Mathematik II für Studierende der Informatik
(Analysis und Lineare Algebra)

Thomas Andreae, Stefan Geschke, Mathias Schacht, Fabian Schulenburg

Sommersemester 2014

Blatt 2

A: Präsenzaufgaben am 10. April 2014

1. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte, indem Sie ähnlich wie in den Beispielen 1-3 (Skript, Seite 16) vorgehen.

(i) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n^2+2n+1}{4n^2+n+3}\right)$ (iii) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n^3+1}{4n^2+n+3}\right)$

(ii) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n^3+n+1}{4n^4+2n^3+n^2+1}\right)$ (iv) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{-5n^3+1}{4n^2+n+3}\right)$

2. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(i) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+n+2}{n+1}-\dfrac{n^2-6n-1}{n-2}\right)$ (ii) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{5n+3}{\sqrt{n^2+3}+6n}\right)$

3. a) Geben Sie die ersten fünf Glieder der Reihe

$$\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^i$$

an und berechnen Sie die ersten fünf Partialsummen, wobei die üblichen Bezeichnungen a_0, …, a_4 bzw. s_0, …, s_4 (siehe Skript, Seite 17 ff.) benutzt werden sollen.

b) Konvergiert diese Reihe? Falls ja, gegen welchen Grenzwert? Falls nein, so begründe man, weshalb die Reihe nicht konvergiert.

B: Hausaufgaben zum 17. April 2014

1. Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

(i) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{-3n^4+2n^2+n+1}{-7n^4+25}\right)$ (iv) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{6n^3+2n-3}{9n^2+2}-\dfrac{2n^3+5n^2+7}{3n^2+3}\right)$

(ii) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{-3n^4+2n^2+n+1}{-7n^5+25}\right)$ (v) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{\sqrt{9n^4+n^2+1}-2n^2+3}{\sqrt{2n^2+1}\cdot\sqrt{2n^2+n+1}}\right)$

(iii) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{-3n^5+2n^2+n+1}{-7n^4+25}\right)$

2. a) Wir betrachten die folgenden Reihen:

(i) $\sum\limits_{i=0}^{\infty}\left(\dfrac{2}{5}\right)^i$ (ii) $\sum\limits_{i=0}^{\infty}\left(\dfrac{5}{2}\right)^i$ (iii) $\sum\limits_{i=0}^{\infty}\left(-\dfrac{2}{5}\right)^i$.

Geben Sie für jede dieser Reihen die ersten fünf Glieder an und berechnen Sie die ersten fünf Partialsummen, wobei die üblichen Bezeichnungen $a_0,\ldots,a_4$ bzw. $s_0\ldots,s_4$ (siehe Skript, Seite 17 ff.) benutzt werden sollen. Welche dieser Reihen konvergieren und welche divergieren? Falls Konvergenz vorliegt, bestimme man den Grenzwert; andernfalls begründe man, weshalb die Reihe nicht konvergiert.

b) Für $x \in \mathbb{R}$ betrachten wir die Reihe $\sum_{i=0}^{\infty} x^i$.

(i) Gegen welchen Wert konvergiert diese Reihe für $x = -\frac{3}{10}$?

(ii) Bestimmen Sie $x \in \mathbb{R}$, so dass diese Reihe gegen $\frac{5}{8}$ konvergiert.

3. Welche der folgenden Reihen konvergieren und welche divergieren? Geben Sie kurze Begründungen und bestimmen Sie im Falle der Konvergenz den Grenzwert.

(i) $\displaystyle\sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{5}{8}\right)^i$ (iii) $\displaystyle\sum_{i=1}^{\infty} \left(-\frac{5}{8}\right)^i$

(ii) $\displaystyle\sum_{i=2}^{\infty} \left(\frac{5}{8}\right)^i$ (iv) $\displaystyle\sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i \cdot \left(\frac{5}{8}\right)^{i+2}$

4. Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

(i) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^5$ (iii) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n+3}$

(ii) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+5}$ (iv) $\displaystyle\sum_{i=3}^{\infty} \frac{1}{i(i+1)}$

Hinweis zu (i)-(iii): Verwenden Sie die Definition der Eulerschen Zahl e (siehe Skript, Seite 15) sowie die Rechenregeln für konvergente Folgen.