Chương 4 : Xử Lý Tri Thức Không Chắc Chắn

Chương gồm có

- Lý giải dưới điều kiện không chắc chắn
- Xử lý tri thức dùng lý thuyết xác suất
- Xử lý tri thức dùng số đo chắc chắn
- Xử lý tri thức dùng logic mờ

4.1) **Lý Giải Dưới Điều Kiện Không Chắc Chắn :**

- Tri thức của bài tóan đã được xử lý trước đây đó là lọai tri thức chắc chắn.
- Để xử lý lọai tri thức chắc chắn sử dụng logic rõ hay còn được gọi là logic hai chữ săn và 1.
- Tri thức chắn chắn là lọai tri thức mà miền giá trị chân lý logic của nó là logic true và logic false ứng với hai chữ số 1 và 0.
- Một lọai tri thức khác của bài tóan đó là tri thức không chắc chắn.
- Tri thức không chắc chắn là lọai tri thức mà miền giá trị chân lý của nó là không chắc chắn đúng và không chắc chắn sai.
- Điều đó có nghĩa là miền giá trị chân lý của nó là ở trong khỏang 0 và 1.
- Lọai tri thức này thường được phát biểu với các nhóm không chắc chắn là

- Tuyệt đối sai.
- Hầu như không chắc chắn.
- Có lẽ không chắc chắn.
- Có thể không chắc chắn.
- Chưa biết.
- Có thể chắc chắn.
- Có lẽ chắc chắn.
- Hầu như chắc chắn.
- Tuyệt đối chắc chắn.

Ví dụ : Cho luật suy diễn là

$$P \rightarrow Q.$$

Nếu suy diễn là tri thức chắc chắn thì giá trị chân lý của tiền điều kiện P là 1 hoặc 0 và giá trị chân lý của suy diễn $P \rightarrow Q$ cũng là 1 hoặc 0; do đó, ta có thể xác định được giá trị chân lý của kết luận Q đó là 1 hoặc 0.

- Nếu suy diễn là tri thức không chắc chắn thì giá trị chân lý của tiền điều kiện P là ở trong khỏang 0 và 1 và giá trị chân lý của suy diễn cũng là ở trong khỏang 0 và 1; vậy thì bằng cách nào để xác định giá trị chân lý của kết luận Q ?.
- Để lý giải với lọai tri thức không chắc chắn sử dụng lý thuyết không chắc chắn đó là lý thuyết xác suất hay lý thuyết logic mờ. Hai lọai lý thuyết này còn được gọi là logic nhiều chữ số ở giữa 0 và 1.

4.2) Xử Lý Tri Thức Không Chắc Chắn Dùng Lý Thuyết Xác Suất :

Lý thuyết xác suất :

- Lý thuyết xác suất là bắt nguồn từ thực nghiệm, điều đó có nghĩa là thông qua thực nghiệm, có tồn tại một vài đại lượng P(E) được gọi là xác suất của biến cố E đó là độ tin cậy của E với các ràng buộc là

$$0 \leq P(E) \leq 1 \text{ và } P(E) + P(\neg E) = 1.$$

- Giả sử có một cái túi lớn chứa nhiều quả bóng, trong đó một số quả bóng có đánh nhãn chữ cái a, một số quả bóng có đánh nhãn chữ cái b, một số quả bóng khác có đánh nhãn chữ cái a và b, và mộ số quả bóng không có đánh nhãn.
- Bằng thực nghiệm, trộn đều các quả bóng trong túi, lấy các quả bóng ra từ túi và bỏ ngược chúng lại vào túi.
- Đếm số lần lặp lại của các quả bóng có nhãn a, số lần lặp lại của các quả bóng có nhãn b và số lần lặp lại của các quả bóng có nhãn a và b.

- Cho n1 là số lần lặp lại của các quả bóng có nhãn a, n2 là số lần lặp lại của các quả bóng có nhãn b, n3 là số lần lặp lại của các quả bóng có nhãn a và b và n là tổng số của các quả bóng chứa trong túi.
- Xác suất của hai biến cố a và b xảy ra độc lập trên cơ sở luật giao hóan được định nghĩa là
  - Xác suất của a ký hiệu là **P(a) = n1/n.**
  - Xác suất của được ký hiệu là **P(b) = n2/n.**
  - Xác suất của a và b được ký hiệu là **P(a∧b) = n3/n.**
  - Xác suất điều kiện a cho bởi biến cố b được ký hiệu là

    P(a\b) = n3/n2 = P(a∧b)/P(b).
  - Xác suất điều kiện b cho bởi biến cố a được ký hiệu là

    P(b\a) = n3/n1 = P(a∧b)/P(a).

- Xác suất của hai biến cố a hoặc b xảy ra phụ thuộc trên cơ sở luật giao hợp được định nghĩa là
  - Xác suất của a là $\mathbf{P(a) = n1/n + n3/n = P(\neg b \wedge a) + P(a \wedge b).}$
  - Xác suất của b là $\mathbf{P(b) = n2/n + n3/n = P(\neg a \wedge b) + P(a \wedge b.}$
  - Xác suất của a hoặc b là

  $$\mathbf{P(a \vee b) = n1/n + n2/n + n3/n = P(a) + P(b) - P(a \wedge b).}$$
- Lý giải với tri thức không chắc chắn sử dụng lý thuyết xác suất để xác định giá trị xác suất của kết luận a hoặc b với các phương trình là
  - $P(a) = P(\neg b \wedge a) + P(a \wedge b) = P(\neg b) \times P(a \backslash \neg b) + P(b) \times P(a \backslash b).$
  - $P(b) = P(\neg a \wedge b) + P(a \wedge b) = P(\neg a) \times P(b \backslash \neg a) + P(a) \times P(b \backslash a).$

Lý giải chính xác dưới điều kiện không chắc chắn dùng xác suất :

- Để lý giải chính xác dưới điều kiện không chắc chắn, mỗi bằng chứng và mỗi suy diễn phải được kèm theo số đo xác suất đó là độ tin cậy của bằng chứng và suy diễn.
- Giả sử có luật suy diễn với dạng là

If a then b.

- Cách tính xác xuất của kết luận b với luật suy diễn này là

$$P(b) = P(a)\times P(b\backslash a) + P(\neg a)\times P(b\backslash \neg a)$$

trong đó,

- P(a) là xác suất của có mặt bằng chứng a,
- P(b\a) là xác suất điều kiện b cho bởi có mặt bằng chứng a đó chính là xác suất của suy diễn if a then b,
- P(¬a) là xác suất của không có mặt bằng chứng a và
- P(b\¬a) là xác suất điều kiện b cho bởi không có mặt bằng chứng a .

- Giả sử cho luật suy diễn với dạng là

If (a and b) then c.

- Cách tính xác suất của kết luận c với luật suy diễn này là

$$P(c) = P(c\backslash a \wedge b) \times p(a \wedge b) + P(c\backslash \neg(a \wedge b)) \times P(\neg(a \wedge b))$$

trong đó,

- ❖ $P(c\backslash a \wedge b)$ là xác suất điều kiện c cho bởi bằng chứng a và b,
- ❖ $p(a \wedge b)$ là xác suất của bằng chứng a và b,
- ❖ $P(c\backslash \neg(a \wedge b))$ là xác suất điều kiện c cho bởi không có bằng chứng a và b và
- ❖ $P(\neg(a \wedge b))$ là xác suất của không có bằng chứng a và b.

- Giả sử cho luật suy diễn với dạng là

If (a or b) then c.

- Cách tính xác suất của kết luận c với luật suy diễn này là

$$\begin{aligned} P(c) = \; & P(c\backslash a \wedge b) \times p(a \wedge b) \\ & + P(c\backslash a \wedge \neg b) \times p(a \wedge \neg b) \\ & + P(c\backslash \neg a \wedge b) \times P(\neg a \wedge b) \\ & + P(c\backslash \neg a \wedge \neg b) \times P(\neg a \wedge \neg b). \end{aligned}$$

Ví dụ : Cho luật suy diễn là

Nếu có số người bị bệnh tim thì trong số đó sẽ có một số người bị bệnh phổi.

- Cho H là số người bệnh tim và C là số người trong số đó sẽ bị bệnh phổi, vậy thì luật suy diễn trên có thể được viết lại với ký hiệu H và C là

$$\mathbf{H \rightarrow C.}$$

- Qua thực nghiệm khảo sát cho thấy rằng :
  - Cứ 100 người, trong đó có 10 người bị bệnh tim. Vì thế xác suất của số người có bệnh tim là P(H) = 0,1.
  - Cứ 100 người, trong đó có 90 người không bị bệnh tim. Vì thế xác suất của những người không có bệnh tim là P(¬H) = 0,9.
  - Cứ 100 người có bệnh tim thì trong số đó có 90 người bị bệnh phổi. Vì thế xác suất điều kiện số người bị bệnh phổi cho bởi số người có bệnh tim là P(C\H) = 0,9.

- ❖ Cứ 100 người không có bệnh tim thì trong số đó có 95 người không bị bệnh phổi. Do đó, xác suất điều kiện số người không bị bệnh phổi cho bởi số người không có bệnh tim là $P(\neg C \backslash \neg H) = 0{,}95$.
- ❖ Cứ 100 người không có bệnh tim thì trong số có 5 người bị bệnh phổi. Do đó, xác suất điều kiện số người bị bệnh phổi cho bởi số người không có bệnh tim là $P(C \backslash \neg H) = 0{,}05$.

- Ta có xác suất của luật suy diễn $H \rightarrow C$ đó chính là xác suất điều kiện C cho bởi bằng chứng H đó là $P(C \backslash H) = 0{,}9$.
  - ❖ Công thức tính xác suất của kết luận C với dạng luật suy diễn $H \rightarrow C$ là

$$\mathbf{P(C) = P(H) \times P(C \backslash H) + P(\neg H) \times P(C \backslash \neg H).}$$

  - ❖ Vậy thì ta có xác suất của kết luận C là

$$\mathbf{P(C) = 0{,}1 \times 0{,}9 + 0{,}9 \times 0.05 = 0{,}135 \ \ hay\ 13{,}5\%.}$$

- Với lý giải chính xác dưới điều kiện không chắc chắn dùng xác suất cho các luật suy diễn dạng phức tạp hơn, công việc tính xác suất của vế kết luận sẽ xuất hiện nhiều ẩn số xác suất chưa biết trong công thức tính xác suất.
- Để khắc phục điều này, công việc tính xấp xỉ cải tiến từ công thức tính xác suất của định luật Baye được thiết lập bằng số đo chắc chắn sẽ được khảo sát ở mục kế theo.

4.3) Lý thuyết chắc chắn :

- Giả sử cho luật suy diễn là

  If a then b.

  - ❖ Xác suất có mặt của kết luận b là P(b) và xác suất không có mặt của kết luận b là P(¬b).
  - ❖ Vậy thì, tổng giá trị của hai lọai xác suất này phải là P(b) + P(¬b) = 1.
  - ❖ Xác suất điều kiện b cho bởi a là P(b\a).
- Công việc lý giải dưới điều kiện không chắc chắn là cách xác định độ tin cậy của kết luận b với mỗi bằng chứng a.
- Độ tin cậy này có thể tăng hoặc giảm điều đó còn phụ thuộc vào độ tin cậy của mỗi bằng chứng a.
- Với ý tưởng này, hai đại lượng số đo độ tin cậy mới được đề xuất cho kết luận b đó là MB và MD. Hai đại lượng này bị chặn bởi 0 và 1 đó là **$0 \leq MB \leq 1$ và $0 \leq MD \leq 1$**

  trong đó,

  - ❖ MB là số đo độ tin cậy của kết luận b và
  - ❖ MD là số đo độ không tin cậy của kết luận b.

- Vậy thì, cho mỗi bằng chứng a, hai đại lượng số đo độ tin cậy và độ không tin cậy của kết luận b này được thiết lập là

$$MB(b,a) = \begin{cases} 1 \quad if \quad P(b) = 1 \\ \dfrac{\max[P(b \setminus a), P(b)] - P(b)}{1 - P(b)} \end{cases}$$

$$MD(b,a) = \begin{cases} 1 \quad if \quad P(b) = 0 \\ \dfrac{\min[P(b \setminus a), P(b)] - P(b)}{- P(b)} \end{cases}$$

- Trên cơ sở số đo độ tin cậy và số đo độ không tin cậy của kết luận b, một đại lượng số đo độ tin cậy khác được đề xuất đó là số đo chắc chắn của kết luận b với mỗi bằng chứng a. Số đo này bị chặn bởi –1 và 1 đó là $-1 \le CF(b,a) \le 1$ và được thiết lập là

CF(b,a) = MB(b,a) – MD(b,a)

- Nếu số đo chắc chắn của kết luận b với bằng chứng a là CF(b,a) = -1 thì kết luận rằng b là sai.
- Nếu số đo chắc chắn của kết luận b với bằng chứng a là CF(b,a) = 0 thì kết luận rằng b là chưa biết.
- Nếu số đo chắc chắn của kết luận b với bằng chứng a là CF(b,a) = 1 thì kết luận rằng b là đúng.

❖ Khảo sát các phương trình trên với các trường hợp là

- **Trường hợp 1** : Bằng chứng a dẫn đến kết luận b là đúng hay nói cách khác, xác suất điều kiện b cho bởi a là đúng.

Với trường hợp này, ta có P(b\a) = 1 và P(b) = 1; do đó ta có MB(b,a) = 1 và MD(b,a) = 0. Vậy thì CF(b,a) = 1; do đó ta kế luận rằng b là đúng.

- **<u>Trường hợp 2</u>** : Bằng chứng a dẫn đến kết luận b là sai hay nói cách khác, xác suất điều kiện không có mặt b cho bởi a là đúng.

Với trường hợp này, ta có P(¬b\a) = 1 và P(b) = 0; do đó ta có MB(b,a) = 0 và MD(b,a) = 1. Vậy thì CF(b,a) = -1; do đó ta có thể kết luận rằng b là sai.

- **<u>Trường hợp 3</u>** : Không có mặt bằng chứng a dẫn đến kết luận b.

Với trường hợp này, ta có P(b\a) = P(b); do đó MB(b,a) = 0 và MD(b,a) = 0.

Vậy thì CF(b,a) = 0 và do đó ta kết luận rằng b là chưa biết.

- **<u>Trường hợp 4</u>** : Bằng chứng khả thi a dẫn đến kết luận b.

Với trường hợp này, ta tcó xác suất điều kiện b cho bởi a bị chặn bởi là

$$P(b) < P(b\backslash a) < 1.$$

Vì thế MB và MD được xác định là và MD(b,a) = o.

Do đó, CF(b,a) = MB(b,a) là một số dương. Điều này chứng tỏ rằng kết luận b là khả thi.

- **Trường hợp 5** : Bằng chứng không khả thi dẫn đến kết luận b.

Với trường hợp này, xác suất điều kiện b cho bởi a bị chặn bởi là

$$0 < P(b\backslash a) < P(b).$$

Ví thế MB và MD được xác định là MB(b,a) = 0

Do đó, ta có CF(b,a) = - MD(b,a) là một số âm. Điều này chứng tỏ rằng kết luận b là không khả thi.

Lý giải xấp xỉ dưới điều kiện không chắc chắn dùng lý thuyết số đo chắc chắn :

- Để lý giải xấp xỉ dưới điều kiện không chắc chắn dùng số đo chắc chắn, mỗi bằng chứng và mỗi luật suy diễn phải được kèm theo số đo chắc chắn.
- Theo lý thuyết, số đo chắc chắn của mỗi bằng chứng hoặc luật suy diễn phải bị chặn bởi là $-1 \leq CF \leq 1$.

- Cho luật suy diễn với dạng là

If a then b

- Với số đo chắc chắn của bằng chứng a được kèm theo là CF(a) và số đo chắc chắn của luật suy diễn được kèm theo là CF(rule). Vậy thì, số đo chắc chắn của kết luận b với dạng luật suy diễn này có thể được tính bằng công thức là

$$CF(b,a) = CF(a) \times CF(rule).$$

- Cho luật suy diễn với dạng là

If a1 and a2 . . . and am then b

- Với các số đo chắc chắn của các bằng chứng a1, a2 . . . . . am được kèm theo là CF(a1), CF(a2), ...,CF(am) và số đo chắc chắn của luật suy diễn được kèm theo là CF(rule).
- Vậy thì, số đo chắc chắn của kết luận b với dạng luật suy diễn này được tính bằng công thức là

$$CF(b, a1 \text{ and } a2,. . .\text{and } am) = \min\{CF(ai)\} \times CF(rule).$$

Trong đó, min là hàm trả về giá trị cực tiểu của các số đo chắc chắn của các bằng chứng ai.

- Cho luật suy diễn với dạng là

If a1 or a2 or . . . or am then b

- Với các số đo chắc chắn của các bằng chứng và luật suy diễn được kèm theo là như trên. Vậy thì, số đo chắc chắn của kết luận b với dạng luật này được tính bằng công thức là

CF(b, a1 or a2,. . . or am) = max{CF(ai)}×CF(rule).

- Trong đó, max là hàm trả về giá trị cực đại của các số đo chắc chắn của các bằng chứng ai.
- Cách tính số đo chắc chắn của kết luận b được hổ trợ từ hai hoặc nhiều nguồn luật suy diễn khác nhau có cùng kết luận b :
- Giả sử ta có hai luật suy diễn là

Rule1: If a1 then b

Rule2: If a2 then b

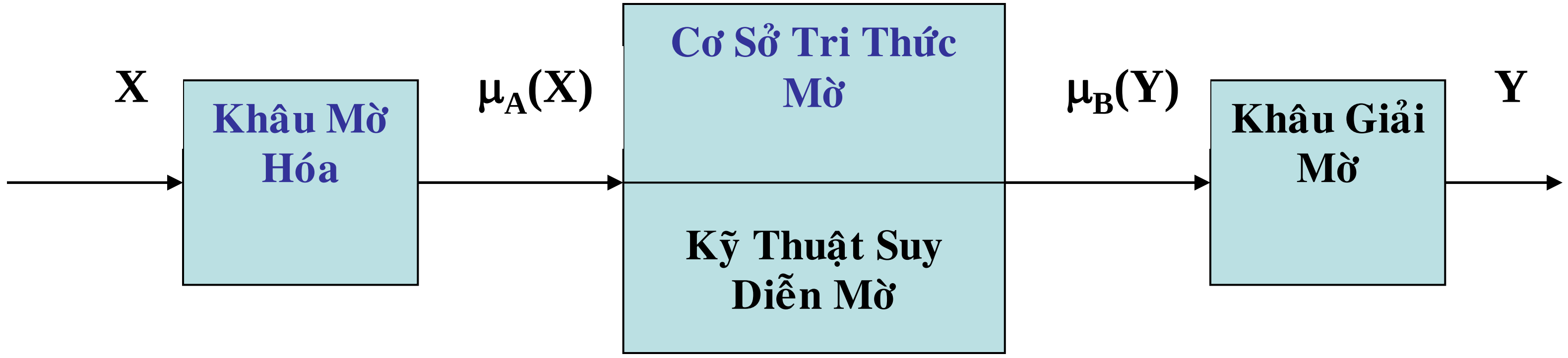
- Với trường hợp này, số đo chắc chắn tổng hợp của kết luận b được tính bằng công thức là

$$CF(CF(b,a_1),CF(b.,a_2) = \begin{cases} CF(b,a_1) + CF(b,a_2) \times (1 - CF(b,a_1)) \quad if \quad both > 0. \\ \dfrac{CF(b,a_1) + CF(b,a_2)}{1 + \min\{|CF(b,a_1)|, |CF(b,a_2)|\}} \quad if \quad one\ of\ them < 0. \\ CF(b,a_1) + CF(b,a_2) \times (1 + cf(b,a_1)) \quad if \quad both < 0. \end{cases}$$

Trong đó, CF(b,a1) là số đo chắc chắn của kết luận b với rule1 và CF(b,a2) là số đo chắc chắn của kết luận b với rule2.

4.3) Xử Lý Tri Thức Không Chắc Chắn Dùng Logic Mờ :

- Một phương pháp xử lý tri thức không chắc chắn khác đó là logic mờ. Một hệ thống xử lý tri thức không chắc chắn dùng logic được mô tả bằng lưu đồ khối như hình



- Một hệ thống xử lý tri thức không chắn dùng logic mờ gồm có biến vào ra X, Y của hệ thống, khâu mờ hóa, cơ sở tri thức mờ, kỹ thuật suy diễn mờ và khâu giải mờ.

- **Khâu mờ hóa** : chuyển đại lượng rõ từ ngõ vào X sang đại lượng mờ μA(X).
- **Cơ ở tri thức mờ** : gồm cơ sở dữ liệu mờ và cơ sở luật suy diễn mờ. Cơ sở dữ liệu mờ là các tập mờ vào ra của hệ thống và cơ sở luật suy diễn mờ là tập các luật suy diễn mờ được thể hiện dưới dạng luật If-Then đó là tập luật mô tả tổng quát cách giải một bài tóan mờ.
- **Kỹ thuật suy diễn mờ** : phương pháp xác định tập mờ ngõ ra của hệ thống.
- **Khâu giải mờ** : chuyển đại lượng mờ μB(Y) sang đại lượng rõ Y

Tập mờ và các phép tóan trên các tập mờ :

- **Tập rõ** : Cho x là phần tử của cơ sở X và A là tập con của X. A được gọi là tập rõ trong X, nếu A được định nghĩa bằng hàm liên thuộc là

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases}$$

- **Tập mờ** : Cho x là phần tử của cơ sở X và A là tập con của X. A được gọi là tập mờ trong X, nếu A được định nghĩa bằng hàm liên thuộc của nó sao cho bị chặn giữa 0 và 1 đó là

$$\mathbf{0 \leq \mu A(X) \leq 1.}$$

- **Biểu diễn tập mờ** : Nếu X là tập cơ sở liên tục, tập mờ A trong X được biểu diễn là

$$A = \int_X \frac{\mu(x)}{x} dx$$

- Trong đó, ký hiệu là tóan tử hợp và là tóan tử kết hợp giữa đại lượng rõ và đại lượng mờ.
- Nếu X là tập cơ sở rời rạc, thì tập mờ A trong X được biểu diễn là

$$A = \sum_{i=1}^{n} \mu_A(x_i) / x_i$$

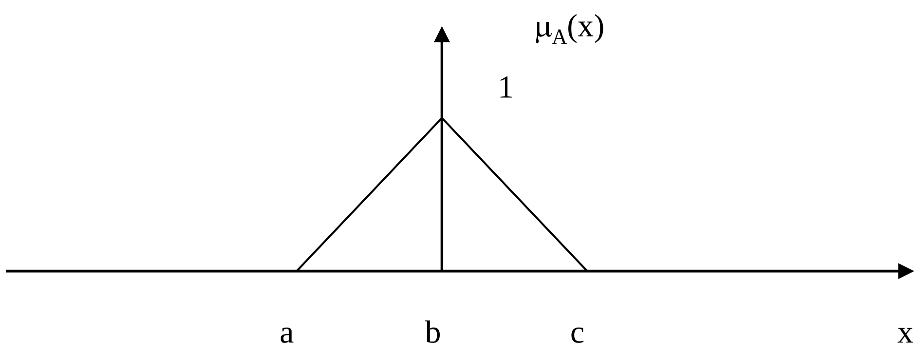
- Trong đó, ký hiệu là tóan tử hợp và ký hiệu / là tóan tử kết hợp giữa giá trị rõ và giá trị mờ tương ứng.

▪ **Hàm liên thuộc** : Có hai cách xây dựng hàm liên thuộc cho tập mờ A đó là xây dựng hàm liên thuộc dưới dạng bảng và xây dựng hàm liên thuộc dưới dạng hàm.

- Hàm liên thuộc dưới dạng bảng gồm hai cột và nhiều hàng, cột thứ nhất chứa giá trị rõ và cột chứa các giá trị mờ tương ứng được mô tả tổng quát như bảng

Đại lượng rõ xi	**Đại lượng mờ** $\mu_A(x_i)$
x1	$\mu_A(x_1)$
xn	$\mu_A(x_n)$

➢Hàm liên thuộc dưới dạng hàm có nhiều hàm khác nhau nhưng hàm liên thuộc dạng tam giác là được sử dụng phổ biến nhất. Cho đồ thị biểu diễn tập mờ A dạng tam giác như hình

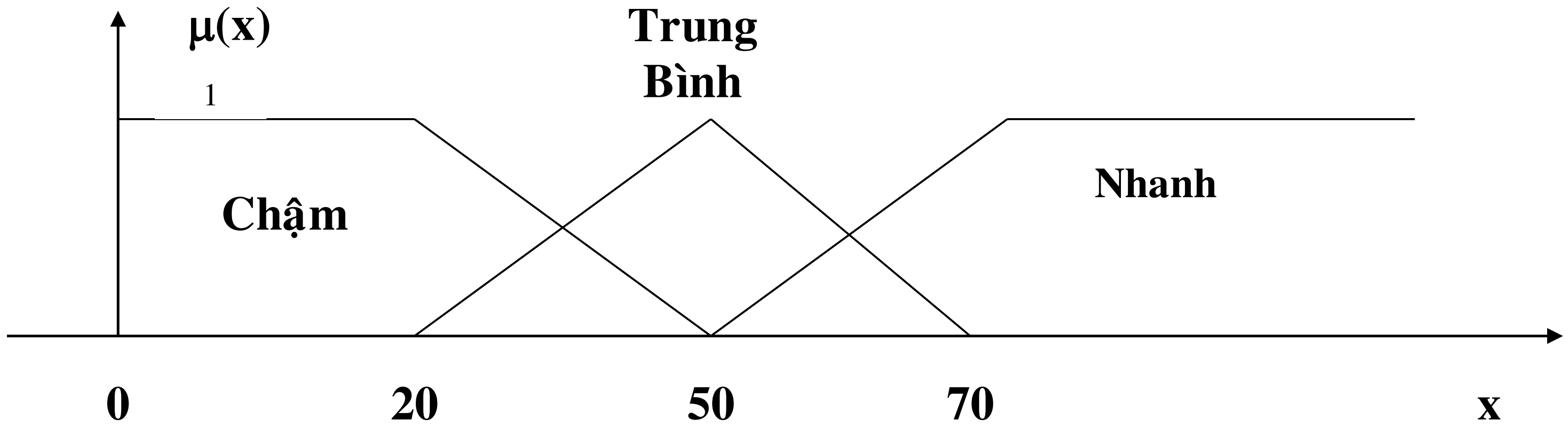


- Hàm liên thuộc dạng tam giác được thiết lập là

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a} & if \;\; a \le x \le b. \\ \dfrac{c-x}{c-b} & if \;\; b \le x \le c. \end{cases}$$

- trong đó, a là cận trái, b là tâm và c là cận phải của tam giác trên trục hoành x.

- **Biến ngôn ngữ** : Các biến rõ vào ra của hệ thống mờ được gọi là các biến ngôn ngữ, vì chúng được mô tả dưới dạng ngôn ngữ tự nhiên như nhanh, chậm, ít, nhiều vân vân. Các đại lượng ngôn ngữ này đó chính là các tập mờ vào ra được định nghĩa trên các biến vào ra của hệ thống.
- **Ví dụ** : Cho x là biến ngôn ngữ biểu diễn tốc độ của xe được mô tả bằng các tập mờ như nhanh, trung bình và chậm được biểu diễn bằng đồ thị như hình



- **Các phép tóan trên các tập mờ** : Để làm việc trên các tập mờ, có các phép tóan là
  - **Phép tóan giao** : Cho A và B là hai tập mờ trong tập cơ sở X. Tập mờ của phép tóan giao A và B cũng là tập mờ trong X với hàm liên thuộc là

$$\mu_{A\cap B}(x) = \min\left\{\mu_A(x), \mu_B(x)\right\}$$

- **Phép tóan hợp** : Cho A và B là hai tập mờ trong X. Tập mờ của phép tóan hợp A và B cũng là tập mờ trong X với hàm liên thuộc là

$$\mu_{A\cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}$$

- **Phép tóan bù** : Cho là tập bù của tập mờ A trong tập cơ sở X. cũng là tập mờ trong X với hàm liên thuộc là

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x)$$

- **Quan hệ mờ và các phép tóan trên quan hệ mờ** :
  - **Tập tích của hai tập cơ sở** : cho X và Y là hai tập cơ sở với x∈X và y∈Y. Tập tích của hai tập cơ sở X và Y được định nghĩa là

$$X \times Y = \{(x, y) / x \in X, y \in Y\}$$

- **Quan hệ rõ** : Cho R là tập con của tập tích X×Y, R được gọi là quan hệ rõ trong X×Y, nếu R được định nghĩa bằng hàm liên thuộc là

$$\mu_R(x,y) = \begin{cases} 1 & if\ (x,y) \in R \\ 0 & if\ (x,y) \notin R \end{cases}$$

- **Quan hệ mờ** : Cho R là tập con của tập tích X×Y, R được gọi là quan hệ mờ trong X×Y, nếu R được định nghĩa bằng hàm liên thuộc của nó sao cho bị chặn giữa 0 và 1 đó là

$$0 \le \mu_R(x,y) \le 1.$$

- **Biểu diễn quan hệ mờ** : Quan hệ mờ có thể được biểu diễn dưới dạng ma trận là

$$R(x,y)=\begin{bmatrix} \mu_R(x_1,y_1) & \mu_R(x_1,y_2). & . & . & \mu_R(x_1,y_n) \\ \\ \\ \\ \mu_R(x_m,y_1) & \mu_R(x_m,y_2). & . & . & \mu_R(x_m,y_n) \end{bmatrix}$$

- **Các phép tóan trên các quan hệ mờ** : Cho P là quan hệ mờ trong tập tích X×Y và Q là quan hệ mờ trong tập tích Y×Z. Quan hệ mờ trong tập tích X×Z được xác định bằng phương trình là

$$R = PoQ$$

  - Trong đó ký hiệu o là tóan tử hợp thành mờ.
  - Có nhiều lọai tóan tử hợp thành mờ, tuy nhiên hai lọai tóan tử hợp thành mờ thông dụng nhất đó là tóan tử max-min và tóan tử max-product.

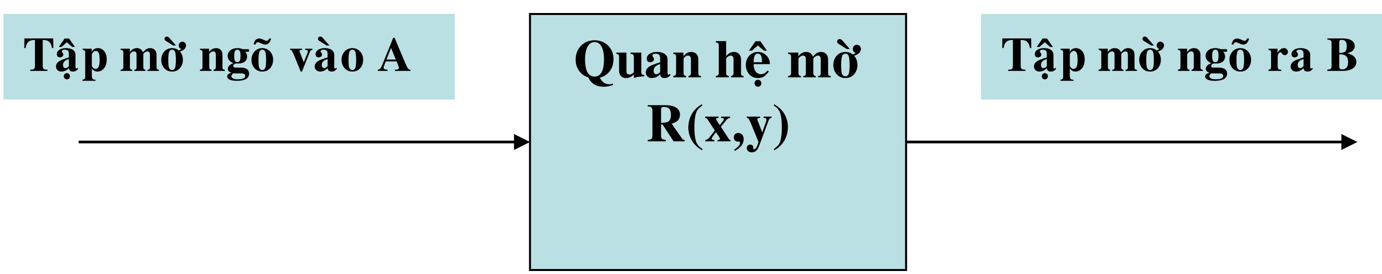
- Tóan tử max-min được thiết lập la

$$\mu_R(x,z) = \mu_{P\circ Q}(x,z) = \max\min\{\mu_P(x,y), \mu_Q(y,z)\}$$

- Tóan tử max-product được thiết lập là

$$\mu_R(x,z) = \mu_{P\circ Q}(x,z) = \max\{\mu_P(x,y) \times \mu_Q(y,z)\}$$

- **Phương trình quan hệ mờ** : Cho A là tập mờ ngõ vào trên biến ngôn ngữ vào X, R là quan hệ mờ trong tập tích X×Y và B là tập mờ ngõ ra trên biến ngôn ngữ ngõ ra Y. Quan hệ vào ra của hệ thống mờ này được mô tả bằng lưu đồ khối như hình



- Phương trình quan hệ mờ xác định tập mờ ngõ ra của hệ thống được thiết lập là

$$B = AoR$$

- Trong đó, ký hiệu o là tóan tử hợp thành mờ max-min hoặc max-product như đã được thiết lập trên.

3) Logic mờ và lý giải xấp xỉ mờ :

- **Logic mờ** :
  - Logic mờ là logic mà giá trị chân lý của đề xuất không bị hạn chế bởi hai chữ số 0 và 1 như logic rõ hai chữ số.
  - Giá trị chân lý của một đề xuất trong logic mờ có thể được gán cho giá trị bất kỳ giữa 0 và 1.
  - Cho đề xuất P với $x \in A$, trong đó A là tập mờ trong tập cơ sở X với hàm liên thuộc là $\mu_A(x)$. Khi đó giá trị chân lý của đề xuất P là

$$T(P) = \mu_A(x)$$

trong đó, $\mu A(x)$ là bị chặn bởi giữa khỏang 0 và 1 đó là

$$0 \le \mu_A(x) \le 1$$

- **Phép tóan phủ định của đề xuất P** :

Cho đề xuất P với $x \in A$, trong đó A là tập mờ trong tập cơ sở X với hàm liên thuộc là $\mu_A(x)$. Phủ định của đề xuất P là $x \notin A$. Do đó, giá trị chân lý của $\neg P$ được thiết lập là

$$\mathbf{T(\neg P) = 1 - T(P).}$$

- **Phép tóan logic hợp của đề xuất P và Q** :

Cho đề xuất P với $x \in A$ và đề xuất Q với $x \in B$, trong đó A và B là hai tập mờ trong tập cơ sở X với các hàm liên thuộc là $\mu_A(x)$ và $\mu_B(x)$. Khi đó phép tóan logic hợp của P và Q là

$P \vee Q$: **$x \in A$ hoặc $x \in B$.**

Do đó giá trị chân lý của phép tóan hợp P và Q được thiết lập

$$\mathbf{T(P \vee Q) = max\{T(P), T(Q)\}.}$$

- **Phép tóan logic giao của đề xuất P và Q :**

Cho đề xuất P với $x \in A$ và đề xuất Q với $x \in B$, trong đó A và B là hai tập mờ trong tập cơ sở X với các hàm liên thuộc là $\mu_A(x)$ và $\mu_B(x)$. Khi đó phép tóan logic giao của P và Q là

$P \wedge Q$: $x \in A$ và $x \in B$.

Do đó, giá trị chân lý của phép tóan giao P và Q được thiết lập là

$$T(P \wedge Q) = \min\{T(P), T(Q)\}.$$

- **Phép tóan logic kéo theo** :

Cho đề xuất P với $x \in A$ và đề xuất Q với $x \in B$, trong đó A và B là hai tập mờ trong tập cơ sở X với các hàm liên thuộc là $\mu_A(x)$ và $\mu_B(x)$. Khi đó phép tóan logic kéo theo P cho Q là

$P \rightarrow Q$: $\quad x \in A \rightarrow x \in B$.

Do dó, giá trị chân lý của phép tóan kéo theo P cho Q được thiết lập là

$$T(P \rightarrow Q) = T(\neg P \vee Q) = \max\{T(\neg P), T(Q)\}.$$

- Xét luật suy diễn mờ với dạng là

$P \rightarrow Q$ if x is A then y is B,

trong đó, A là tập mờ ngõ vào trong tập cơ sở ngõ vào X với hàm liên thuộc là $\mu_A(x)$ và B là tập mờ ngõ ra trong tập cơ sở ngõ ra Y với hàm liên thuộc là $\mu A(x)$.

- Mô hình luật suy diễn mờ này là tương đương với quan hệ mờ là

$$\mathbf{R = (A \times B) \vee (\neg A \times Y).}$$

- Do đó hàm liên thuộc của nó được thiết lập là

$$\mu_R(x,y) = \max[\mu_A(x) \wedge \mu_B(y), (1 - \mu_A)].$$

Ví dụ : Cho X là tập cơ sở ngõ vào biểu diễn tốc độ động cơ và A là tập mờ ngõ vào biểu diễn tốc độ động cơ an tòan trong X được thu thập từ thực nghiệm là

$$A = \{0.3/20 + 0.6/30 + 0.8/40 + 1/50 + 0.7/60 + 0.4/70\}.$$

- Cho Y là tập cơ sở ngõ ra biểu diễn điện áp động cơ và B là tập mơ ngõ rà biểu diễn điện áp động cơ bình thường được thu thập từ thực nghiệm là

$$B = \{0.1/1 + 0.3/2 + 0.8/3 + 1/4 + 0.7/5 + 0.4/6 + 0.2/7\}.$$

- Quan hệ mờ giữa tốc độ động cơ an tòan và điện áp động cơ bình thường được thiết lập là

$$\mathbf{R = x \in A \rightarrow y \in B = (A \times B) \vee (\neg A \times Y).}$$

Từ đây, ta có quan hệ mờ R là

$$R = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.4 & 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.4 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.4 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.8 & 1.0 & 0.7 & 0.4 & 0.2 \\ 0.3 & 0.3 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.4 & 0.2 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix}$$

- **Lý giải xấp xỉ mờ** :
  - Giả sử ta có luật suy diễn mờ với dạng là

R = if x is A then y is B,

  - trong đó, A và B là hai đề xuất mờ biểu diễn tốc độ động cơ an tòan và điện áp động cơ bình thường với quan hệ mờ R được xác định là

$$R = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.7 \\ 0.4 & 0.4 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.4 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.8 & 0.8 & 0.7 & 0.4 & 0.2 \\ 0.1 & 0.3 & 0.8 & 1.0 & 0.7 & 0.4 & 0.2 \\ 0.3 & 0.3 & 0.7 & 0.7 & 0.7 & 0.4 & 0.2 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix}$$

- Cho một luật suy diễn mờ khác với dạng là

if x is A' then y is B',

- trong đó, A' là đề xuất mờ biểu diễn tốc độ động cơ hơi chậm và B' là đề xuất mờ biểu diễn điện áp động cơ hơi chậm.
- Nếu biết tập mờ ngõ vào A' và quan hệ mờ R thì tập mờ ngõ ra B' có thể được xác định bằng phương trình là

B' = A'oR

- Trong đó, ký hiệu o là tóan tử hợp thành mờ.

Giả sử cho tập mờ ngõ vào A' là

A' = {0.4/20 + 0.7/30 + 1/40 + 0.6/50 + 0.3/60 + 0.1/70}.

- Khi đó, tập mờ ngõ ra B' được xác định với phép tóan hợp thành mờ max-min là

B' = A'oR = {0.4/1 + 0.4/2 + 0.8/3 + 0.8/4 + 0.7/5 + 0.4/6 + 0.4/7}.

4) Cơ sở tri thức mờ :

- Cơ sở tri thức mờ gồm có cơ sở dữ liệu mờ và cơ sở luật suy diễn mờ.
  - Cơ sở dữ liệu mờ bao gồm các tập mờ và các hàm liên thuộc của các tập mờ được định nghĩa trên các biến ngôn ngữ vào ra của hệ thống.
  - Cơ sở luật suy diễn mờ đó là bao gồm tất cả các luật suy diễn mờ thể hiện dưới dạng If-then mô tả đặc tính động học của hệ thống vạch ra cách giải quyết một bài tóan mờ. Mô hình luật suy diễn mờ tổng quát nhất của luật thứ i là
  - Ri : **If x_1 is A_{i1} and x_2 is A_{i2} . . . . and x_j is A_{ij} and. . . and x_m is A_{im} then y is B_i.**
  - Trong đó, Aij là các tập mờ ngõ vào với hàm liên thuộc là và Bi là tập mờ ngõ ra của hệ thống với hàm liên thuộc là
- Với mô hình luật dạng thể lọai này, số đo mờ của vế điều kiện được xác định bởi công thức là

$$\alpha_i = \min\{\mu_{A_{ij}}(x_j)\} \quad for \;\; j = 1, \ldots, m$$

5) Kỹ thuật suy diễn mờ :

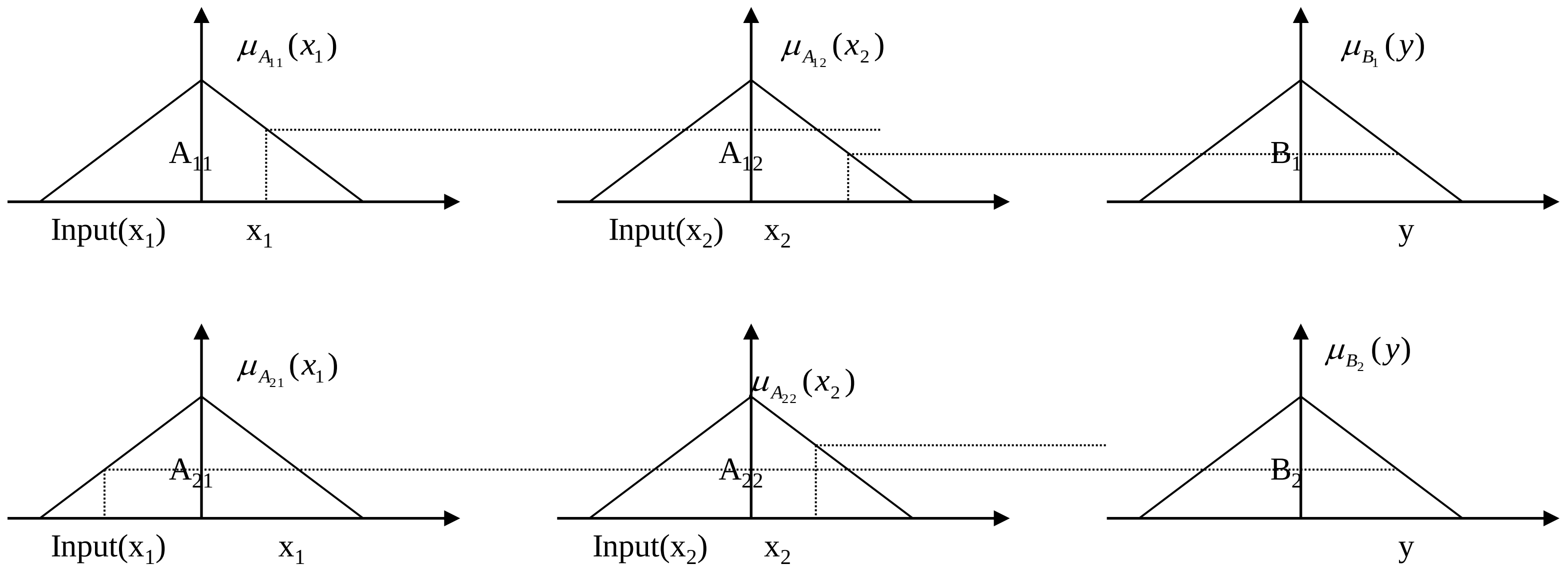
- Kỹ thuật suy diễn mờ là phương pháp xác định tập mờ ngõ ra của hệ thống. Có hai phương pháp pháp xác định tập mờ ngõ ra của hệ thống đó là kỹ thuật suy diễn mờ max-min và thuật suy diễn mờ max-product.
- Cho hệ thống mờ gồm có số n luật suy diễn mờ, kỹ thuật suy diễn mờ là lần lượt xác định tập mờ ngõ ra của từng luật theo thứ tự từ luật thứ nhất đến luật thứ n dùng phép tóan min hoặc product và sau đó, tập hợp của tất cả các tập mờ ngõ ra đó chính là tập mờ ngõ ra của hệ thống dùng phép tóan max.
- Giả sử cho hệ thống mờ gồm hai luật với mô hình luật dạng là
  - R1 : If x_1 is A_{11} and x_2 is A_{12} then y is B_1
  - R2 : If x_1 is A_{21} and x_2 is A_{22} then y is B_2
- Trong đó, A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22} là các tập mờ ngõ vào của hệ thống với các hàm liên thuộc là

$$\mu_{A_{11}}(x_1) \quad \mu_{A_{12}}(x_2) \quad \mu_{A_{21}}(x_1) \quad \mu_{A_{22}}(x_2)$$

và B1, B2 là các tập mờ ngõ ra của hệ thống với các hàm liên là

$$\mu_{B_1}(y) \qquad \mu_{B_2}(y)$$

❖ **Kỹ thuật suy diễn mờ max-min** : Giả sử các hàm liên thuộc vào ra của hệ thống là dạng tam giác, kỹ thuật suy diễn mờ max-min được mô tả bằng đồ thị như hình



❖ Kỹ thuật suy diễn mờ max-min xác định tập mờ ngõ ra của hệ thống được mô tả như sau :

- Tập mờ ngõ ra B1’ của luật thứ nhất được xác định với hàm liên thuộc của nó là

$$\mu_{B_1'}(y) = \min\{\alpha_1, \mu_{B_1}(y)\}$$

- trong đó, là số đo mờ ở vế điều kiện của luật 1 được xác định là

$$\alpha_1 = \min\{\mu_{A_{11}}(x_1), \mu_{A_{12}}(x_2)\}$$

- Tập mờ ngõ ra B2’ của luật thứ 2 được xác định với hàm liên thuộc của nó là

$$\mu_{B_2'}(y) = \min\{\alpha_2, \mu_{B_2}(y)\}$$

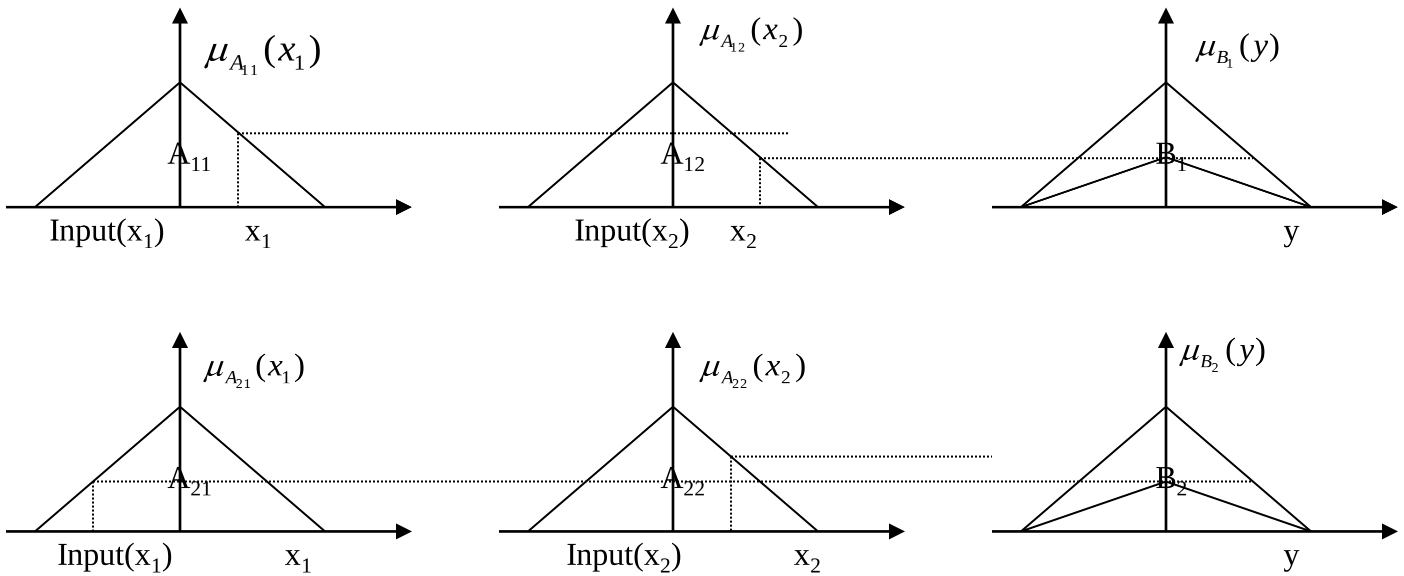
- trong đó, là số đo mờ ở vế điều kiện của luật 2 được xác định là

$$\alpha_2 = \min\{\mu_{A_{21}}(x_1), \mu_{A_{22}}(x_2)\}$$

- Tập mờ ngõ ra B’ của cả hệ thống đó chính là tập hợp B’ của hai tập mờ ngõ ra B1’ và B2’ trước đó của hai luật là B’ = B1’∨B2’ và nó được định bằng hàm liên thuộc của nó là

$$\mu_{B'}(y) = \max\{\mu_{B_1'}(y), \mu_{B_2'}(y)\}$$

❖ **Kỹ thuật suy diễn mờ max-product** : Cũng giống như kỹ thuật suy diễn mờmax-min, kỹ thuật suy diễn mờ max-product được mô tả bằng đồ thị như hình



❖ Kỹ thuật suy diễn mờ max-product xác định tập mờ ngõ ra của hệ thống được mô tả như sau :

- Tập mờ ngõ ra B1’ của luật thứ nhất được xác định với hàm liên thuộc của nó là

$$\mu_{B_1^{'}}(y) = \alpha_1 \times \mu_{B_1}(y)$$

- trong đó, là số đo mờ ở vế điều kiện của luật 1 được xác định là

$$\alpha_1 = \min\{\mu_{A_{11}}(x_1), \mu_{A_{12}}(x_2)\}$$

- Tập mờ ngõ ra B2’ của luật thứ 2 được xác định với hàm liên thuộc của nó là

$$\mu_{B_2^{'}}(y) = \alpha_2 \times \mu_{B_2}(y)$$

- trong đó, là số đo mờ ở vế điều kiện của luật 2 được xác định là

$$\alpha_2 = \min\{\mu_{A_{21}}(x_1), \mu_{A_{22}}(x_2)\}$$

- Tập mờ ngõ ra B’ của hệ thống đó chính là tập hợp B’ của hai tập mờ ngõ ra B1’ và B2’ trước đó của hai luật là B’ = B1’∨B2’ và nó được định bằng hàm liên thuộc của nó là

$$\mu_{B^{'}}(y) = \max\{\mu_{B_1^{'}}(y), \mu_{B_2^{'}}(y)\}$$