

3.4. Оптимизация числа процессоров при выполнении конкурирующих процессов

Задача оптимизации числа процессоров при выполнении конкурирующих процессов представляет большой интерес, поскольку ее решение позволяет более рационально использовать основные вычислительные ресурсы МС и ВК – процессоры.

Указанную задачу будем рассматривать в следующей постановке. Пусть n , $n \geq 2$ – число однородных сосредоточенных конкурирующих процессов, $\theta_s = (t_1, t_2, \dots, t_s)$ – линейное структурирование программного ресурса на s , $s \geq 2$, блоков, где t_j , $j = \overline{1, s}$ – время выполнения j -го блока каждым из конкурирующих процессов. Эксперименты показывают, что минимальное общее время $T_c(p, n, \theta_s)$ при фиксированных n , θ_s зависит от количества используемых процессоров. Поэтому задача состоит в том, чтобы при заданных n , θ_s найти минимальное число процессоров p^* при котором величина $T_c(p, n, \theta_s)$ достигает минимума, т.е. такое p^* , при котором справедливы неравенства:

$$T_c(p^*, n, \theta_s) \leq T_c(p, n, \theta_s) \quad \text{при} \quad p > p^*, \quad (3.7)$$

$$T_c(p^*, n, \theta_s) < T_c(p, n, \theta_s) \quad \text{при} \quad p < p^*.$$

Рассмотрим асинхронный режим взаимодействия конкурирующих процессов, который определяется условиями 1–5 (см. раздел 2.1). В этом случае, как показано в разделе 2.5 (следствие 2.1), общее время выполнения n , $n \geq 2$, однородных сосредоточенных конкурирующих процессов $T_{co}^{ac}(p, n, \theta_s)$ составляет величину:

$$T_{co}^{ac}(p, n, \theta_s) = \begin{cases} T_c^s + (n-1)t_{\max}^s & \text{при } p \leq n, \text{ но } T_c^s \leq pt_{\max}^s, \\ (k+1)T_c^s + (r-1)t_{\max}^s & \text{при } n > p \text{ и } T_c^s > pt_{\max}^s. \end{cases} \quad (3.8)$$

Здесь $T_c^s = \sum_{j=1}^s t_j$, $t_{\max}^s = \max_{1 \leq j \leq s} t_j$, $n = kp + r$, $1 \leq r \leq p$, t_j – время выполнения j -го блока каждым из однородных процессов, $j = \overline{1, s}$.

Тогда решение задачи (3.7) дает следующая теорема.

Теорема 3.7. Минимальное число процессоров p^ , необходимое для выполнения n , $n \geq 2$, конкурирующих процессов, использующих программный ресурс с заданным линейным структурированием $\theta_s = (t_1, t_2, \dots, t_s)$, за*

минимальное время $T_{\min} = T_c^s + (n-1)t_{\max}^s$ определяется по формуле:

$$p^* = \min \left\{ n, \left\lceil \frac{T_c^s}{t_{\max}^s} \right\rceil \right\},$$

где $[x]$ – наименьшее целое, превосходящее или равное x .

Доказательство. Пусть $p < p^*$. Тогда из неравенств

$$p < p^* < \left\lceil \frac{T_c^s}{t_{\max}^s} \right\rceil \text{ следует, что } p < \frac{T_c^s}{t_{\max}^s} \text{ или } pt_{\max}^s < T_c^s.$$

В силу (3.8) $T_{co}^{ac}(p, n, \theta_s) = (k+1)T_c^s + (r-1)t_{\max}^s$ при $n = kp + r$, $1 \leq r \leq p$. Заметим, что $k \neq 0$, так как $p < p^* \leq n$.

Рассмотрим разность:

$$\begin{aligned} T_{co}^{ac}(p, n, \theta_s) - T_{co}^{ac}(p^*, n, \theta_s) &= (k+1)T_c^s + (r-1)t_{\max}^s - T_c^s - \\ &- (n-1)t_{\max}^s = kT_c^s - (n-r)t_{\max}^s = kT_c^s - kpt_{\max}^s = \\ &= k(T_c^s - pt_{\max}^s) > 0. \end{aligned}$$

При $p > p^*$ непосредственной проверкой убеждаемся в равенстве $T_c(p, n, \theta_s) = T_c(p^*, n, \theta_s)$. Отсюда с учетом (3.7) следует справедливость (3.9).

Следствие 3.1. Для равномерного структурирования программного ресурса

$$p^* = \min \{n, s\}.$$

Графическая интерпретация зависимости минимального общего времени $T_c(p, n, \theta_s)$ от числа процессоров многопроцессорной системы p приведена на рис. 3.2.

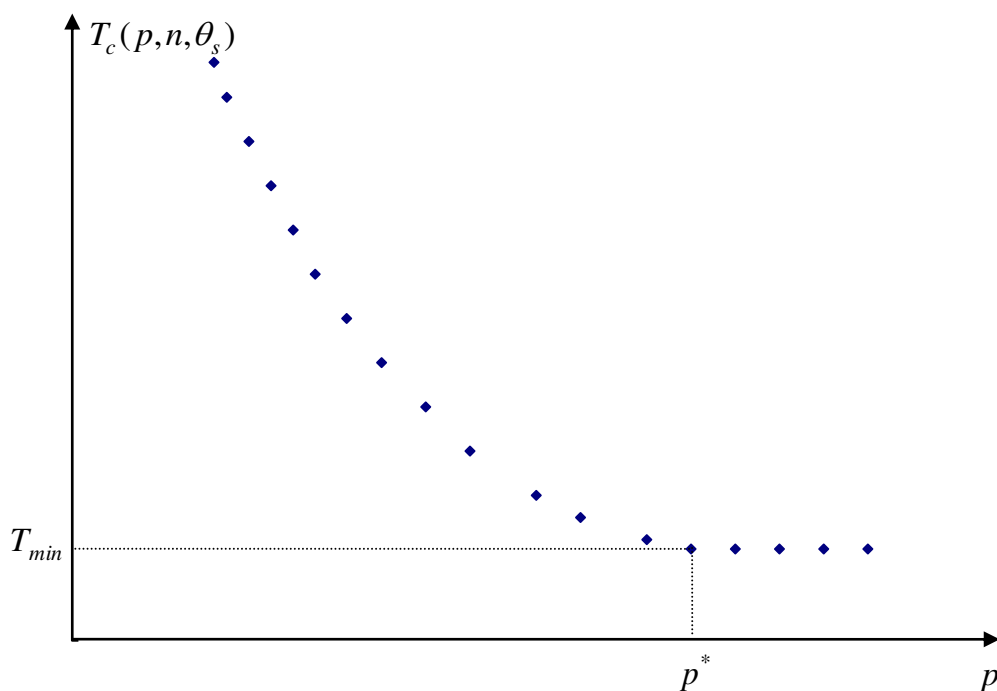


Рис. 3.2.

Представляет также интерес задача расчета минимального числа процессоров $p^*(d)$, обеспечивающих заданное (директивное) время d выполнения конкурирующих

процессов. Решение этой задачи можно получить с помощью следующего алгоритма:

- 1) если $d < T_{\min}$, то полагаем $p^*(d) = 0$, т.е. директивное время d выполнения конкурирующих процессов не реализуется ни для какого числа процессоров;
- 2) если $d \geq T_{\min}$, то используя свойство монотонности функции $T_c(p, n, \theta_s)$ по p , вычислим $p^*(d)$ методом деления отрезка $[2, p^*]$ пополам с целью максимального приближения $T_c(p, n, \theta_s)$ к d снизу.

Сложность вычисления $p^*(d)$ по приведенному алгоритму составляет $O(s + \log_2 n)$ элементарных операций.

Заметим, что в силу следствия 2.1 из раздела 2.5 приведенное решение задачи минимизации числа процессоров, реализующих множество конкурирующих процессов за минимальное T_{\min} и директивное d время в асинхронном режиме, полностью переносится на первый синхронный режим.

Вопросы

1. Эффективность и оптимальность организации конкурирующих процессов при достаточном числе процессоров.

2. Критерии эффективности и оптимальности организации конкурирующих процессов при достаточном числе процессоров.
3. Оптимизация числа процессоров при выполнении конкурирующих процессов.
4. Сформулируйте сущность задачи оптимальной компоновки параллельных программ.
5. Сформулируйте основные свойства оптимальных компоновок параллельных программ.
6. Связь задачи построения оптимальной компоновки с задачей дискретной оптимизации упаковки в контейнеры
7. LF –алгоритм и его место в решении задачи упаковки в контейнеры.
8. Основные шаги алгоритма построения оптимальной компоновки.
9. Сложность алгоритма построения оптимальной компоновки.

Задачи

Задача 1

Применение полученных критериев и формул в реальных расчетах

Пусть $\theta_s = (3, 5, 2, 5, 7, 6, 4, 8, 6, 5)$ $p = n = 10$;

а) построить равномерное структурирование.

б) оценить величину накладных расходов необходимых для существования эффективного структурирования.

в) найти оптимальное число блоков s_0 . Если $\tau=1$.

г) Пусть $n=10$, $p=4$. Найти оптимальное число блоков s_0 .
Если $\tau=1$.

д) Найти оптимальное число процессоров p^* .
 $\theta_s=(3,5,2,5,7,6,4,8,6,5)$ $n=10$.

Задача 2

Пусть имеется программный ресурс, длительность выполнения которого составляет $T=100$ тактов.

Предполагаемое число процессоров $n=21$. Накладные расходы на организацию параллельного выполнения составляют величину. $\tau=0,8$ такта для каждого блока. Найти оптимальное число блоков s_0 и величину выигрыша по времени в тактах $E(s)$ если

а) $n=p=21$

б) $n=21$. $p=7$.

в) $n=21$. $p=3$.

г) $n=21$. $p=5$.

Задача 3.

Пусть $\theta_s=(3,5,2,5,7,6,4,8,6,5)$ $n=10$.

а) Найти минимальное число процессоров p^* необходимых для выполнения заданного числа процессов за минимальное время.

б) Найти минимальное число процессоров p^* необходимых для выполнения заданного числа процессов за минимальное время если структурирование минимальное.

Задача 3

Пусть $\gamma_{12} = (5, 12, 8, 20, 7, 10, 6, 15, 9, 11, 14, 16)$ — последовательность времен выполнения блоков линейно структурированного программного ресурса $P_r = (Q_1, Q_2, \dots, Q_{12})$, $n = 6$ — число конкурирующих процессов, $p = 3$ — число однородных процессоров, $\tau = 4$ — дополнительные системные накладные расходы на каждый блок, связанные со структурированием P_r .

а) Построить оптимальную компоновку.

б) Провести сравнение числа блоков полученной оптимальной компоновки с теоретическим числом блоков согласно критерия оптимальности структурирования.

в) Посчитать коэффициент эффективности оптимальной компоновки по отношению к исходному структурированию в процентах.