

# ALA BLATTNR. 06 22.05.2014

Jonathan Siems, 6533519, Gruppe 12  
Jan-Thomas Riemenschneider, 6524390, Gruppe 12  
Tronje Krabbe, 6435002, Gruppe 9

22. Mai 2014

1. (i)

$$\begin{aligned} & \int \sin(\sqrt{3x+7}) dx \\ & \quad \Downarrow \\ & \int f(x) dx = \frac{2 \cdot (\sin(\sqrt{3x+7}) - \sqrt{3x+7} \cdot \cos(\sqrt{3x+7}))}{3} + C \end{aligned}$$

(ii)

$$\begin{aligned} & \int \cos(\sqrt[3]{x}) dx \\ & \quad \Downarrow \\ & \int f(x) dx = 3 \left( x^{\frac{2}{3}} - 2 \right) \sin(\sqrt[3]{x}) + 6 \sqrt[3]{x} \cos(\sqrt[3]{x}) + C \end{aligned}$$

(iii)

$$\begin{aligned} & \int e^{\sqrt{5x+3}} dx \\ & \quad \Downarrow \\ & \int f(x) dx = \frac{2}{5} e^{\sqrt{5x+3}} (\sqrt{5x+3} - 1) + C \end{aligned}$$

(iv)

$$\begin{aligned} & \int \ln(4x+3) dx \left( \text{für } x > -\frac{3}{4} \right) \\ & \quad \Downarrow \\ & \int f(x) dx = \frac{(4x+3) \cdot \ln(4x+3) - 4x - 3}{4} + C \end{aligned}$$

2. (i)

$$\begin{aligned} & \int \frac{x+1}{x^2-x-6} dx \\ & \quad \Downarrow \\ & \int f(x) dx = \frac{1}{5} (4 \log(3-x) + \log(x+2)) + C \end{aligned}$$

(ii)

$$\int \frac{2x+1}{x^2-4x+4} dx$$

$$\Downarrow$$

$$\int f(x) dx = 2 \cdot \log(x-2) - \frac{5}{x-2} + C$$

(iii)

$$\int \frac{4x+1}{x^2+4x+8} dx$$

$$\Downarrow$$

$$\int f(x) dx = 2 \cdot \log(x^2+4x+8) - \frac{7}{2} \tan^{-1} \left( \frac{x+2}{2} \right) + C$$

3. a)  $f(1) = 9 \cdot e^{-\frac{1}{3}} \approx 6,45$   
 $f(2) = 18 \cdot e^{-\frac{2}{3}} \approx 9,24$   
 $f(6) = 54 \cdot e^{-2} \approx 7,31$   
 $f(12) = 108 \cdot e^{-4} \approx 1,98$   
 $f(24) = 216 \cdot e^{-8} \approx 0,07$

- b)  $f'(t) = 9t \cdot e^{-\frac{1}{3}t} - \frac{1}{3} + 9e^{-\frac{1}{3}t} = 9e^{-\frac{1}{3}t} - 3e^{-\frac{1}{3}t} \cdot t = 0 \Leftrightarrow 9e^{-\frac{1}{3}t} = 3e^{-\frac{1}{3}t} \cdot t \Leftrightarrow t = 3$   
 $f'(3) = 27e^{-1} \approx 9,93$

Die maximale Konzentration wird also nach 3 Stunden erreicht und beträgt circa 9,93 Milligramm pro Liter.

- c) Hierfür berechnen wir das Integral von f zwischen 0 und 6, und teilen das Ergebnis durch  $6 - 0 = 6$ .

$$\int_0^6 9t \cdot e^{-\frac{1}{3}t} dt$$

$$= [-27e^{-\frac{1}{3}t} \cdot (t+3)]_0^6$$

$$= -243e^{-2} + 81$$

$$= 48,11\dots$$

$$\frac{48,11\dots}{6} \approx 8,02$$

Die durchschnittliche Konzentration in den ersten 6 Stunden liegt demnach bei circa 8,02 Milligramm pro Liter.

Als, wenn auch nur sehr grobe, Probe kann man die ersten drei Werte aus Aufgabenteil a addieren und durch drei teilen, was  $7,\bar{6}$  ergibt.

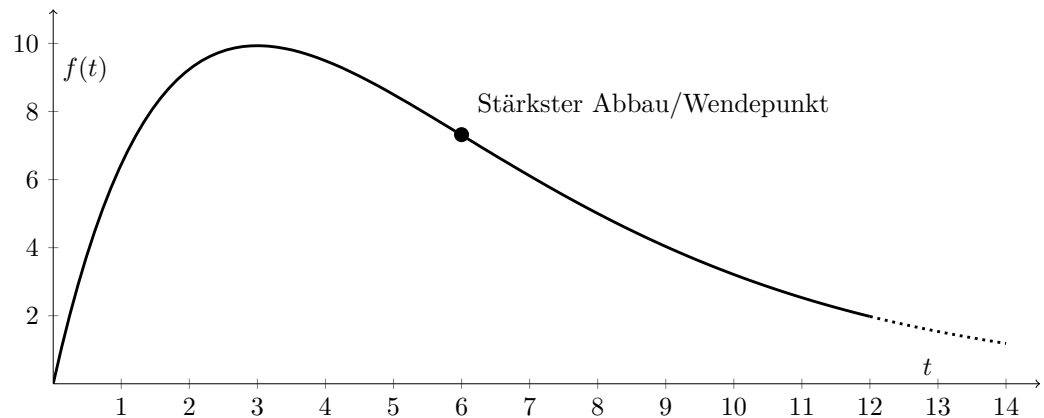
d) Analog zu Aufgabenteil c):

$$\begin{aligned} & \int_6^1 29t \cdot e^{-\frac{1}{3}t} dt \\ &= [-27e^{-\frac{1}{3}t} \cdot (t+3)]_6^1 \\ &= -405e^{-4} + 243e^{-2} \\ &= 25,46... \\ & \frac{25,46...}{6} \approx 4,24 \end{aligned}$$

In den zweiten 6 Stunden liegt die Durchschnittliche Konzentration also bei 4,24 mg/l.

Auch hier kann wieder, als grobe Probe, Aufgabenteil a herangezogen werden.  
 $\frac{7,31+1,98}{2} \approx 4,65$ .

e) Skizze:



$$f'(t) = 9e^{-\frac{1}{3}t} - 3e^{-\frac{1}{3}t} \cdot t$$

$$f''(t) = e^{-\frac{1}{3}t} \cdot x - 6e^{-\frac{1}{3}t} = 0 \Leftrightarrow e^{-\frac{1}{3}t} \cdot x = 6e^{-\frac{1}{3}t} \Leftrightarrow x = 6$$

4. **TODO**