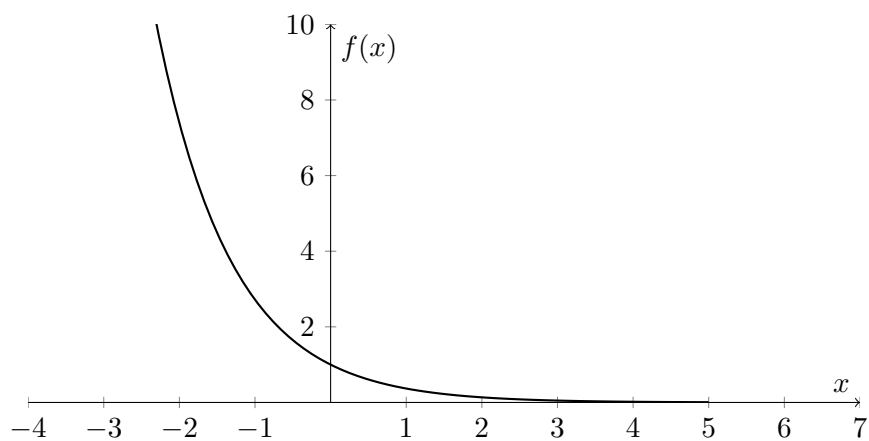


ALA 07 29.05.2014

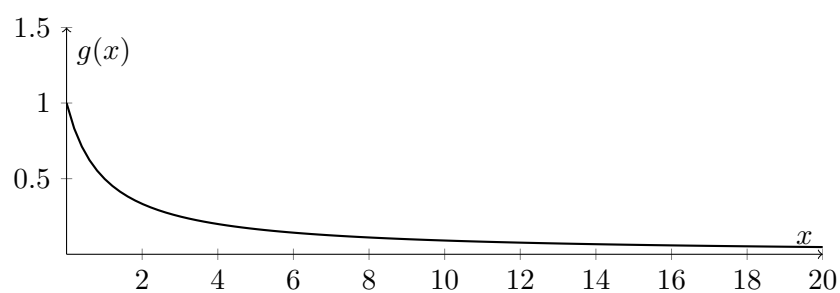
Jonathan Siems, 6533519, Gruppe 12
Jan-Thomas Riemenschneider, 6524390, Gruppe 12
Tronje Krabbe, 6435002, Gruppe 9

4. Juni 2014

1. a)



Die e -Funktion besitzt keinen Wendepunkt, genauso wenig wie e^{-x} .



Wendepunktberechnung:

$$g(x) = \frac{1}{1+x}$$

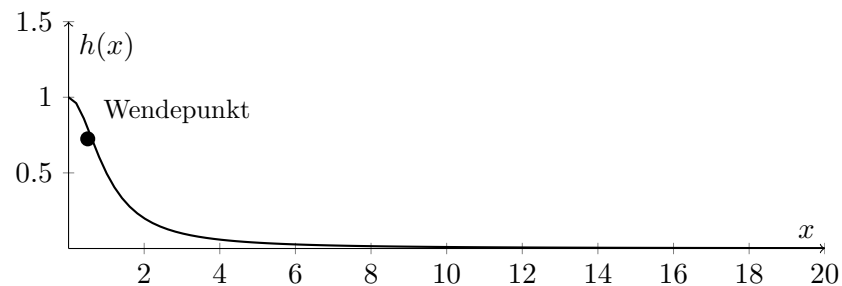
$$g'(x) = -\frac{1}{(1+x)^2}$$

$$g''(x) = \frac{2}{(1+x)^3}$$

$$0 = \frac{2}{(1+x)^3}$$

$$\Leftrightarrow 0 = 2$$

Auch $g(x)$ hat keinen Wendepunkt.



$$h(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$h'(x) = -\frac{1}{(1+x^2)^2} \cdot 2x = -\frac{2x}{(1+x^2)^2}$$

$$h''(x) \stackrel{*}{=} \frac{6x^2 - 2}{(1+x^2)^3}$$

* Die Anwendungen der Quotienten- und Kettenregel wurden hier nicht ausgeführt.

$$0 = \frac{6x^2 - 2}{(1+x^2)^3}$$

$$\Leftrightarrow 0 = 6x^2 - 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{3}} = x$$

Der Wendepunkt von h liegt also bei $x = \sqrt{\frac{1}{3}}$ und $h(\sqrt{\frac{1}{3}}) = \frac{1}{1+\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$.

b) (i)

$$\int_0^\infty e^{-x} = \lim_{b \rightarrow \infty} [-e^{-x}]_0^b = \lim_{b \rightarrow \infty} -e^{-b} + 1 = 1$$

Der Flächeninhalt ist also 1.

(ii)

$$\int_0^\infty \frac{1}{1+x} = [\log(1+x)]_0^\infty = \lim_{b \rightarrow \infty} \log(b+1) - \log(1) = \infty$$

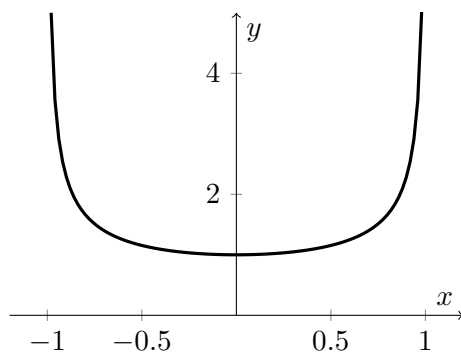
Der Flächeninhalt ist also unendlich groß.

(iii)

$$\int_0^\infty \frac{1}{1+x^2} = [\tan^{-1}(x)]_0^\infty = \lim_{b \rightarrow \infty} \tan^{-1}(b) - \tan^{-1}(0) = \frac{\pi}{2}$$

c)

Skizze:



Für ein bestimmtes Integral berechnen wir die Fläche zwischen x und dem Graphen:

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = [\sin^{-1}(x)]_{-1}^1 = \sin^{-1}(1) - \sin^{-1}(-1)$$

$$\approx 3.1415926535897932384626433832795028841971693993751058$$

2. a)

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{i}{2^i} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{i}{2^i}$$

* Dies gilt, da $\frac{0}{2^0} = 0$.

Es gelte:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \sqrt[i]{\frac{i}{2^i}} < 1$$

Da $\sqrt[i]{i} \rightarrow 1$ für $i \rightarrow \infty$ und $2^i \geq 1$, ist diese Aussage korrekt. Somit konvergiert die Reihe.

b) gaaaaay

3. TODO

4. TODO