

Corso di Metodi e Modelli per l'Ottimizzazione Combinatoria - Relazione progetto

Università degli studi di Padova

Anno Accademico 2015/2016

Studente: Giacomo Quadrio

Matricola: 1061566

Sommario

Il progetto del corso di Metodi e Modelli per l'Ottimizzazione Combinatoria consiste nel risolvere un problema che vede coinvolta un'azienda metalmeccanica che produce pannelli forati per la costruzione di quadri elettrici. La foratura di questi è eseguita attraverso un macchinario a controllo numerico dotato di una punta diamantata che, muovendosi sul pannello secondo una sequenza programmata, produce i fori nelle posizioni desiderate. L'obiettivo è quindi quello di individuare la sequenza di foratura ottimale che minimizzi i tempi di produzione, tenendo conto che il tempo necessario per la foratura è lo stesso e costante per tutti i punti.

1. Modello del problema

Il problema oggetto del progetto può essere formulato come un problema di ottimizzazione su reti di flusso partendo quindi da un grafo $G = (N, A)$. Scegliendo arbitrariamente un nodo di partenza $0 \in N$ impostiamo ad $|N|$ il flusso uscente da esso in modo tale che venga spinto verso altri nodi. Tale operazione ha però dei vincoli ovvero ciascun nodo, eccetto l'origine, riceverà una e una sola unità di flusso, ogni nodo sia visitato una e una sola volta e che il costo del cammino, in termini di pesi c_{ij} , sia minimo.

1.1. Il modello nella Programmazione Lineare Intera

Il problema può essere formalizzato con il seguente modello di programmazione lineare intera. Avremo quindi:

Insiemi

- **N**: nodi del grafo, rappresentano le posizioni dei fori da realizzare
- **A**: insieme degli archi (i,j) con i e $j \in N$. Essi rappresentano il tragitto per spostarsi dal nodo i al nodo j

Parametri

- c_{ij} : tempo impiegato per spostarsi dal nodo i al nodo j con i e $j \in N$ e l'arco $(i,j) \in A$.
- **0**: nodo di partenza del cammino $\in N$.

Variabili decisionali

- x_{ij} : unità di flusso trasportate da i a j con i e $j \in N$ e l'arco $(i,j) \in A$.
- y_{ij} : indica l'utilizzo dell'arco (i,j) , 1 se viene utilizzato, 0 altrimenti. Avremo che i e $j \in N$ e l'arco $(i,j) \in A$.

Vincoli

Il modello, a questo punto, prevede un totale di cinque vincoli differenti che possono essere indicati come segue:

1. Il flusso uscente da x_{0j} deve essere massimo, cioè $|N|$
2. Ogni nodo utilizza al massimo una unità di flusso, tranne il nodo di partenza
3. Ogni nodo ha un solo arco in entrata
4. Ogni nodo ha un solo arco in uscita
5. Se vi è un'unità di flusso trasportata da i a j deve di conseguenza esserci un arco che va da i a j

Modello

****Inserire formule varie****

1.2. Metaeuristica scelta per il modello

Il progetto da svolgere richiesto dal corso di Metodi e Modelli per l'Ottimizzazione Combinatoria prevede l'implementazione del modello di programmazione lineare intera tramite due tecniche ovvero CPLEX ed una o più metaeuristiche a nostra scelta. Una volta fatto ciò si procederà testando i metodi con delle istanze di prova ed i risultati e statistiche confrontati tra di loro per valutarne le prestazioni.

Le metaeuristiche sono metodologie generali di schemi algoritmici concepiti indipendentemente dal problema specifico. Tali metodi definiscono delle componenti e le loro iterazioni al fine di raggiungere una buona soluzione. Il problema in esame è un problema di ricerca di vicinato e consiste nel definire una soluzione iniziale e cercare di migliorarla esplorando un intorno di questa soluzione. Se l'ottimizzazione sull'intorno della soluzione corrente produce una soluzione migliorante il procedimento viene ripetuto partendo, come soluzione corrente, dalla soluzione appena determinata. Nello specifico, i metodi utilizzati all'interno del progetto sono due, la Local Search ed il Simulated Annealing, che consistono in quanto segue:

- **Local Search:** questo algoritmo termina quando non è più possibile trovare delle soluzioni miglioranti nell'intorno della soluzione corrente, oppure quando è stata determinata una soluzione con valore della funzione obiettivo uguale a qualche bound. In alternativa si può far terminare l'algoritmo dopo un prefissato tempo di calcolo o numero di iterazioni e restituire la migliore soluzione trovata fino a quel momento.
- **Simulated Annealing:** l'idea di base di questi algoritmi è di simulare il comportamento di un processo termodinamico di ricottura di materiali solidi. Essi utilizzano tecniche di ricerca locale per definire ed esplorare l'intorno di una soluzione corrente: se l'intorno contiene una soluzione migliorante allora questa diviene la nuova soluzione corrente ed il procedimento viene iterato, altrimenti si valuta il peggioramento del valore della soluzione che si avrebbe spostandosi dalla soluzione corrente verso la miglior soluzione dell'intorno e si effettua questo spostamento in base ad una probabilità. L'algoritmo infine termina quando viene raggiunto un numero prefissato di iterazioni, quando si raggiunge un prefissato tempo di calcolo, se viene dimostrata l'ottimalità della soluzione o se si eseguono un certo numero di iterazioni senza miglioramento della soluzione.

Analizzando più nello specifico il Simulated Annealing, abbiamo che esso accetterà di effettuare lo spostamento in base ad una probabilità calcolata come segue:

$$p = \exp(-\delta/t)$$

dove δ è l'entità del peggioramento, ovvero la differenza tra il valore della nuova soluzione e il valore della soluzione corrente, e t è la temperatura di processo. Come accennato precedentemente, se la mossa viene accettata allora l'algoritmo continua partendo dalla nuova soluzione corrente, altrimenti viene considerata la probabilità di accettare la seconda miglior soluzione dell'intorno. Si procederà quindi in questo modo fino a che non viene trovata una qualche soluzione che viene accettata. Se non ci sono soluzioni vicine migliori e nessuna soluzione peggiorante viene accettata, il metodo si ferma e restituisce la miglior soluzione esplorata.

Come si modifica però la probabilità p ? Essa diminuisce al crescere del peggioramento indotto dalla mossa stessa e cresce al crescere della temperatura t di processo. In principio t viene inizializzato ad un valore $t_0 > 0$ relativamente elevato e aggiornato, con una certa frequenza, secondo una predeterminata funzione di riduzione; in alternativa può essere anche aggiornato in modo dinamico quando il numero di mosse accettate è stato superiore a una certa soglia per un certo numero di iterazioni.

Treatments	Response 1	Response 2
Treatment 1	0.0003262	0.562
Treatment 2	0.0015681	0.910
Treatment 3	0.0009271	0.296

Tabella 1: Table caption

1.3. Subsection Two

Donec eget ligula venenatis est posuere eleifend in sit amet diam. Vestibulum sollicitudin mauris ac augue blandit ultricies. Nulla facilisi. Etiam ut turpis nunc. Praesent leo orci, tincidunt vitae feugiat eu, feugiat a massa. Duis mauris ipsum, tempor vel condimentum nec, suscipit non mi. Fusce quis urna dictum felis posuere sagittis ac sit amet erat. In in ultrices lectus. Nulla vitae ipsum lectus, a gravida erat. Etiam quam nisl, blandit ut porta in, accumsan a nibh. Phasellus sodales euismod dolor sit amet elementum.

Phasellus varius placerat erat, nec gravida libero pellentesque id. Fusce nisi ante, euismod nec cursus at, suscipit a enim. Nulla facilisi.



Figura 1: Figure caption

Integer risus dui, condimentum et gravida vitae, adipiscing et enim. Aliquam erat volutpat. Pellentesque diam sapien, egestas eget gravida ut, tempor eu nulla. Vestibulum mollis pretium lacus eget venenatis. Fusce gravida nisl quis est molestie eu luctus ipsum pretium. Maecenas non eros lorem, vel adipiscing odio. Etiam dolor risus, mattis in pellentesque id, pellentesque eu nibh. Mauris nec ante at orci ultricies placerat ac non massa. Aenean imperdiet, ante eu sollicitudin vestibulum, dolor felis dapibus arcu, sit amet fermentum urna nibh sit amet mauris. Suspendisse adipiscing mollis dolor quis lobortis.

$$e = mc^2 \tag{1}$$

2. The Second Section

Reference to Section 1. Etiam congue sollicitudin diam non porttitor. Etiam turpis nulla, auctor a pretium non, luctus quis ipsum. Fusce pretium gravida libero non accumsan. Donec eget augue ut nulla placerat hendrerit ac ut mi. Phasellus euismod ornare mollis. Proin tempus fringilla ultricies. Donec pretium feugiat libero quis convallis. Nam interdum ante sed magna congue eu semper tellus sagittis. Curabitur eu augue elit.

Aenean eleifend purus et massa consequat facilisis. Etiam volutpat placerat dignissim. Ut nec nibh nulla. Aliquam erat volutpat. Nam at massa velit, eu malesuada augue. Maecenas sit amet nunc mauris. Maecenas eu ligula quis turpis molestie elementum nec at est. Sed adipiscing neque ac sapien viverra sit amet vestibulum arcu rhoncus.

Vivamus pharetra nibh in orci euismod congue. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Quisque lacus diam, congue vel laoreet id, iaculis eu sapien. In id risus ac leo pellentesque pellentesque et in dui. Etiam tincidunt quam ut ante vestibulum ultricies. Nam at rutrum lectus. Aenean non justo tortor, nec mattis justo. Aliquam erat volutpat. Nullam ac viverra augue. In tempus venenatis nibh quis semper. Maecenas ac nisl eu ligula dictum lobortis. Sed lacus ante, tempor eu dictum eu, accumsan in velit. Integer accumsan convallis porttitor. Maecenas pretium tincidunt metus sit amet gravida. Maecenas pretium blandit felis, ac interdum ante semper sed.

In auctor ultrices elit, vel feugiat ligula aliquam sed. Curabitur aliquam elit sed dui rhoncus consectetur. Cras elit ipsum, lobortis a tempor at, viverra vitae mi. Cras sed urna sed eros bibendum faucibus. Morbi vel leo orci, vel faucibus orci. Vivamus urna nisl, sodales vitae posuere in, tempus vel tellus. Donec magna est, luctus non commodo sit amet, placerat et enim.