

5. Метод пристрелки

$$egin{align} y''(x)+p(x)y'(x)-q(x)y(x)&=f(x)\ a&\leq x\leq b;\quad p,q,f;\quad \exists !y(x)\in C^2[a,b]\ &lpha_0y(a)+eta_0y'(a)&=\gamma_0\ &lpha_1y(b)+eta_1y'(b)&=\gamma_1\ &lpha_0|+|eta_0|>0,\ &|lpha_1|+|eta_1|>0 \end{split}$$

$$egin{cases} z_1''(x) + p(x)z_1'(x) - q(x)z_1(x) = f(x) \ lpha_0 z_1(a) + eta_0 z_1'(a) = \gamma_0 \ z_1(a) = t_1 \Rightarrow z_1'(a) = rac{\gamma_0 - lpha_0 t_1}{eta_0}; eta_0
eq 0 \ z_1'(a) = t_1 \Rightarrow z_1(a) = rac{\gamma_0 - eta_0 t_1}{lpha_0}; lpha_0
eq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_1''(x) + p(x)z_1'(x) - q(x)z_1(x) = f(x) \\ \alpha_0 z_1(a) + \beta_0 z_1'(a) = \gamma_0 \\ z_1(a) = t_1 \Rightarrow z_1'(a) = \frac{\gamma_0 - \alpha_0 t_1}{\beta_0}; \beta_0 \neq 0 \\ z_1'(a) = t_1 \Rightarrow z_1(a) = \frac{\gamma_0 - \beta_0 t_1}{\alpha_0}; \alpha_0 \neq 0 \end{cases} \begin{cases} z_1'(x) = S_1(x) \\ S_1'(x) + p(x)S_1(x) - q(x)z_1(x) = f(x) \\ S_1'(x) + p(x)S_1(x) - q(x)z_1(x) = f(x) \\ S_1(a) = t_1 \Rightarrow S_1(a) = \frac{\gamma_0 - \alpha_0 t_1}{\beta_0}; \beta \neq 0 \\ S_1(a) = t_1 \Rightarrow z_1(a) = \frac{\gamma_0 - \beta_0 t_1}{\alpha_0}; \alpha \neq 0 \end{cases}$$

$$egin{cases} z_2''(x) + p(x) z_2'(x) - q(x) z_2(x) = f(x) \ lpha_0 z_2(a) + eta_0 z_2'(a) = \gamma_0 \ z_2(a) = t_2 \Rightarrow z_2'(a) = rac{\gamma_0 - lpha_0 t_2}{eta_0}; eta_0
eq 0 \ z_2'(a) = t_2 \Rightarrow z_2(a) = rac{\gamma_0 - eta_0 t_2}{lpha_0}; lpha_0
eq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_2''(x) + p(x)z_2'(x) - q(x)z_2(x) = f(x) \\ \alpha_0 z_2(a) + \beta_0 z_2'(a) = \gamma_0 \\ z_2(a) = t_2 \Rightarrow z_2'(a) = \frac{\gamma_0 - \alpha_0 t_2}{\beta_0}; \beta_0 \neq 0 \\ z_2'(a) = t_2 \Rightarrow z_2(a) = \frac{\gamma_0 - \beta_0 t_2}{\alpha_0}; \alpha_0 \neq 0 \end{cases}; \beta_0 \neq 0 \\ \begin{cases} z_2'(x) = S_2(x) \\ S_2'(x) + p(x)S_2(x) - q(x)z_2(x) = f(x) \\ S_2(a) = t_2 \Rightarrow S_2(a) = \frac{\gamma_0 - \alpha_0 t_2}{\beta_0}; \beta \neq 0 \\ S_2(a) = t_2 \Rightarrow z_2(a) = \frac{\gamma_0 - \beta_0 t_2}{\alpha_0}; \alpha \neq 0 \end{cases}$$

1

$$orall t_1
eq t_2$$

$$\Delta = \alpha_1[z_2(b) - z_1(b)] + \beta_1[z_2'(b) - z_1'(b)] \quad (6)$$

$$C = \frac{1}{\Delta}[\gamma_1 - \alpha_1 z_1(b) - \beta_1 z_1'(b)] \quad (7)$$

$$y(x) = (1 - C)z_1(x) + Cz_2(x) \quad (8)$$

Задание

Методом пристрелки найти с шагом h=0.1 решение граничной задачи. К решению задач Коши применить метод Эейлера с шагом h=0.1

ОРАДАЧИ

Методом вариации произвольных постоянных найти решение граничных задач в точках $x_k = 0,1k$. Для решения задачи Коши использовать метод Эйлера с шагом 0,1:

1.
$$y'' + \frac{1}{x}y'(x) - 2y(x) = x^2$$
, $0, 5 \le x \le 1$, $y'(0,5) = -0.5$, $y'(1) = -1$.

2.
$$y''(x) - \frac{2}{x}y'(x) - \frac{4}{x^2 + 2}y(x) = 8$$
, $0, 5 \le x \le 1$, $y'(0,5) = 0,5$, $y(1) = -1$.

3.
$$y''(x) + y'(x) - \frac{1}{x}y(x) = \frac{x+1}{x}$$
, $0.5 \le x \le 1$, $y(0.5) = -0.5 \ln 2$, $y(1) = 0$.

4.
$$y''(x) + y'(x) - \frac{6x}{2x^2 + 1}y(x) = 6x + 0, 5, 0, 5 \le x \le 1, y(0, 5) = 1, 25, y(1) + y'(1) = 5.$$

5.
$$y''(x) - \frac{1}{x}y'(x) = -\frac{2}{x^2}$$
, $0.5 \le x \le 1$, $y'(0.5) = 2$, $y(1) = 0$.

6.
$$y''(x) + y'(x) - \frac{2}{\cos^2 x}y(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$$
, $0 \le x \le 0, 5$, $y(0) = 0$, $y'(0, 5) = \frac{1}{\cos^2 0, 5}$

7.
$$y''(x) - 2y'(x) - 2y(x) = -3xe^x$$
, $0 \le x \le 0, 5$, $y(0) = 0$, $y(0, 5) = 0.82436$.

8.
$$y''(x) - (x + \alpha)^2 y'(x) - \frac{2}{(x + \alpha)^2} y(x) = \alpha, \ 0 \le x \le 0, 5, \ y(0) - y'(0) = \frac{\alpha + 1}{\alpha},$$