

1

L^AT_EX широко используется для оформления научной и технической литературы, статей. На вебсайтах при оформлении формул используется L^AT_EX. Примеры сайтов – wikipedia, openedu.ru Также оформление формул в виде L^AT_EX имеется в GeoGebra

Документ в T_EX или L^AT_EX представляет собой текстовый файл с расширением **.tex**, который можно открыть любым текстовым редактором. Если не обращать внимание на команды, то текст можно свободно читать. Документы можно оформлять в любой кодировке, однако стандартом сейчас является кодировка utf-8.

Минимальный документ выглядит так:

```
\documentclass{minimal}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\usepackage[russian]{babel}

\begin{document}
Приведём выражение для  $\sin(\alpha + \beta)$  синуса суммы:


$$\sin(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta) + \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta)$$


\end{document}
```

Простейшие правила:

- любое количество пробелов, символов табуляций и единичный символ перевода строки считается за один пробел;
- абзацы отделяются друг от друга пустой строкой;
- в тексте могут встречаться команды, которые начинаются с символа `\` – backslash;
- команды могут снабжаться параметрами в фигурных скобках `{}`, и модификаторами `[]`;
- для математических формул используется математическая мода. В тексте математическая мода выделяется с двух сторон знаком `$`, выключенная математическая формула выделяется с обеих сторон удвоенными знаками `$$`;
- комментарий в строке начинается с символа `%`.
- дефис – это один знак “-”, для тире лучше использовать двойной знак “--” или тройной.

Нумерация формул задается внутри окружения **equation**:

```
\begin{equation}
\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)
\end{equation}
\label{equation.first_equation}
```

Выключенная формула с нумерацией выглядит так:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) \quad (1)$$

На формулу, и на любое окружение, отмеченное командой `\label{имя метки}` можно сослаться в любом месте (1) командой `\ref{имя метки}`

На первой строке загружается класс документа **minimal**. В следующих строках загружаются стилевые файлы, необходимые для руссификации документа.

inputenc – для выбора кодировки текстового файла;

babel – пакет для локализации.

Сам текст документа набирается внутри окружения `document`, которое начинается с команды `\begin{document}` и заканчивается конструкцией `\end{document}`.

Чтобы скомпилировать исходный текст и получить документ в формате pdf следует воспользоваться командой **pdflatex** и затем увидеть полученный результат командой **evince**:

```
pdflatex <ваш файл>.tex
evince <ваш файл>.pdf
```

В OS Linux команда **pdflatex** доступна при установке программ из набора **texlive**, в OS windows распространенный набор **MikTeX**, в MacOS – **MacTeX**. Можно также выбрать специализированный L^AT_EX-редактор, например, **Texmaker** или **TeXstudio**.

Доступны онлайн-сервисы <https://www.sharelatex.com> и <https://www.overleaf.com>.

В математической моде нижние и верхние индексы задаются после символов `_` и `^`, которые действуют только на один последующий символ. Чтобы поместить несколько символов в индекс, нужно поместить их в фигурные скобки. Фигурные скобки ограничивают блок.

Выражение `A^{ij}_{bk}` даст A^{ij}_{bk}

В случаях со знаками сумм, интегралов, пределов нужно поместить индексы непосредственно над и под знаками

<code>\int\limits_{-\infty}^{+\infty}</code>	$\int_{-\infty}^{+\infty}$
<code>\sum\limits_{k=0}^{10} A_k</code>	$\sum_{k=0}^{10} A_k$

$$\int_a^b f(t) dt = \Phi(b) - \Phi(a) \stackrel{\text{def}}{=} \Phi(t) \Big|_{t=a}^{t=b}$$

Греческие буквы выглядят как `\` + английское название буквы:

α	<code>\alpha</code>		
β	<code>\beta</code>		
γ	<code>\gamma</code>	Γ	<code>\Gamma</code>
δ	<code>\delta</code>	Δ	<code>\Delta</code>
ζ	<code>\zeta</code>		
ξ	<code>\xi</code>		
ϕ	<code>\phi</code>		
φ	<code>\varphi</code>		
ω	<code>\omega</code>	Ω	<code>\Omega</code>

Таблицы – не самое сильное место \LaTeX :

```
\begin{tabular}{|c|c|c|c|} \hline
1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline
5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline
\end{tabular}
```

1	2	3	4
5	6	7	8

Дать название таблице (1) и метку для ссылки можно в окружении **table**

```
\begin{table}[ht]
\centering
\begin{tabular}{|c|c|c|c|} \hline
1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline
5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline
\end{tabular}
\label{table.sample}
\caption{Пример таблицы}
\end{table}
```

1	2	3	4
5	6	7	8

Таблица 1: Пример таблицы

Можно оформить таблицу в книжном стиле. Для этого нужно добавить пакет `\usepackage{booktabs}`

```

\begin{tabular}{p{6pt}|p{6pt}|p{0.2\linewidth}}
\toprule
&\multicolumn{2}{c}{test}\\
\cmidrule{2-3}
\rotatebox{90}{\rlap{\small прак.}} &1&2\\
\midrule
4&5&6\\
\bottomrule
\end{tabular}

```

прак.	test	
	1	2
4	5	6

Оформление систем и совокупностей уравнений и неравенств

```

$$
\left\{
\begin{array}{l}
x^2 - y \geq 0 \\
3x + 2y \leq 3
\end{array}
\right.

```

$$\begin{cases} x^2 - y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 3 \end{cases}$$

Таблица 2: Краткий список символов в математической моде

relational		logic		set		miscellaneous	
symbol	command	symbol	command	symbol	command	symbol	command
\equiv	<code>\equiv</code>	\bullet	<code>\bullet</code>	\cap	<code>\cap</code>	\prime	<code>\prime</code>
\approx	<code>\approx</code>	\neg	<code>\neg</code>	\cup	<code>\cup</code>	∞	<code>\infty</code>
\propto	<code>\propto</code>	\wedge, \vee	<code>\wedge, \vee</code>	\supset	<code>\supset</code>	\circ	<code>\circ</code>
\simeq	<code>\simeq</code>	\vee, \vee	<code>\vee, \vee</code>	\subset	<code>\subset</code>	\angle	<code>\angle</code>
\sim	<code>\sim</code>	\oplus	<code>\oplus</code>	\emptyset	<code>\emptyset</code>	\triangle	<code>\triangle</code>
\neq	<code>\neq</code>	\Rightarrow	<code>\Rightarrow</code>	\in	<code>\in</code>	\cong	<code>\cong</code>
\geq	<code>\geq</code>	\Leftrightarrow	<code>\Leftrightarrow</code>	\notin	<code>\notin</code>	\pm	<code>\pm</code>
\gg	<code>\gg</code>	\exists	<code>\exists</code>	\ni	<code>\ni</code>	\mp	<code>\mp</code>
\ll	<code>\ll</code>	\forall	<code>\forall</code>	\cdot	<code>\cdot</code>	\times	<code>\times</code>

Представления дробей:

```

$$
\frac{1}{1+n^2}

```

$$\rightarrow \frac{1}{1+n^2}$$

Подчеркивания:

$$\begin{array}{ccc}
 \text{\texttt{\$}} & \begin{array}{l} \text{\texttt{\underbrace{\frac{1}{1+n^2}}}} \\ \text{\texttt{\}_\texttt{\text{элемент последовательности}}}} \end{array} & \rightarrow \underbrace{\frac{1}{1+n^2}}_{\substack{\text{элемент} \\ \text{последовательности}}} \\
 \text{\texttt{\$}} & &
 \end{array}$$

1.1 Шрифты

Размер: tiny, scriptsize, footnotesize, small, normalsize, large, Large, LARGE, huge, Huge

tiny scriptsize footnotesize small normalsize large Large large huge Huge

установка размера шрифта:

`{\scriptsize scriptsize} {\footnotesize footnotesize} {\small small}`

Таблица 3: Семейства шрифтов

семейство	команда	команда переключения	полученный результат
serif (roman)	<code>\textrm{Sample Text 0123}</code>	<code>\rmfamily</code>	Sample Text 0123
sans serif	<code>\textsf{Sample Text 0123}</code>	<code>\sffamily</code>	Sample Text 0123
typewriter (monospace)	<code>\texttt{Sample Text 0123}</code>	<code>\ttfamily</code>	Sample Text 0123

Таблица 4: Стили шрифтов

стили	команда	переключение	альтернативное	полученный результат
medium	<code>\textmd{Sample Text 0123}</code>	<code>\mdseries</code>		Sample Text 0123
bold	<code>\textbf{Sample Text 0123}</code>	<code>\bfseries</code>	<code>\bf</code>	Sample Text 0123
upright	<code>\textup{Sample Text 0123}</code>	<code>\upshape</code>		Sample Text 0123
italic	<code>\textit{Sample Text 0123}</code>	<code>\itshape</code>	<code>\it</code>	<i>Sample Text 0123</i>
slanted	<code>\textsl{Sample Text 0123}</code>	<code>\slshape</code>	<code>\sl</code>	<i>Sample Text 0123</i>
small caps	<code>\textsc{Sample Text 0123}</code>	<code>\scshape</code>	<code>\sc</code>	SAMPLE TEXT 0123

1.2 Практическая работа №1: перевод числа из одной системы координат в другую

$$77_{10} = 1001101_2$$

Алгоритм перевода десятичного числа в двоичное следующий: Разделим исходное число на 2. Остаток от деления будет последним знаком в искомом двоичном числе. Целую часть (неполное частное) от деления снова поделит

на 2. Остаток от деления будет следующим знаком в искомом двоичном числе. Так будем продолжать до тех пор, пока деление возможно.

Можно воспользоваться делением “столбиком” и соберём остатки от деления в обратном порядке:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r} 77 \\ -6 \\ \hline 17 \\ -16 \\ \hline \textcircled{1} \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ -38 \\ \hline 28 \\ -2 \\ \hline 18 \\ -18 \\ \hline \textcircled{0} \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ -19 \\ \hline 9 \\ -8 \\ \hline \textcircled{1} \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ -9 \\ \hline 8 \\ -8 \\ \hline \textcircled{1} \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ -4 \\ \hline 4 \\ -4 \\ \hline \textcircled{0} \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ -2 \\ \hline 2 \\ -2 \\ \hline \textcircled{0} \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline \textcircled{1} \end{array}
 \end{array}$$

Предлагаемый отчет вывиглядит примерно так:

$$\lfloor \frac{77}{2} \rfloor = 38, \quad 77 \bmod 2 = 1;$$

$$\lfloor \frac{38}{2} \rfloor = 19, \quad 38 \bmod 2 = 0;$$

$$\lfloor \frac{19}{2} \rfloor = 9, \quad 19 \bmod 2 = 1;$$

$$\lfloor \frac{9}{2} \rfloor = 4, \quad 9 \bmod 2 = 1;$$

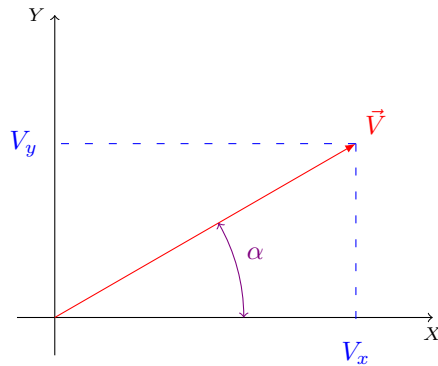
$$\lfloor \frac{4}{2} \rfloor = 2, \quad 4 \bmod 2 = 0;$$

$$\lfloor \frac{2}{2} \rfloor = 1, \quad 2 \bmod 2 = 0;$$

перевод из двоичной системы в десятичную:

$$1001101_2 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 77_{10}$$

1.3 Геометрические примитивы



Этот вектор начерчен с помощью следующего кода:

```
\begin{tikzpicture}
  \draw[thin,->] (0,-0.5) -- (0,4) node[left] {$\scriptstyle Y$};
  \draw[thin,->] (-0.5,0) -- (5,0) node[below] {$\scriptstyle X$};
  % изобразим вектор
  \newcommand{\D}{4.6}
  \newcommand{\alfa}{30}
  \draw[red,-latex] (0,0)--({\D*cos(\alfa)},{\D*sin(\alfa)}) node[above right] {$\vec{V}$};
  \draw[thin,blue,dashed] ({\D*cos(\alfa)},{\D*sin(\alfa)})--({\D*cos(\alfa)},0) node[below] {}
  \draw[thin,blue,dashed] ({\D*cos(\alfa)},{\D*sin(\alfa)})--(0,{\D*sin(\alfa)}) node[left] {}
  \draw[<->,violet] (2.5,0) arc (0:\alfa:2.5) node[midway, above right] {$\alpha$};
\end{tikzpicture}
```

Простое вычерчивание линии от точки с координатами (0,0) до точки с координатами (1,2), где первая координата x – положение точки по горизонтали, возможно с помощью команды:

```
\draw (0,0) -- (1,2);
```

Команда должна заканчиваться точкой с запятой.

Относительные координаты можно задать следующим образом:

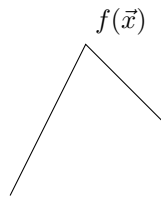
```
\draw (0,0) ++-- (1,2);
```

Команду `\draw` можно подать один раз на несколько линий:

```
\draw (0,0) -- (1,2) (1,1) -- (2,4);
```

или, если линии касаются, то среднюю точку можно написать один раз. Это называется путь (path).

```
\draw (0,0) -- (1,2) -- (2,4) node[at start, above right] {$f(\vec{x})$};
```



Путь можно оснастить свойствами: цветом, толщиной: `very thin`, `thin`, `thick`, `very thick`, стилем линии: `dashed`, `loosely dashed`, `dotted`, началом и/или окончанием линии в виде стрелки `->`, `<->`, `=>`, `-latex`.

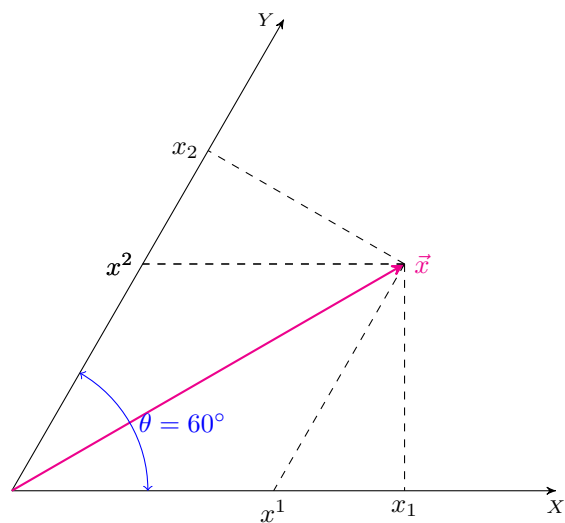
Путь можно снабдить нодой с формулой внутри. Нода может быть сориентирована относительно точки пути: `[at start]`, `[midway]`, `[at end]`, `[below left]`, и далее может быть расположена различным образом относительно этой точки `[at end, above right]`

Координаты вектора в данном примере вычислялись с помощью параметров: длины вектора и угла, отсчитываемого против часовой стрелки от оси x . Параметры задаются с помощью `\newcommand`

```
\newcommand{\D}{4.6}
\newcommand{\alfa}{30}
```

В тот момент, когда параметры используются, параметры отделяются фигурными скобками, пример: координаты точки $(\D*\cos(\alfa), \D*\sin(\alfa))$.

1.4 Практическая работа №2. Ковариантные и контравариантные координаты вектора в косоугольной системы координат



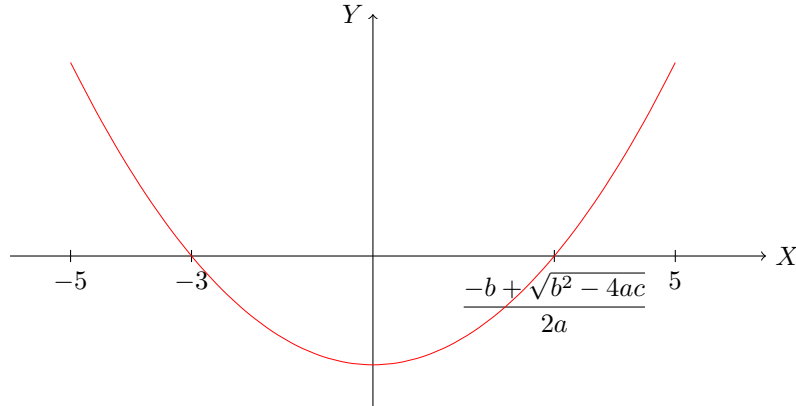
1.5 Практическая работа №3 Построение графиков функций

Пример кода для построения графика:

```
\begin{tikzpicture}
\begin{scope}[scale=0.8]
\newcommand{\xb}{-3}
\newcommand{\xa}{3}
\draw[thin, ->] (-6,0) -- (6.5,0) node[right] {$X$};
\draw[thin, ->] (0,-2.5) -- (0,4) node[left] {$Y$};
\foreach \x\xtext in
  {-5/-5,5/5,{\xb}/{\xb},{\xa}/{\displaystyle \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}} %
  \draw (\x,0.1) -- (\x,-0.1) node[below] {$\xtext$};

\draw[domain=-5:5, help lines, smooth, red]
  plot ({\x},{0.2*(\x-\xa)*(\x-\xb)});
\end{scope}
\end{tikzpicture}
```

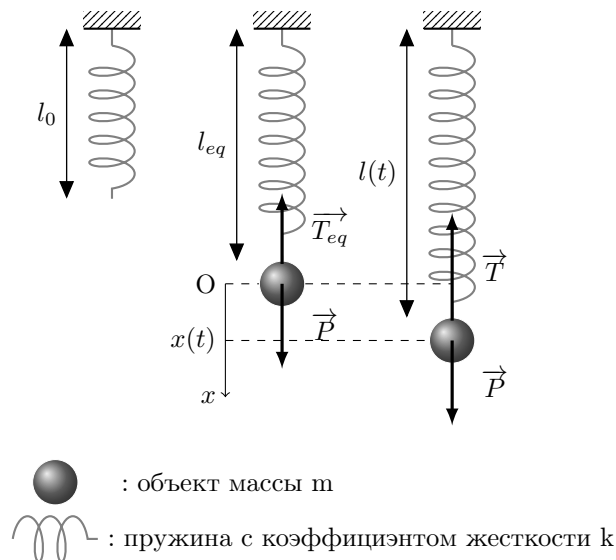

Результатом будет следующий график:



Окружение `\begin{scope}[scale=0.6]` задает область видимости и в этой области задает масштабирование графических примитивов (но не шрифтов) с коэффициентом 0.6. Построение функции происходит в области где параметр `\x` пробегает значения от -5 до 5 и определенный областью `domain = -5 : 5`. Команда `\plot` чертит график по точкам, задаваемыми координатами (x,y). Координаты x,y вычисляются, отделение вычисляемых значений ограничивается фигурными скобками.

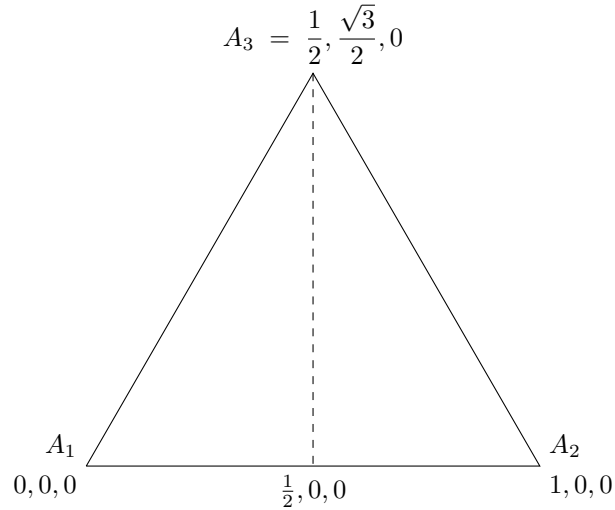
Чтобы отобразить существенные точки используется цикл `foreach` по списку пар {значение/формула}. Пары {значение/формула} присваиваются параметрам `\x\xttext`

1.6 Геометрические примитивы (продолжение)



1.7 Молекула метана

Молекула метана представляет собой правильный тетраэдр. Пусть одна из вершин находится в начале координат $(0, 0, 0)$, одно из ребер лежит на оси x и одна из граней лежит в плоскости $0yx$ и имеет длину ребра равную 1. Определим координаты вершин для грани, лежащей в плоскости $0yx$:

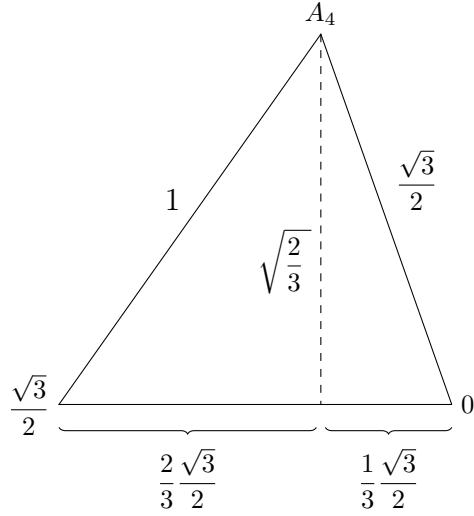


из чертежа видно, что координаты векторов вершин $\vec{A}_1 = (0, 0, 0)$, $\vec{A}_2 = (1, 0, 0)$ и $\vec{A}_3 = (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$ координату 4-й вершины определим на проекции тетраэдра на плоскость $0yz$.

По формуле Герона площадь треугольника, если известны длины сторон, равна

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \text{ где } p = \frac{a+b+c}{2}$$

Отсюда найдем высоту треугольника и отношение, в котором высота делит



основание:

Из чертежа видно, что координаты вершины A_4 равны

$$\vec{A}_4 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}} \right)$$

вектора вершин в координатной форме

$$\vec{A}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{A}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{A}_3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{A}_4 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2\sqrt{3}} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Координата точки, где находится атом C лежит в центре тяжести:

$$\vec{A}_5 = \frac{1}{4} (\vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3 + \vec{A}_4)$$

поворот вокруг оси z на угол α представляется матрицей

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

поворот вокруг оси y на угол β представляется матрицей

$$\mathbb{B} = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Координаты вектора A_i в результате двух поворотов будут равны

$$\vec{A}_i \text{ после поворота} = \mathbb{B} \cdot \mathbb{A} \cdot \vec{A}_i$$

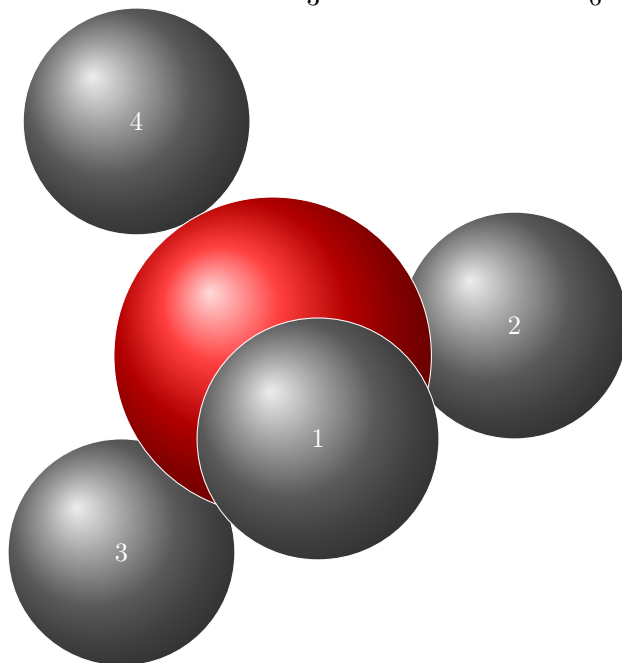
Чтобы получить проекцию на плоскость $0xz$ молекулы можно убрать y -координату или воспользоваться умножением слева на матрицу-проектор:

$$\mathbb{Pr} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{A}_i \text{ после поворота} \Big|_{0xz} = \mathbb{Pr} \cdot \mathbb{B} \cdot \mathbb{A} \cdot \vec{A}_i$$

Матрица-проектор имеет $\det(\mathbb{Pr}) = 0$, и значит отображает пространство на плоскость.

Проекция на плоскость $0xz$ молекулы метана после двух последовательных поворотов на угол $\alpha = \frac{\pi}{3}$, а затем на угол $\beta = \frac{\pi}{6}$ приведена на рисунке:



чтобы вычислить координаты при повороте можно воспользоваться программой `scilab`:

```

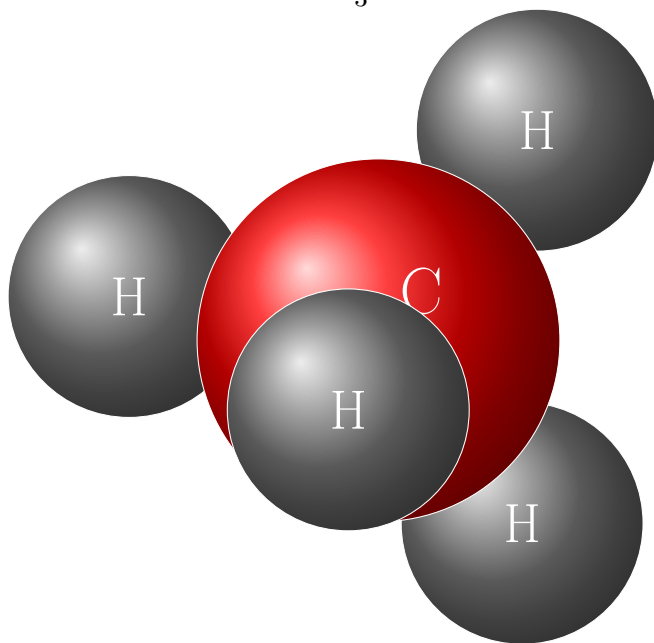
a1=[0;0;0;0];
a2=[1;0;0;0];
a3=[0.5;sqrt(3)/2;0;0];
a4=[0.5;1/2/sqrt(3);sqrt(2/3);0];

alpha=%pi/3;
A=[cos(alpha),-sin(alpha),0,0;sin(alpha),cos(alpha),0,0;0,0,1,0;0,0,0,1];
beta=%pi/6;
B=[cos(beta),0,-sin(beta),0;0,1,0,0;sin(beta),0,cos(beta),0;0,0,0,1];

h1=6*B*A*a1
h2=6*B*A*a2
h3=6*B*A*a3
h4=6*B*A*a4
c=1/4*6*B*A*(a1+a2+a3+a4)

```

при повороте на угол $\alpha = -\frac{\pi}{3}$, а затем на угол $\beta = -\frac{\pi}{6}$



Пример рисования в \TeX шара диаметром 1.6 с центром в точке (1,3) представлен ниже:

```

\begin{tikzpicture}
\begin{scope}[xscale=6,yscale=6]
\draw [rounded corners=4pt,color=white,ball color=gray,smooth] (1,2)
circle (1.6) node {1}; %1
\end{scope}
\end{tikzpicture}

```

1.8 Задание практической работы №4

№ варианта	поворот относительно оси z	поворот относительно оси y	порядок поворотов
1	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	z, y
2	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	z, y
3	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{2\pi}{3}$	z, y
4	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	z, y
5	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	z, y
6	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	z, y
7	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	z, y
8	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	z, y
9	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	z, y
10	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	z, y
11	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	z, y
12	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	z, y

Задание: Построить в Т_ЕX молекулу метана с заданными углами поворота

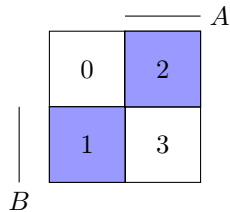
1.9 Карты Карно

Дана функция (ДНФ):

$$F = (A\bar{B} + \bar{A}B)$$

Необходимо сделать:

- Таблицу истинности:
- СДНФ: Для написания формулы по таблице истинности необходимо выписать конъюнкции аргументов тех наборов, на которых функция равна 1, причем аргумент, равный 0, входит в конъюнкцию с отрицанием, а аргумент, равный 1 – без отрицания. Затем следует соединить все образованные конъюнкции знаком дизъюнкции.
- СКНФ: При составлении формулы по 0 записываем дизъюнкции аргументов тех наборов, где $f = 0$. Аргумент в дизъюнкцию входит с отрицанием, если в наборе он равен 1. Все составленные дизъюнкции объединяем операцией конъюнкции.
- Карты Карно: Прямоугольник делится на равные части столько раз, сколько переменных. Деление осуществляется вертикальными или горизонтальными линиями. Одна половина функции лежит в области, где аргумент равен 0, другая – где аргумент равен 1. Над областью (или слева от области) где аргумент равен 1, проводится черта и подписывается имя аргумента. Каждый квадрат карты соответствует набору таблицы.



в 10-тичной системе	аргументы		в алгебраической форме	
	A	B	дизъюнкции	конъюнкции
0	0	0	$A + B$	$\bar{A}\bar{B}$
1	0	1	$A + \bar{B}$	$\bar{A}B$
2	1	0	$\bar{A} + B$	$A\bar{B}$
3	1	1	$\bar{A} + \bar{B}$	AB

Таблица 5: Элементарные конъюнкции и дизъюнкции

1.9.1 Задание практической работы №5

1. $BCD + AC + A\bar{B}D$
2. $\bar{A}C + BA\bar{C}\bar{D} + BD\bar{A}$
3. $\bar{A}B\bar{C}D + A\bar{B}C + \bar{A}BC$
4. $B\bar{C}D + A\bar{D} + BC$
5. $\bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}C\bar{D} + \bar{B}C\bar{D}$
6. $A\bar{B}C + A\bar{D}C + \bar{A}\bar{B}\bar{D}$
7. $BC + AB\bar{C} + A\bar{B}C$
8. $\bar{A}C + BA\bar{C}\bar{D} + BD\bar{A}$
9. $A\bar{B} + BCD + \bar{A}\bar{D}$
10. $\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{C} + \bar{A}B\bar{D}$
11. $\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{C} + BD\bar{A}$
12. $AB + BC + CD + AB$
13. $A\bar{B} + B\bar{C} + C\bar{D} + A\bar{B}$
14. $AB\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BC + \bar{D}$
15. $A + \bar{B}\bar{C} + ABC + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$
16. $AB\bar{C} + \bar{A}BD + \bar{C}\bar{D}$

$\vee \wedge$