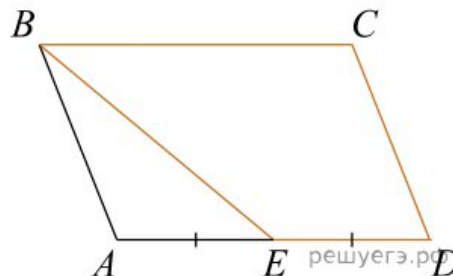


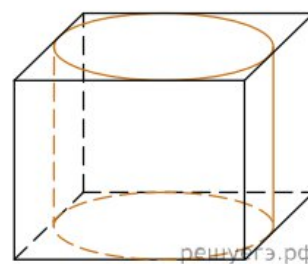
Вариант 1

1. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 28. Точка E — середина стороны AD . Найдите площадь трапеции $BCDE$.



2. Даны векторы $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (2; -4)$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a} + \vec{b}$ и $7\vec{a} - \vec{b}$.

3. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 2. Найдите объем параллелепипеда.



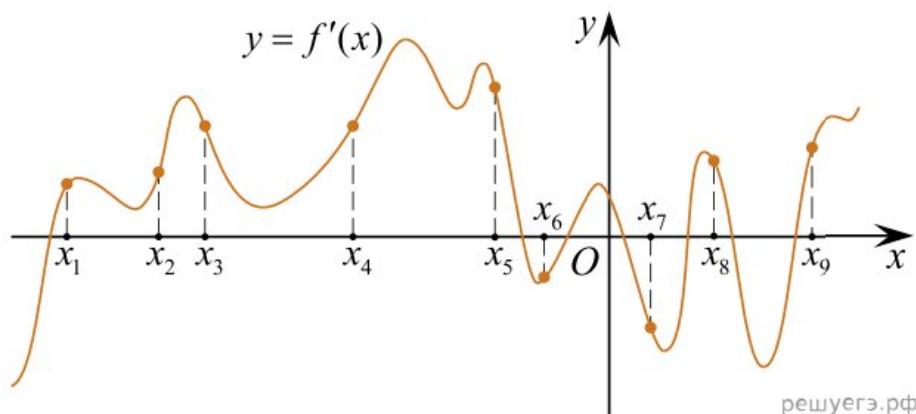
4. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Ротор» по очереди играет с командами «Статор», «Стартёр» и «Мотор». Найдите вероятность того, что «Ротор» будет начинать с мячом только вторую игру.

5. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,5. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

6. Найдите корень уравнения $\log_5(20 - x) = 2$.

7. Найдите значение выражения $6\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,8$.

8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено девять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции $f(x)$?

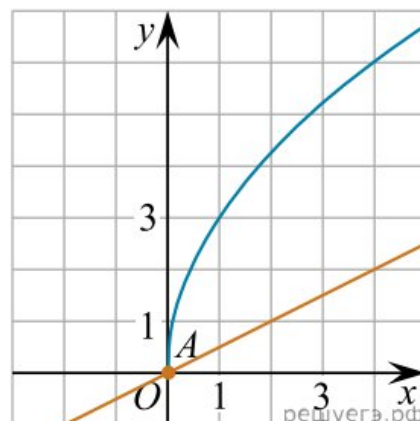


9. Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 60$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 32$ км/ч². Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, где t — время в часах. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 154 км от города. Ответ выразите в минутах.

10. Один мастер может выполнить заказ за 42 часа, а другой — за 21 час. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

11.

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



12. Найдите точку минимума функции $y = (8x^2 - 40x + 40)e^{x+4}$.

13. а) Решите уравнение $2\sin^2 x + \sqrt{2}\sin(2\pi - x) + \sqrt{3}\sin 2x = \sqrt{6}\cos x$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\pi; \frac{\pi}{2}]$.

14. В правильной треугольной призме сторона AB основания равна 2, точка M — середина ребра CC_1 .

а) Докажите, что сечение A_1MB — равнобедренный треугольник.

б) Найдите высоту призмы, если площадь сечения равна 6.

15. Решите неравенство $7\log_{12}(x^2 - 13x + 42) \leq 8 + \log_{12} \frac{(x-7)^7}{x-6}$.

16. Строительство нового завода стоит 78 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 2x + 6$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более, чем за 3 года?

17. Дана трапеция с диагоналями равными 5 и 12. Сумма оснований равна 13.

- а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.
- б) Найдите высоту трапеции.

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $x^4 + (a - 3)^2 = |x - a + 3| + |x + a - 3|$ либо имеет единственное решение, либо не имеет решений.

19. В группе поровну юношей и девушек. Юноши отправляли электронные письма девушкам. Каждый юноша отправил или 5 писем, или 16 писем, причём и тех, и других юношей было не менее двух. Возможно, что какой-то юноша отправил какой-то девушке несколько писем.

- а) Могло ли оказаться так, что каждая девушка получила ровно 7 писем?
- б) Какое наименьшее количество девушек могло быть в группе, если известно, что все они получили писем поровну?
- в) Пусть все девушки получили различное количество писем (возможно, какая-то девушка не получила писем вообще). Каково наибольшее возможное количество девушек в такой группе?