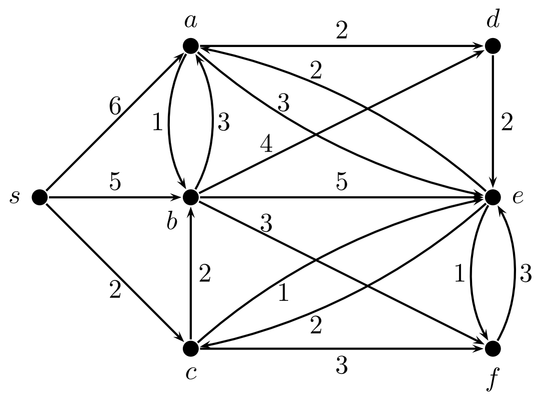
Optimierung für Studierende der Informatik

Thomas Andreae

Wintersemester 2014/15
Blatt 12

A: Präsenzaufgaben am 12. Januar 2015

1. Der Graph $G = (V, E)$ mit Längenfunktion ℓ sei durch die folgende Zeichnung gegeben:



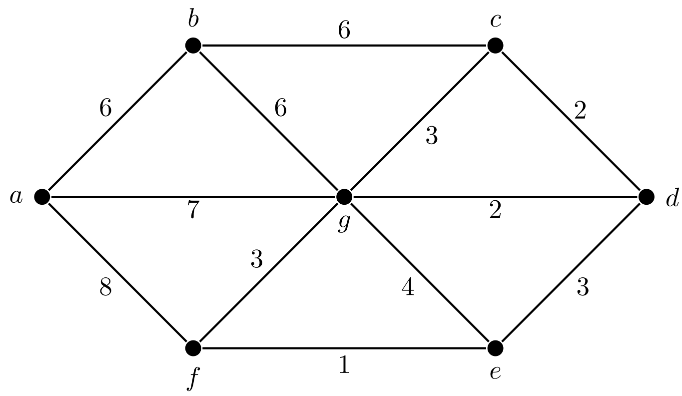
a) Verwenden Sie den Algorithmus von Dijkstra in der Version auf Seite 142 des Skripts, um für alle $v \in V$ die Länge $d(v)$ eines kürzesten s, v-Pfades zu berechnen. Legen Sie eine Tabelle wie auf Seite 143 des Skripts an.

b) Wie erhält man eine erweiterte Tabelle, an der man zusätzlich kürzeste s, v-Pfade ablesen kann? Wie erhält man einen kürzeste-Pfade-Baum?

2. Für den folgenden Graphen bestimme man einen minimalen aufspannenden Baum auf drei Arten:

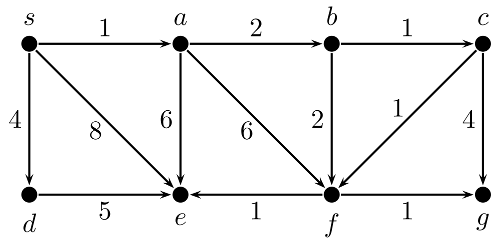
(i) mit dem Algorithmus von Prim (mit Startknoten a);
(ii) mit dem Algorithmus von Kruskal;
(iii) mit dem Reverse-Delete-Algorithmus.

Geben Sie jeweils die Kanten in der Reihenfolge an, in der sie hinzugefügt bzw. weggelassen wurden. (Kommen mehrere Kanten infrage, so wähle man willkürlich eine aus.)



B: Hausaufgaben zum 19. Januar 2015

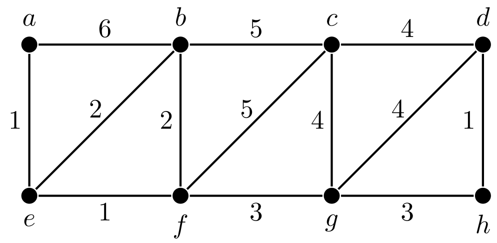
1. a) Der Graph $G = (V, E)$ mit Längenfunktion ℓ sei durch die folgende Zeichnung gegeben:



Verwenden Sie den Algorithmus von Dijkstra (Skript, Seite 142) um für alle $v \in V$ die Länge $d(v)$ eines kürzesten s, v-Pfades zu berechnen. Legen Sie eine Tabelle an, an der man zusätzlich kürzeste s, v-Pfade ablesen kann. Bestimmen Sie auch einen kürzeste-Pfade-Baum.

b) *Eine Klausuraufgabe aus dem WS 2013/14*: Wir betrachten die Variante des Rucksackproblems, bei der jeder Gegenstand nur einmal vorhanden ist. Die Gegenstände bezeichnen wir mit $1, \ldots, n$. Mit v_i sei der Wert („value") des Gegenstandes i bezeichnet und w_i bezeichne sein Gewicht („weight"). Für jeden Gegenstand betrachten wir den Quotienten $q_i = \frac{v_i}{w_i}$ („Wert einer Gewichtseinheit") und nehmen an, dass die Quotienten alle verschieden sind.
Vorschlag für eine Greedy-Strategie: Man ordnet die Gegenstände in absteigender Reihenfolge nach den Quotienten („Gegenstand mit größtem Quotienten zuerst"). In dieser Reihenfolge geht man die Gegenstände durch und packt immer den nächsten noch möglichen Gegenstand ein.
Beweisen oder widerlegen Sie die Behauptung, dass diese Strategie immer eine optimale Lösung liefert.

2. a) Wir betrachten den folgenden Graphen:



Stellen Sie sich vor, dass Kruskals Algorithmus auf diesen Graphen angewendet wird. In welcher Reihenfolge werden die Kanten zum minimalen aufspannenden Baum hinzugefügt? Gibt es unterschiedliche Möglichkeiten für diese Reihenfolge? Können unterschiedliche Bäume dabei entstehen?

b) Für den folgenden Graphen bestimme man einen minimalen aufspannenden Baum auf drei Arten:

(i) mit dem Algorithmus von Prim (mit Startknoten a);
(ii) mit dem Algorithmus von Kruskal;
(iii) mit dem Reverse-Delete-Algorithmus.

Geben Sie jeweils die Kanten in der Reihenfolge an, in der sie hinzugefügt bzw. weggelassen wurden. (Kommen mehrere Kanten infrage, so wähle man willkürlich eine aus.)