Optimierung für Studierende der Informatik

Thomas Andreae

Wintersemester 2014/15

Blatt 4

A: Präsenzaufgaben am 3. November 2014

1. Schreiben Sie das Klee-Minty Problem für $n = 2$ auf.

2. Stellen Sie die Menge der zulässigen Lösungen dieses Problems durch eine Skizze dar, wobei Sie den Maßstab wie folgt wählen:

$$\begin{aligned} 1 \text{ Einheit auf der } x_1\text{-Achse} \quad &\widehat{=} \quad 1\text{cm} \\ 10 \text{ Einheiten auf der } x_2\text{-Achse} \quad &\widehat{=} \quad 1\text{cm}. \end{aligned}$$

3. Lösen Sie das Problem mit dem Simplexverfahren auf zwei verschiedene Arten:

a) Benutzen Sie die Regel vom größten Koeffizienten.

b) Wählen Sie in der 1. Iteration x_2 als Eingangsvariable.

B: Hausaufgaben zum 10. November 2014

1. a) Wir veranstalten einen Wettbewerb zwischen zwei bekannten Pivotierungsregeln:

- Regel vom größten Koeffizienten;
- Regel vom größten Zuwachs.

Zu diesem Zweck betrachten wir das folgende LP-Problem:

$$\begin{array}{l} \text{maximiere } 2x_1 + 3x_2 \\ \text{unter den Nebenbedingungen} \\ \qquad\qquad \begin{array}{rcl} x_1 + x_2 & \leq & 10 \\ x_1 & \leq & 8 \\ x_2 & \leq & 3 \\ x_1, x_2 & \geq & 0. \end{array} \end{array}$$

(i) Lösen Sie dieses Problem mit dem Simplexverfahren auf zwei Arten: zunächst mit der Regel vom größten Koeffizienten, danach mit der Regel vom größten Zuwachs. Vergleichen Sie die Anzahl der Iterationen. Welche Regel schneidet besser ab?

(ii) Stellen Sie für das genannte LP-Problem den zulässigen Bereich durch eine Zeichnung dar und geben Sie allen Ecken dieses Bereichs einen Namen (etwa P, Q, R, ...). Geben Sie für beide Varianten an, in welcher Reihenfolge die Ecken durchlaufen wurden.

b) Wiederholen Sie den Vergleich der beiden Pivotierungsregeln, diesmal anhand des folgenden LP-Problems:

$$\begin{array}{l} \text{maximiere } 3x_1 + x_2 \\ \text{unter den Nebenbedingungen} \\ \qquad\qquad \begin{array}{rcl} 5x_1 + x_2 & \leq & 10 \\ x_1, x_2 & \geq & 0. \end{array} \end{array}$$

Bearbeiten Sie wieder die Punkte (i) und (ii).

2. Wir betrachten das folgende LP-Problem:

$$\begin{aligned}
&\text{maximiere } 2x_1 + 8x_2 - 3x_3\\
&\text{unter den Nebenbedingungen}\\
&\qquad\qquad x_2 \leq 2\\
&\qquad 2x_1 + 3x_2 - 12x_3 \leq 6\\
&\qquad -x_1 + 2x_2 + 9x_3 \leq 4\\
&\qquad x_1, x_2, x_3 \geq 0.
\end{aligned}$$

Lösen Sie dieses Problem mit dem Simplexverfahren, wobei Folgendes zu beachten ist:

- Die Schlupfvariablen sollen wie üblich bezeichnet werden (z.B. $x_4 = 2 - x_2$).
- Die Wahl der Eingangsvariablen soll nach der Regel vom größten Koeffizienten erfolgen.
- Gibt es in einem Schritt die Möglichkeit, verschiedene Ausgangsvariablen zu wählen, so soll der Index der ausgewählten Variable so klein wie möglich sein.

Geben Sie am Ende jeder Iteration die erhaltene zulässige Basislösung an und geben Sie außerdem für jede Iteration an, ob es sich um einen *degenerierten Schritt* handelt.