Optimierung 04 27.10.2014

Carolin Konietzny, 6523939, Gruppe 3
Tronje Krabbe, 6435002, Gruppe 7
Julian Tobergte, 6414935, Gruppe 5

10. November 2014

1. a) (i) **Größter Koeffizient:**

Starttableau:

$$\begin{array}{rcl} x_3 & = & 10 - x_1 - x_2 \\ x_4 & = & 8 - x_1 \\ x_5 & = & 3 - x_2 \\ \hline z & = & 2x_1 + 3x_2 \end{array}$$

1. Iteration:
Eingangsvariable: x_2
Ausgangsvariable: x_5

$$\begin{array}{rcl} x_2 & = & 3 - x_5 \\ x_3 & = & 7 - x_1 + x_5 \\ x_4 & = & 8 - x_1 \\ \hline z & = & 9 + 2x_1 - 3x_5 \end{array}$$

2. Iteration:
Eingangsvariable: x_1
Ausgangsvariable: x_3

$$\begin{array}{rcl} x_1 & = & 7 + x_5 - x_3 \\ x_2 & = & 3 - x_5 \\ x_4 & = & 1 - x_5 + x_3 \\ \hline z & = & 23 - x_3 - 2x_3 \end{array}$$

Dieses Tableau ergibt die optimale Lösung $x_1 = 7$, $x_2 = 3$ und $z = 23$.

Größter Zuwachs:
Starttableau:

$$\begin{aligned} x_3 &= 10 - x_1 - x_2 \\ x_4 &= 8 - x_1 \\ x_5 &= 3 - x_2 \\ \hline z &= 2x_1 + 3x_2 \end{aligned}$$

1. Iteration:
Eingangsvariable: x_1
Ausgangsvariable: x_4

$$\begin{aligned} x_1 &= 8 - x_4 \\ x_3 &= 2 - x_2 + x_4 \\ x_5 &= 3 - x_2 \\ \hline z &= 16 + 3x_2 - 2x_4 \end{aligned}$$

2. Iteration:
Einangsvariable: x_2
Ausgangsvariable: x_3

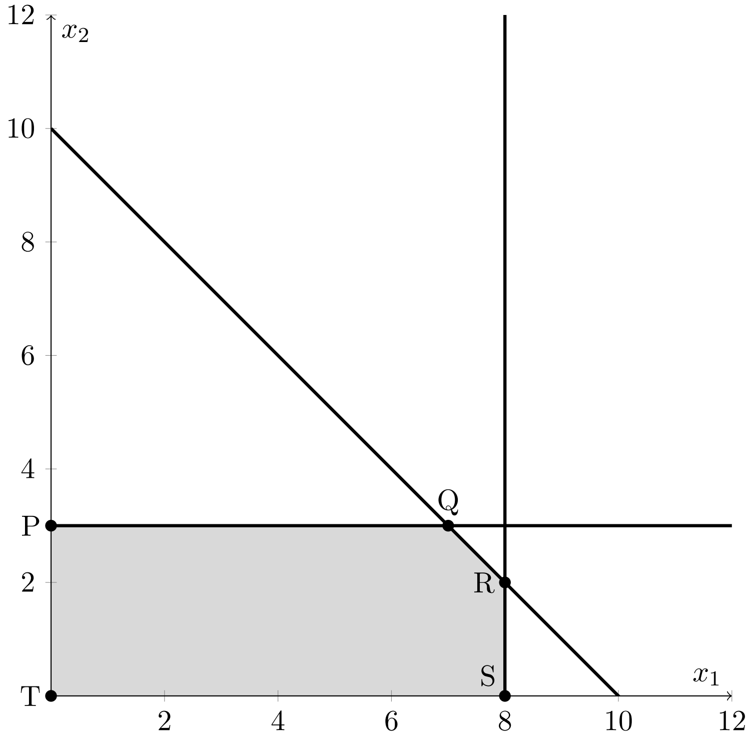
$$\begin{aligned} x_2 &= 2 + x_4 - x_3 \\ x_1 &= 8 - x_4 \\ x_5 &= 1 - x_4 + x_3 \\ \hline z &= 22 + x_4 - 3x_3 \end{aligned}$$

3. Iteration:
Eingangsvariable: x_4
Ausgangsvariable: x_5

$$\begin{aligned} x_4 &= 1 + x_3 - x_5 \\ x_2 &= 3 - x_5 \\ x_1 &= 7 - x_3 + x_5 \\ \hline z &= 23 - 2x_3 - x_5 \end{aligned}$$

Die Regel des größten Koeffizienten ist um eine Iteration schneller.

(ii) Skizze:



Bei der Wahl des größten Koeffizienten werden die Punkte in der Reihenfolge T, P, Q durchlaufen, bei der Wahl des größten Zuwachses in der Reihenfolge T, S, R, Q.

b) (i) **Größter Koeffizient:**

<u>Starttableau:</u>

$$\begin{array}{rl} x_3 & = 10 - 5x_1 - x_2 \\ \hline z & = \quad\quad 3x_1 + x_2 \end{array}$$

1. Iteration:
Eingangsvariable: x_1
Ausgangsvariable: x_3

$$\begin{array}{rl} x_1 & = 2 - \frac{1}{5}x_2 - \frac{1}{5}x_3 \\ \hline z & = 6 + \frac{2}{5}x_2 - \frac{3}{5}x_3 \end{array}$$

2. Iteration:
Eingangsvariable: x_2

Ausgangsvariable: x_1

$$\begin{array}{rl} x_2 & = 10 - x_3 - 5x_1 \\ \hline z & = 10 - x_3 - 2x_1 \end{array}$$

Dieses Tableau gibt die optimale Lösung $x_1 = 0$, $x_2 = 10$ und $z = 10$.

Größter Zuwachs:
Starttableau:

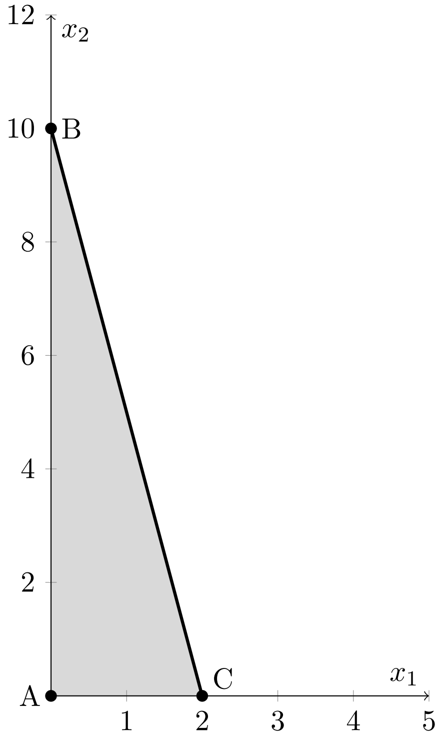
$$\begin{array}{rl} x_3 & = 10 - 5x_1 - x_2 \\ \hline z & = \qquad 3x_1 + x_2 \end{array}$$

1. Iteration:
Eingangsvariable: x_2
Ausgangsvariable: x_3

$$\begin{array}{rl} x_2 & = 10 - 5x_1 - x_3 \\ \hline z & = 10 - 2x_1 - x_3 \end{array}$$

Hier ist die Regel vom größten Zuwachs schneller.

(ii) Skizze:



Bei der Regel des größten Koeffizienten werden die Punkte in der Reihenfolge A, C, B durchlaufen, bei der Regel des größten Zuwachses in der Reihenfolge A, B.

2. Starttableau:

$$\begin{aligned}
x_4 &= 2 \phantom{{}- 2x_1} - x_2 \\
x_5 &= 6 - 2x_1 - 3x_2 + 12x_3 \\
x_6 &= 4 + x_1 - 2x_2 - 9x_3 \\
\hline
z &= \phantom{6 -{}} 2x_1 + 8x_2 - 3x_3
\end{aligned}$$

1. Iteration:
Eingangsvariable: x_2
Ausgangsvariable: x_4

$$\begin{aligned}
x_2 &= 2 - x_4 \\
x_5 &= - 2x_1 + 12x_3 + 3x_4 \\
x_6 &= x_1 - 9x_3 - 2x_4 \\
\hline
z &= 16 + 2x_1 - 3x_3 - 8x_4
\end{aligned}$$

Die Basislösung nach dieser Iteration ist $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = 0$ und $z = 16$.

2. Iteration:
Eingangsvariable: x_1
Ausgangsvariable: x_5

$$\begin{aligned}
x_1 &= \quad 6x_3 + \frac{3}{2}x_4 - \frac{1}{2}x_5 \\
x_2 &= 2 \quad - x_4 \\
x_6 &= \quad - 3x_3 + \frac{7}{2}x_4 - \frac{1}{2}x_5 \\
\hline
z &= 16 + 9x_3 - 5x_4 - x_5
\end{aligned}$$

Die Basislösung nach dieser Iteration ist $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = 0$ und $z = 16$. Dies ist ein degenerierter Schritt.

3. Iteration:
Eingangsvariable: x_3
Ausgangsvariable: x_6

$$\begin{aligned}
x_3 &= \quad \frac{7}{6}x_4 - \frac{1}{6}x_5 - \frac{1}{3}x_6 \\
x_1 &= \quad \frac{17}{2}x_4 - \frac{3}{2}x_5 - 2x_6 \\
x_2 &= 2 - x_4 \\
\hline
z &= 16 + \frac{11}{2}x_4 - \frac{5}{2}x_5 - 3x_6
\end{aligned}$$

Die Basislösung nach dieser Iteration ist $x_1 = 0$, $x_2 = 2$, $x_3 = 0$ und $z = 16$. Dies ist ein degenerierter Schritt.

4. Iteration:
Eingangsvariable: x_4
Ausgangsvariable: x_2

$$\begin{aligned}
x_4 &= 2 \quad - \quad - x_2 \\
x_3 &= \frac{7}{3} - \frac{1}{6}x_5 - \frac{1}{3}x_6 - \frac{7}{6}x_2 \\
x_1 &= 17 - \frac{3}{2}x_5 - 2x_6 - \frac{17}{2}x_2 \\
\hline
z &= 27 - \frac{5}{2}x_5 - 3x_6 - \frac{11}{2}x_6
\end{aligned}$$

Die Basislösung nach dieser Iteration ist $x_1 = 17$, $x_2 = 0$, $x_3 = \frac{7}{3}$ und $z = 27$.
Hierbei handelt es sich auch um die optimale Lösung; wir sind fertig.