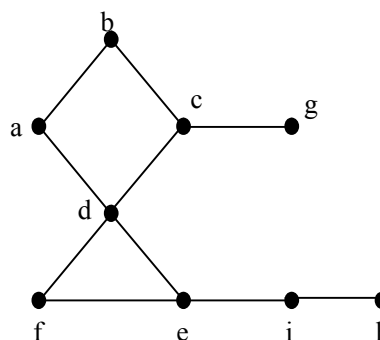
b.



c.



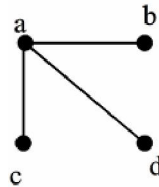
d.



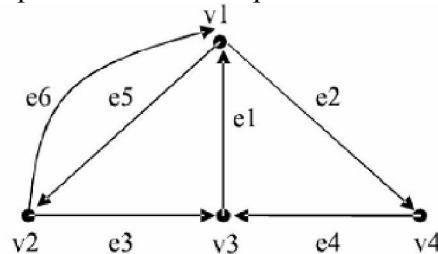
Bài 26 Vẽ các đồ thị

- đều bậc 3 có 10 đỉnh.
- đều bậc 4 có 8 đỉnh.

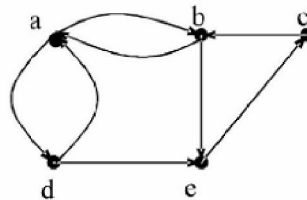
Bài 27 Liệt kê tất cả các đồ thị con của đồ thị sau



Bài 28 Chỉ ra các đường đi sơ cấp và chu trình sơ cấp có thể có của đồ thị sau:



Bài 29 Cho đồ thị:



Mỗi danh sách các đỉnh sau đây có tạo nên đường đi trong đồ thị đã cho hay không?

- a,b,e,c,b
- a,d,b,e,a
- a,d,a,d,a
- a,b,e,c,b,d,a

Bài 30 Một đồ thị có 19 cạnh và mỗi đỉnh đều có bậc ≥ 3 , hỏi đồ thị này có tối đa bao nhiêu đỉnh ?

Bài 31 Cho 1 đồ thị vô hướng có n đỉnh. Hỏi đồ thị này có thể có tối đa bao nhiêu cạnh. Trong trường hợp số cạnh là tối đa thì mỗi đỉnh sẽ có bậc là bao nhiêu.

Bài 32 Cho 1 đồ thị vô hướng có n đỉnh và 2n cạnh. Chứng minh rằng trong đồ thị này luôn tồn tại một đỉnh có bậc không nhỏ hơn 4

Bài 33 Xét đồ thị vô hướng có n đỉnh và m cạnh. Gọi k là bậc nhỏ nhất, K là bậc lớn nhất trong đồ thị. CMR:

$$k \leq \frac{2m}{n} \leq K$$

Bài 34 Với giá trị nào của n thì đồ thị sau đây là đồ thị đều

- K_n
- C_n
- W_n

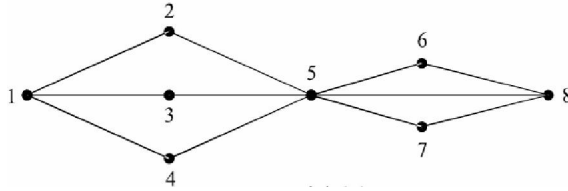
Bài 35 Xét đơn đồ thị vô hướng G với 6 đỉnh, trong đó có 1 đỉnh bậc 1 và 5 đỉnh bậc 3. Chứng minh G là đồ thị liên thông

Bài 36 Một lớp học có 40 sinh viên về nghỉ hè. Biết rằng mỗi em có địa chỉ của ít nhất 20 bạn, và nếu A có địa chỉ của B thì B cũng có địa chỉ của A . Chứng minh rằng bất kì 2 em nào trong lớp cũng có thể liên lạc với nhau

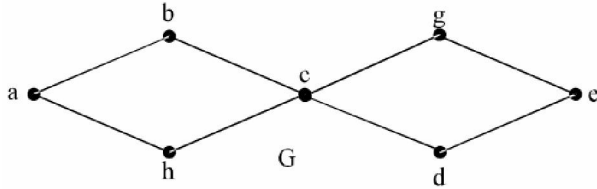
Bài 37 Cho đồ thị vô hướng G liên thông mà mỗi đỉnh đều có bậc 20. CMR: nếu xóa đi một cạnh bất kì thì đồ thị thu được vẫn còn liên thông. (*HD: dùng phản chứng*)

BÀI TẬP CHƯƠNG 2**Bài 1** Duyệt đồ thị sau bằng thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng và chiều sâu

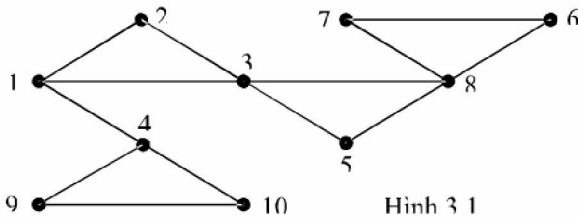
a.



b.

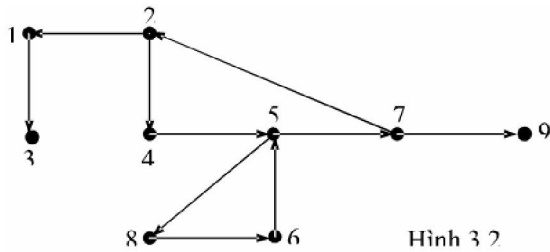


c.



Hình 3.1

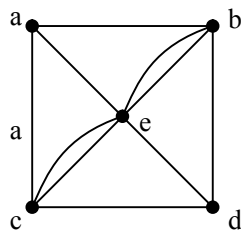
d.



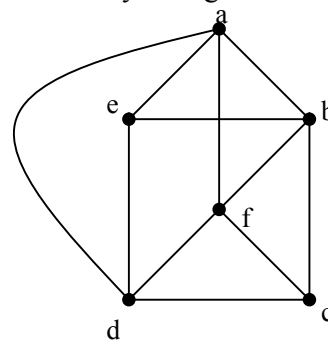
Hình 3.2

Bài 2 Các đồ thị sau có chu trình Euler, đường đi Euler hay không? Nếu có hãy xây dựng chu trình, đường đi đó.

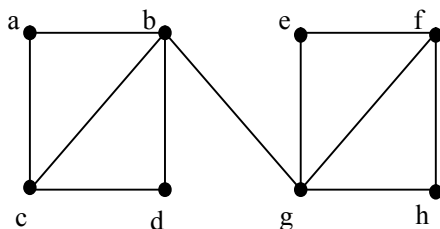
a.



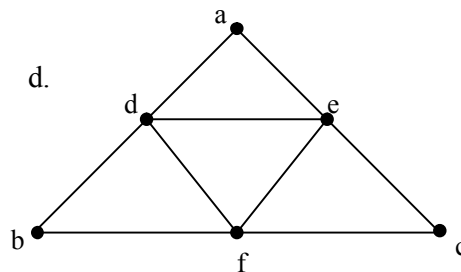
b.



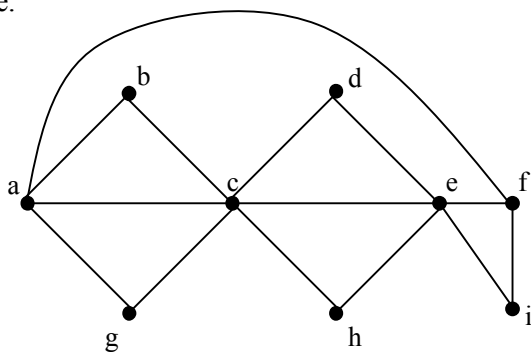
c.



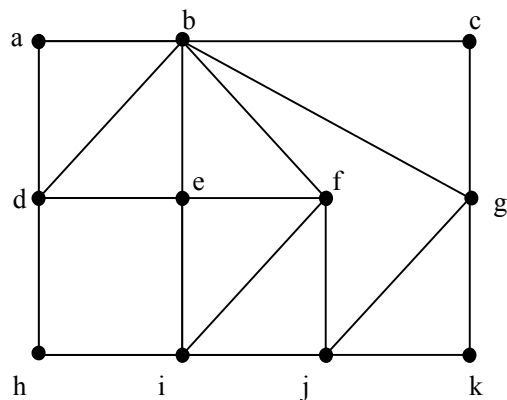
d.



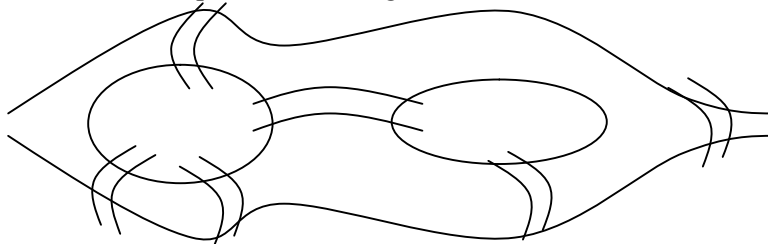
e.



f.

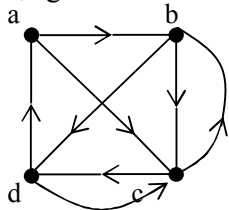


Bài 3 Một người nào đó có thể đi qua những chiếc cầu như trên hình vẽ sau, mỗi chiếc cầu đi qua đúng 1 lần và lại trở về nơi xuất phát được không?

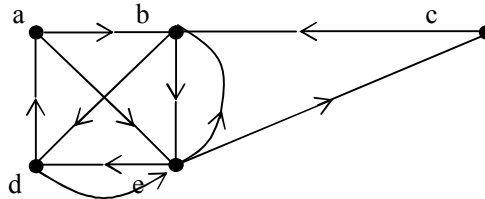


Bài 4 Xem xét các đồ thị có hướng sau, có chu trình hay đường đi Euler hay không? Nếu có, hãy xây dựng chu trình và đường đi đó.

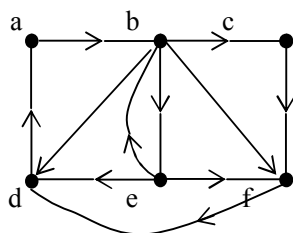
a.



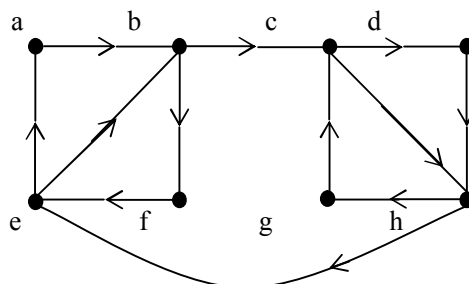
b.



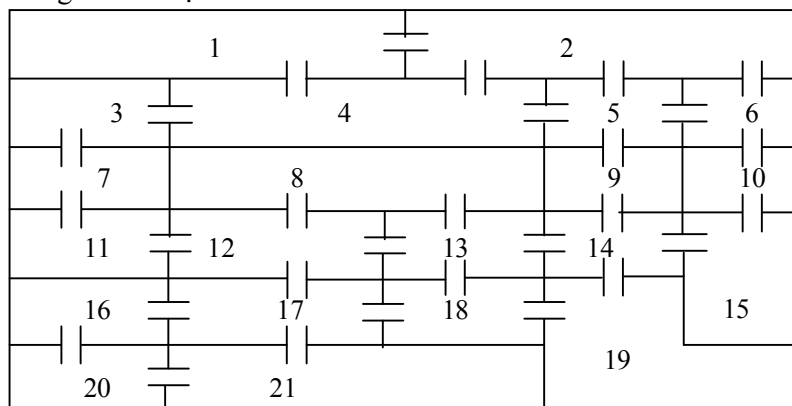
c.



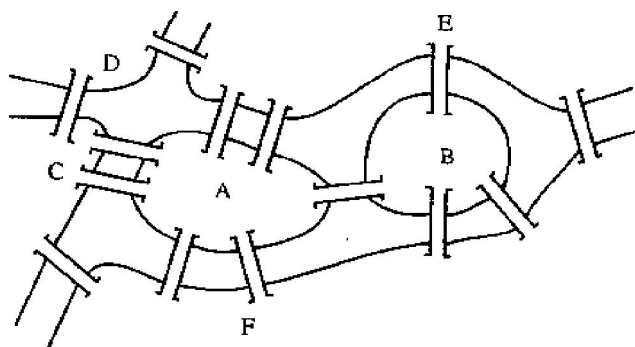
d.



Bài 5 Một ông vua đã xây dựng một lâu đài để cất báu vật. Người ta tìm thấy sơ đồ của lâu đài như sau với lời căn dặn: muốn tìm báu vật, chỉ cần từ một trong các căn phòng bên ngoài cùng (số 1, 2, 6, 10...) đi qua tất cả các cửa phòng, mỗi cửa chỉ một lần. Báu vật được giấu sau cánh cửa cuối cùng. Hãy tìm nơi giấu báu vật.



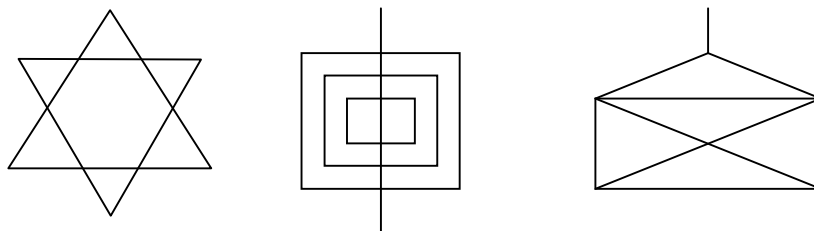
Bài 6 Cho hình vẽ sau



a. Vẽ đồ thị G tương ứng

b. G có chu trình Euler hoặc đường đi Euler không? Tại sao?

Bài 7 Có thể vẽ các bức tranh sau bằng một nét liền, không nhấc bút lên khỏi mặt giấy không?



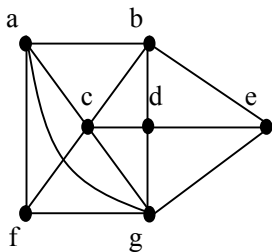
Bài 8 Tìm chu trình Euler hoặc đường đi Euler nếu có của đồ thị vô hướng với ma trận kề sau

a.
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

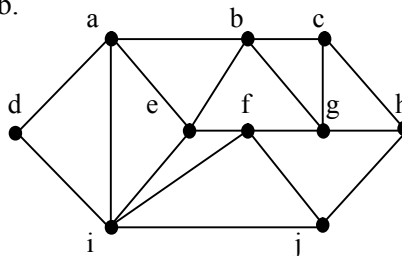
b.
$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Bài 9 Tìm các chu trình Hamilton và đường đi Hamilton (nếu có) của các đồ thị sau:

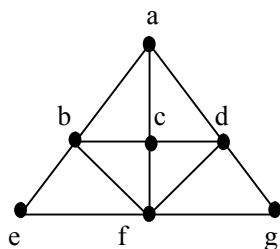
a.



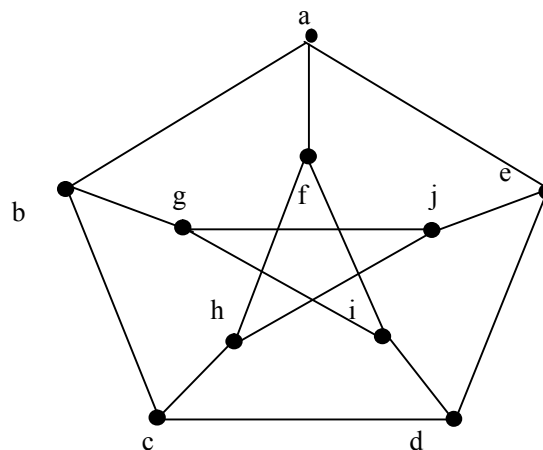
b.



c.

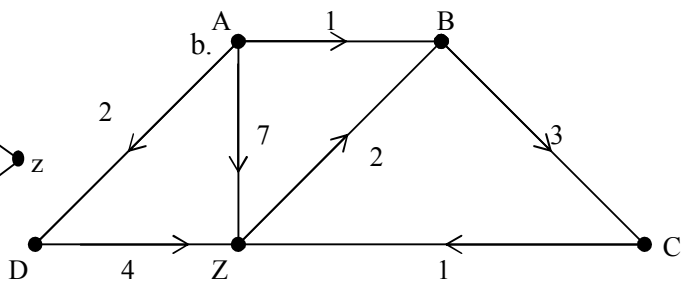
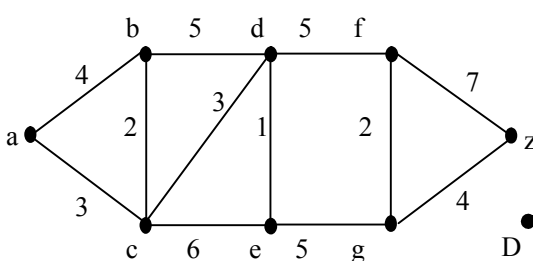


d.

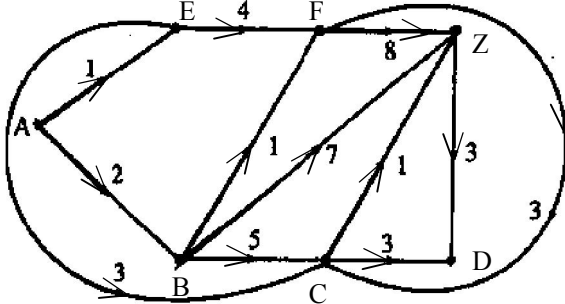


Bài 10 Tìm độ dài đường đi ngắn nhất giữa **a** và **z** trong các đồ thị có trọng số sau:

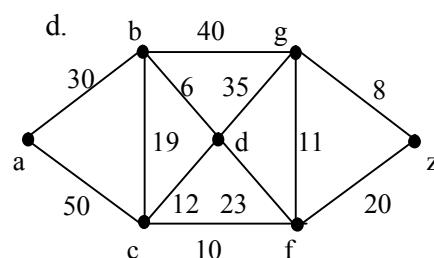
a.



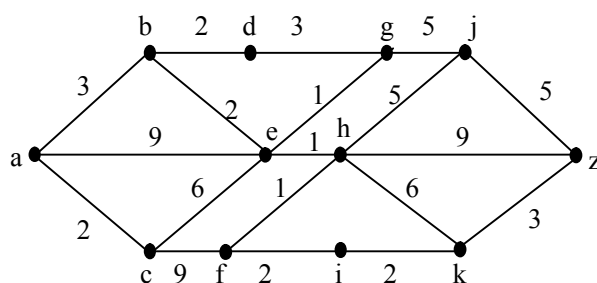
c.



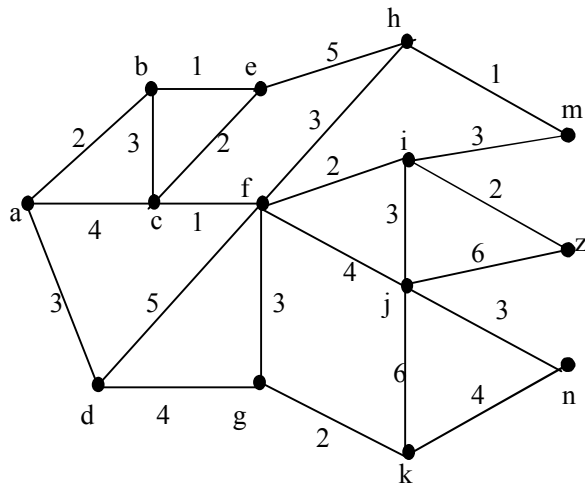
d.



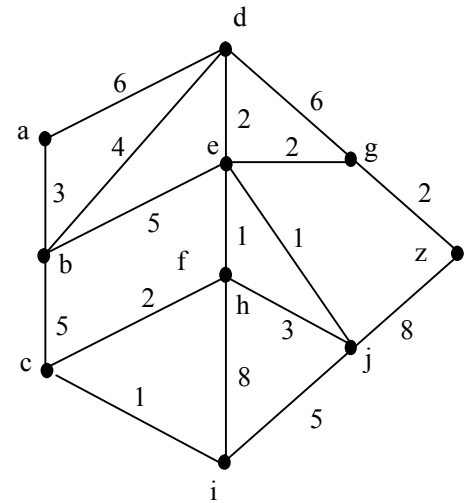
e.



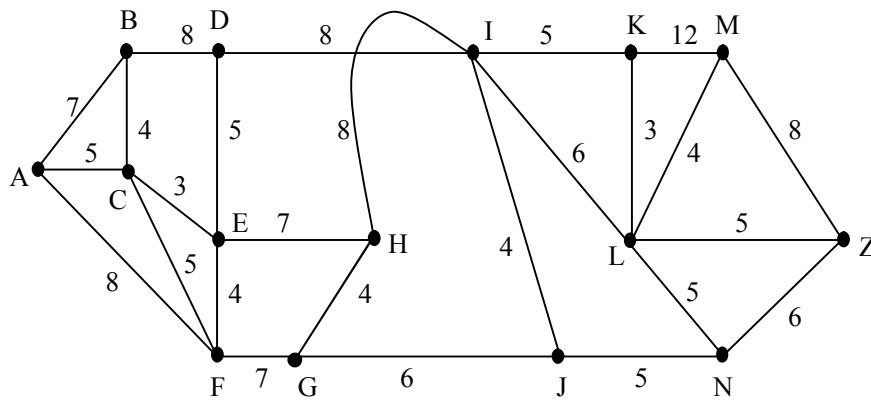
f.



g.



Bài 11 Tìm đường đi ngắn nhất giữa **a** và **z** của đồ thị sau, với điều kiện

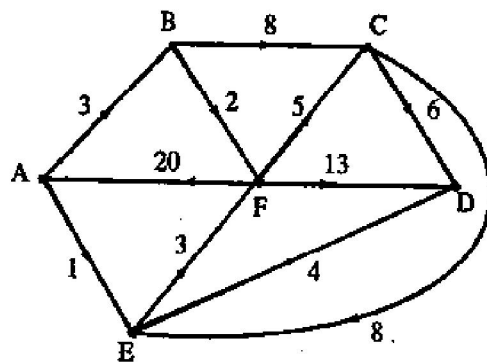


a. Đi qua đỉnh **H**.

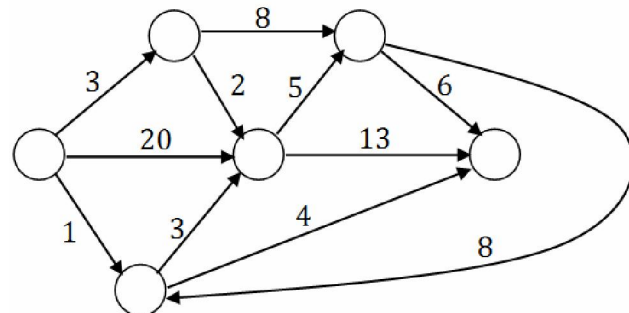
b. Chứa cạnh **IJ**.

Bài 12 Áp dụng thuật toán Floyd để giải các bài toán sau

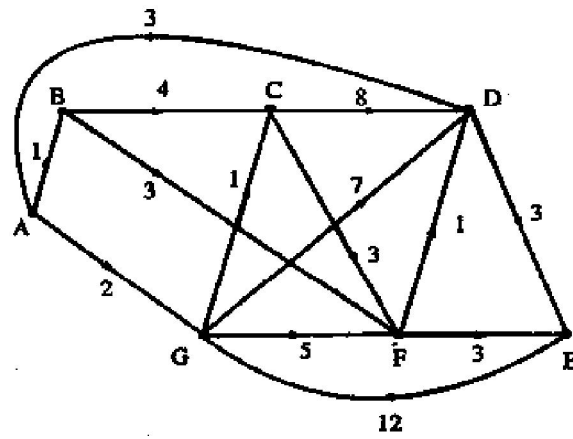
a.



b.



c.



d.

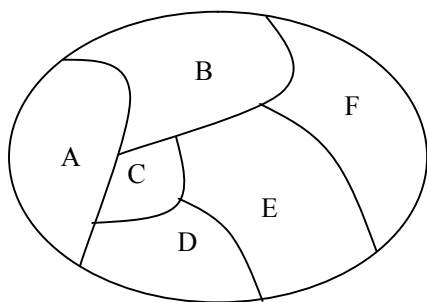
| | A | B | C | D | E |
|---|----|---|----|----|---|
| A | - | 5 | 8 | 13 | 6 |
| B | 4 | - | 7 | 10 | 9 |
| C | 6 | 3 | - | 2 | 7 |
| D | 8 | 4 | 5 | - | 4 |
| E | 12 | 8 | 13 | 3 | - |

e.

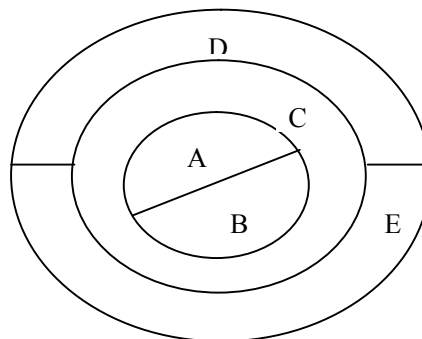
| | A | B | C | D | E | F |
|---|----|----|----|----|----|----|
| A | - | 7 | 15 | 8 | 10 | - |
| B | - | - | 8 | 12 | 13 | 15 |
| C | 4 | 10 | - | 8 | 8 | 6 |
| D | 8 | 5 | 9 | - | - | 8 |
| E | 7 | 3 | - | 9 | - | 9 |
| F | 10 | 8 | 9 | 6 | 3 | - |

BÀI TẬP CHƯƠNG 3**Bài 1** Xây dựng đồ thị đối ngẫu và tô màu các bản đồ sau:

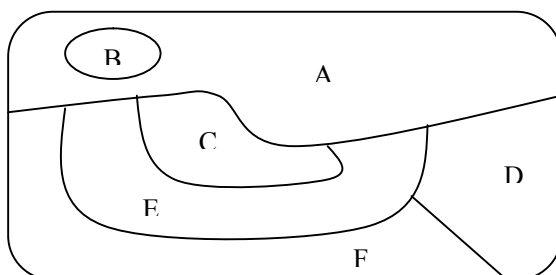
a.



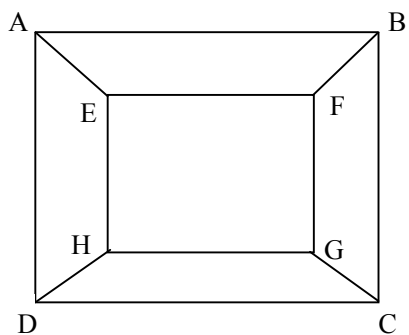
b.



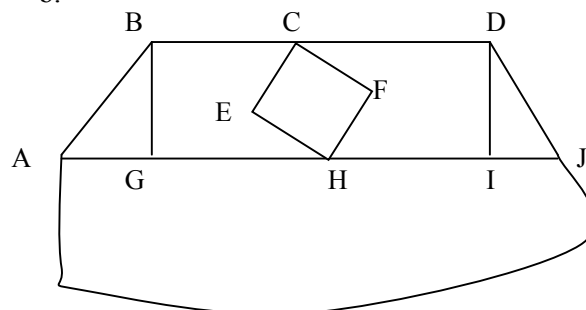
c.

**Bài 2** Tìm sắc số của các đồ thị sau:

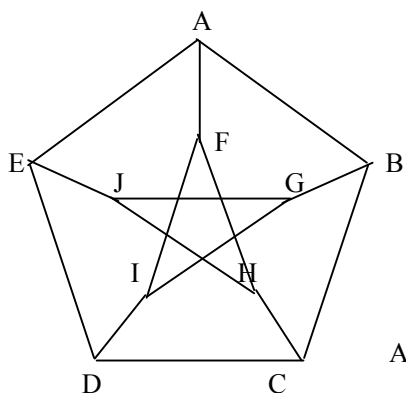
a.



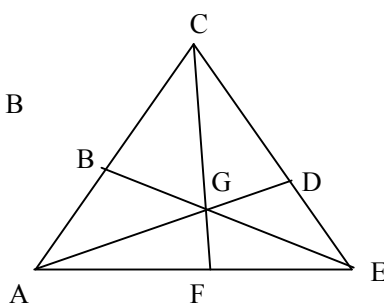
b.



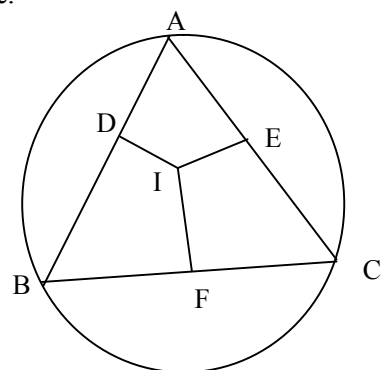
c.



d.

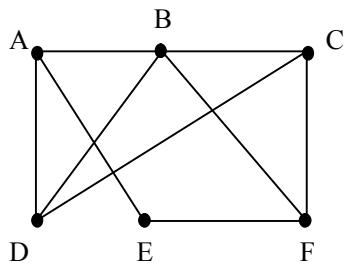


e.

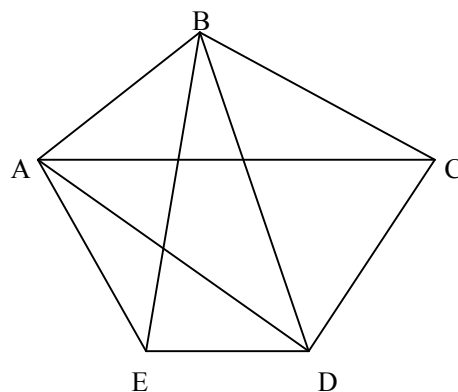


Bài 3 Các đồ thị sau có là phẳng hay không? Nếu có hãy vẽ nó không có cạnh cắt nhau:

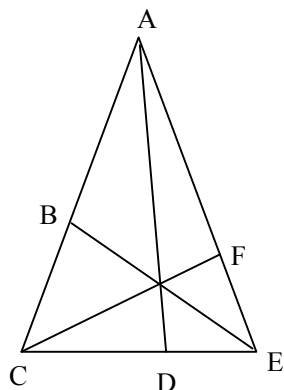
a.



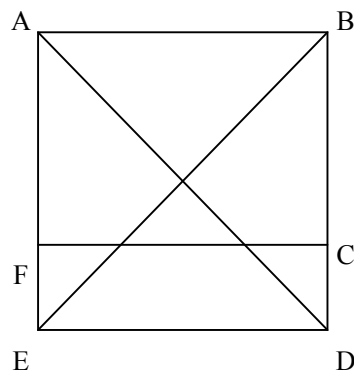
b.



c.



d.



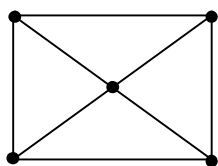
Bài 4 Các đồ thị sau có là phẳng hay không

a.
$$\begin{bmatrix} & & 1 & 1 & 1 \\ & & & 1 & 1 & 1 \\ 1 & & & & 1 & 1 \\ 1 & 1 & & & & 1 \\ 1 & 1 & 1 & & & \\ & 1 & 1 & 1 & & \end{bmatrix}$$

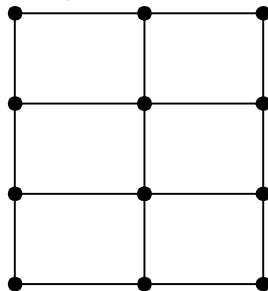
b.
$$\begin{bmatrix} & 1 & & & 1 & 1 \\ 1 & & 1 & & 1 & \\ & 1 & & 1 & & 1 \\ & & 1 & & 1 & 1 \\ 1 & & & 1 & 1 & \\ 1 & 1 & & 1 & & \end{bmatrix}$$

Bài 5 Tìm số đỉnh, cạnh và miền của các đồ thị sau:

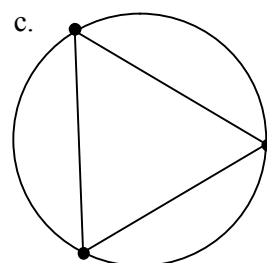
a.



b.

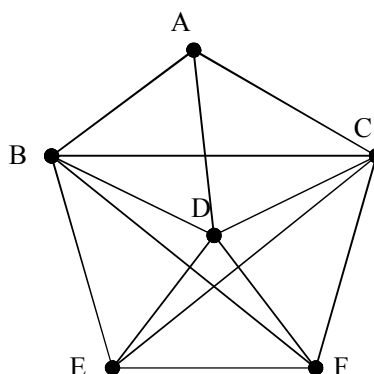
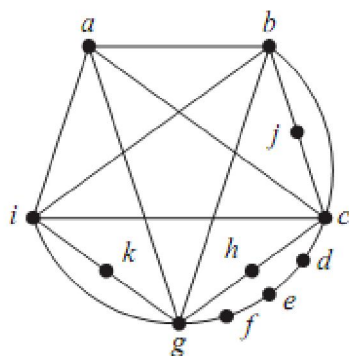
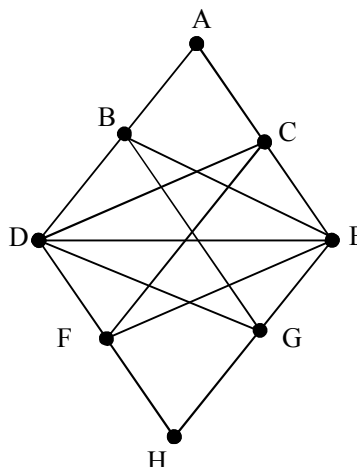
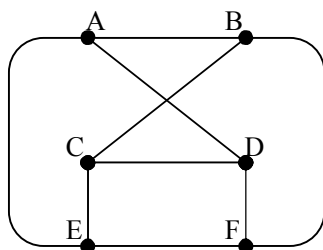


c.



Bài 6 Có năm ngôi nhà nối với hai thiết bị sinh hoạt: Gas và Điện. Hỏi có cách nối để các dây nối không cắt nhau hay không? Tại sao?

Bài 7. Chứng minh các đồ thị sau là không phẳng:



Bài 8 Một người giữ thảo cầm viên muốn sắp xếp các con vật sống theo thói quen tự nhiên của chúng. Nhưng ông ta không thể cho tất cả các con vật sống chung một chỗ vì chúng có thể ăn thịt lẫn nhau. Dấu chấm trong bảng sau chỉ ra những con vật có thể ăn thịt lẫn nhau. Số nơi nhỏ nhất người giữ thảo cầm viên cần để nuôi các con vật là bao nhiêu?

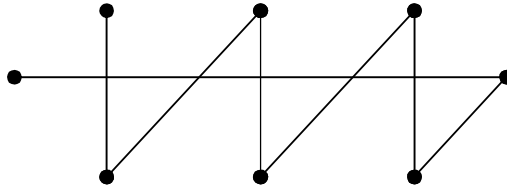
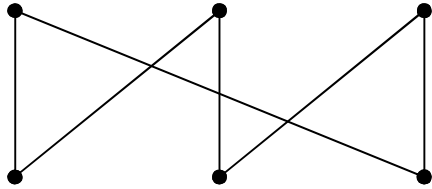
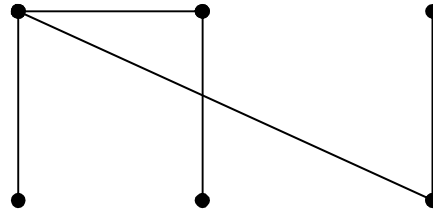
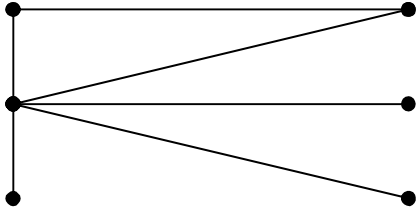
| | a | b | c | d | e | f | g | h | i | j |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a | | • | | | • | | | | | • |
| b | • | | | • | | | • | | | |
| c | | | | | | | | • | | • |
| d | | • | | | | • | | | | |
| e | • | | | | | | | | • | |
| f | | | | • | | | | | | • |
| g | | • | | | | | | | | |
| h | | | • | | | | | | • | |
| i | | | | | • | | | • | | • |
| j | • | | • | | | • | | | • | |

Bài 9 Sáu đài truyền hình ở cách nhau như đã cho trong bảng dưới đây. Mỗi đài sẽ được cấp 1 kênh để phát sóng. Hãy tìm số kênh ít nhất cần phát, biết rằng hai đài phát cách nhau không quá 150 dặm sẽ không được cấp phát chung một kênh.

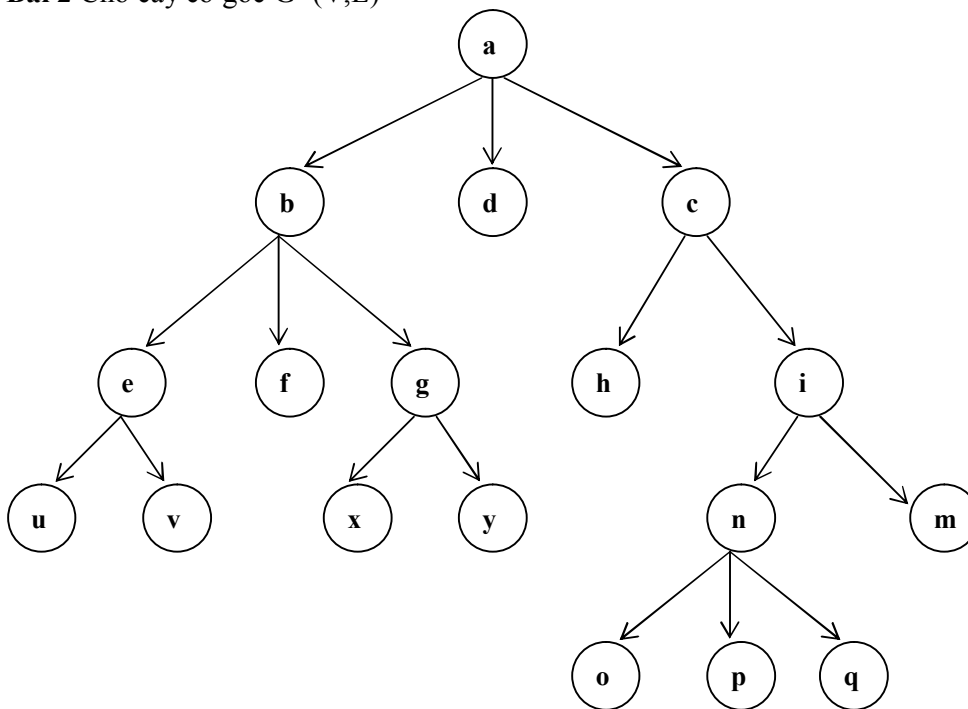
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1 | | 85 | 175 | 200 | 20 | 100 |
| 2 | 85 | | 125 | 175 | 100 | 160 |
| 3 | 175 | 125 | | 100 | 200 | 250 |
| 4 | 200 | 175 | 100 | | 210 | 220 |
| 5 | 20 | 100 | 200 | 210 | | 100 |
| 6 | 100 | 160 | 250 | 220 | 100 | |

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

Bài 1 Đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây là cây?



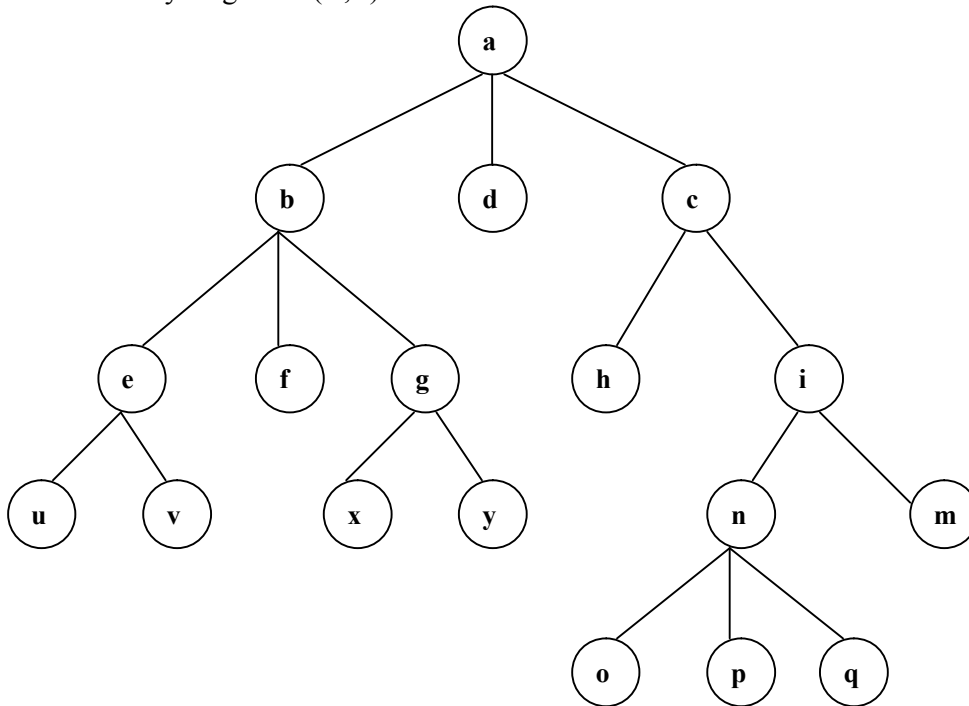
Bài 2 Cho cây có gốc $G=(V,E)$



Trong cây trên:

- Đỉnh nào là gốc
- Đỉnh nào là đỉnh trong
- Đỉnh nào là lá
- Chiều cao của G bằng bao nhiêu
- Mức của các đỉnh u, m, p là bao nhiêu
- Cây G được gọi là cây 3-phân có đúng không? Tại sao?
- Muốn nhận được cây nhị phân đầy đủ từ cây G ở trên cần bỏ đi những đỉnh nào
- Hãy chỉ ra các cây con của đỉnh a

Bài 3 Cho cây có gốc $G=(V,E)$



Xác định thứ tự các đỉnh của cây trên nếu ta duyệt nó theo kiểu:

- Tiền tự
- Trung tự
- Hậu tự

Bài 4 Tìm giá trị của biểu thức tiền tố

$$+ - * 2 3 5 / \uparrow 2 3 4$$

Bài 5 Tìm giá trị của biểu thức hậu tố

$$7 2 3 * - 4 \uparrow 9 3 / +$$

Bài 6 Tìm cây có gốc biểu diễn biểu thức

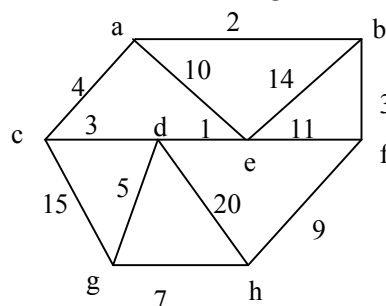
$$((x+y)\uparrow 2) + ((x-4)/3)$$

Bài 7 Giả sử một cây nhị phân với gốc là 25 và có danh sách duyệt trung tự là:

{5, 10, 12, 15, 17, 18, 20, 25, 27, 32, 40, 48, 50, 60}.

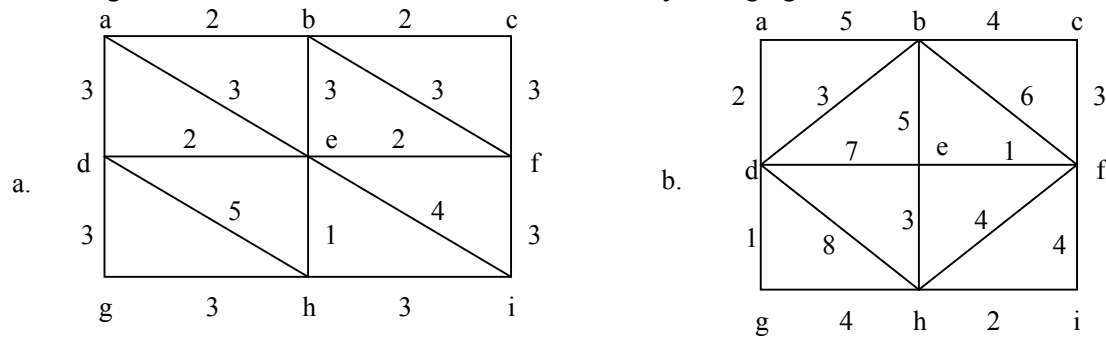
Hãy vẽ cây nhị phân theo cách duyệt tiền tự và hậu tự.

Bài 8 Tìm cây khung ngắn nhất của đồ thị G sau bằng thuật toán Kruskal và thuật toán Prim (bắt đầu từ đỉnh d).



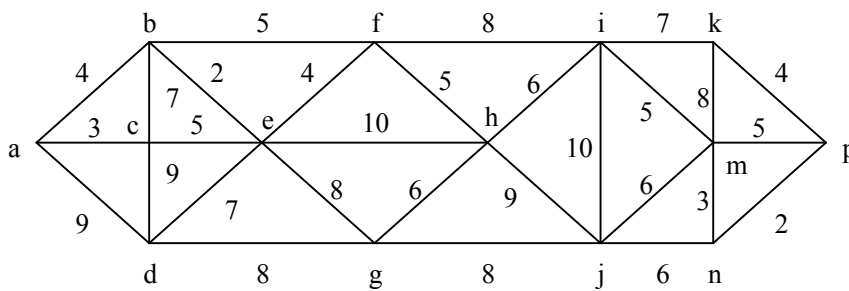
Bài 9 Tìm cây khung dài nhất của đồ thị G trong bài 8.

Bài 10 Dùng thuật toán Kruskal và thuật toán Prim tìm cây khung ngắn nhất của các đồ thị sau:

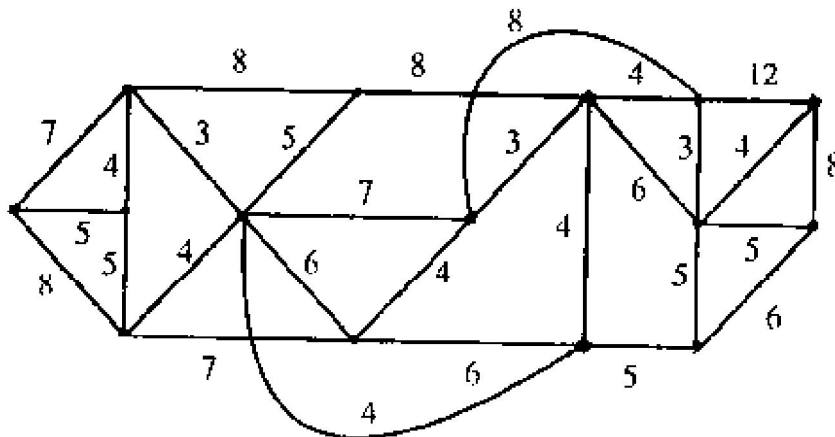


Bài 11 Tìm cây khung nhỏ nhất chứa cạnh km của đồ thị sau bằng 2 phương pháp:

a.



b.



Bài 12 Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị gồm các đỉnh A,B,C,D,E,F,G,H được cho bởi ma trận trọng số sau:

| | | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| ∞ | 16 | 15 | 23 | 19 | 18 | 32 | 20 |
| 16 | ∞ | 13 | 33 | 24 | 20 | 19 | 11 |
| 15 | 13 | ∞ | 13 | 29 | 21 | 20 | 19 |
| 23 | 33 | 13 | ∞ | 22 | 30 | 21 | 12 |
| 19 | 24 | 29 | 22 | ∞ | 34 | 23 | 21 |
| 18 | 20 | 21 | 30 | 34 | ∞ | 17 | 14 |
| 32 | 19 | 20 | 21 | 23 | 17 | ∞ | 18 |
| 20 | 11 | 19 | 12 | 21 | 14 | 18 | ∞ |