BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

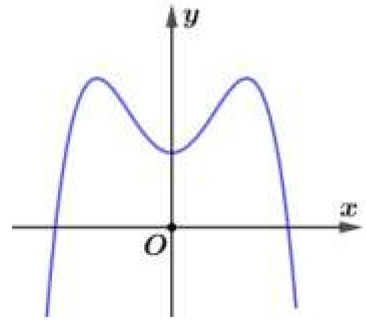
KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2020

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi : 101

Câu 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$ **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1.$ **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1.$

Câu 2. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là

A. $x = -2$ **B.** $x = 3$ **C.** $x = 2$ **D.** $x = -3$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	-	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** -5. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$ **B.** $(0;1)$ **C.** $(-1;1)$ **D.** $(-1;0)$

Câu 5. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 10. **B.** 20. **C.** 12. **D.** 60.

Câu 6. Số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 5i$ là

A. $\overline{z} = -3 - 5i$ **B.** $\overline{z} = 3 + 5i$ **C.** $\overline{z} = -3 + 5i$ **D.** $\overline{z} = 3 - 5i$

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=8$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 24π **B.** 192π **C.** 48π **D.** 64π

Câu 8. Cho khối cầu có bán kính $r=4$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $\dfrac{256\pi}{3}$ **B.** 64π **C.** $\dfrac{64\pi}{3}$ **D.** 256π

Câu 9. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1, \log_{a^5} b$ bằng

A. $5\log_a b$ **B.** $\dfrac{1}{5}+\log_a b$ **C.** $5+\log_a b$ **D.** $\dfrac{1}{5}\log_a b$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z+2)^2=9$. Bán kính của (S) bằng

A. 6. **B.** 18. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y=\dfrac{1}{4}$ **B.** $y=4$ **C.** $y=1$ **D.** $y=-1$

Câu 12. Cho khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{10\pi}{3}$ **B.** 10π **C.** $\dfrac{50\pi}{3}$ **D.** 50π

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)=2$ là

A. $x=8$ **B.** $x=9$ **C.** $x=7$ **D.** $x=10$

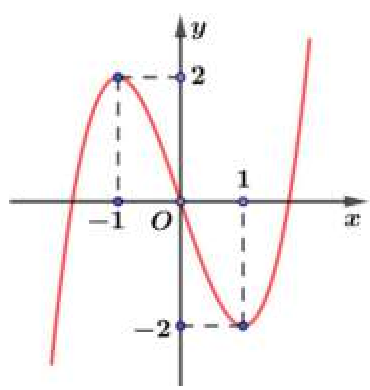
Câu 14. $\int x^2dx$ bằng

A. $2x+C$ **B.** $\dfrac{1}{3}x^3+C$ **D.** x^3+C **D.** $3x^3+C$

Câu 15. Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

A. 36. **B.** 720. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 16. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-1$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz,$ hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;2;1)$ **B.** $(3;0;0)$ **C.** $(0;0;1)$ **D.** $(0;2;0)$

Câu 18. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 12.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-4}{-5} = \dfrac{z+1}{3}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\overrightarrow{u_2} = (3;4;-1)$ **B.** $\overrightarrow{u_1} = (2;-5;3)$ **C.** $\overrightarrow{u_3} = (2;5;3)$ **D.** $\overrightarrow{u_4} = (3;4;1)$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz,$ cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1.$ **B.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=1.$ **C.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1.$ **D.** $\dfrac{x}{-3}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1.$

Câu 21. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2.$ Giá trị của u_2 bằng

A. 8. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 22. Cho hai số phức $z_1 = 3-2i$ và $z_2 = 2+i.$ Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $5+i$ **B.** $-5+i$ **C.** $5-i$ **D.** $-5-i$

Câu 23. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3.$ Giá trị của $\int_1^3 2f(x)dx$ bằng

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3;1)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng

A. 1. **B**. -3. **C**. -1. **D**. 3.

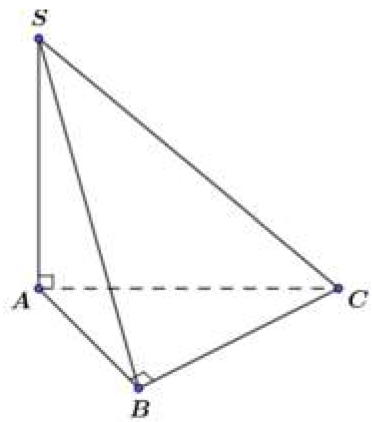
Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là

A. $[0;+\infty)$ **B.** $(-\infty;0)$ **C.** $(0;+\infty)$ **D.** $(-\infty;+\infty)$

Câu 26. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là

A. 3. **B**. 1. **C**. 2. **D**. 0.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tai $B, AB = a, BC = 2a; SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{15}a$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 28. Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2 (2+f(x))dx$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** $\frac{13}{3}$ **D.** $\frac{7}{3}$

Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-4$ và $y=2x-4$ bằng

A. 36 **B.** $\frac{4}{3}$ **C.** $\frac{4\pi}{3}$ **D.** 36π

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-1}$.Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $3x+2y-z+1=0$ **B.** $2x-2y+3z-17=0$

C. $3x+2y-z-1=0$ **D.** $2x-2y+3z+17=0$

Câu 31. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+6z+13=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là

A. $N(-2;2)$ **B.** $M(4;2)$ **C.** $P(4;-2)$ **D.** $Q(2;-2)$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1), B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1}$ **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}$ **D.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{-1}$

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13}<27$ là

A. $(4;+\infty)$ **B.** $(-4;4)$ **C.** $(-\infty;4)$ **D.** $(0;4)$

Câu 35. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng $60°$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 8π **B.** $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$ **C.** $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$ **D.** 16π

Câu 36. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $32\sqrt{2}$ **B.** -40 **C.** $-32\sqrt{2}$ **D.** -45

Câu 37. Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 + i$. Môđun của số phức $z\overline{w}$ bằng

A. $5\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{26}$ **C.** 26 **D.** 50.

Câu 38. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2 a^2 b} = 3a^3$. Giá trị của biểu thức ab^2 bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 2.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x+1).f'(x)$ là

A. $\frac{x^2+2x-2}{2\sqrt{x^2+2}} + C.$ **B.** $\frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}} + C.$ **C.** $\frac{2x^2+x+2}{\sqrt{x^2+2}} + C.$ **D.** $\frac{x+2}{2\sqrt{x^2+2}} + C.$

Câu 40. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$ là

A. $[4;7)$ **B.** $(4;7]$ **C.** $(4;7)$ **D.** $(4;+\infty)$

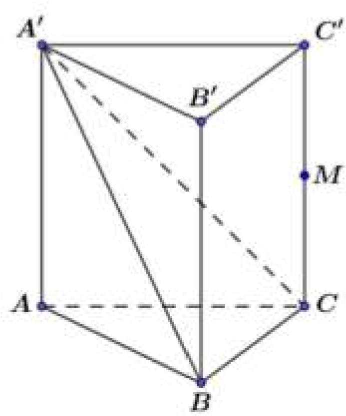
Câu 41. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

A. Năm 2028. **B.** Năm 2047. **C.** Năm 2027. **D.** Năm 2046.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh 4a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{172\pi a^2}{3}$ **B.** $\frac{76\pi a^2}{3}$ **C.** $84\pi a^2$ **D.** $\frac{172\pi a^2}{9}$

Câu 43. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi M là trung điểm CC′ (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{4}$

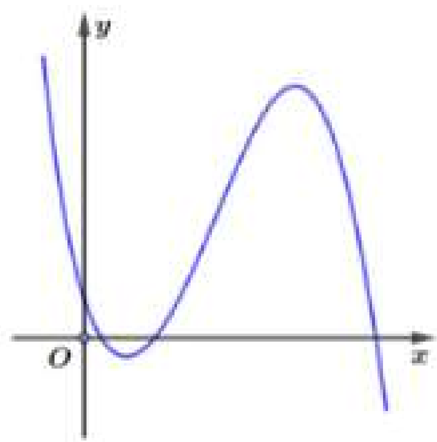
Câu 44. Cho hàm bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm $g(x)=x^4\left[f(x+1)\right]^2$ là

A. 11. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 45. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

A. $\dfrac{25}{42}$ **B.** $\dfrac{5}{21}$ **C.** $\dfrac{65}{126}$ **D.** $\dfrac{55}{126}$

Câu 47. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Gọi M,N,P,Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S′ đối xứng với S qua O . Thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

A. $\dfrac{20\sqrt{14}a^3}{81}$ **B.** $\dfrac{40\sqrt{14}a^3}{81}$ **C.** $\dfrac{10\sqrt{14}a^3}{81}$ **D.** $\dfrac{2\sqrt{14}a^3}{81}$

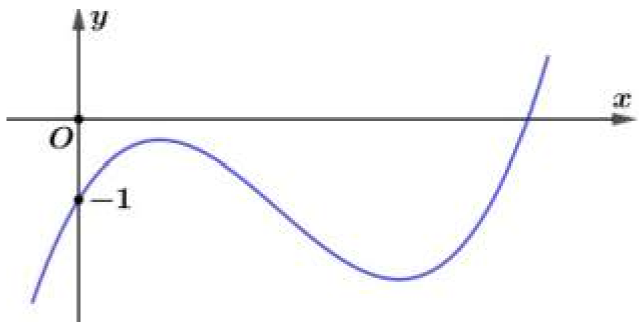
Câu 48. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1}\geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+4x+6y$ bằng

A. $\frac{33}{4}$ **B.** $\frac{65}{8}$ **C.** $\frac{49}{8}$ **D.** $\frac{57}{8}$

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4\left(x^2+y\right)\geq\log_3\left(x+y\right)$?

A. 59. **B.** 58. **C.** 116. **D.** 115.

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3f\left(x\right)\right)+1=0$ là



A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

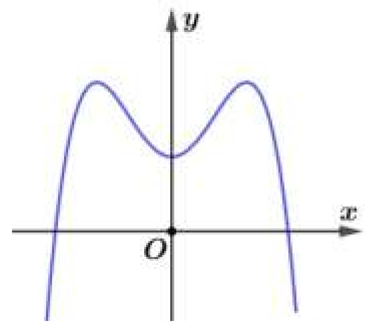
------------- **HẾT** -------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**
C	**B**	**B**	**D**	**D**	**A**	**C**	**A**	**D**	**D**	**B**	**C**	**D**	**B**	**B**	**A**	**B**	**C**	**B**	**B**	**C**	**C**	**C**	**B**	**C**
26	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
A	**C**	**A**	**B**	**A**	**C**	**C**	**C**	**B**	**A**	**C**	**A**	**A**	**B**	**B**	**A**	**A**	**A**	**B**	**C**	**A**	**A**	**B**	**C**	**C**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$ **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1.$ **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1.$

Lời giải

Chọn C.

Đồ thị trong hình vẽ của hàm bậc bốn, có hệ số $a < 0$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là

A. $x = -2$ **B.** $x = 3$ **C.** $x = 2$ **D.** $x = -3$

Lời giải

Chọn B

$3^{x-1} = 9 \Leftrightarrow x - 1 = 2 \Leftrightarrow x = 3$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	-	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** -5. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải:

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số bằng -5.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$

$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty \searrow$	-1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow +\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$ **B.** $(0;1)$ **C.** $(-1;1)$ **<u>D.</u>** $(-1;0)$

Lời giải:

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 5. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 10. **B.** 20. **C.** 12. **<u>D.</u>** 60.

Lời giải:

Chọn D

Thể tích của khối hộp đã cho bằng 3.4.5 = 60.

Câu 6. Số phức liên hợp của số phức $z=-3+5i$ là

<u>A.</u> $\overline{z}=-3-5i$ **B.** $\overline{z}=3+5i$ **C.** $\overline{z}=-3+5i$ **D.** $\overline{z}=3-5i$

Lời giải:

Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z=-3+5i$ là $\overline{z}=-3-5i.$

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=8$ và độ dài đường sinh $l=3.$ Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 24π **B.** 192π **<u>C.</u>** 48π **D.** 64π

Lời giải:

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.8.3=48\pi.$

Câu 8. Cho khối cầu có bán kính $r=4.$ Thể tích của khối cầu đã cho bằng

<u>A.</u> $\dfrac{256\pi}{3}$ **B.** 64π **C.** $\dfrac{64\pi}{3}$ **D.** 256π

Lời giải:

Chọn A

Thể tích của khối cầu $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3=\dfrac{4}{3}\pi.4^3=\dfrac{256}{3}\pi.$

Câu 9. Với a,b là các số thực dương tùy ý và $a\neq 1, \log_{a^5} b$ bằng

A. $5\log_a b$ **B.** $\dfrac{1}{5}+\log_a b$ **C.** $5+\log_a b$ **<u>D.</u>** $\dfrac{1}{5}\log_a b$

Lời giải

Chọn D

$\log_{a^5} b = \frac{1}{5}\log_a b$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz,$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z+2)^2=9.$ Bán kính của (S) bằng

A. 6. **B.** 18. **C.** 9. **<u>D.</u>** 3.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z+2)^2=9$ có bán kính $r=\sqrt{9}=3.$

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y=\frac{1}{4}$ **<u>B</u>.** $y=4$ **C.** $y=1$ **D.** $y=-1$

Lời giải

Chọn B.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{4x+1}{x-1}$ là $y=\frac{a}{c}=\frac{4}{1}=4.$

Câu 12. Cho khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=2.$ Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{10\pi}{3}$ **B.** 10π **<u>C</u>.** $\frac{50\pi}{3}$ **D.** 50π

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối nón đã cho bằng $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi.5^2.2=\frac{50\pi}{3}.$

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)=2$ là

A. $x=8$ **B.** $x=9$ **C.** $x=7$ **<u>D</u>.** $x=10$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $x>1.$

$\log_3(x-1)=2 \Leftrightarrow x-1=3^2 \Leftrightarrow x-1=9 \Leftrightarrow x=10.$

Câu 14. $\int x^2dx$ bằng

A. $2x+C$ **<u>B</u>.** $\frac{1}{3}x^3+C$ **D.** x^3+C **D.** $3x^3+C$

Lời giải

Chọn B

$\int x^2dx=\frac{1}{3}x^3+C.$

Câu 15. Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

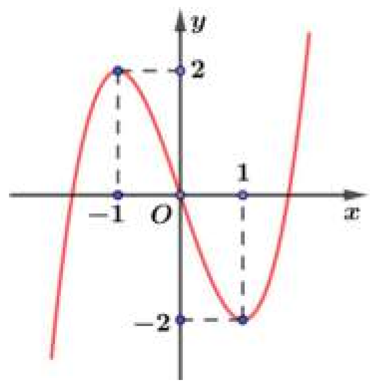
A. 36. **<u>B</u>.** 720. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị của 6 phần tử. Do đó, số cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc là số hoán vị của 6 phần tử, tức là 6! = 720 cách.

Câu 16. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)=-1$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-1$ bằng số giao điểm của đường cong $f\left(x\right)$ với đường thẳng $y=-1$. Nhìn vào hình ta thấy có 3 giao điểm nên có 3 nghiệm.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A\left(3;2;1\right)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $\left(0;2;1\right)$ **B.** $\left(3;0;0\right)$ **C.** $\left(0;0;1\right)$ **D.** $\left(0;2;0\right)$

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu của điểm $A\left(3;2;1\right)$ lên trục Ox là $A'\left(3;0;0\right)$.

Câu 18. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp có công thức là $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.6.2=4.$

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-4}{-5}=\frac{z+1}{3}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\overrightarrow{u_2}=\left(3;4;-1\right)$ **B.** $\overrightarrow{u_1}=\left(2;-5;3\right)$ **C.** $\overrightarrow{u_3}=\left(2;5;3\right)$ **D.** $\overrightarrow{u_4}=\left(3;4;1\right)$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng có phương trình dạng $\frac{x-x_0}{a}=\frac{y-y_0}{b}=\frac{z-z_0}{c}$ thì có chỉ phương $\vec{u}=(a;b;c)$ nên đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-4}{-5}=\frac{z+1}{3}$ có chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(2;-5;3)$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0)$, $B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1.$ **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1.$ **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1.$ **D.** $\frac{x}{-3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1.$

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng phẳng qua 3 điểm $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c),abc\neq 0,$ có dạng là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ nên phương trình mặt phẳng qua 3 điểm $A(3;0;0),B(0;1;0)$ và $C(0;0;-2)$ là $\frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{-2}=1.$

Câu 21. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=2.$ Giá trị của u_2 bằng

A. 8. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn C

$u_2=u_1.q=3.2=6.$

Câu 22. Cho hai số phức $z_1=3-2i$ và $z_2=2+i.$ Số phức z_1+z_2 bằng

A. $5+i$ **B.** $-5+i$ **C.** $5-i$ **D.** $-5-i$

Lời giải

Chọn C

$z_1+z_2=(3-2i)+(2+i)=5-i.$

Câu 23. Biết $\int_1^3 f(x)dx=3.$ Giá trị của $\int_1^3 2f(x)dx$ bằng

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{2}.$

1. **Lời giải**

Chọn C

$\int_1^3 2f(x)dx=2\int_1^3 f(x)dx=6.$

Câu 24. Trên mặt phẳng tọa độ, biết $M(-3;1)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần thực của z bằng

A. 1. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$z=-3+i$ nên phần thực của z là $-3.$

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y=\log_5 x$ là

A. $[0;+\infty)$ **B.** $(-\infty;0)$ **C.** $(0;+\infty)$ **D.** $(-\infty;+\infty)$

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>0$.

Tập xác định của hàm số $y=\log_5 x$ là $D=(0;+\infty)$.

Câu 26. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ và đồ thị hàm số $y=3x^2+3x$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

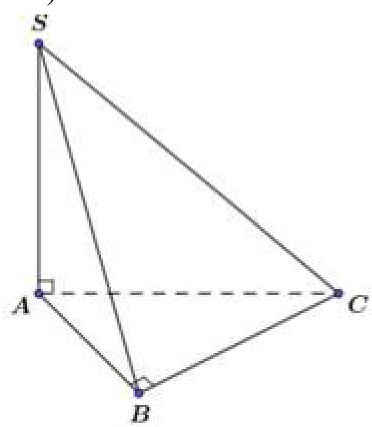
Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ và đồ thị hàm số $y=3x^2+3x$ là $x^3+3x^2=3x^2+3x \Leftrightarrow x^3-3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ và đồ thị hàm số $y=3x^2+3$ là 3.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tai $B, AB=a, BC=2a; SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{15}a$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn C

$SA\perp(ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên (ABC), góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng $SCA=\varphi$.

Tam giác ABC vuông tại B nên $AC^2=AB^2+BC^2=5a^2 \Rightarrow AC=a\sqrt{5}$

Tam giác SAC vuông tại A có $\tan\varphi=\dfrac{SA}{AC}=\sqrt{3}\Rightarrow\varphi=60^0$.

Vậy $\varphi=60^0$.

Câu 28. Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^2(2+f(x))dx$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** $\dfrac{13}{3}$ **D.** $\dfrac{7}{3}$

Lời giải

Chọn A

$$\int_1^2 \left(2+f(x)\right)dx=\int_1^2 2dx+\int_1^2 f(x)dx=2+x^2\Big|_1^2=2+4-1=5.$$

Câu 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-4$ và $y=2x-4$ bằng

A. 36 **B.** $\frac{4}{3}$ **C.** $\frac{4\pi}{3}$ **D.** 36π

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y=x^2-4$ và $y=2x-4$ là

$$x^2-4=2x-4 \Leftrightarrow x^2-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right..$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-4$ và $y=2x-4$ là

$$S=\int_0^2 \left|\left(x^2-4\right)-\left(2x-4\right)\right|dx=\frac{4}{3}.$$

Vậy $S=\frac{4}{3}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz,$ cho điểm $M\left(2;-2;3\right)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-1}$.Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $3x+2y-z+1=0$ **B.** $2x-2y+3z-17=0$

C. $3x+2y-z-1=0$ **D.** $2x-2y+3z+17=0$

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-1}$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(3;2;-1\right)$

Mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với d nên (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{u}=\left(3;2;-1\right)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $3\left(x-2\right)+2\left(y+2\right)-\left(z-3\right)=0 \Leftrightarrow 3x+2y-z+1=0.$

Câu 31. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2+6z+13=0.$ Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là

A. $N\left(-2;2\right)$ **B.** $M\left(4;2\right)$ **C.** $P\left(4;-2\right)$ **D.** $Q\left(2;-2\right)$

Lời giải

Chọn C

Phương trình $z^2+6z+13=0$ có 2 nghiệm phức là $-3+2i$ và $-3-2i$

Vì z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương nên $z_0=-3+2i.$

Ta có $1-z_0=1-\left(-3+2i\right)=4-2i.$ Vậy điểm biểu diễn số phức $1-z_0$ là $P\left(4;-2\right).$

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1), B(1;1;0)$ và $C(3;4;-1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1}$ **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}$ **D.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{-1}$

Lời giải

Chọn C

$\overline{BC}=(2;3;-1)$.

Đường thẳng đi qua $A(1;0;1)$ và song song BC có phương trình là $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên ℝ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Nhìn bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x=-1; x=1;$ hàm số $f(x)$ liên tục trên ℝ nên hàm số đã cho có hai điểm cực đại.

Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13}<27$ là

A. $(4;+\infty)$ **B.** $(-4;4)$ **C.** $(-\infty;4)$ **D.** $(0;4)$

Lời giải

Chọn B

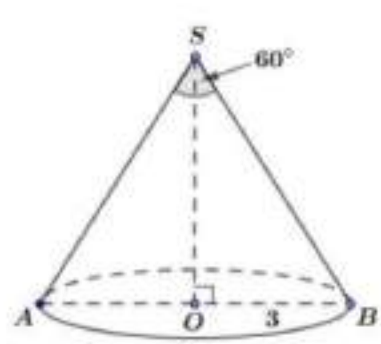
$3^{x^2-13}<27 \Leftrightarrow 3^{x^2-13}<3^3 \Leftrightarrow x^2-13<3 \Leftrightarrow x^2-16<0 \Leftrightarrow -4<x<4.$

Câu 35. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 và góc ở đỉnh bằng $60°$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 8π **B.** $\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$ **C.** $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$ **D.** 16π

Lời giải

Chọn A



ΔSAB đều nên $SA = AB = 2.OB = 2.2 = 4.$

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi.OB.SA = \pi.2.4 = 8\pi.$

Câu 36. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $32\sqrt{2}$ **B.** -40 **<u>C</u>.** $-32\sqrt{2}$ **D.** -45

Lời giải

Chọn C

$f'(x) = 3x^2 - 24 = 3(x^2 - 8).$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2\sqrt{2}\,(nhan) \\ x = -2\sqrt{2}\,(loai) \end{array}\right..$

$f(2) = -40,\ f(19) = 6403,\ f(2\sqrt{2}) = -32\sqrt{2}.$

Do đó $\min\limits_{[2;19]} f(x) = -32\sqrt{2}.$

Câu 37. Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $\mathrm{w} = 3 + i.$ Môđun của số phức $z\overline{\mathrm{w}}$ bằng

<u>A</u>. $5\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{26}$ **C.** 26 **D.** 50.

Lời giải

Chọn A

$\overline{\mathrm{w}} = 3 - i$ suy ra $z\overline{\mathrm{w}} = (1 + 2i)(3 - i) = 3 - i + 6i - 2i^2 = 5 + 5i.$

$\left|z\overline{\mathrm{w}}\right| = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}.$

Câu 38. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2 a^2 b} = 3a^3.$ Giá trị của biểu thức ab^2 bằng

<u>A</u>. 3. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$4^{\log_2 a^2 b} = 3a^3 \Leftrightarrow 2^{2\log_2 a^2 b} = 3a^3 \Leftrightarrow \left(2^{\log_2 a^2 b}\right)^2 = a^3 \Leftrightarrow (a^2 b)^2 = 3a^3 \Leftrightarrow a^4 b^2 = 3a^3 \Leftrightarrow ab^2 = 3.$

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 2}}.$ Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = (x + 1).f'(x)$ là

A. $\dfrac{x^2 + 2x - 2}{2\sqrt{x^2 + 2}} + C.$ **<u>B</u>.** $\dfrac{x - 2}{\sqrt{x^2 + 2}} + C.$ **C.** $\dfrac{2x^2 + x + 2}{\sqrt{x^2 + 2}} + C.$ **D.** $\dfrac{x + 2}{2\sqrt{x^2 + 2}} + C.$

Lời giải

Chọn B

Cách 1

$f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 2}} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{2}{(x^2 + 2)\sqrt{x^2 + 2}}.$

$g(x) = (x + 1)f'(x) = \dfrac{2(x + 1)}{(x^2 + 2)\sqrt{x^2 + 2}}.$

Ta có $\left(\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+2}}+C\right)' = \dfrac{2(x+1)}{(x^2+2)\sqrt{x^2+2}} = g(x)$

Cách 2

Đặt $\begin{cases} u = x+1 \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$. Khi đó

$$g(x) = (x+1)f(x) - \int f(x)dx = (x+1).\frac{x}{\sqrt{x^2+2}} - \int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+2}} = \frac{x^2+x}{\sqrt{x^2+2}} - \int \frac{d(x^2+2)}{2\sqrt{x^2+2}}$$

$$= \frac{x^2+x}{\sqrt{x^2+2}} - \sqrt{x^2+2} + C = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+2}} + C.$$

Câu 40. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7)$ là

A. $[4;7)$ **B.** $(4;7]$ **C.** $(4;7)$ **D.** $(4;+\infty)$

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

$y' = \dfrac{m-4}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-7) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y' > 0 \\ -m \notin (-\infty;-7) \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} m-4>0 \\ -m \geq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>4 \\ m \leq 7 \end{cases}$

$4 < m \leq 7$.

Vậy $m \in (4;7]$.

Câu 41. Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

A. Năm 2028. **B.** Năm 2047. **C.** Năm 2027. **D.** Năm 2046.

Lời giải

Chọn A

Gọi P_0 là diện tích rừng trồng mới năm 2019.

Gọi P_n là diện tích rừng trồng mới sau n năm.

Gọi r% là phần trăm diện tích rừng trồng mới tăng mỗi năm.

Sau 1 năm, diện tích rừng trồng mới là $P_1 = P_0 + P_0 r = P_0(1+r)$

Sau 2 năm, diện tích rừng trồng mới là $P_2 = P_1 + P_1 r = P_0(1+r)^2$

Sau n năm, diện tích rừng trồng mới là $P_n = P_o(1+r)^n$.

Theo giải thiết: $P_0 = 600, r = 0,06$.

$600(1+0,06)^n > 1000 \Leftrightarrow (1,06)^n > \dfrac{10}{6} \Leftrightarrow n > \log_{1,06}\dfrac{10}{6} \approx 8,8.$

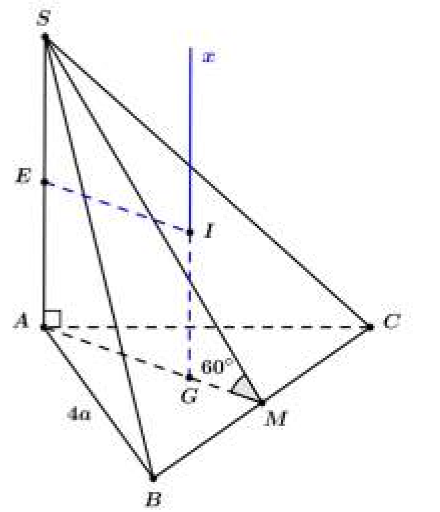
Do đó $n = 9.$ Vậy sau 9 năm (tức năm 2028) thì tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh 4a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60°. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{172\pi a^2}{3}$ **B.** $\frac{76\pi a^2}{3}$ **C.** $84\pi a^2$ **D.** $\frac{172\pi a^2}{9}$

Lời giải

Chọn A



Tam giác ABC đều cạnh $4a, AM = \frac{4a\sqrt{3}}{2} = 2a\sqrt{3}$ với M là trung điểm BC.

Do $(SAM) \perp BC$ nên góc giữa (SBC) và (ABC) là $SMA = 60^0.$

Khi đó $SA = AM.\tan 60^0 = 2a\sqrt{3}.\sqrt{3} = 6a.$

Qua tâm G của tam giác đều ABC dựng trục Gx vuông góc mặt phẳng (ABC) thì G cách đều A, B, C và tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ nằm trên $Gx.$

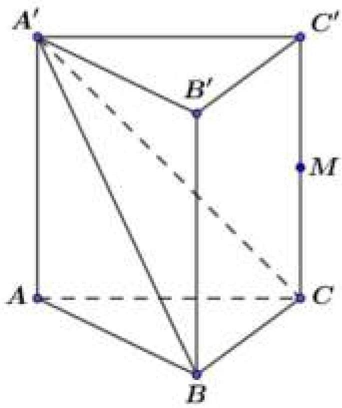
Từ trung điểm E của SA dựng đường thẳng d song song với AM cắt Gx tại I thì $IS = IA$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC.$

Theo định lý Pytago cho tam giác vuông IAG ta có

$$R = IA = \sqrt{IG^2 + GA^2} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}AM\right)^2} = \sqrt{(3a)^2 + \left(\frac{4a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{43}{3}}a.$$

Vậy $S = 4\pi R^2 = 4\pi.\frac{43}{3}a^2 = \frac{172}{3}\pi a^2.$

Câu 43. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi M là trung điểm CC′ (tham khảo hình vẽ).

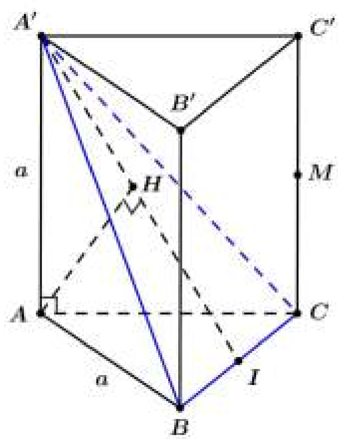


Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{21}a}{7}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{4}$

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm BC. kẻ $AH \perp A'I$ tại H.

Ta có $AH \perp (A'BC)$ nên $d(M,(A'BC)) = \frac{1}{2}d(C',(A'BC)) = \frac{1}{2}d(A,(A'BC))$.

Xét $\Delta AA'I$ có

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{3a^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{21}}{7} \Rightarrow d(M,(A'BC)) = \frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Câu 44. Cho hàm bậc bốn $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm $g(x)=x^4\left[f(x+1)\right]^2$ là

A. 11. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Vì $f(x)$ là hàm bậc bốn nên $f'(x)$ là hàm bậc ba có hệ số bậc ba đồng thời nhận các giá trị $(-1;0;1)$ làm nghiệm. Do đó $f'(x)=ax(x-1)(x+1)=a\left(x^3-x\right)\Rightarrow f(x)=a\left(\frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}\right)+b.$

Vì $f(0)=3$ và $f(1)=-2$ nên suy ra $a=20;b=3.$

Vậy $f(x)=5x^4-10x^2+3=5\left(x^2-1\right)^2-2,$ suy ra $f(x+1)=5\left(x^2+2x\right)^2-2.$

Ta có $g(x)=\left[x^2.f(x+1)\right]^2=\left[5x^2\left(x^2+2x\right)^2-2x^2\right]^2.$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5x^2\left(x^2+2x\right)^2=2x^2\,(1)\\10x\left(x^2+2x\right)^2+10x^2\left(x^2+2x\right)(2x+2)=4x\,(2)\end{array}\right.$$

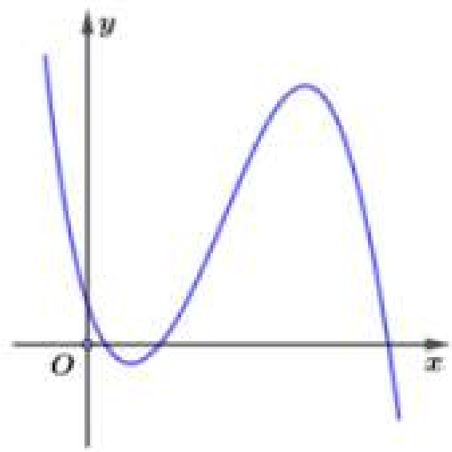
Phương trình $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\,(kép)\\x^2+2x=\sqrt{\frac{2}{5}}\\x^2+2x=-\sqrt{\frac{2}{5}}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x\approx 0,277676\\x\approx -2,277676\\x\approx -0,393746\\x\approx -1,606254\end{array}\right.$

Phương trình $(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\15x^4+50x^3+40x^2-2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x\approx -2,0448\\x\approx -1,21842\\x\approx -0,26902\\x\approx 0,19893\end{array}\right.$

So sánh các nghiệm giải bằng máy tính cầm tay ta có 9 nghiệm không trùng nhau, trong đó 8 nghiệm đơn và nghiệm $x=0$ là nghiệm bội 3 nên $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Vậy $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Câu 45. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Hình dạng đồ thị cho thấy $a<0$.

Đồ thị cắt trục tung tại một điểm nằm phía trên trục hoành nên $d>0$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị cùng dương, khi đó $y'=3ax^2+2bx+c$ có hai nghiệm phân biệt cùng dương.

Do đó $\frac{c}{3a}>0\Rightarrow c<0$ và $-\frac{2b}{3a}>0\Leftrightarrow b>0$.

Vậy trong các số a,b,c,d có 2 số dương.

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S, xác suất để số đó **không** có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn bằng

A. $\frac{25}{42}$ **B.** $\frac{5}{21}$ **C.** $\frac{65}{126}$ **D.** $\frac{55}{126}$

Lời giải

Chọn A

Số các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau là $A_9^4=3024\Rightarrow n(\Omega)=3024$.

Gọi A là biến cố số được chọn không có hai chữ số liên tiếp nào cùng chẵn.

Trường hợp 1: Số được chọn gồm 4 chữ số lẻ, có $A_5^4=120$ số.

Trường hợp 2: Số được chọn có 1 chữ số chẵn, có $C_4^1.C_5^3.4!=960$ số.

Trường hợp 3: Số được chọn có 2 chữ số chẵn. Chọn 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ, có $C_4^2.C_5^2$ cách. Xếp trước 2 chữ số lẻ, có 2! cách. Xếp 2 chữ số chẵn vào 2 trong 3 vị trí trước, sau và giữa các chữ số lẻ, có A_3^2 cách. Suy ra có $C_4^2.C_5^2.2!.A_3^2=720$ số.

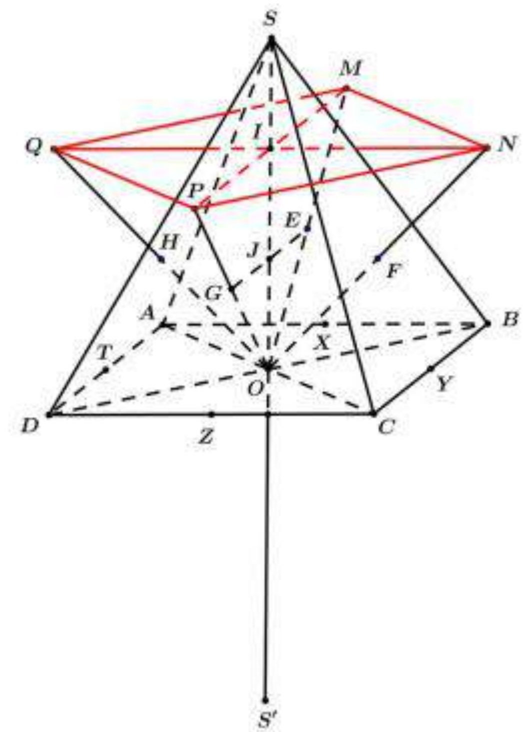
Vậy $n(A)=1800\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{25}{42}$.

Câu 47. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$ và O là tâm của đáy. Gọi M, N, P, Q lần lượt là các điểm đối xứng với O qua trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA và S′ đối xứng với S qua O . Thể tích khối chóp $S'.MNPQ$ bằng

A. $\frac{20\sqrt{14}a^3}{81}$ **B.** $\frac{40\sqrt{14}a^3}{81}$ **C.** $\frac{10\sqrt{14}a^3}{81}$ **D.** $\frac{2\sqrt{14}a^3}{81}$

Lời giải

Chọn A



Gọi E, F, G, H lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA.
Gọi X, Y, Z, T lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA.
Ta có M đối xứng với O qua E và N đối xứng với O qua F nên $MN//EF$ và $MN = 2EF$

Mà E, F là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC nên $EF//XY$ và $EF = \frac{2}{3}XY = \frac{2}{3}.\frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Suy ra $MN//XY$ và $MN = 2\frac{a\sqrt{2}}{3} = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Chứng minh tương tự ta có $QP//ZT, MQ//XT, NP//YZ$ và $MN = NP = PQ = QM = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Suy ra $(MNPQ)//(ABCD)$ và $MNPQ$ là hình thoi.

Do ABCD là hình vuông, XYZT là hình vuông nên $XY \perp XT \Rightarrow MN \perp MQ$. Suy ra $MNPQ$ là hình vuông, $S_{MNPQ} = \left(\frac{2a\sqrt{2}}{3}\right)^2 = \frac{8a^2}{9}$.

Gọi I là giao điểm của MP và NQ.

Ta có $\begin{cases}(MXZP)\cap(NYTQ)=SO\\(MXZP)\cap(MNPQ)=MP\\(MNPQ)\cap(NYTQ)=NQ\end{cases}$ nên SO, MP, NQ đồng quy tại I.

Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABCD)$, mà $(MNPQ)//(ABCD)$ nên $SO\perp(MNPQ)$

Trong mặt phẳng $(MXZP)$, gọi $J=EG\cap SO$, ta có $\frac{SG}{SZ}=\frac{SE}{SX}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{SJ}{SO}=\frac{2}{3}$.

Mà ΔOMP có EG là đường trung bình nên J là trung điểm OI.

Suy ra $OI=\frac{2}{3}SO=\frac{2}{3}\sqrt{SA^2-AO^2}=\frac{2}{3}\sqrt{(2a)^2-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{14}}{2}=\frac{a\sqrt{14}}{3}$.

Vậy $V_{S.MNPQ}=\frac{1}{3}S'I.S_{MNPQ}=\frac{1}{3}(S'O+OI).S_{MNPQ}=\frac{1}{3}\left(\frac{a\sqrt{14}}{2}+\frac{a\sqrt{14}}{3}\right).\frac{8a^2}{9}=\frac{20\sqrt{14}a^3}{81}$.

Câu 48. Xét các số thực không âm x và y thỏa mãn $2x+y.4^{x+y-1}\geq 3$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+4x+6y$ bằng

A. $\frac{33}{4}$ **B.** $\frac{65}{8}$ **C.** $\frac{49}{8}$ **D.** $\frac{57}{8}$

Lời giải

Chọn B

$2x+y.4^{x+y-1}\geq 3\Leftrightarrow y.4^{x+y-1}\geq 3-2x\,(*)$

Theo giải thiết $\begin{cases}x\geq 0\\y\geq 0\end{cases}$.

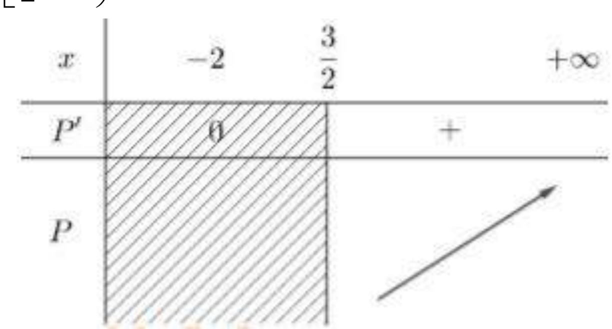
Ta xét hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: Nếu $3-2x\leq 0\Leftrightarrow x\geq\frac{3}{2}$. Mà $y\geq 0$ nên $y^2+6y\geq 0$

$\Rightarrow P=x^2+y^2+4x+6y\geq x^2+4x.$

Khi đó $P=x^2+4x\left(x\geq\frac{3}{2}\right)$.

$P'=2x+4; P'=0\Leftrightarrow x=-2\notin\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$.



Dựa vào bảng biến thiên suy ra giá trị nhỏ nhất của $P = x^2 + 4x\left(x \ge \frac{3}{2}\right)$ đạt được tại $x = \frac{3}{2}$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + 4x = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4.\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{33}{4}$.

Trường hợp 2: Nếu $3 - 2x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$. Mà $y.4^{x+y-1} \ge 3 - 2x > 0 \Rightarrow y > 0$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 4^{x+y-1} \ge \frac{3-2x}{y} \Leftrightarrow x + y - 1 \ge \log_4\left(\frac{3-2x}{y}\right) = \frac{1}{2}\log_2\left(\frac{3-2x}{y}\right)$

$\Leftrightarrow 2x + 2y - 2 \ge \log_2(3-2x) - \log_2 y \Leftrightarrow 2y + \log_2(2y) \ge (3-2x) + \log_2(3-2x)(**)$

Xét hàm số $f(t) = t + \log_2 t$ với $t > 0$.

Ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t\ln 2} > 0, \forall t > 0$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến $\forall t > 0$.

$(**) \Leftrightarrow f(2y) \ge f(3-2x) \Leftrightarrow 2y \ge 3 - 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 6y \ge 9 - 6x \\ y^2 \ge \frac{9 - 12x + 4x^2}{4} \end{cases}$

Ta có $P = x^2 + y^2 + 4x + 6y \ge xh2 + \frac{9 - 12x + 4x^2}{4} + 4x + 9 - 6x \Leftrightarrow p \ge \frac{8x^2 - 20x + 45}{4}$.

Đặt $f(x) = \frac{16x - 20}{4}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$.

x	0		$\frac{5}{4}$		$\frac{3}{2}$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$\frac{65}{8}$	↗	

Khi đó giá trị nhỏ nhất của $f(x) = \frac{8x^2 - 20x + 45}{4}(x \ge 0)$ đạt được tại $x = \frac{5}{4}$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P \ge \frac{8.\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 20.\left(\frac{5}{4}\right) + 45}{4} = \frac{65}{8}$.

Kết hợp hai trường hợp ta có giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 4x + 6y$ bằng $\frac{65}{8}$.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn $\log_4(x^2 + y) \ge \log_3(x + y)$?

A. 59. **B**. 58. **<u>C</u>**. 116. **D.** 115.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x+y>0$ và $x^2+y>0$. Khi đó

$\log_4\left(x^2+y\right)\geq \log_3\left(x+y\right)\Leftrightarrow x^2+y\geq 4^{\log_3(x+y)}\Leftrightarrow x^2+y\geq\left(x+y\right)^{\log_3 4}$

$\Leftrightarrow x^2-x\geq\left(x+y\right)^{\log_3 4}-\left(x+y\right)(1)$

Đặt $t=x+y$ thì (1) được viết lại là $x^2-x\geq t^{\log_3 4}-t(2)$

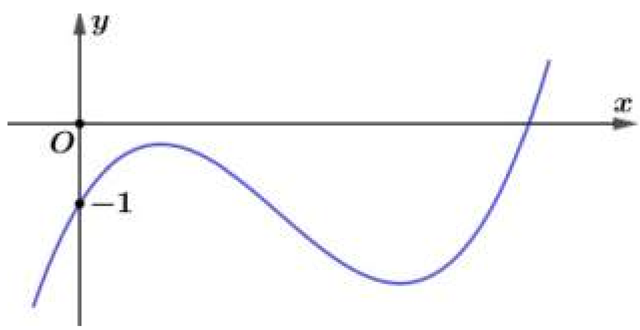
Với mỗi x nguyên cho trước có không quá 728 số nguyên y thỏa mãn bất phương trình (1) tương đương với bất phương trình (2) có không quá 728 nghiệm t.

Nhận thấy $f(t)=t^{\log_3 4}-t$ đồng biến trên $[1;+\infty)$ nên nếu $x^2-x\geq 729^{\log_3 4}-729=3367$ thì sẽ có ít nhất 729 nghiệm nguyên $t\geq 1$.

Do đó yêu cầu bài toán tương đương với $x^2-x<3367\Leftrightarrow -57\leq x\leq 58$ (do x nguyên).

Vậy có tất cả $58+58=116$ số nguyên x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(x^3f(x)\right)+1=0$ là

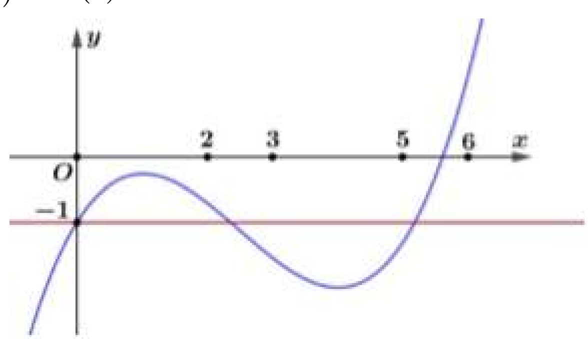


A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$f\left(x^3f(x)\right)+1=0\Leftrightarrow f\left(x^3f(x)\right)=-1(*)$



Dựa vào đồ thị

$$(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 f(x) = 0 \;\; (1) \\ x^3 f(x) = a \;\; (2) \;\; (2 < a < 3) \\ x^3 f(x) = b \;\; (3) \end{array}\right.$$

$$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f(x) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = x_1 \, (5 < x_1 < 6) \end{array}\right..$$

Xét (2): dễ thấy $x = 0$ không là nghiệm. Với $x \neq 0, (2) \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{a}{x^3}$.

Vẽ đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{a}{x^3} (2 < a < 3)$ và hàm số $y = f(x)$ trên cùng hệ trục tọa độ suy ra phương trình có 2 nghiệm.

Tương tự xét phương trình (3) phương trình có 2 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm.

------------ HẾT -----------