5. Метод пристрелки

$$y''(x) + p(x)y'(x) - q(x)y(x) = f(x) \quad (1)$$
$$a \le x \le b; \quad p, q, f; \quad \exists! y(x) \in C^2[a, b]$$

$$\alpha_0 y(a) + \beta_0 y'(a) = \gamma_0 \quad (2)$$
$$\alpha_1 y(b) + \beta_1 y'(b) = \gamma_1 \quad (3)$$
$$|\alpha_0| + |\beta_0| > 0, \ \ |\alpha_1| + |\beta_1| > 0$$

$$\begin{cases} z_1''(x) + p(x)z_1'(x) - q(x)z_1(x) = f(x) \\ \alpha_0 z_1(a) + \beta_0 z_1'(a) = \gamma_0 \\ z_1(a) = t_1 \Rightarrow z_1'(a) = \frac{\gamma_0 - \alpha_0 t_1}{\beta_0}; \beta_0 \ne 0 \\ z_1'(a) = t_1 \Rightarrow z_1(a) = \frac{\gamma_0 - \beta_0 t_1}{\alpha_0}; \alpha_0 \ne 0 \end{cases} \quad (4) \quad \begin{cases} z_1'(x) = S_1(x) \\ S_1'(x) + p(x)S_1(x) - q(x)z_1(x) = f(x) \\ z_1(a) = t_1 \Rightarrow S_1(a) = \frac{\gamma_0 - \alpha_0 t_1}{\beta_0}; \ \beta \ne 0 \\ S_1(a) = t_1 \Rightarrow z_1(a) = \frac{\gamma_0 - \beta_0 t_1}{\alpha_0}; \ \alpha \ne 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_2''(x) + p(x)z_2'(x) - q(x)z_2(x) = f(x) \\ \alpha_0 z_2(a) + \beta_0 z_2'(a) = \gamma_0 \\ z_2(a) = t_2 \Rightarrow z_2'(a) = \frac{\gamma_0 - \alpha_0 t_2}{\beta_0}; \beta_0 \ne 0 \\ z_2'(a) = t_2 \Rightarrow z_2(a) = \frac{\gamma_0 - \beta_0 t_2}{\alpha_0}; \alpha_0 \ne 0 \end{cases} \quad (5) \quad \begin{cases} z_2'(x) = S_2(x) \\ S_2'(x) + p(x)S_2(x) - q(x)z_2(x) = f(x) \\ z_2(a) = t_2 \Rightarrow S_2(a) = \frac{\gamma_0 - \alpha_0 t_2}{\beta_0}; \ \beta \ne 0 \\ S_2(a) = t_2 \Rightarrow z_2(a) = \frac{\gamma_0 - \beta_0 t_2}{\alpha_0}; \ \alpha \ne 0 \end{cases}$$

$$\forall \ t_1 \ne t_2$$

$$\Delta = \alpha_1[z_2(b) - z_1(b)] + \beta_1[z_2'(b) - z_1'(b)] \quad (6)$$
$$C = \frac{1}{\Delta}[\gamma_1 - \alpha_1 z_1(b) - \beta_1 z_1'(b)] \quad (7)$$
$$y(x) = (1 - C)z_1(x) + Cz_2(x) \quad (8)$$

Задание

Методом пристрелки найти с шагом $h = 0.1$ решение граничной задачи. К решению задач Коши применить метод Эйлера с шагом $h = 0.1$

ЗАДАЧИ

Методом вариации произвольных постоянных найти решение граничных задач в точках $x_k = 0{,}1k$. Для решения задачи Коши использовать метод Эйлера с шагом $0{,}1$:

1. $y'' + \dfrac{1}{x}y'(x) - 2y(x) = x^2,\ 0{,}5 \le x \le 1,\ y'(0{,}5) = -0{,}5,\ y'(1) = -1.$

2. $y''(x) - \dfrac{2}{x}y'(x) - \dfrac{4}{x^2+2}y(x) = 8,\ 0{,}5 \le x \le 1,\ y'(0{,}5) = 0{,}5,\ y(1) + y'(1) = 1.$

3. $y''(x) + y'(x) - \dfrac{1}{x}y(x) = \dfrac{x+1}{x},\ 0{,}5 \le x \le 1,\ y(0{,}5) = -0{,}5\ln 2,\ y(1) = 0.$

4. $y''(x) + y'(x) - \dfrac{6x}{2x^2+1}y(x) = 6x + 0{,}5,\ 0{,}5 \le x \le 1,\ y(0{,}5) = 1{,}25,\ y(1) + y'(1) = 5.$

5. $y''(x) - \dfrac{1}{x}y'(x) = -\dfrac{2}{x^2},\ 0{,}5 \le x \le 1,\ y'(0{,}5) = 2,\ y(1) = 0.$

6. $y''(x) + y'(x) - \dfrac{2}{\cos^2 x}y(x) = \dfrac{1}{\cos^2 x},\ 0 \le x \le 0{,}5,\ y(0) = 0,\ y'(0{,}5) = \dfrac{1}{\cos^2 0{,}5}.$

7. $y''(x) - 2y'(x) - 2y(x) = -3xe^x,\ 0 \le x \le 0{,}5,\ y(0) = 0,\ y(0{,}5) = 0{,}824\,36.$

8. $y''(x) - (x+\alpha)^2 y'(x) - \dfrac{2}{(x+\alpha)^2}y(x) = \alpha,\ 0 \le x \le 0{,}5,\ y(0) - y'(0) = \dfrac{\alpha+1}{\alpha},$