

# MMS

Vanessa Closius, Jonas Tietz, Tronje Krabbe

6. November 2018

1. 1) a)  $z_1 = 1 + j\sqrt{3}$   $z_2 = 1 - j$

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= 1 + 1 + j\sqrt{3} - j \\ &= 2 + j(\sqrt{3} - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1 - z_2 &= 1 - 1 + j\sqrt{3} + j \\ &= j(\sqrt{3} + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= (1 + j\sqrt{3})(1 - j) \\ &= 1 - j + j\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ &= (1 + \sqrt{3}) + j(\sqrt{3} - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1/z_2 &= \frac{(1 + j\sqrt{3})}{(1 - j)} \\ &= \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + 1} + j \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + 1} \\ &= \frac{1 + \sqrt{3}}{2} + j \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1^* \cdot z_2 &= (1 - j\sqrt{3})(1 - j) \\ &= 1 - j - j\sqrt{3} - \sqrt{3} \\ &= (1 - \sqrt{3}) - j(\sqrt{3} + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1/z_2^* &= \frac{(1 + j\sqrt{3})}{(1 + j)} \\ &= \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + 1} + j \frac{\sqrt{3} - 1}{1 + 1} \\ &= \frac{1 + \sqrt{3}}{2} + j \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \end{aligned}$$

**b)**  $z_1 = 2 + 3j$   $z_2 = 3 - 5j$

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= 2 + 3 + 3j - 5j \\ &= 5 - 2j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1 - z_2 &= 2 - 3 + 3j + 5j \\ &= -1 + 8j \end{aligned}$$

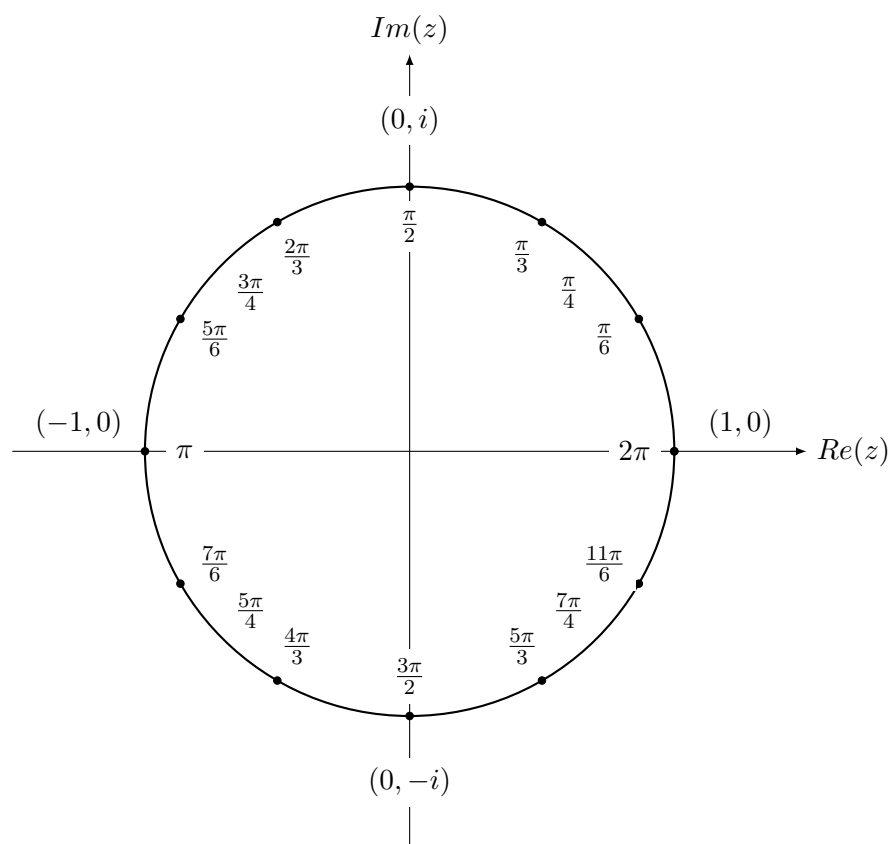
$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= (2 + 3j)(3 - 5j) \\ &= 6 - 10j + 9j + 15 \\ &= 21 - j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1/z_2 &= \frac{(2 + 3j)}{(3 - 5j)} \\ &= \frac{6 - 15}{9 + 25} + j \frac{9 + 10}{9 + 25} \\ &= \frac{-9}{34} + j \frac{19}{34} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1^* \cdot z_2 &= (2 - 3j)(3 - 5j) \\ &= 6 - 10j - 9j - 15 \\ &= -9 - 19j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1/z_2^* &= \frac{2 + 3j}{3 + 5j} \\ &= \frac{6 + 15}{9 + 25} + j \frac{9 - 10}{9 + 25} \\ &= \frac{21}{34} - j \frac{1}{34} \end{aligned}$$

- 2)**  $e^{i\theta}$  stellt einen Vektor in der komplexen Zahlenebene da, der um einen Winkel  $\theta$  um den Einheitskreis rotiert worden ist. Mit der eulerschen Formel  $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$  bekommt man die kartesischen Koordinaten des rotierten Vektors. Da  $\pi$  genau eine halbe Rotation um den Einheitskreis ist bekommt man  $e^{i\pi} = -1$ . Dies kann man dann noch umformen um Eulers Identität  $e^{i\theta} + 1 = 0$  zu erhalten.



1.