

# ALA BLATTNR. **ABGABEDATUM**

Jonathan Siems, 6533519, Gruppe 12  
Jan-Thomas Riemenschneider, 6524390, Gruppe 12  
Tronje Krabbe, 6435002, Gruppe 9

15. Juni 2014

1. a)

$$T_7(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720}$$

$$T_8(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720} + \frac{x^8}{8!}$$

$$T_9(x) = T_8(x)$$

$$T_{10}(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!}$$

$$T_{11}(x) = T_{10}(x)$$

$$T_{12}(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \frac{x^{12}}{12!}$$

$$T_{13}(x) = T_{12}(x)$$

$$T_9(1) \approx 0,5403025$$

$$T_{11}(1) \approx 0,5403023$$

$$T_{13}(1) \approx 0,5403023$$

b)

**f(x)**

$$T_0(x) = 1$$

$$T_1(x) = 1 + \frac{x}{2}$$

$$T_2(x) = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8}$$

$$T_3(x) = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16}$$

$$T_4(x) = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16} - \frac{5x^4}{128}$$

**g(x)**

$$T_0(x) = 1$$

$$T_1(x) = 1 - \frac{x}{3}$$

$$T_2(x) = 1 - \frac{x}{3} + \frac{2x^2}{9}$$

$$T_3(x) = 1 - \frac{x}{3} + \frac{2x^2}{9} - \frac{14x^3}{81}$$

$$T_4(x) = 1 - \frac{x}{3} + \frac{2x^2}{9} - \frac{14x^3}{81} + \frac{35x^4}{243}$$

c) Am einfachsten ist es, einfach alle Taylorpolynome bis  $T_5$  zu errechnen, da diese Arbeit sowieso getan werden muss.

$$T_0(x) = 0$$

$$T_1(x) = x$$

$$T_2(x) = x + x^2$$

$$T_3(x) = x + x^2 + \frac{1}{3}x^3$$

$$T_4(x) = x + x^2 + \frac{1}{3}x^3$$

$$T_5(x) = x + x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{30}x^5$$

Probe:

$$T_5(1) = \frac{69}{30} = 2,3$$

$$f(1) = 2,287355\dots$$

Das Ergebnis kommt also hin.

2. (i)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x^3 - 3x^2 + x + 2}{x^2 - 5x + 6} \right) = \frac{1}{2}$$

(ii)

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{x^3 - 3x^2 + x + 2}{x^2 - 5x + 6} \right) \\ & \stackrel{*}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{3x^2 - 6x + 1}{2x - 5} \right) \\ & = -1 \end{aligned}$$

\* An dieser Stelle wurden die Regeln von de l'Hospital verwendet.

(iii)

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{2x}} \\ & = \lim_{x \rightarrow 0} \left( e^{\frac{1}{2x} \cdot \ln(1+3x)} \right) \\ & = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{2x} \cdot \ln(1+3x) \right)} \end{aligned}$$

Wir errechnen zunächst nur die Potenz:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\ln(1+3x)}{2x} \right) \\ & \stackrel{*}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\frac{3}{3x+1}}{2} \right) \\ & = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

Wir setzen dieses Zwischenergebnis ein und erhalten das Endergebnis:

$$\Rightarrow e^{\frac{3}{2}}$$

\* An dieser Stelle wurden die Regeln von de l'Hospital verwendet.

(iv)

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{\sin(x)} \right) \\ & = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin(x) - e^x + 1}{e^x \sin(x) - \sin(x)} \right) \\ & \stackrel{*}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos(x) - e^x}{e^x \sin(x) + (e^x - 1) \cos(x)} \right) \\ & \stackrel{*}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{-e^x - \sin(x)}{\sin(x) + 2e^x \cos(x)} \right) \\ & = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

\* An dieser Stelle wurden die Regeln von de l'Hospital verwendet.

3. **TODO**

4. **TODO**

5. **TODO**

6. **TODO**