Optimierung für Studierende der Informatik Thomas Andreae

Wintersemester 2014/15 Blatt 7

A: Präsenzaufgaben am 24. November 2014

1. Verwenden Sie Satz 3' (Skript, Seite 63), um die Optimalität der vorgeschlagenen Lösung zu überprüfen:

maximiere
$$7x_1+6x_2+5x_3-2x_4+3x_5$$
 unter den Nebenbedingungen
$$x_1+3x_2+5x_3-2x_4+2x_5 \leq 4$$

$$4x_1+2x_2-2x_3+x_4+x_5 \leq 3$$

$$2x_1+4x_2+4x_3-2x_4+5x_5 \leq 5$$

$$3x_1+x_2+2x_3-x_4-2x_5 \leq 1$$

$$x_1,x_2,x_3,x_4,x_5 \geq 0.$$

Vorgeschlagene Lösung:

$$x_1^* = 0,$$
 $x_2^* = \frac{4}{3},$ $x_3^* = \frac{2}{3},$ $x_4^* = \frac{5}{3},$ $x_5^* = 0.$

B: Hausaufgaben zum 1. Dezember 2014

1. a) Gegeben sei das folgende LP-Problem (P) zusammen mit einer vorgeschlagenen Lösung:

maximiere
$$12x_1 + 11x_2 + 7x_3 + 5x_4$$
 unter den Nebenbedingungen

$$x_{1} + 3x_{2} + 2x_{3} + 5x_{4} \leq \frac{22}{3}$$

$$4x_{1} + 2x_{2} + x_{3} - 2x_{4} \leq \frac{4}{3}$$

$$2x_{1} + x_{2} + 5x_{3} + 4x_{4} \leq \frac{13}{3}$$

$$x_{1}, x_{2}, x_{3}, x_{4} \geq 0.$$

Vorgeschlagene Lösung:

$$x_1^* = 0$$
, $x_2^* = \frac{4}{3}$, $x_3^* = 0$, $x_4^* = \frac{2}{3}$.

Prüfen Sie mithilfe der komplementären Schlupfbedingung (vgl. Satz 3', Skript Seite 63), ob dies eine optimale Lösung von (P) ist.

b) Wie a) für das folgende LP-Problem mit vorgeschlagener Lösung:

maximiere
$$x_1 + 6x_2 - 4x_3$$

unter den Nebenbedingungen

$$2x_1 + x_3 \le 5
-x_1 + 3x_2 - 2x_3 \le 2
x_2 - x_3 \le 2
x_1, x_2, x_3 \ge 0.$$

Vorgeschlagene Lösung:

$$x_1^* = \frac{5}{2}, \quad x_2^* = \frac{3}{2}, \quad x_3^* = 0.$$

- 2. Wir greifen das Beispiel vom Eiscremehersteller (Blatt 5) auf. Eine mögliche Strategie ist die folgende:
 - ullet 10 Einheiten der Sorte B werden in regulärer Arbeitszeit veredelt und die restlichen 105 Einheiten im Rahmen von Überstunden;
 - ullet von Sorte C werden 20 Einheiten im Rahmen von Überstunden veredelt und die restlichen Einheiten werden als einfache Eiscreme verkauft;
 - $\bullet\,$ alle 200 Einheiten der Sorte Awerden in regulärer Arbeitszeit veredelt.
 - a) Zu welchem Gewinn führt diese Strategie?
 - b) Prüfen Sie mithilfe der komplementären Schlupfbedingungen (Satz 3', Skript Seite 63), ob dies eine optimale Strategie ist.