Mathematik II für Studierende der Informatik
(Analysis und Lineare Algebra)

Thomas Andreae, Stefan Geschke, Mathias Schacht, Fabian Schulenburg

Sommersemester 2014
Blatt 11

A: Präsenzaufgaben am 3. Juli 2014

1. Es sei $I = \Big\{(x,y) : 1 \le x \le 3;\ 1 \le y \le 2\Big\}$. Berechnen Sie das Doppelintegral $\iint\limits_I x^2 y\ d(x,y)$.

2. Berechnen Sie das Doppelintegral $\iint\limits_G xy\ d(x,y)$ über dem Dreieck G mit den Eckpunkten $(0,0)$, $(0,2)$ und $(1,0)$.

3. Berechnen Sie $\iint\limits_G xy\ d(x,y)$ für das Dreieck G mit den Eckpunkten $(0,2)$, $(1,0)$ und $(1,2)$.

B: Hausaufgaben zum 10. Juli 2014

1. Es sei $I = \Big\{(x,y) : 1 \le x \le 2;\ -1 \le y \le 3\Big\}$ und $f(x,y) = 2x^2y$. Berechnen Sie $\iint\limits_I f(x,y)\ d(x,y)$ auf zwei Arten (vgl. (6.7) in Abschnitt 6.2 des Skripts).

2. Man berechne $\iint\limits_G f(x,y)\ d(x,y)$:

(i) für $f(x,y) = xy^2$ und das Dreieck G mit den Eckpunkten $(0,0)$, $(1,0)$ und $(1,3)$;
(ii) für $f(x,y) = xy^2$ und das Dreieck G mit den Eckpunkten $(0,0)$, $(0,3)$ und $(1,3)$.

3. a) Wir betrachten die folgenden Funktionen:

$$\begin{aligned} f_1(n) &= n^{2.5} \\ f_2(n) &= \sqrt{2n} \\ f_3(n) &= n + 10 \\ f_4(n) &= 10^n \\ f_5(n) &= 100^n \\ f_6(n) &= n^2 \log_2 n. \end{aligned}$$

Diese Funktionen sollen bezüglich ihres Wachstumsverhaltens in aufsteigende Reihenfolge gebracht werden, d.h., für die Reihenfolge soll Folgendes erfüllt sein: *Steht $f(n)$ unmittelbar vor $g(n)$, so soll $f(n) = O(g(n))$ gelten.* Begründen Sie auch (kurz), weshalb dies für die von Ihnen angegebene Reihenfolge erfüllt ist.

b) Wie a) für die folgenden Funktionen:

$$\begin{aligned} g_1(n) &= 2^{\sqrt{\log_2 n}} \\ g_2(n) &= 2^n \\ g_3(n) &= n(\log_2 n)^3 \\ g_4(n) &= n^{\frac{4}{3}} \\ g_5(n) &= n^{\log_2 n} \\ g_6(n) &= 2^{2^n} \\ g_7(n) &= 2^{n^2}. \end{aligned}$$

Ebenso wie in a) sind auch Begründungen zu liefern!

4. a) Beweisen oder widerlegen Sie:

(i) $n^2 = \Theta(2^n)$

(ii) $3^n = \Omega(2^n)$

(iii) $3^n = O(2^n)$

(iv) $3^{\sqrt{n}} = O(2^n)$

(v) $\log_2 n = O\left(\log_2\left(\sqrt{n}\right)\right)$

(vi) $\log_2 n = O\left(\sqrt{\log_2 n}\right)$.

b) Geben Sie zwei Funktionen $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ an, so dass weder $f(n) = O(g(n))$ noch $g(n) = O(f(n))$ gilt.