ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н.Э. БАУМАНА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Типовой расчёт №1

ВАРИАНТ №0

Студент: Иван Иванов
Группа: МТ5-21
Проверил: Труфанов Н.Н.

1	2	3	4	5	6	7	8

8 марта 2022 г.

Задание 1

Условие

Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует).

Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости.

$\mathbf{a}_1(1; -4; 6; -3; 2)$, $\mathbf{a}_2(2; -5; 6; -4; 5)$, $\mathbf{a}_3(0; -2; 5; -1; -3)$

Решение

Систему элементов $\mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_n$ линейного пространства V называют линейно зависимой, если найдутся числа $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$, не все равные нулю и такие, что

$$\lambda_1 \mathbf{a}_1 + \ldots + \lambda_n \mathbf{a}_n = \boldsymbol{\theta}.$$

В нашем случае при $n = 3$ получим:

$$\lambda_1 \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 6 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 6 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix} + \lambda_3 \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 5 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Этому равенству соответствует однородная СЛАУ, состоящая из четырёх уравнений с тремя неизвестными $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ вида

$$\begin{cases} \lambda_1 + 2\lambda_2 = 0, \\ -4\lambda_1 - 5\lambda_2 - 2\lambda_3 = 0, \\ 6\lambda_1 + 6\lambda_2 + 5\lambda_3 = 0, \\ -3\lambda_1 - 4\lambda_2 - \lambda_3 = 0, \\ 2\lambda_1 + 5\lambda_2 - 3\lambda_3 = 0. \end{cases}$$

Решим однородную СЛАУ, выполнив элементарные преобразования матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -4 & -5 & -2 \\ 6 & 6 & 5 \\ -3 & -4 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \\ 6 & 6 & 5 \\ -3 & -4 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Откуда получим

$$\begin{cases} \lambda_1 = 0, \\ \lambda_2 = 0, \\ \lambda_3 = 0, \end{cases}$$

а значит система векторов линейно независима.

Задание 2

Условие

$\vdots$

Решение

$\vdots$