MMS

Vanessa Closius, Jonas Tietz, Tronje Krabbe

November 19, 2018

1. **1)** TODO

2) TODO

3)

$$g(t) = rect(t) * rect(t) = \int_{-\infty}^{\infty} rect(\tau - t) \cdot rect(t) dt$$

wobei $rect(t)$ der Rechteckimpuls ist:

$$rect(t) = \begin{cases} 1, \text{ für } |t| \leq \frac{1}{2} \\ 0, \text{ für } |t| \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Für die Faltung unterscheiden wir 2 Fälle.

Fall 1: $|\tau| \leq 1$

$$rect(\tau - t) \cdot rect(t) = 0$$
$$\Rightarrow g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} 0 dt = 0, \tau \notin [-1, 1]$$

Fall 2: $|\tau| \geq 1$
Die Rechtecke überlappen sich, der Überlappungsbereich hat die Breite $\Delta t = 1 - \tau$. Es gilt:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} rect(\tau - t) \cdot rect(t) dt = \int_{\Delta t} 1^2 = \Delta t \cdot 1$$
$$= \begin{cases} 1 + \tau & , \tau \in [-1, 0] \\ 1 - \tau & , \tau \in [0, 1] \end{cases}$$

Also gilt insgesamt:

$$y(t) = \begin{cases} 0 & , \tau \notin [-1, 1] \\ 1 + t & , \tau \in [-1, 0] \\ 1 - t & , \tau \in [0, 1] \end{cases}$$

Dies entspricht dem Dreiecksimpuls.

2) **1)** Faltet man das Rechteckssignal mit sich selbst (also ist $n = 1$), erhält man ein Dreieckssignal. Geht n gegen ∞, konvergiert unser Ergebnis zu einem Dirac-Stoß. Tatsächlich tritt bei $n = 8$ schon ein Fehler auf, und unsere Visualisierung scheitert. In dem Fall erreicht $f(0)$ so einen hohen Wert, dass `pyplot` nicht mehr damit umgehen kann.

2) Das Faltungstheorem besagt, dass:

$$f * g = F^{-1}\left\{F\{f\} \cdot F\{g\}\right\}$$

wobei $f * g$ die Faltung zweier Funktionen f und g ist. F^{-1} sei die inverse Fouriertransformation, und F die Fouriertransformation. Wir haben die linke und die rechte Seite der Gleichung in Python implementiert, und zeigen durch das Zeichnen zweier Graphen, dass die Gleichung stimmt - denn die Graphen überlappen exakt.