

Optimierung 02 27.10.2014

Carolin Konietzny, 6523939, Gruppe 3

Tronje Krabbe, 6435002, Gruppe 7

Julian Tobergte, 6414935, Gruppe 5

27. Oktober 2014

1. a) Starttableau:

$$x_4 = 7 - x_1 - 3x_2 - 2x_3$$

$$x_5 = 4 - x_1 - 2x_2 - x_3$$

$$x_6 = 5 - 3x_2 - 2x_3$$

$$z = 2x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

1. Iteration:

Eingangsvariable: x_2 , da es den größten Koeffizienten in z hat

Ausgangsvariable: x_6 , da:

$$x_1 = x_3 = 0$$

$$0 \leq x_4 = 7 - 3x_2 \Rightarrow x_2 \geq \frac{7}{3}$$

$$0 \leq x_5 = 4 - 2x_2 \Rightarrow x_2 \leq 2$$

$$0 \leq x_6 = 5 - 3x_2 \Rightarrow x_2 \leq \frac{5}{3} \Rightarrow \text{stärkste Beschränkung}$$

Es folgt:

$$\begin{aligned}
 x_2 &= \frac{5}{3} - \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_6 \\
 x_4 &= 7 - x_1 - 3\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_6\right) - 2x_3 \\
 &= 2 - x_1 + \frac{8}{3}x_3 + \frac{1}{3}x_6 \\
 x_5 &= 4 - x_1 - 2\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_6\right) - x_3 \\
 &= \frac{2}{3} - x_1 + \frac{1}{3}x_3 + \frac{2}{3}x_6 \\
 z &= 2x_1 + 4\left(\frac{5}{3} - \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_6\right) + 3x_3 \\
 &= \frac{20}{3} + 2x_1 + \frac{1}{3}x_3 - \frac{4}{3}x_6
 \end{aligned}$$

Ergebnis der 1. Iteration:

$$\begin{array}{rcl}
 x_2 &= \frac{5}{3} & - \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_6 \\
 x_4 &= 2 & - x_1 + \frac{8}{3}x_3 + \frac{1}{3}x_6 \\
 x_5 &= \frac{2}{3} & - x_1 + \frac{1}{3}x_3 + \frac{2}{3}x_6 \\
 \hline
 z &= \frac{20}{3} & + 2x_1 + \frac{1}{3}x_3 - \frac{4}{3}x_6
 \end{array}$$

2. Iteration:

Eingangsvariable: x_1

Ausgangsvariable: x_5 , da:

$$\begin{aligned}
 x_3 &= x_6 = 0 \\
 0 &\leq 2 - x_1 \Rightarrow x_1 \leq 2 \\
 0 &\leq \frac{2}{3} - x_1 \Rightarrow x_1 \leq \frac{2}{3} \Rightarrow \text{stärkste Beschränkung}
 \end{aligned}$$

Es folgt:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x_3 + \frac{2}{3}x_6 - x_5 \\
 x_2 &= \frac{5}{3} - \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_6 \\
 x_4 &= 2 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}x_3 + \frac{2}{3}x_6 - x_5 \right) + \frac{8}{3}x_3 + \frac{1}{3}x_6 \\
 &= \frac{4}{3} + \frac{7}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_6 - x_5 \\
 z &= \frac{20}{3} + 2 \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}x_3 + \frac{2}{3}x_6 - x_5 \right) + \frac{1}{3}x_3 - \frac{4}{3}x_6 \\
 &= 8 + x_3 - 2x_5
 \end{aligned}$$

Ergebnis der 2. Iteration:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{2}{3} + \frac{1}{3}x_3 + \frac{2}{3}x_6 - x_5 \\
 x_2 &= \frac{5}{3} - \frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_6 \\
 x_4 &= \frac{4}{3} + \frac{7}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_6 - x_5 \\
 \hline
 z &= 8 + x_3 - 2x_5
 \end{aligned}$$

3. Iteration:

Eingangsvariable: x_3

Ausgangsvariable: x_2

Es folgt:

$$\begin{aligned}
 x_3 &= \frac{5}{2} - \frac{1}{2}x_6 - \frac{3}{2}x_2 \\
 x_1 &= \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}x_6 - \frac{3}{2}x_2 \right) + \frac{2}{3}x_6 - x_5 \\
 &= \frac{3}{2} + \frac{1}{6}x_6 - x_5 - \frac{1}{2}x_2 \\
 x_4 &= \frac{4}{3} + \frac{7}{3} \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}x_6 - \frac{3}{2}x_2 \right) - \frac{1}{3}x_6 - x_5 \\
 &= \frac{43}{6} - \frac{3}{2}x_6 - x_5 - \frac{7}{2}x_2 \\
 z &= 8 + \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}x_6 - \frac{3}{2}x_2 \right) - 2x_5 \\
 &= \frac{21}{2} - 4x_6 - 2x_5 - 12x_2
 \end{aligned}$$

Ergebnis der 3. Iteration:

$$\begin{array}{rcl}
 x_3 & = & \frac{5}{2} - \frac{1}{2}x_6 - \frac{3}{2}x_2 \\
 x_1 & = & \frac{3}{2} + \frac{1}{6}x_6 - x_5 - \frac{1}{2}x_2 \\
 x_4 & = & \frac{43}{6} - \frac{3}{2}x_6 - x_5 - \frac{7}{2}x_2 \\
 \hline
 z & = & \frac{21}{2} - 4x_6 - 2x_5 - 12x_2
 \end{array}$$

Dieses Tableau liefert die optimale Lösung mit $x_1 = \frac{3}{2}$, $x_2 = 0$, $x_3 = \frac{5}{2}$ und $z = \frac{21}{2}$.

b) Starttableau:

$$\begin{array}{rcl}
 x_4 & = & 4 - 3x_1 - 3x_2 + x_3 \\
 x_5 & = & 6 - 5x_1 - 3x_2 - x_3 \\
 x_6 & = & 2 + x_1 - 3x_2 - x_3 \\
 x_7 & = & 2 - 3x_1 + 4x_2 + x_3 \\
 \hline
 z & = & 9x_1 - 5x_2 - 4x_3
 \end{array}$$

2.