**B**

# 2. Bonusklausur zur Vorlesung „Mathematik II (ALA)“

**T. Andreae** **30. Juni 2014, 8:15 bis 9:45 Uhr**

Insgesamt sind 16 Punkte zu erreichen. Es genügt in der Regel nicht, nur das Ergebnis einer Rechnung bzw. die Antwort auf eine Frage anzugeben, sondern es sollte auch der Rechenweg ersichtlich sein bzw. eine kurze Begründung für die Antwort gegeben werden. Wer mindestens 8 Punkte erzielt, hat bestanden. Viel Erfolg!

**Aufgabe 1 (*4 Punkte*)**

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int_1^3 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx$ (*1 Punkt*)

b) $\int \frac{10x-3}{x^2+1}\,dx$ (*1 Punkt*)

c) $\int \frac{5x+1}{x^2-8x+12}\,dx$ (*2 Punkte*)

**Aufgabe 2 (*4 Punkte)***

a) Entscheiden Sie, welche der folgenden Reihen konvergieren und welche divergieren. Falls Konvergenz vorliegt, so ermittle man den Grenzwert; falls Divergenz vorliegt, so gebe man eine kurze Begründung, weshalb dies der Fall ist:

(i) $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i \cdot 3^{i+1}}{7^i}$ (*1 Punkt*)

(ii) $\sum_{i=0}^{\infty} \frac{6}{7(i+1)}$ (*1 Punkt*)

(iii) $\sum_{i=2}^{\infty} \frac{(-1)^i \cdot 3^{i-1}}{2^{i+1}}$ (*1 Punkt*)

b) Entscheiden Sie mit Hilfe der Limes-Version des Quotientenkriteriums, ob Konvergenz oder Divergenz vorliegt:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{2i+3}{7^i}$$

(*1 Punkt*)

Bitte wenden!

**Aufgabe 3 (*4 Punkte*)**

a) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

(i) $\lim_{x \to 2} \frac{2x^2 + 3x - 14}{x^3 - x^2 - x - 2}$ (*1 Punkt*)

(ii) $\lim_{x \to 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{7x}}$ (*2 Punkte*)

b) Berechnen Sie die Taylorpolynome $T_0(x), \ldots, T_2(x)$ für $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{x+1}}$ an der Stelle $x_0 = 0$. (*1 Punkt*)

**Aufgabe 4 (*4 Punkte*)**

a) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen erster Ordnung für

(i) $g(x, y) = e^{xy^2} \cdot \sin(x^2 y)$ (*1 Punkt*)

(ii) $h(x, y) = ln(y^2 + x\sqrt{y})$. (*1 Punkt*)

b) Bestimmen Sie die kritischen Stellen der Funktion

$$f(x, y) = -\frac{1}{2}x^2 - y^2 + xy + 2x + y + 4$$

und entscheiden Sie für jede dieser Stellen, ob ein lokales Extremum vorliegt und, falls ja, ob es sich um ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum handelt. (*2 Punkte*)