ALA 01 (HA) zum 10.04.2014

Jonathan Siems, Lina, Tronje Krabbe

6. April 2014

1. Wir unterscheiden zwei Fälle:
Fall $x > -5$:

$$\frac{2}{x+5} \geq 3 \tag{1}$$
$$\Leftrightarrow 2 \geq 3x + 15 \tag{2}$$
$$\Leftrightarrow x \leq (-\frac{13}{3}) \tag{3}$$

Fall $x < -5$:
In diesem Fall ist die gesamte Linke Seite der Ungleichung immer negativ, da der Nenner des Bruches negativ ist. Das bedeutet, dass für x kleiner -5 keine Lösung existiert. Daraus folgt:

$L = (-5, -\frac{13}{3}]$

2. Wir unterscheiden abermals zwei Fälle:
Fall $x \geq \frac{4}{3}$:

$$|3x - 4| \geq 2 \tag{4}$$
$$\Leftrightarrow x \geq 2 \tag{5}$$

Fall $x < \frac{4}{3}$:

$$|3x - 4| \geq 2 \tag{6}$$
$$\Leftrightarrow -(3x - 4) \geq 2 \tag{7}$$
$$\Leftrightarrow x \leq \frac{2}{3} \tag{8}$$

Daraus folgt:

$L = (-\infty, \frac{2}{3}] \cup (2, \infty)$

3. a)

$$
\begin{aligned}
|a_n - a| &= |\frac{4n-1}{n+5} - 4| && (9)\\
&= |\frac{4n-1}{n+5} - \frac{4(n+5)}{n+5}| && (10)\\
&= |\frac{4n-1}{n+5} - \frac{4n+20}{n+5}| && (11)\\
&= |\frac{-21}{n+5}| && (12)\\
&= -\frac{21}{n+5} && (13)
\end{aligned}
$$

b) Gesucht ist:

$$
\begin{aligned}
|a_n - a| < \epsilon \Leftrightarrow -\frac{21}{n+5} < \epsilon && (14)\\
\Leftrightarrow n > -\frac{21}{\epsilon} - 5 && (15)
\end{aligned}
$$

Nun setze man $N > -\frac{21}{\epsilon} - 5$. Daraus folgt:
für $n \geq N$ gilt $|a_n - a| < \epsilon$.
Somit ist gezeigt, dass die Folge a_n gegen a konvergiert.

c)

$$
\begin{aligned}
\epsilon = \frac{1}{10} \Rightarrow N = -214 && (16)\\
\epsilon = \frac{1}{100} \Rightarrow N = -2104 && (17)\\
\epsilon = \frac{1}{1000} \Rightarrow N = -21004 && (18)\\
&& (19)
\end{aligned}
$$

4.