

Численные методы (практик.), II курс, 2<sup>а</sup>, 3<sup>а</sup> гр. (ИТ)

II семестр, 18/36 - зал. { 12 каб. (теор. з-цы, компьютер. зад.\*). (в пакете "Mathematica")

Сборник задач по методам вычислений,  
под ред. Моисеевича К.И. - Мн., Университетское,  
2007 г.,

Цели:

1. Численные методы решения СЛАУ.
2. Численные методы решения проблем собственных значений.
3. Численные методы решения нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений.

Тема 1. Числ. м-ды решен. СЛАУ.

Лаб. №1. М-д Гаусса для решения СЛАУ.

$$A\bar{x} = \bar{f} \quad (1); \quad A = \|a_{ij}\|_{i,j=1}^n, \quad a_{ij} \in \mathbb{R}, \quad \det A \neq 0;$$

$$\bar{f} = (f_1, \dots, f_n)^T.$$

$$\exists! \bar{x}^* = A^{-1}\bar{f} \quad (2)$$

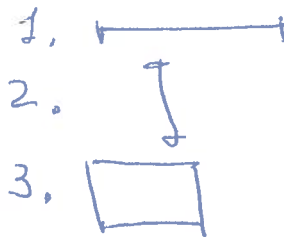
Правило Крамера -  $n!$  арифм. операц.,  $n=30; n=100$

1. Точные м-ды (м-д Г., м-д квадр. корней, м-д ортогонализ., окатинг, отрез)
2. Итерационные м-ды (м-д простой итерации, м-д Зейделя, релаксации -)
3. Вероятностные м-ды.

М-г Г,

1. универсальность  $\oplus$
2. оптимальность  $\approx O(n^3) \oplus$
3. точность  $\ominus$ ,

Схемы м-га Г,



4. Схема единств. делет.



- а) прямо на ЭВМ
- б) точность  $\ominus$

$\| \bar{z} \| = \| A \bar{x}^* - \bar{f} \|$ ;  $x^*$  — решение, найд. м-гом Гау  
 $\rightarrow$  невязка

Нормы матриц и согласованные с ними нормы векторов,

1. Кубическая норма.

$$\| A \|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|; \quad \| \bar{x} \|_{\infty} = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i|$$

2. Октаэдрическая норма,

$$\| A \|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|; \quad \| \bar{x} \|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$$

3. Сферическая (евкл.) норма.

$$\| A \|_2 = \sqrt{\lambda_{\max}(A^* A)}; \quad \| \bar{x} \|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}.$$

# Задача

1. Применить схему единственного деления м-за Гаусса (контраль!)  
Найти решение  $\bar{x}^*$ , следующей СЛА  
 $A\bar{x} = \bar{f}$ .
2. Вычислить  $\|\bar{z}\|_{\infty, 1, 2} = \|A\bar{x}^* - \bar{f}\|_{\infty, 1}$ .
3. Применить преобразования м-за!  
Вычислить  $\det A$ .
4. Вычислить  $\|A\|_{\infty, 1}$ .

$$\underbrace{(D + KC)}_{\text{def } A} \bar{x} = \bar{f};$$

$$D = \begin{bmatrix} 6.22 & 1.42 & -1.72 & 1.91 \\ 1.44 & 5.33 & 1.11 & -1.82 \\ -1.72 & 1.11 & 5.24 & 1.42 \\ 1.91 & -1.82 & 1.42 & 6.55 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{f} = (7.53, 6.06, 8.05, 8.06)^T$$

$$K = 2, 9$$

Литература. Сборник задач по методам  
вычислений, стр. 30, § 2.1,  
таблица — стр. 33.