3.3 Petri网

3.3.1 Petri网的概念

Petri网是对离散并行系统的数学表示。Petri网是20世纪60年代由卡尔·佩特里博士发明的，适合于描述异步的、并发的计算机系统模型。 Petri网既有严格的数学表述方式，也有直观的图形表达方式，既有丰富的系统描述手段和系统行为分析技术，又为计算机科学提供坚实的概念基础。从 1980 召开第一次 Petri 网理论和应用的国际研讨会以来，每年一次的国际研讨会连续不断，Petri 网理论和应用在不断的充实和完善。Petri 网研究的系统模型行为特性包括：状态的可达性,位置的有界性、变迁的活性、初始状态的可逆达、标识之间的可达、变迁之间的坚挺、事件之间的同步距离和公平性等。Petri 网的模型的主要分析方法依赖于：可达树、关联矩阵和状态方程、不变量和分析化简规则。

Petri 网是形式化建模与分析的工具。它特别便于描述系统中各任务事件集的相互关系。Petri 网善于描述离散层次系统，可以科学的描述双跑道飞行区系统结构，其次根据 Petri 网研究的系统模型行为特征，将 Petri 网建模方式引入跑道调度方法中可以很好的表达航空器基本信息、航空器的可达性、航空器在飞行区的具体方位、航空器使用跑道的先后尾随间隔、航空器之间的水平距离和公平调度性等。最后，Petri 网具有科学严谨的分析方式：可达标识图和可达树、关联矩阵和状态方程、不变量和分析化简规则。

与其它的模型相比，Petri 网具有四种特点：

1. Petri 网最本质的特点是资源流动，包含物质资源和信息资源，网络中的资源不会无缘无故的产生，也不会无缘无故的消失，资源是不可重用的，空间资源是不可覆盖的。因此存在着竞争、冲突、死锁等现象，网论正是为解决这些问题而提出并逐步发展起来的。
2. 可确切地表示某些事件集合中的因果关系和独立性，变迁的发生只与其后集的状态有关，与其它的状态无关，互不依赖的事件不能投影到一个事件的时间表上，因而引入了一个不重叠的偏序关系：并发。这种关系是网论中最基本的概念之一。
3. Petri 网有一套严密的理论作为基础，既可以表示系统的组成，还可以对系统的动态特性进行描述。
4. 可以用图形的方式描述系统，使复杂的系统形象化。

3.3.1 Petri网的基本定义

经过三十多年的发展，Petri 网已经发展成为具有严密数学基础和多种抽象层次的通用网论，在自动控制和计算机科学中得到了广泛的应用。

Petri 网能很好的描述动态系统结构行为，并能够对系统的动态性质，如可达性、安全性、活性和死锁等进行分析，在离散事件动态系统中得到了广泛的应用。Petri 网由两类元素组成：表示状态的元素和表示变化的元素，一个简单的有向网可以用一个三元组表示。

定义1：Petri 网用一个三元组表示 PN=(P,T;F),其中 P 是一个有限的库所集合，T 是一个有限的变迁集合，F 是流关系集合，满足以下条件：

1. 库所和变迁是两类不同的元素，即 P∪T＝Ø；
2. 库所和变迁中至少有一个元素，即 P∪T≠Ø；
3. F ⊆( P×T)∩(T×P)，表示PN中的流关系，其中的‘×’表示笛卡儿积；
4. dom（F）∪cod（F）=P∪T，其中，dom（F）={x|∃y：（x,y）∈F}，cod(f)=｛y|∃(x:y,x)∈F｝分别为F的定义域和值域。

库所集合和变迁集合的并集称为 Petri 网的元素集。库所集合和变迁集合是 Petri网的基本成分，流关系F 是由它们构造出来的，所以在F 前面用分号（；）隔开。库所是存放资源的，库所中的托肯表示可用的资源，资源的流动由流关系规定，所以变迁只能与库所有直接的流关系。不参与任何变迁的资源表现为孤立的库所，不引起资源流动的变迁表现为孤立的变迁，条件（4）表明在 Petri 网中不能有孤立的元素存在。

定义2：设 X =P ∪T，x ∈ X是PN 的任一元素，•x=｛y|(y,x)∈F｝称为x的前集或输入集，x•=｛y|(y,z)∈F｝称为x的后集或输出集。

定义3：设 X =P ∪T，

1. 若∀x∈X：有`x∩x′= Ø，则x是单纯网；
2. 若∀x,y∈X：有`x=`y∧x′=y′=>x=y，则x是简单网；
3. 若|X|< ∞,则X是有限网；
4. 若（ X ,F ）为连通图，则 X 为连通网。

3.3.1 时间有色Petri网

时间有色Petri网是一有向图，现在没有一个统一的定义，它表示一个为一八元组形式。TCPN={∑P,T,C,I,O,D,r0},

（1）∑是颜色的有限集合；

（2）P与T为库所与变迁集合，它的定义与基本Petri网相同；

（3）C是与库所和变迁关联的色彩集合：

库所Pi的颜色集合：

C(pi)={ai,1,…,ai,ui},ui=|C(p1)|,i=1,…,n(1)；

变迁Tj的颜色集合：

C(Tj)={bi,1,…,bi,vi},vj=|C(tj)|,j=1,…,n(2)；

（4）I(p,t)是从库所p到变迁t的输入映射：C（p）\*C（t）→N，对应着从p到t的有色有向弧，这里I(p,t)为矩阵；

（5）O(p,t)是从变迁t到库所p的输出映射：C（t）\*C（p）→N, 对应着从t到p的有色有向弧，这里O(p,t)为矩阵；

(6)D为库所或变迁的时延函数。对于库所的时延函数，有D：C（P）→R+；对于变迁的时延函数有D：C（T）→R+；库所pi时延函数表示为D（pi）={di,1,…di,ui},ui=|D(pi)|=|C(pi)|,i=1,…，n，这里di,h为库所pi的第h个颜色ai,h所对应的时延，记为di,h=D(ai,h),h=1,…，ui；变迁tj时延函数为：D（tj）={dj,i,…，dj,vj},vj=|D(tj)|= |C(Tj)|,j=1,…，m, 这里dj,k为库所tj的第k个颜色bj,k所对应的时延，记为dj,k=D(bj,k),k=1,…，vj；

（7）r0是开始模拟时间。时间与库所关联的TCPN与时间与变迁关联的TCPN激发规则在变迁激发时间的处理方法上完全不同。

## 3.3.1.2 时间与库所关联的TCPN的激发规则

和有色Petri网一样，变迁在时刻r激发，立刻从其输入库所移走一定数量的一定颜色的托肯，同时在输出库所中放置一定数量的一定颜色的托肯。这一规则与有色Petri网完全相同。但是，加入输出库所的托肯，必须延迟一段时间后才能用于激发其他变迁。输出库所的某一颜色的延迟时间为该库所的这一颜色的时延。若通过变迁tj是时刻r的激发，在库所pi中防止nik个颜色为aij的托肯，则这些托肯只有在延迟D（aih）后才可用于激发其他变迁。

## 3.3.1.2 时间与变迁关联的TCPN的激发规则

对于时间和变迁关联的时间有色Petri网，变迁使能的条件有色Petri网完全相同，并不考虑托肯的可利用时刻。变迁的激发分两步进行:

1. 变迁tj一开始激发，立即执行：∀pi∈•tj：M′(aih)= M(aih)-I（aih,bjk）
2. 变迁tj一开始激发后延迟D（aih）执行：∀pi∈tj•:M″(aih)= M′(aih)+O（aih,bjk）

变迁激发的两个阶段直接的时间内，从输入库所已移去了相应数量的托肯，而在输出库所中并未增加托肯，存在着一个断层。这是时间与变迁关联的时间有色Petri网的弱点，但它的使能条件及激发规则要简单得多。尽量时间与库所关联的时间有色Petri网激发条件与激发规则要复制得多，但它可以清晰地跟踪系统标识的变化。