DOI：10.13196/j.cims.2012.04.197.sundq.001

第18卷第4期 2012年4月

计算机集成制造系统

Computer Integrated Manufacturing Systems

Vol. 18 No. 4 Apr. 2012

文章编号：1006－5911(2012)04－0867－08

基于博弈论的多零售商参与下逆向供应链定价策略及利润分配

孙多青[1,2]，马晓英[3]

（1. 河北科技师范学院 数学与系统科学研究所，河北 秦皇岛 066004；
2. 北京航空航天大学 数学与系统科学学院，北京 100191；3. 河北科技师范学院 图书馆，河北 秦皇岛 066004）

摘 要：为解决多个零售商参与下的逆向供应链中的定价策略和利润分配问题，运用Stackelberg博弈理论，求出了逆向供应链中各成员在非合作和合作两个博弈结构下的最优定价策略，并从理论上证明了联合定价策略下回收价格提高、回收量增加，整个逆向供应链系统的利润也增加，由此说明各方合作有利于商家和消费者；利用改进的K-S解法，给出了合作成员之间根据各自对合作联盟的贡献来分配增加利润的方案。通过数值算例验证了所得结论的正确性。

关键词：逆向供应链；定价策略；博弈论；零售商；改进的K-S解法；利润分配

中图分类号：F224 文献标志码：A

Pricing strategies and cooperative profit distribution based on game theory for reverse supply chains with multi-retailer participants

SUN Duo-qing[1,2]，*MA Xiao-ying*[3]

（1. Institute of Mathematics and Systems Science，Hebei Normal University of Science and Technology，Qinhuangdao 066004，China；
2. School of Mathematics and Systems Science，Beihang University，Beijing 100191，China；
3. Library，Hebei Normal University of Science and Technology，Qinhuangdao 066004，China）

Abstract：To solve the problems of pricing strategy and profit distribution in reverse supply chain involving multi-retailer participants，the optimal pricing strategy for the members in supply chain was obtained under both cooperative and non-cooperative game ways based on Stackelberg game theory. And it was theoretically proved that the recycling prices were appreciated and the quantities of recycled products as well as the profit of the whole reverse supply chain system were increased under joint pricing strategy. Thus the cooperation of all sides was beneficial to both sellers and consumers. By using improved K-S solution，the allocation scheme on how to distribute profit among the members was designed according to their contribution to the cooperative alliance. The validity of conclusions was verified by a numerical example.

Key words：reverse supply chain；pricing strategy；game theory；retailer；improved K-S solution；profit distribution

0 引言

随着经济的迅速发展和法制建设的逐步健全，面对废旧产品的日益增加和资源的不断减少，如何保护自然环境，有效利用资源，促进循环经济与可持续发展，是目前亟待解决的问题。逆向供应链的提

收稿日期：2011-04-06；修订日期：2011-08-02。Received 06 Apr. 2011；accepted 02 Aug. 2011.

基金项目：国家自然科学基金资助项目(71071010)；河北省科学技术研究与发展计划资助项目(10457254)；河北科技师范学院重点学科和科研创新团队建设经费资助项目(CXTD2010-05)。**Foundation items**：Project supported by the National Natural Science Foundation，China (No. 71071010)，the Hebei Science and Technology Research and Development Program，China(No. 10457254)，and the Construction Funds for Key Subject and Creative Research Groups of Hebei Normal University of Science and Technology，China(No. CXTD2010-05).

出，恰好为解决这一问题提供了行之有效的途径[1]。

供应链的系统效能来自于各成员企业的真诚协作，因此有必要通过协调各参与方的利益，使各成员企业均能从协作中获得更多利益。目前，供应链协作问题已经成为国内外研究的热点。国内外学者针对供应链定价和利润分配的研究已取得了许多成果。文献[2]研究了一个供应商和一个零售商对一种产品的利润分配模型，基于该模型讨论了供应商和零售商之间的利润分配策略，并确定了利润分享系数；文献[3]针对二级供应链中制造商和零售商的合作关系，建立了一种单一产品的单一制造商和单一零售商的基于协商定价的利润分配模型，确定了双方利润分配因子的取值范围；文献[4]根据收入共享契约建立了单一制造商和单一零售商之间的利润分配模型，建议根据各自投资风险进行利润分配；文献[5-6]研究了双渠道供应链的定价问题。关于逆向供应链系统的利益分配问题的研究大多涉及废旧产品回收的定价策略。文献[7]根据再造品的质量来制定价格，并通过建立一个价格模型求出了使期望利润最大的价格。运用博弈理论，文献[1,8]对回收废旧产品的定价策略进行了研究；文献[9]分析了各成员的利润最大化以及如何分配因合作而增加的利润问题；文献[10]应用博弈理论和模糊理论对逆向供应链的协作与定价策略进行了研究。

上述研究都是以一个制造商和一个零售商（或回购商）的简单二级供应链、逆向供应链为模型进行的。针对两个零售商和一个制造商构成的逆向供应链，应用博弈理论，文献[11]比较了由制造商回收的直接回收系统和由两个相互竞争的零售商回收的间接回收系统中的定价策略选择问题；文献[12]探讨了回收量随机情况下各成员的定价策略；文献[13]给出了供应链成员企业合作与不合作时废旧产品回收的定价策略，以及整个供应链系统和各成员企业的收益情况。本文运用博弈理论，在文献[9]的基础上，针对多个零售商和一个制造商构成的逆向供应链系统，研究诸零售商和制造商回收废旧产品的定价策略和各成员间如何分配因合作而增加的总利润问题，应用改进的 K-S 解法（K-S solution）求出合作博弈的均衡解。

需要指出的是，有些文献如文献[9,12-13]，只给出了供应链成员合作时系统总利润增加的结论，未从理论上予以证明，文献[11]也未作严谨的理论分析；而且鲜有文献对利润的增加值进行量化描述。本文则对所给出的结果从理论上进行了严格证明，并定量地给出了利润的增加值。

1 问题描述

本文考虑由单一制造商和 n 个零售商组成的逆向供应链系统。零售商受制造商委托负责向消费者回收某种废旧产品，再转卖给制造商。制造商对从零售商处回购的废旧产品进行加工处理，并将形成的再生产品投放市场。

1.1 问题假设

(1)不同零售商有不同的回收模式与成本结构，即废旧产品的供应与运营成本各不相同。

(2)回收价格越高，废旧产品的回收量就越大。

(3)制造商从零售商处收购所有回收的废旧产品。

(4)制造商将收购的废旧产品全部进行加工处理，形成再生产品。

1.2 符号说明

P_0 为再生产品的单位销售价格，是一个常量；

C_m 为制造商加工再生产品的单位边际再生成本（包括再处理、制造等）；

C_i 为零售商 R_i 的单位边际运营成本（包括运输、库存），$i=1,2,\cdots,n$；

P_m 为制造商向零售商收购废旧产品时支付的单位回收价格，是制造商的决策变量，满足 $P_m \leqslant P_0 - C_m$；

P_i 为零售商 R_i 回收废旧产品时向消费者支付的单位回收价格，为 R_i 的决策变量，$P_i=(1-r_i)P_m$，其中 r_i 为 R_i 的边际利润率，$i=1,2,\cdots,n$；

Q_i 为当回收价格为 P_i 时零售商 R_i 的废旧产品回收量，且 $\sum_{i=1}^{n} Q_i \leqslant D$，其中 D 为总的市场拥有量。依假设(2)可设 $Q_i=a_i+b_iP_i$，其中常数 $a_i \geqslant 0$，$b_i>0$，且当 $P_i=0$ 时，$a_i=0$，$i=1,2,\cdots,n$；

$Q_1+Q_2+\cdots+Q_n$ 为制造商的废旧产品回收量；

π_m 为制造商的利润函数；

π_i 为零售商 R_i 的利润函数，$i=1,2,\cdots,n$；

π 为整个逆向供应链系统的利润函数，$\pi=\pi_m+\sum_{i=1}^{n}\pi_i$。

由上述条件可得[1]：

$$\pi_m = (P_0 - P_m - C_m)\sum_{i=1}^{n} Q_i,$$
$$\pi_i = (P_m - P_i - C_i)Q_i, i = 1,2,\cdots,n。$$

此外,文中参数还满足:① $P_0 - C_m - C_i > 0(i = 1,2,\cdots,n)$,这一条件也可利用前面的假定条件 $P_m \leqslant P_0 - C_m$,再加上条件——制造商从零售商处收购废旧产品时的单位回收价格大于诸零售商的单位边际运营成本,即 $P_m > C_i$ 来得到。② $a_i + b_iC_i < b_iP_m$。

2　模型分析

2.1　非合作博弈模型分析

考虑以制造商为主导、零售商为跟随者的非合作下的 Stackelberg 博弈模型。制造商根据市场情况制定回收价格 P_m,而零售商 $R_i(i=1,2,\cdots,n)$ 则根据制造商的决策决定各自的回收价格 P_i,以使自己的利润最大化;然后制造商根据诸零售商的价格策略,最终确定使自身利润最大化的回收价格。

零售商 $R_i(i=1,2,\cdots,n)$ 观察到制造商做出回收价格 P_m 的决策,为达到追求最大利润的目的,诸零售商作出各自回收的决策,即回收价格的决策。此时零售商 R_i 的利润函数表达式为

$$\pi_i = (P_m - P_i - C_i)Q_i = (r_iP_m - C_i)\cdot [a_i + b_i(1 - r_i)P_m]。$$

根据利润最大化原则,零售商 R_i 的利润函数对 r_i 的一阶偏导数为 0,即

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial r_i} = a_iP_m + b_iP_m^2 - 2b_ir_iP_m^2 + b_iC_iP_m = 0,$$

解得

$$r_i = \frac{a_i + b_iP_m + b_iC_i}{2b_iP_m}。\tag{1}$$

因为$\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial {r_i}^2} = -2b_i{P_m}^2 < 0$,所以上述 r_i 为最优解;由于 $a_i + b_iC_i < b_iP_m$,可保证 $r_i < 1$。

将式(1)代入 Q_i 的表达式得

$$Q_i = a_i + b_i(1 - r_i)P_m = \frac{a_i + b_iP_m - C_ib_i}{2}。\tag{2}$$

由式(1)和式(2)得

$$\pi_i = (P_m - P_i - C_i)Q_i = (r_iP_m - C_i)\cdot [a_i + b_i(1 - r_i)P_m] = \frac{(a_i + b_iP_m - b_iC_i)^2}{4b_i}。\tag{3}$$

制造商根据诸零售商的价格策略调整自己的回收价格 P_m,以最大化自己的利润,此时制造商的利润函数表达式为

$$\pi_m = (P_0 - P_m - C_m)\sum_{i=1}^{n} Q_i = (P_0 - P_m - C_m)\sum_{i=1}^{n}\frac{b_iP_m + a_i - b_iC_i}{2}。\tag{4}$$

注意到

$$\frac{\partial \pi_m}{\partial P_m} = \frac{1}{2}[-\sum_{i=1}^{n}(b_iP_m + a_i - b_iC_i) + (P_0 - P_m - C_m)\sum_{i=1}^{n} b_i],$$

令上式为 0,可得

$$P_m^* = \frac{\sum_{i=1}^{n}(P_0 - C_m + C_i)b_i - \sum_{i=1}^{n} a_i}{2\sum_{i=1}^{n} b_i}。\tag{5}$$

因为$\frac{\partial^2 \pi_m}{\partial P_m^2} = -\sum_{i=1}^{n} b_i < 0$,所以上述 P_m^* 为最优解。

根据式(5)和式(1)可得

$$P_i^* = (1 - r_i^*)P_m^* = P_m^* - r_i^*P_m^* = P_m^* - \frac{1}{2}P_m^* - \frac{a_i}{2b_i} - \frac{C_i}{2} = \frac{1}{2}P_m^* - \frac{a_i}{2b_i} - \frac{C_i}{2},$$

再根据式(5)得

$$P_i^* = \frac{\sum_{i=1}^{n}(P_0 - C_m + C_i)b_i - \sum_{i=1}^{n} a_i}{4\sum_{i=1}^{n} b_i} - \frac{a_i}{2b_i} - \frac{C_i}{2}。\tag{6}$$

逆向求解,将式(5)代入式(3)和式(4)中,可求得诸零售商和制造商在非合作博弈下的利润分别为

$$\pi_i^* = \frac{1}{4b_i}[a_i + b_iP_m^* - b_iC_i]^2 = \frac{1}{4b_i}\cdot \left[a_i + b_i\frac{\sum_{i=1}^{n}(P_0 - C_m + C_i)b_i - \sum_{i=1}^{n} a_i}{2\sum_{i=1}^{n} b_i} - b_iC_i\right]^2,$$

即

$$\pi_i^* = \frac{1}{16b_i(\sum_{i=1}^{n} b_i)^2}\cdot [2a_i\sum_{i=1}^{n} b_i + b_i\sum_{i=1}^{n}(P_0 - C_m + C_i)b_i - b_i\sum_{i=1}^{n} a_i - 2b_iC_i\sum_{i=1}^{n} b_i]^2,\tag{7}$$

$$\pi_m^* = [P_0 - P_m^* - C_m]\sum_{i=1}^{n}\frac{b_iP_m^* + a_i - b_iC_i}{2} = \frac{1}{2}[P_0 - P_m^* - C_m][P_m^*\sum_{i=1}^{n} b_i + \sum_{i=1}^{n}(a_i - b_iC_i)]$$

$$=\frac{1}{2}\left[P_0-C_m-\frac{\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m+C_i)b_i-\sum_{i=1}^{n}a_i}{2\sum_{i=1}^{n}b_i}\right]\cdot$$

$$\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m+C_i)b_i-\sum_{i=1}^{n}a_i}{2}+\sum_{i=1}^{n}(a_i-b_iC_i)\right]$$

$$=\frac{1}{8\sum_{i=1}^{n}b_i}\left(\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m-C_i)b_i+\sum_{i=1}^{n}a_i\right)\cdot\left(\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m-C_i)b_i+\sum_{i=1}^{n}a_i\right),$$

即

$$\pi_m^*=\frac{1}{8\sum_{i=1}^{n}b_i}\left(\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m-C_i)b_i+\sum_{i=1}^{n}a_i\right)^2, \tag{8}$$

于是整个逆向供应链系统的利润为

$$\pi^*=\pi_m^*+\sum_{i=1}^{n}\pi_i^*。$$

2.2 合作博弈模型

合作情况下,制造商和零售商在信息共享基础上考虑系统总体收益的最大化。实现合作的前提是:合作时系统的总收益大于不合作时参与成员的收益之和。

合作时,参与成员结成联盟,该联盟通过价格手段实现自身收益,即制造商和零售商联合制定回收价格,以最大化系统的利润。这时,逆向供应链系统整体利润函数的表达式为

$$\pi=\sum_{i=1}^{n}[P_0-(1-r_i)P_m-C_m-C_i]\cdot[a_i+b_i(1-r_i)P_m]。 \tag{9}$$

求解该逆向供应链利润最大化问题,可转化为解如下方程组:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\pi}{\partial P_m}=\sum_{i=1}^{n}(1-r_i)[b_i(P_0-C_m-C_i)-a_i-2b_i(1-r_i)P_m]=0,\\ \dfrac{\partial\pi}{\partial r_i}=P_m[a_i+2b_i(1-r_i)P_m-b_i\cdot(P_0-C_m-C_i)]=0,\\ i=1,2,\cdots,n。\end{cases}$$

由上式可以得到

$$P_i^{**}=(1-r_i^{**})P_m^{**}=\frac{b_i(P_0-C_m-C_i)-a_i}{2b_i}。 \tag{10}$$

将式(10)代入式(9),可得逆向供应链的整体利润表达式。事实上,此时

$$\pi^{**}=\sum_{i=1}^{n}[P_0-(1-r_i^{**})P_m^{**}-C_m-C_i][a_i+b_i(1-r_i^{**})P_m^{**}]。$$

由式(10)可得

$$[P_0-(1-r_i^{**})P_m^{**}-C_m-C_i][a_i+b_i(1-r_i^{**})P_m^{**}]$$

$$=\left[P_0-\frac{b_i(P_0-C_m-C_i)-a_i}{2b_i}-C_m-C_i\right]\left[a_i+b_i\frac{b_i(P_0-C_m-C_i)-a_i}{2b_i}\right]=$$

$$\left[\frac{b_i(P_0-C_m-C_i)+a_i}{2b_i}\right]\left[\frac{b_i(P_0-C_m-C_i)+a_i}{2}\right]=\frac{[b_i(P_0-C_m-C_i)+a_i]^2}{4b_i},$$

故

$$\pi^{**}=\sum_{i=1}^{n}\frac{[b_i(P_0-C_m-C_i)+a_i]^2}{4b_i}。 \tag{11}$$

通过比较式(10)和式(6)以及 π^{**} 和 π^*,可得:

定理 1 当制造商和诸零售商合作时,回收价格提高,回收量增加,系统利润也增加,即

$$(1-r_i^{**})P_m^{**}>(1-r_i^*)P_m^*,$$

$$Q_i^{**}>Q_i^*,\pi^{**}>\pi^*,$$

且回收价格、回收量、系统利润分别增加

$$\Delta P_i=\frac{1}{4\sum_{i=1}^{n}b_i}\left[\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m-C_i)b_i+\sum_{i=1}^{n}a_i\right],$$

$$\Delta Q_i=b_i\cdot\Delta P_i,\Delta\pi=\sum_{i=1}^{n}b_i\cdot(\Delta P_i)^2。$$

证明

(1)先证明 $(1-r_i^{**})P_m^{**}>(1-r_i^*)P_m^*$。事实上,

$$(1-r_i^{**})P_m^{**}-(1-r_i^*)P_m^*=\frac{b_i(P_0-C_m-C_i)-a_i}{2b_i}-$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m+C_i)b_i-\sum_{i=1}^{n}a_i}{4\sum_{i=1}^{n}b_i}+\frac{a_i}{2b_i}+\frac{C_i}{2}=$$

$$\frac{(P_0-C_m-C_i)}{2}-\frac{\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m+C_i)b_i-\sum_{i=1}^{n}a_i}{4\sum_{i=1}^{n}b_i}+$$

$$\frac{C_i}{2}=\frac{1}{4\sum_{i=1}^{n}b_i}[2(P_0-C_m)\sum_{i=1}^{n}b_i-\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m+C_i)b_i+\sum_{i=1}^{n}a_i]=\frac{1}{4\sum_{i=1}^{n}b_i}[2\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m)b_i-\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m)b_i-\sum_{i=1}^{n}C_ib_i+\sum_{i=1}^{n}a_i]=\frac{1}{4\sum_{i=1}^{n}b_i}[\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m-C_i)b_i+\sum_{i=1}^{n}a_i]。$$

因为 $b_i>0, P_0-C_m-C_i>0$,所以

$$(1-r_i^{**})P_m^{**}-(1-r_i^{*})P_m^{*}>0,$$

即 $P_i^{**}>P_i^{*}$,从而 $Q_i^{**}>Q_i^{*}$,且回收价格增加

$$\Delta P_i=\frac{1}{4\sum_{i=1}^{n}b_i}[\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m-C_i)b_i+\sum_{i=1}^{n}a_i]。$$

又 $Q_i^{**}-Q_i^{*}=b_i(P_i^{**}-P_i^{*})$,故回收量增加 $\Delta Q_i=b_i\cdot\Delta P_i$。

(2)再证明 $\pi^{**}>\pi^{*}$。事实上,首先注意

$$\pi^{*}=\pi_m^{*}+\sum_{i=1}^{n}\pi_i^{*}=(P_0-P_m^{*}-C_m)\sum_{i=1}^{n}Q_i^{*}+\sum_{i=1}^{n}(P_m^{*}-P_i^{*}-C_i)Q_i^{*}=\sum_{i=1}^{n}(P_0-P_i^{*}-C_m-C_i)Q_i^{*},$$

于是

$$\pi^{**}-\pi^{*}=\sum_{i=1}^{n}(P_0-P_i^{**}-C_m-C_i)Q_i^{**}-\sum_{i=1}^{n}(P_0-P_i^{*}-C_m-C_i)Q_i^{*}=\sum_{i=1}^{n}[(P_0-P_i^{**}-C_m-C_i)Q_i^{**}-(P_0-P_i^{*}-C_m-C_i)Q_i^{*}]。\tag{12}$$

而

$$(P_0-P_i^{**}-C_m-C_i)Q_i^{**}=(P_0-P_i^{**}-C_m-C_i)(a_i+b_iP_i^{**})=(P_0-C_m-C_i)a_i+(P_0-C_m-C_i)b_iP_i^{**}-a_iP_i^{**}-b_iP_i^{**2},$$

同理可得

$$(P_0-P_i^{*}-C_m-C_i)Q_i^{*}=(P_0-C_m-C_i)a_i+(P_0-C_m-C_i)b_iP_i^{*}-a_iP_i^{*}-b_iP_i^{*2},$$

于是

$$(P_0-P_i^{**}-C_m-C_i)Q_i^{**}-(P_0-P_i^{*}-C_m-C_i)Q_i^{*}=(P_0-C_m-C_i)b_i(P_i^{**}-P_i^{*})-a_i(P_i^{**}-P_i^{*})-b_i(P_i^{**2}-P_i^{*2})=(P_i^{**}-P_i^{*})[b_i(P_0-C_m-C_i)-a_i-b_i(P_i^{**}+P_i^{*})]。\tag{13}$$

由式(6)和式(10)可得

$$P_i^{**}+P_i^{*}=\frac{1}{4b_i\sum_{i=1}^{n}b_i}[2b_i(P_0-C_m-C_i)\cdot\sum_{i=1}^{n}b_i+b_i\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m+C_i)b_i-b_i\sum_{i=1}^{n}a_i-4a_i\sum_{i=1}^{n}b_i-2b_iC_i\sum_{i=1}^{n}b_i],$$

于是

$$a_i+b_i(P_i^{**}+P_i^{*})=\frac{1}{4\sum_{i=1}^{n}b_i}[2b_i(P_0-C_m-C_i)\cdot\sum_{i=1}^{n}b_i+b_i\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m+C_i)b_i-b_i\sum_{i=1}^{n}a_i-2b_iC_i\sum_{i=1}^{n}b_i]。$$

由上式和式(13)可得

$$(P_0-P_i^{**}-C_m-C_i)Q_i^{**}-(P_0-P_i^{*}-C_m-C_i)Q_i^{*}=\frac{b_i(P_i^{**}-P_i^{*})}{4\sum_{i=1}^{n}b_i}[2(P_0-C_m-C_i)\cdot\sum_{i=1}^{n}b_i-\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m+C_i)b_i+\sum_{i=1}^{n}a_i+2C_i\sum_{i=1}^{n}b_i]=\frac{b_i(P_i^{**}-P_i^{*})}{4\sum_{i=1}^{n}b_i}[2(P_0-C_m)\sum_{i=1}^{n}b_i-\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m+C_i)b_i+\sum_{i=1}^{n}a_i]=\frac{b_i(P_i^{**}-P_i^{*})}{4\sum_{i=1}^{n}b_i}[\sum_{i=1}^{n}(P_0-C_m-C_i)b_i+\sum_{i=1}^{n}a_i],$$

注意到 $b_i>0, P_0-C_m-C_i>0, P_i^{**}>P_i^{*}$,则 $(P_0-P_i^{**}-C_m-C_i)Q_i^{**}-(P_0-P_i^{*}-C_m-C_i)Q_i^{*}>0$,故 $\pi^{**}-\pi^{*}>0$;由 ΔP_i 的表达式知

$$(P_0-P_i^{**}-C_m-C_i)Q_i^{**}-(P_0-P_i^{*}-C_m-C_i)Q_i^{*}=b_i(P_i^{**}-P_i^{*})\cdot\Delta P_i=b_i(\Delta P_i)^2。$$

由上式和式(12)知,系统利润增加 $\Delta\pi$。证毕。

3　合作利润分配

这里采用改进的 K-S 解法来讨论逆向供应链

系统各成员因合作带来的总体利润分配问题。改进的 K-S 解法是一种非常合理并且绝大多数人能够接受的分配机制[9]，其主要思想是按照双方的贡献来分配总体增加的收益。具体方法如下：

设 $\Psi_i(i=1,2)$ 为参与者 i 对合作联盟的贡献，即参与者 i 给合作联盟带来的最大利润增加量。按比例 $k=\frac{\Psi_1}{\Psi_2}$ 来分配双方合作时增加的收益 Δ，这种分配机制下得到的均衡解记为 (u_1^*,u_2^*)，则有

$$(u_1^*,u_2^*)=\left(\frac{\Psi_1}{\Psi_1+\Psi_2}\Delta+w_1,\frac{\Psi_2}{\Psi_1+\Psi_2}\Delta+w_2\right),$$

其中 $w_i(i=1,2)$ 表示非合作时参与者 i 的最大利润。

为明了起见，先考虑 $n=2$ 的情形，即由两个零售商和一个制造商构成的逆向供应链系统。将分两次应用改进的 K-S 解法，按零售商与制造商对供应链联盟的贡献来分配利润。

步骤 1 将两个零售商看成一个整体，与制造商分配整个系统增加的利润。

注意，制造商和零售商整体对逆向供应链的利润贡献分别为 $\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*$ 和 $\pi^{**}-\pi_m^*$，其比例系数 $k_1=\frac{\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*}{\pi^{**}-\pi_m^*}$，按双方的贡献来分配因合作增加的总利润，可得双方利润的均衡解

$$(u_m^*,u_R^*)=\Big(\frac{\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*}{2\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\pi_m^*}\cdot(\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\pi_m^*)+\pi_m^*,\frac{\pi^{**}-\pi_m^*}{2\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\pi_m^*}\cdot(\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\pi_m^*)+\pi_1^*+\pi_2^*\Big),$$

这时各零售商的利润之和为 u_R^*。

步骤 2 应用改进的 K-S 解法，将零售商整体所获得增加的利润在两个零售商之间分配。

注意，零售商 R_1 和零售商 R_2 对零售商整体的利润贡献分别为 $u_R^*-\pi_2^*$ 和 $u_R^*-\pi_1^*$，其比例系数为 $k_2=\frac{u_R^*-\pi_2^*}{u_R^*-\pi_1^*}$，则双方利润的均衡解为

$$(u_{R_1}^*,u_{R_2}^*)=\Big(\frac{u_R^*-\pi_2^*}{2u_R^*-\pi_1^*-\pi_2^*}(u_R^*-\pi_1^*-\pi_2^*)+\pi_1^*,\frac{u_R^*-\pi_1^*}{2u_R^*-\pi_1^*-\pi_2^*}(u_R^*-\pi_1^*-\pi_2^*)+\pi_2^*\Big)。$$

综上，得逆向供应链系统中三个参与成员的利润均衡解

$$(u_m^*,u_{R_1}^*,u_{R_2}^*)=\Big(\frac{\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*}{2\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\pi_m^*}\cdot(\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\pi_m^*)+\pi_m^*,\frac{u_R^*-\pi_2^*}{2u_R^*-\pi_1^*-\pi_2^*}(u_R^*-\pi_1^*-\pi_2^*)+\pi_1^*,\frac{u_R^*-\pi_1^*}{2u_R^*-\pi_1^*-\pi_2^*}(u_R^*-\pi_1^*-\pi_2^*)+\pi_2^*\Big),$$

其中 $u_R^*=\frac{\pi^{**}-\pi_m^*}{2\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\pi_m^*}(\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\pi_m^*)+\pi_1^*+\pi_2^*$。

以上结果不难推广到由多个零售商和一个制造商构成的逆向供应链系统。

定理 2 对于由 $n(n\geqslant 2)$ 个零售商和一个制造商构成的逆向供应链系统，则有：

制造商 R_m 利润的均衡解为

$$u_m^*=\frac{\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\cdots-\pi_n^*}{2\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\cdots-\pi_n^*-\pi_m^*}\cdot(\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\cdots-\pi_n^*-\pi_m^*)+\pi_m^*。$$

零售商 R_i 利润的均衡解为

$$u_{R_i}^*=\frac{\Psi_1^i}{\Psi_1^i+\Psi_2^i}(V_{i-1}-\pi_i^*-\cdots-\pi_n^*)+\pi_i^*,\quad i=1,2,\cdots,n-1;$$

$$u_{R_n}^*=V_{n-1}。$$

其中，

$$V_0=u_R^*=\frac{\pi^{**}-\pi_m^*}{2\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\cdots-\pi_n^*-\pi_m^*}\cdot(\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\cdots-\pi_n^*-\pi_m^*)+\sum_{i=1}^{n}\pi_i^*,$$

为各个零售商获得的利润之和的均衡解。

$$V_i=\frac{\Psi_2^i}{\Psi_1^i+\Psi_2^i}(V_{i-1}-\pi_i^*-\cdots-\pi_n^*)+\pi_{i+1}^*+\cdots+\pi_n^*,i=1,2,\cdots,n-1;$$

$$\Psi_1^i=V_{i-1}-\pi_{i+1}^*-\cdots-\pi_n^*,$$

$$\Psi_2^i=V_{i-1}-\pi_i^*。$$

证明 此时制造商和零售商整体对逆向供应链的利润贡献分别为 $\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\cdots-\pi_n^*$ 和 $\pi^{**}-\pi_m^*$，按双方的贡献来分配因合作增加的总利润，可得双方利润的均衡解

$$(u_m^*,u_R^*)=\Big(\frac{\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\cdots-\pi_n^*}{2\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\cdots-\pi_n^*-\pi_m^*}\cdot(\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\cdots-\pi_n^*-\pi_m^*)+\pi_m^*,\frac{\pi^{**}-\pi_m^*}{2\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\cdots-\pi_n^*-\pi_m^*}\cdot(\pi^{**}-\pi_1^*-\pi_2^*-\cdots-\pi_n^*-\pi_m^*)+\sum_{i=1}^{n}\pi_i^*\Big)。$$

继续应用改进的K-S解法，将零售商整体所获增加的利润在第1个零售商和其余零售商整体之间分配。这时，零售商R_1和其余诸零售商对零售商整体的利润贡献分别为$u_R^*-\pi_2^*-\cdots-\pi_n^*$和$u_R^*-\pi_1^*$，按双方的贡献来分配因合作增加的总利润，可得双方利润的均衡解

$$(u_{R_1}^*,V_1)=\Big(\frac{u_R^*-\pi_2^*-\cdots-\pi_n^*}{2u_R^*-\pi_1^*-\cdots-\pi_n^*}\cdot(u_R^*-\pi_1^*-\pi_2^*-\cdots-\pi_n^*)+\pi_1^*,\ \frac{u_R^*-\pi_1^*}{2u_R^*-\pi_1^*-\cdots-\pi_n^*}(u_R^*-\pi_1^*-\cdots-\pi_n^*)+\pi_2^*+\cdots+\pi_n^*\Big)。$$

记$\Psi_1^1=u_R^*-\pi_2^*-\cdots-\pi_n^*$，$\Psi_2^1=u_R^*-\pi_1^*$，注意到$V_0=u_R^*$，则$i=1$时结论成立。

(1)若$n=2$，则V_1即为$u_{R_2}^*$。定理得证。

(2)若$n=3$，则零售商R_2和零售商R_3对零售商$\{R_2,R_3\}$整体的利润贡献分别为$V_1-\pi_3^*$和$V_1-\pi_2^*$，根据双方的贡献分配合作增加的总利润，可得双方利润的均衡解

$$(u_{R_2}^*,V_2)=\Big(\frac{V_1-\pi_3^*}{2V_1-\pi_2^*-\pi_3^*}(V_1-\pi_2^*-\pi_3^*)+\pi_2^*,\ \frac{V_1-\pi_2^*}{2V_1-\pi_2^*-\pi_3^*}(V_1-\pi_2^*-\pi_3^*)+\pi_3^*\Big),$$

则V_2即为$u_{R_3}^*$。因$\Psi_1^2=V_1-\pi_3^*$，$\Psi_2^2=V_1-\pi_2^*$，故定理得证。

(3)当$n\geqslant 4$时前面已得$u_{R_1}^*$，V_1，即$i=1$时结论成立。假设$i=k(1<k\leqslant n-3)$时结论成立，下证$i=k+1$时结论也成立。

这时零售商R_{i+1}和其余诸零售商$R_{i+2},\cdots,R_n$对零售商$\{R_{i+1},\cdots,R_n\}$整体的利润贡献分别为$V_i-\pi_{i+2}^*-\cdots-\pi_n^*$和$V_i-\pi_{i+1}^*$，由双方的贡献分配因合作而增加的总利润，可得双方利润的均衡解

$$(u_{R_{i+1}}^*,V_{i+1})=\Big(\frac{V_i-\pi_{i+2}^*-\cdots-\pi_n^*}{2V_i-\pi_{i+1}^*-\cdots-\pi_n^*}\cdot(V_i-\pi_{i+1}^*-\cdots-\pi_n^*)+\pi_{i+1}^*,\ \frac{V_i-\pi_{i+1}^*}{2V_i-\pi_{i+1}^*-\cdots-\pi_n^*}(V_i-\pi_{i+1}^*-\cdots-\pi_n^*)+\pi_{i+2}^*+\cdots+\pi_n^*\Big)。$$

因为$\Psi_1^{i+1}=V_i-\pi_{i+2}^*-\cdots-\pi_n^*$，$\Psi_2^{i+1}=V_i-\pi_{i+1}^*$，所以$i=k+1$时结论成立。由数学归纳法知$i=1,2,\cdots,n-2$时结论成立。下面求$u_{R_{n-1}}^*$和$u_{R_n}^*$。

这时零售商R_{n-1}和零售商R_n对零售商$\{R_{n-1},R_n\}$整体的利润贡献分别为$V_{n-2}-\pi_n^*$和$V_{n-2}-\pi_{n-1}^*$，则双方利润的均衡解为

$$(u_{R_{n-1}}^*,V_{n-1})=\Big(\frac{V_{n-2}-\pi_n^*}{2V_{n-2}-\pi_{n-1}^*-\pi_n^*}\cdot(V_{n-2}-\pi_{n-1}^*-\pi_n^*)+\pi_{n-1}^*,\ \frac{V_{n-2}-\pi_{n-1}^*}{2V_{n-2}-\pi_{n-1}^*-\pi_n^*}(V_{n-2}-\pi_{n-1}^*-\pi_n^*)+\pi_n^*\Big)。$$

显然$V_{n-1}=u_{R_n}^*$。因为$\Psi_1^{n-1}=V_{n-2}-\pi_n^*$，$\Psi_2^{n-1}=V_{n-2}-\pi_{n-1}^*$，所以$i=n-1,n$时结论也成立。证毕。

由定理2可见，合作时各参与者的利润都有所增加，参与者对合作联盟的贡献越大，增加的利润也越大，这有利于逆向供应链系统中各参与成员建立长期稳定的合作关系。

4　数值算例

假设$n=2$，$C_m=5$，$C_1=3$，$C_2=2$，$a_1=2$，$a_2=3$，$b_1=3$，$b_2=4$，$P_0=12$，代入相关公式经计算得非合作博弈和合作博弈联合定价时的均衡结果，如表1所示。

表1　非合作博弈与联合定价合作时的均衡结果

	非合作博弈	合作博弈
零售商R_1的利润	$\pi_1^*=3.072$	$u_{R_1}^*=4.827$
零售商R_2的利润	$\pi_2^*=9.654$	$u_{R_2}^*=12.849$
制造商的利润	$\pi_m^*=24.446$	$u_m^*=31.7205$
系统总利润	$\pi^*=37.173$	$\pi^{**}=49.396$
R_1的回收价格	$P_1^*=0.345$	$P_1^{**}=1.667$
R_2的回收价格	$P_2^*=0.804$	$P_2^{**}=2.125$

由表1可以看出，在一个制造商和两个零售商构成的逆向供应链系统中，三方在非合作情况下的利润都低于联合定价时的利润水平，这正是逆向供应链成员达成合作共识的前提。合作后，制造商和两个零售商的利润分别提高了29%，57%和33%，系统总利润提高了32%。而合作时的废旧产品回收价格明显高于非合作时的回收价格，商品的消费者也相应地得到了更多利益。

5　结束语

本文应用博弈理论研究了逆向供应链上制造商和多个零售商的定价策略问题，结果表明：通过成员间的合作不仅增加了系统的总利润，还提高了回收价格。回收价格的提高使各方合作对商品的最终消费者也是有利的。此外，运用改进的K-S解法，讨论了如何分配因合作所增加的利润。依据合作各方

的贡献来分配因合作所增加的利润，必能被合作成员所接受，有利于参与成员建立长期稳定的合作关系。然而，本文只研究了零售商之间没有博弈的情况，零售商之间存在博弈的情形还有待进一步研究。

参考文献：

[1] GU Qiaolun, GAO Tiegang, SHI Lianshuan. Price decision analysis for reverse supply chain based on game theory[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2005, 25(3): 20-25 (in Chinese). [顾巧论，高铁杠，石连栓. 基于博弈论的逆向供应链定价策略分析[J]. 系统工程理论与实践，2005，25(3)：20-25.]

[2] WANG Xiaoli, AN Ning. A model of profit maximization in commodity circulation channel and profit distribution tactics making[J]. Systems Engineering, 2003, 21(6): 32-45 (in Chinese). [王效俐，安 宁. 商品流通渠道利润最大化模型及利润分配策略的确定[J]. 系统工程，2003，21(6)：32-45.]

[3] ZHONG Leigang, LIN Lin, MA Qinhai. Research on profit distributive strategy of manufacturers and retailers in a supply chain[J]. Journal of Systems Engineering, 2005, 20(6): 644-648 (in Chinese). [钟磊钢，林 琳，马钦海. 基于二级供应链的利润分配策略分析[J]. 系统工程学报，2005，20(6)：644-648.]

[4] CHAUHAN S S, PROTH J M. Analysis of a supply chain partnership with revenue sharing[J]. International Journal of Production Economics, 2005, 97(1): 44-51.

[5] CHIANG W K, CHAJED D, HESS J D. Direct marketing, indirect profits: a strategic analysis of dual channel supply-chain design[J]. Management Science, 2003, 49(1): 1-20.

[6] DUMRONGSIRI A, FAN M, JAIN A, et al. A supply chain model with direct and retail channels[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 187(3): 691-718.

[7] MITRA S. Revenue management for remanufactured products [J]. Omega, 2007, 35(5): 553-562.

[8] GU Qiaolun, JI Jianhua, GAO Tiegang, et al. Research on price decision for reverse supply chain based on fixed lowest quantitative demand[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2005, 11(12): 1751-1757 (in Chinese). [顾巧论，季建华，高铁杠，等. 有固定需求底线的逆向供应链定价策略研究[J]. 计算机集成制造系统，2005，11(12)：1751-1757.]

[9] WANG Xiaoping, ZHAO Xiaojun. Research on profit distributive strategy for reverse supply chain based on game theory [J]. Industrial Technology & Economy, 2007, 26(11): 125-127 (in Chinese). [王晓萍，赵晓军. 基于博弈论的逆向供应链合作利润分配研究[J]. 工业技术经济，2007，26(11)：125-127.]

[10] GUO Chunxiang, LIU Zhitao. The collaboration and pricing decision of reverse supply chain under uncertainty[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2009, 39(23): 27-35 (in Chinese). [郭春香，刘志涛. 不确定情况下逆向供应链的协作与定价策略研究[J]. 数学的实践与认识，2009，39(23)：27-35.]

[11] SAVASKAN R C, VAN WASSENHOVE L N. Reverse channel design: the case of competing retailers[J]. Management Science, 2006, 52(1): 1-14.

[12] LI Feng, SUN Hao, DA Qingli. Study on the pricing and coordinating mechanism with incomplete information in remanufacturing reverse supply chain[J]. Chinese Journal of Management Science, 2009, 17(3): 72-80 (in Chinese). [李 枫，孙浩，达庆利. 不完全信息下再制造逆向供应链的定价与协调研究[J]. 中国管理科学，2009，17(3)：72-80.]

[13] LUO Haibo, LI Bangyi, LIU Yuanyuan. To study on price decision and benefit allocation of reverse supply chain based on the game[J]. Value Engineering, 2009, 28(4): 4-7 (in Chinese). [罗海波，李帮义，刘元元. 基于博弈的逆向供应链定价及利益分配研究[J]. 价值工程，2009，28(4)：4-7.]

作者简介：

孙多青(1962－)，男，河北昌黎人，河北科技师范学院数学与系统科学研究所教授，博士后，研究方向：供应链管理、智能控制理论及其应用等，E-mail：sun_duoqing@126.com；

马晓英(1964－)，女，河北昌黎人，副研究馆员，研究方向：供应链管理、情报计量学等。