# ALA 05 15.05.2014

Jonathan Siems, 6533519, Gruppe 12
Jan-Thomas Riemenschneider, 6524390, Gruppe 12
Tronje Krabbe, 6435002, Gruppe 9

14. Mai 2014

**1.**

$$\begin{aligned} f(x) &= 7x^3 - 42x^2 + 63x - 2 \\ f'(x) &= 21x^2 - 84x + 63 \\ f''(x) &= 42x - 84 \\ F(x) &= \frac{7}{4}x^4 - \frac{42}{3}x^3 + \frac{63}{2}x^2 - 2x \end{aligned}$$

Globale Extrema von $f$ finden wir an Stellen, für die gilt: $f'(x) = 0$.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 \\ \Leftrightarrow 0 &= 21x^2 - 84x + 63 \\ \Leftrightarrow x^2 - \frac{84}{21}x + \frac{63}{21} &= 0 \\ \Rightarrow x_{1,2} = \frac{84}{42} &\pm \sqrt{\left(-\frac{84}{42}\right)^2 - \frac{63}{21}} \\ \Rightarrow x &= 1 \vee x = 3 \end{aligned}$$

Die Extrema liegen also bei $x = 1$ und $x = 3$. Einsetzen in die zweite Ableitung:

$$\begin{aligned} f''(1) &= 42 \cdot 1 - 84 = -42 \\ f''(3) &= 42 \cdot 3 - 84 = 42 \end{aligned}$$

Das Maximum, also die Höchsttemperatur liegt also an der Stelle 1, das Minimum, also die Teifsttemperatur, an der Stelle 3.
Die Berechnung des Durchschnittswertes erfolgt folgendermaßen: errechne das

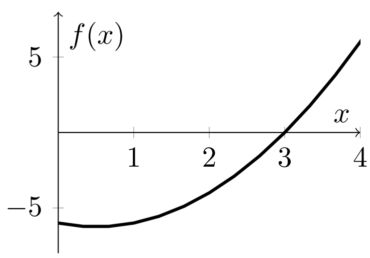
Integral von $f$ im Interval [1,3] und teile es durch die Intervallänge, also 2:

$$\begin{aligned}
& \frac{\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x}{2} \\
= \quad & \frac{F(3) - F(1)}{2} \\
= \quad & \frac{(\frac{567}{4} - \frac{1134}{3} + \frac{567}{2} - 6) - (\frac{7}{4} - \frac{42}{3} + \frac{63}{2} - 2)}{2} \\
= \quad & \frac{24}{2} = 12
\end{aligned}$$

Die Tagesdurchschnittstemperatur ist also $12°C$.

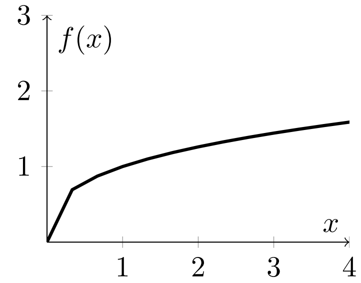
**2.** (i)

$$\begin{aligned}
& \int_1^3 x^2 - x - 6\mathrm{d}x \\
= \quad & [\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x]_1^3 \\
= \quad & (9 - \frac{9}{2} - 18) - (\frac{1}{3} - \frac{1}{2} - 6) \\
= \quad & -\frac{22}{3}
\end{aligned}$$



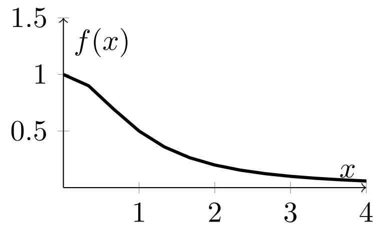

(ii)

$$\begin{aligned}
& \int_1^3 x^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}x \\
= \quad & [\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}]_1^3 \\
= \quad & \frac{3}{4}3^{\frac{4}{3}} - \frac{3}{4}1^{\frac{4}{3}}
\end{aligned}$$



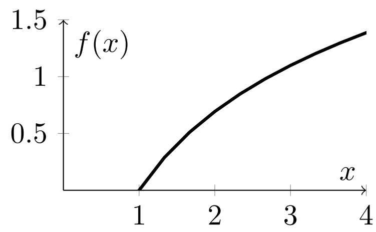

(iii)

$$
\begin{aligned}
& \int_1^3 \frac{1}{1+x^2} \mathrm{d}x \\
= & \; [\tan^{-1}(x)]_1^3 \\
= & \; \tan^{-1}(3) - \tan^{-1}(1)
\end{aligned}
$$



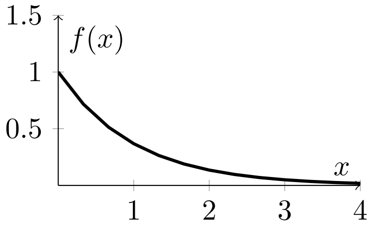

(iv)

$$
\begin{aligned}
& \int_1^3 lnx \; \mathrm{d}x \\
= & \; [x \cdot (ln(x) - 1)]_1^3 \\
= & \; 1 + 3(ln(3) - 1)
\end{aligned}
$$




(v)

$$
\begin{aligned}
& \int_1^3 e^{-x} \mathrm{d}x \\
= & \; [-e^{-x}]_1^3 \\
= & \; (-e^{-3}) - (-e^{-1})
\end{aligned}
$$




**3.** (i)

$$\int x^4 + 2x^3 - x + 5\mathrm{d}x$$
$$= \frac{1}{5}x^5 + \frac{2}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + 5x$$

(ii)

$$\int x^{-\frac{3}{2}}\mathrm{d}x$$
$$= 2x^{-\frac{1}{2}}$$

(iii)

$$\mathrm{d}x$$

(iv)

$$\mathrm{d}x$$

(v)

$$\mathrm{d}x$$

**4.** Zunächst überprüfen wir, ob alle Voraussetzungen zur Ausführung des Newton-Verfahrens erfüllt sind:
(1) $f'(x) = 3x^2 + 4x + 10 \neq 0$ für $x \in [1, 2]$
(2) $f''(x)$ ist ein Polynom, also im gegebenen Interval ganz vorhanden und stetig.
(3) $f(a) \cdot f(b) < 0 \Leftrightarrow -13 \cdot 16 < 0$.

Nun können wir das eigentliche Verfahren anwenden.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$
$$x_0 = 1$$
$$\Rightarrow x_1 = 1 - \frac{-13}{17} = 1.764705...$$
$$\Rightarrow x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 1.409760...$$
$$\Rightarrow x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 1.369288...$$
$$\Rightarrow x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = 1.368808...$$

Die Nullstelle liegt also in der Nähe von 1.368808...