Optimierung für Studierende der Informatik

Thomas Andreae

Wintersemester 2014/15
Blatt 11

A: Präsenzaufgaben am 5. Januar 2015

1. Geben Sie einen zusammenhängenden Graphen G mit 10 Kanten an, für den $m(G) = 3$ gilt.

2. Für den Graphen auf Seite 117 des Skripts: Besitzt dieser Graph ein perfektes Matching? Falls ja, so gebe man ein solches an; falls nein, so begründe man, wieso kein perfektes Matching existiert.

3. a) Wie ist die Knotenüberdeckungszahl $c(G)$ eines Graphen G definiert?

b) Begründen Sie (kurz), weshalb $m(G) \leq c(G)$ für jeden Graphen G gilt.

c) Geben Sie einen Graphen G an, für den $m(G) < c(G)$ gilt.

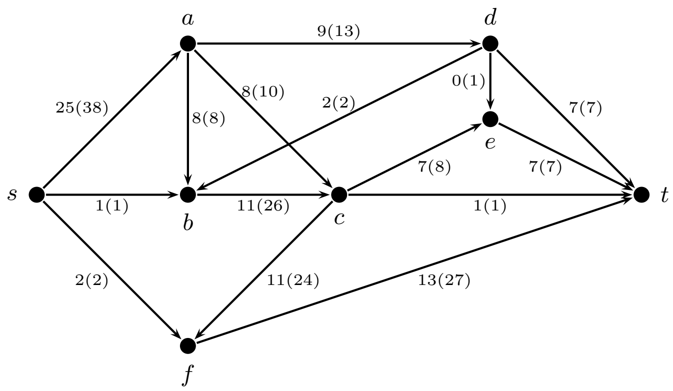
d) Kann die Differenz $c(G) - m(G)$ beliebig groß werden?

4. Wahr oder falsch: Jeder Baum ist ein bipartiter Graph.

B: Hausaufgaben zum 12. Januar 2015

1. Bearbeiten Sie die folgende Klausuraufgabe aus dem WS 2013/14:

a) Wir betrachten das folgende Netzwerk N, in dem die Kapazitäten in Klammern angegeben sind; die Zahlen ohne Klammern bezeichnen den aktuellen Fluss, den wir f_1 nennen. Wie üblich seien s und t die Quelle bzw. die Senke des Netzwerks.



Es soll der *Algorithmus von Edmonds und Karp* angewendet werden, wobei nur die nächste Flussvergrößerung betrachtet wird. Um f_1 zu verbessern, werden auf die übliche Art Knotenmarkierungen vorgenommen, beispielsweise erhält s die Markierung $(-, \infty)$ und a erhält die Markierung $(s, +, 13)$.

(i) In welcher Reihenfolge werden die Knoten markiert? (**Regel**: Ist diese Reihenfolge durch den Algorithmus von Edmonds und Karp nicht festgelegt, so ist die alphabetische Reihenfolge entscheidend.) Geben Sie für jeden Knoten die zugehörige Markierung an! Gibt es Knoten, die unmarkiert bleiben?

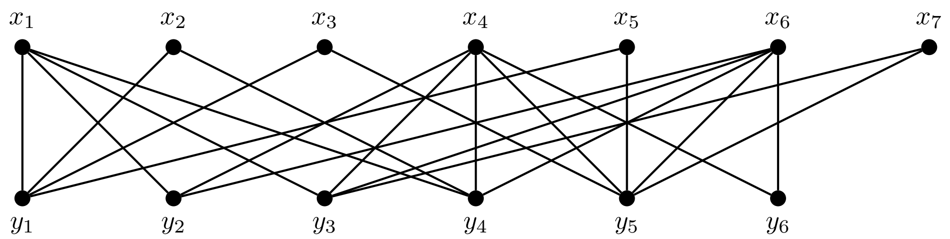
(ii) Geben Sie den zunehmenden Pfad P an, der zur Flussvergrößerung führt und geben Sie auch den verbesserten Fluss f_2 an. (Es genügt, $f_2(e)$ für diejenigen Kanten anzugeben, für die $f_2(e) \neq f_1(e)$ gilt.)

b) Führt man den Ford-Fulkerson-Algorithmus zur Bestimmung eines Maximalflusses in einem Netzwerk aus, so erhält man im letzten Schritt einen minimalen Schnitt (S, T). Woran erkennt man, welche Knoten zu S und welche zu T gehören? (Geben Sie eine kurze und präzise Antwort.)

2. Bestimmen Sie für die unten angegebenen Graphen ein Matching mit maximaler Kantenzahl sowie eine minimale Knotenüberdeckung. Verwenden Sie hierzu den Algorithmus von Edmonds und Karp, wobei die folgende Regel zu beachten ist: Gibt es mehrere Kandidaten für den nächsten zu markierenden Knoten, so sind Knoten mit kleinerem Index vorzuziehen.

Hinweis: Gehen Sie ähnlich vor wie in Abschnitt 11.5.

a)



b)