2.4. Синхронный режим с непрерывным выполнением блоков

Рассмотрим *второй синхронный режим, который определяется условиями 1)–4) и 7) и обеспечивает непрерывное выполнение каждого блока всеми процессами с момента его старта на первом процессоре и на остальных (p–1)–м процессоре*.

Для нахождения соотношений для вычисления точных значений минимального общего времени выполнения n конкурирующих процессов на p процессорах $T_{сн}^2(p,n,s)$ поступим аналогично, как в предыдущем случае. А именно, при $n=p$ второй синхронный режим совпадает с технологией выполнения операций в многостадийной задаче теории расписаний с непрерывным переходом по деталям. Следовательно, для вычисления $T_{сн}^2(p,n,s)$ можно воспользоваться функционалом этой задачи, положив в нем время обработки *j–й* операции на *i–м* станке равным t_{ij}. В результате получаем следующую формулу:

$$T_{сн}^2(p,n=p,s)=\sum_{j=1}^{s-1}\max_{1\le v\le p}\left[\sum_{i=1}^{v}t_{ij}-\sum_{i=1}^{v-1}t_{i,j+1}\right]+\sum_{i=1}^{p}t_{is}\,. \qquad (2.9)$$

В случае, когда $n<p$, для вычисления $T_{сн}^2(p,n,s)$ достаточно взять n процессоров, а оставшиеся $p-n$

процессоров в этом случае будут не задействованы. В этом случае формула (2.9) будет иметь вид:

$$T^2_{сн}(n,n,s) = \sum_{j=1}^{s-1} \max_{1 \le v \le n} \left[\sum_{i=1}^{v} t_{ij} - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i,j+1} \right] + \sum_{i=1}^{n} t_{is} .$$

Рассмотрим далее общий случай, когда $n = kp + r$, $1 \le r < p$. Произведем разбиение множества процессов на *k+1* группу по *p* процессов в каждой, за исключением *(k+1)–й*, которая будет содержать при $r \ge 1$ r процессов. Взаимодействие процессов, процессоров и блоков с учетом времен их выполнения и условий второго синхронного режима для каждой из *l–x* групп процессов, $l = \overline{1, k+1}$, отобразим в виде линейных диаграмм Ганта. При этом каждая из диаграмм будет отображать во времени выполнение очередных *p* процессов на *p* процессорах, за исключением последней *(k+1)–й*, которая при $r \ge 1$ будет отображать выполнение *r* процессов на *r* процессорах.

Воспользуемся обозначениями для t^l_{ij}, $B^l_i(s)$, $E^l_i(s)$, T^l_2, $b^l_i(s)$, $e^l_i(s)$, введенными в предыдущем разделе, с точностью до замены *m* на *l*, учитывая при этом, что $l = \overline{1, k+1}$, причем *(k+1)–я* группа состоит из r процессов.

Тогда $t_{ij}^l = t_{(l-1)p+i,j}$ – время выполнения *j–го* блока *i–м* процессом для *l–й* группы процессов, $i=\overline{1,p}$, $j=\overline{1,s}$, $l=\overline{1,k+1}$. А в силу (2.9) для T_2^l, $B_i^l(s)$ и $E_i^l(s)$ имеют место соотношения:

$$T_2^l = \sum_{j=1}^{s-1} \max_{1\le v\le p}\left[\sum_{i=1}^{v} t_{ij}^l - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i,j+1}^l\right] + \sum_{i=1}^{p} t_{is}^l\,,\ l=\overline{1,k}, \tag{2.10}$$

$$B_i^l(s) = \sum_{w=1}^{j-1} \max_{1\le v\le p}\left[\sum_{q=1}^{v} t_{qw}^l - \sum_{q=1}^{v-1} t_{q,w+1}^l\right],\ i=\overline{1,p},\ \ l=\overline{1,k},$$

$$E_i^l(s) = B_i^l(s) + \sum_{q=1}^{i} t_{qs}^l\,,\ i=\overline{1,p},\ \ l=\overline{1,k},$$

причем при *l=k+1* для вычисления T_2^{k+1}, $B_i^{k+1}(s)$ и $E_i^{k+1}(s)$ p следует заменить на r:

$$T_2^{k+1} = \sum_{j=1}^{s-1} \max_{1\le v\le r}\left[\sum_{i=1}^{v} t_{ij}^l - \sum_{i=1}^{v-1} t_{i,j+1}^l\right] + \sum_{i=1}^{r} t_{is}^l\,,$$

$$B_i^{k+1}(s) = \sum_{w=1}^{j-1} \max_{1\le v\le r}\left[\sum_{q=1}^{v} t_{qw}^l - \sum_{q=1}^{v-1} t_{q,w+1}^l\right],$$

$$E_i^{k+1}(s) = B_i^{k+1}(s) + \sum_{q=1}^{i} t_{qs}^l\,,\ \ i=\overline{1,r}\,.$$

Вычислим далее величины, характеризующие максимально допустимое суммарное совмещение соседних диаграмм Ганта по оси времени. При этом для вычисления величин $b_i^l(s)$ и $e_i^l(s)$ воспользуемся формулами (2.4), (2.5), с точностью до замены *m* на *l*, полагая также, что $l = \overline{1,k}$.

Через σ_1^l обозначим наименьшую из разностей между моментами начала выполнения *i–го* процесса в *(l+1)–й* группе и завершения в *l–й* группе процессов. Тогда

$$\sigma_1^l = \min_{1 \le i \le p} \{b_i^{l+1}(s) - e_i^l(s)\}, \quad l = \overline{1,k}. \tag{2.11}$$

Через σ_2^l обозначим наименьшую из разностей между началом выполнения *j–го* блока для первого процесса в *(l+1)–й* группе процессов и временем завершения выполнения этого же блока для *p–го* процесса в *l–й* группе, т.е.

$$\sigma_2^l = \min_{1 \le j \le s} \{b_1^{l+1}(j) - e_p^l(j)\}, \quad l = \overline{1,k}. \tag{2.12}$$

В силу того, что *(k+1)–я* группа состоит из *r*, $1 \le r \le p-1$, процессов, для вычисления величин σ_1^l и σ_2^l по формулам (2.11) и (2.12) при $l = k$ величину p в них следует заменить на *r*, т.е. $\sigma_1^k = \min_{1 \le i \le r} \{b_i^{k+1}(s) - e_i^k(s)\}$, $\sigma_2^k = \min_{1 \le j \le s} \{b_1^{k+1}(j) - e_r^k(j)\}$.

Теорема 2.5. *Для второго синхронного режима с непрерывным выполнением блоков при* $p,\ n,\ s \ge 2$, *минимальное общее время* $T_{сн}^2(p,n,s)$ *выполнения n* *неоднородных конкурирующих процессов определяется из соотношений:*

$$T_{сн}^2(p,n=p,s)=\sum_{j=1}^{s-1}\max_{1\le v\le p}\left[\sum_{i=1}^{v}t_{ij}-\sum_{i=1}^{v-1}t_{i,j+1}\right]+\sum_{i=1}^{p}t_{is}\ ,$$

$$T_{сн}^2(p,n=kp,s)=\sum_{l=1}^{k}T_2^l-\sum_{l=1}^{k-1}\min\{\sigma_1^l,\sigma_2^l\},$$

$$T_{сн}^2(p,kp+r,s)=\sum_{l=1}^{k}T_2^l+T_2^{k+1}-\sum_{l=1}^{k-1}\min\{\sigma_1^l,\sigma_2^l\}-\min\{\sigma_1^k,\sigma_2^k\}.$$

Здесь T_1^l, σ_1^l, σ_2^l, T_2^{k+1}, σ_1^k, σ_2^k *вычисляются по формулам (2.10)–(2.12).*

На рис.2.9 приведен пример диаграммы Ганта, отображающей во времени выполнение неоднородных процессов при $p=3$, $n=3$, $s=4$ во втором синхронном режиме.

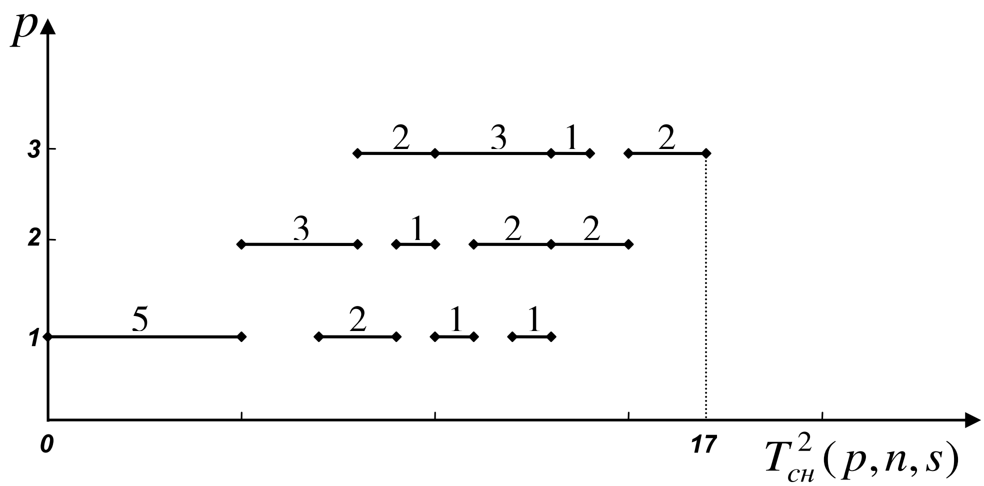

Рис. 2.9 Диаграмма Ганта – второй синхронный режим