ALA BLATTNR. 11 10.07.2014

Jonathan Siems, 6533519, Gruppe 12
Jan-Thomas Riemenschneider, 6524390, Gruppe 12
Tronje Krabbe, 6435002, Gruppe 9

10. Juli 2014

1. $I = \{(x,y) : 1 \leq x \leq 2; -1 \leq y \leq 3\}$
Erste Art:

$$\int\int_G f(x,y)\mathrm{d}(x,y) \tag{1}$$
$$= \int_1^2 \left(\int_{-1}^3 2x^2y\mathrm{d}y \right) \mathrm{d}x \tag{2}$$
$$= \int_1^2 \left([x^2y^2]_{-1}^3 \right) \mathrm{d}x \tag{3}$$
$$= \int_1^2 8x^2\mathrm{d}x \tag{4}$$
$$= [\frac{8}{3}x^3]_1^2 \tag{5}$$
$$= \frac{56}{3} \tag{6}$$

Zweite Art:

$$\int\int_G f(x,y)\mathrm{d}(x,y) \tag{7}$$
$$= \int_{-1}^3 \left(\int_1^2 2x^2y\mathrm{d}x \right) \mathrm{d}y \tag{8}$$
$$= \int_{-1}^3 \left([\frac{2}{3}x^3y]_1^2 \right) \mathrm{d}y \tag{9}$$
$$= \int_{-1}^3 \frac{14}{3}y\mathrm{d}y \tag{10}$$
$$= [\frac{7}{3}y^2]_{-1}^3 \tag{11}$$
$$= \frac{56}{3} \tag{12}$$

2. (i) Die Gleichung der Geraden durch die Punkte (0,0) und (1,3) lautet $y = 3x$. Für $\phi_1(x) = 0$ und $\phi_2(x) = 3x$ können wir Satz 6.5 aus dem Skript anwenden und erhalten:

$$
\begin{aligned}
&\int\int (xy^2)\mathrm{d}(x,y) \\
=&\int_0^1 \left(\int_0^{3x} xy^2\mathrm{d}y\right)\mathrm{d}x \\
=&\int_0^1 \left([\frac{1}{3}xy^3]_0^{3x}\right)\mathrm{d}x \\
=&\int_0^1 9x^4\mathrm{d}x \\
=&\frac{9}{5}
\end{aligned}
$$

(ii) Das gegebene Dreieck hat den gleichen Flächeninhalt wie das in (i). Dementsprechend ist das Ergebnis das gleiche.

3. a)
- $f_3(n)$
- $f_2(n)$
- $f_6(n)$
- $f_1(n)$
- $f_4(n)$
- $f_5(n)$

f_3 wächst am langsamsten, da es sich hier um lineares Wachstum handelt. Danach kommt f_2, was ein Polynom ist. Diese wächt allerdings langsamer als die anderen Polynome, da es sich um den Sonderfall der Wurzelfunktion handelt. Als nächstes könnte man denken käme f_1, da f_6 ja schneller wachsen sollte, weil es ein Polynom multipliziert mit einem Logarithmus ist. Diese Annahme ist falsch, da bei der Landaunotation stets nur auf die mächtigste Komponente geachtet wird, was in dem Fall n^2 wäre, und dies wächst langsamer als $n^{2.5}$. Zuletzt kommen die beiden Exponentialfunktionen f_4 und f_5. Eigentlich teilen diese beiden sich den Platz für das schnellste Wachstum, da die Basis von 10 bzw. 100 in der Landaunotation keinen Unterschied macht.

b)
- $g_3(n)$
- $g_1(n)$
- $g_4(n)$

- $g_5(n)$
- $g_2(n)$
- $g_7(n)$
- $g_6(n)$

Die Liste beginnt mit g_3, da hier die mächtigste Komponente nur ein n ist. Danach g_1, und zwar vor g_4, da:

$$g_1(n) = e^{\ln(2)\cdot\sqrt{\log_2(n)}} = O(e^{\ln(n)\cdot\frac{4}{3}})$$

Als nächstes kommt g_5, was überraschend scheinen kann, da es sowohl in der Basis als auch im Exponenten ein n hat. Jedoch wächst der Exponent nur logarithmisch, also langsamer als die Exponenten der übrigen Funktionen. Deshalb wird g_5 unter den restlichen Funktionen eingeordnet, da die Basis nicht ausschlaggebend genug ist. Es folgen die Funktionen mit Basis 2, die nach ihren Exponenten geordnet sind. Die Begründung für diese Ordnung ist trivial und z.T. bereits in a) geschehen.

4. a) (i): falsch, da ein Polynom nicht genauso schnell wächst wie eine Exponentialfunktion.
(ii): richtig, da 3^n mindestens so schnell wächst wie 2^n. Der Beweis ist trivial.
(iii): richtig, da der Unterschied in der Basis für besonders hohe Werte keinen Unterschied macht.
(iv): richtig, denn wegen des Exponenten $\sqrt{n}$ wächst die Funktion auf der linken Seite langsamer.
(v): falsch, $\ln(n)$ wächst wesentlich schneller als $\ln(\sqrt{n})$.
(vi): falsch, der Logarithmus wächst wesentlich schneller als die Wurzel eines Logarithmus.

b) $f(n) = n$, $g(n) = n^{1+\sin(n)}$