ALA BLATTNR. 05 08.05.2014

Jonathan Siems, 6533519, Gruppe 12
Jan-Thomas Riemenschneider,, Gruppe 12
Tronje Krabbe, 6435002, Gruppe 9

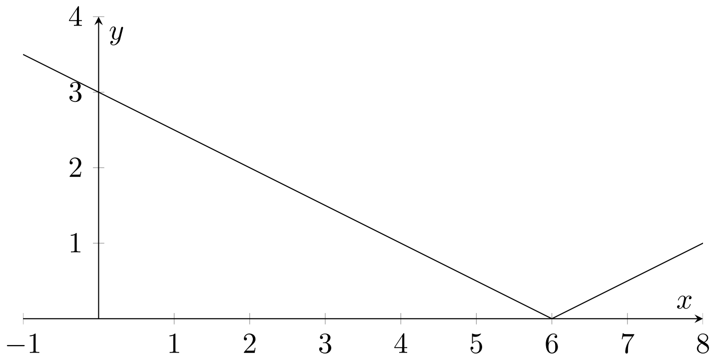
8. Mai 2014

1. **TODO**

2.

$$\lim_{x\to 6}\left(\frac{f(x)-f(6)}{x-6}\right)=\lim_{x\to 6}\left(\frac{|3-\frac{1}{2}x|-|3-\frac{1}{2}\cdot 6}{x-6}\right)=\lim_{x\to 6}\left(\frac{|3-\frac{1}{2}x|}{x-6}\right)=$$

$$\lim_{x\to 6}\left(\sqrt{\frac{(3-\frac{1}{2}x)^2}{(x-6)^2}}\right)=\sqrt{\lim_{x\to 6}\left(\frac{9-3x+\frac{1}{4}x^2}{x^2-2x+36}\right)}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$$



3. a)

Umformen:

$$f(x) = (x + 1)^{x+2} = e^{ln(x+1)^{x+2}} = e^{ln(x+1)(x+2)}$$

Differenzieren:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(e^{ln(x+1)(x+2)}\right)' \\ &= e^{ln(x+1)(x+2)} \cdot ((x+2) \cdot ln(x+1))' \\ &= e^{ln(x+1)(x+2)} \cdot \left(x \cdot ln(x+1) + (x+2) \cdot \frac{1}{(x+1)}\right) \\ &= (x + 1)^{x+2} \cdot \left(x \cdot ln(x+1) + \frac{x+2}{(x+1)}\right) \end{aligned}$$

b) (i)

Umformen:

$$g(x) = (x^2+5)^{x^4+3} = e^{ln(x^2+5)^{x^4+3}} = e^{(x^4+3) \cdot ln(x^2+5)}$$

Differenzieren:

$$\begin{aligned} g'(x) &= \left(e^{(x^4+3) \cdot ln(x^2+5)}\right)' \\ &= e^{(x^4+3) \cdot ln(x^2+5)} \cdot \left((x^4+3) \cdot ln(x^2+5)\right) \\ &= e^{(x^4+3) \cdot ln(x^2+5)} \cdot \left(4x^3 \cdot ln(x^2+5) + (x^4+3) \cdot \frac{2x}{x^2+5}\right) \\ &= (x^2+5)^{x^4+3} \cdot \left(4x^3 \cdot ln(x^2+5) + \frac{2x^5+6x}{x^2+5}\right) \end{aligned}$$

(ii)

Umformen:

$$h(x) = (x^4+3)^{\sqrt{3x+1}} = e^{ln(x^4+3)^{\sqrt{3x+1}}} = e^{\sqrt{3x+1} \cdot ln(x^4+3)}$$

Differenzieren:

$$\begin{aligned} h'(x) &= e^{\sqrt{3x+1} \cdot ln(x^4+3)} \\ h'(x) &= e^{\sqrt{3x+1} \cdot ln(x^4+3)} \cdot \left(\sqrt{3x+1} \cdot ln(x^4+3)\right) \\ &= e^{\sqrt{3x+1} \cdot ln(x^4+3)} \cdot \left((\sqrt{3x+1})' \cdot ln(x^4+3) + \sqrt{3x+1} \cdot \frac{4x^3}{x^4+3}\right) \\ &= (x^4+3)^{\sqrt{3x+1}} \cdot \left(\frac{3}{2\sqrt{1+3\,x}} \cdot ln(x^4+3) + \frac{4x^3\sqrt{3x+1}}{x^4+3}\right) \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
\text{Umformen:}& \\
f(x) &= 3^x \quad = \quad e^{ln(3^x)} \quad = \quad e^{x \cdot ln3} \\
\text{Differenzieren:}& \\
f'(x) &= \left(e^{x \cdot ln3}\right)' \\
&= e^{x \cdot ln3} \cdot (x \cdot ln3)' \\
&= e^{x \cdot ln3} \cdot \left(1 * ln3 + x \cdot \frac{0}{3}\right) \\
&= 3^x \cdot (ln3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Umformen:}& \\
f(x) &= x^{\frac{1}{3}} = e^{ln(x^{\frac{1}{3}})} = e^{\frac{1}{3} \cdot ln\ x} \\
\text{Differenzieren:}& \\
f'(x) &= \left(e^{\frac{1}{3} \cdot lnx}\right)' \\
f'(x) &= e^{\frac{1}{3} \cdot ln\ x} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot lnx\right)' \\
&= e^{\frac{1}{3} \cdot lnx} \cdot \left(lnx + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x}\right) \\
&= x^{\frac{1}{3}} \cdot \left(lnx + \frac{\frac{1}{3}x}{x}\right)
\end{aligned}$$

4. (ii) $f'(x) = cos(x^2) \cdot 2x$

(iii) $f'(x) = 2 \cdot sin(x) \cdot cos(x)$

(iv) $f'(x) = cos(2x)$

(v) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{-(-1+x)x}}$

(vi) $f'(x) = (x^3 - 1)^{arctan(x)} \cdot \frac{1}{1+x^2} \cdot ln(x^3 - 1) + arctan(x) \cdot \left(\frac{1}{x^3-1} \cdot 3x^2\right)$

5. **TODO**

6. a)

$$g'(p) = 10^5 \left(-\frac{1}{p^2} + \frac{6}{p^3}\right) = 10^5 \frac{6-p}{p^3}$$

Einsetzen der 0:

$$g'(p) = 0 \Leftrightarrow p = 6$$

Die möglichen globalen Maxima liegen demnach bei $p = 3, p = 6, p = 100$. Jetzt muss nur noch eingesetzt werden:

$$g(3) = 0$$
$$g(6) = 10^5 \frac{1}{12}$$
$$g(100) = 10^5 \frac{99}{10000}$$

Also gilt: $g(6) > g(3)$ und $g(6) > g(100)$. Das bedeutet, dass das globale Maximum bei $p = 6$ liegt. Demnach ist der Gewinn bei einem Preis von 6 Euro maximal.

b) (i)

$$f'(x) = 21x^6 + 25x^4 + 6x^2 + 1 > 0$$

Die Funktion ist streng monoton steigend, d.h. das globale Maximum liegt bei $x = 10$ und das globale Minimum bei $x = -10$.

(ii)

$$g'(x) = 2e^{2x-1} - e^{x+1} = 0 \Leftrightarrow 2e^{2x-1} = e^{x+1} \Leftrightarrow x = 2 - \log(2)$$

Kandidaten für globale Extrema sind also $x = -2, x = 2, x = 2 - log(2)$. Einsetzen ergibt: Das Maximum liegt bei $x = 2$, das Minimum bei $x = 2 - log(2)$.

(iii)