D

1. Bonusklausur zur Vorlesung „Mathematik II (ALA)“

T. Andreae **26. Mai 2014, 8:15 bis 9:45 Uhr**

Insgesamt sind 16 Punkte zu erreichen. Es genügt in der Regel nicht, nur das Ergebnis einer Rechnung bzw. die Antwort auf eine Frage anzugeben, sondern es sollte auch der Rechenweg ersichtlich sein bzw. eine kurze Begründung für die Antwort gegeben werden. Wer mindestens 8 Punkte erzielt, hat bestanden. Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (*4 Punkte*)

Berechnen Sie die 1. Ableitung der folgenden Funktionen:

a) $f(x) = \dfrac{x^2 - 5}{x^4 + 2}$ (*1 Punkt*)

b) $g(x) = (x^4 + 2)^x$ (*2 Punkte*)

c) $h(x) = \sqrt[5]{x^3} \cdot \dfrac{1}{\sqrt[4]{x^7}}$ (*1 Punkt*)

Aufgabe 2 (*4 Punkte*) Bestimmen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int xe^x \, dx$ (*1 Punkt*)

b) $\int \cos(\sqrt{5x + 11}) \, dx$ (*2 Punkte*)

c) $\int_0^1 (2x^3 + 2x + 4) \, dx$ (*1 Punkt*)

Bitte wenden!

Aufgabe 3 (*4 Punkte*)

a) Leiten Sie die folgende Funktion ab: $g(x) = e^{\cos(x)} \cdot \ln(x^4)$. (*2 Punkte*)

b) Wir betrachten die folgende Reihe:

$$\sum_{i=0}^{\infty} (\frac{-7}{12})^i.$$

Geben Sie für diese Reihe die ersten drei Glieder an und berechnen Sie die ersten drei Partialsummen. Falls Konvergenz vorliegt, bestimme man den Grenzwert; andernfalls begründe man, warum die Reihe nicht konvergiert. (*2 Punkte*)

Aufgabe 4 (*4 Punkte*)

a) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

(i) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{7n^2+3}+3n+5}{2n+1}$ (*1 Punkt*)

(ii) $\lim\limits_{n\to\infty} (1+\dfrac{1}{n})^{5n+11}$ (*1 Punkt*)

b) Bestimmen Sie diejenigen $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$, die die Ungleichung

$$\frac{5}{x-2} > 6$$

erfüllen. Mit M sei die Menge dieser x bezeichnet. Geben Sie M in Intervallschreibweise an. (*2 Punkte*)