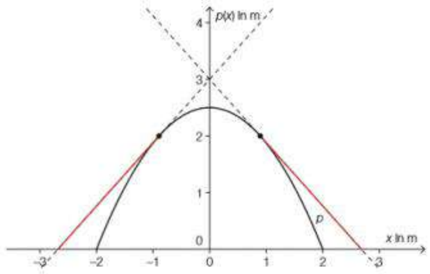
d)



Es wurde die Kettenregel angewendet („äußere Ableitung × innere Ableitung“).
Der Faktor (–1) ist die Ableitung der inneren Funktion: $(-x)' = -1$

Klassifikation

☒ Teil A ☐ Teil B

Wesentlicher Bereich der Inhaltsdimension:

a) 3 Funktionale Zusammenhänge
b) 3 Funktionale Zusammenhänge
c) 2 Algebra und Geometrie
d) 4 Analysis

Nebeninhaltsdimension:

a) 2 Algebra und Geometrie
b) 2 Algebra und Geometrie
c) 3 Funktionale Zusammenhänge
d) —

Wesentlicher Bereich der Handlungsdimension:

a) C Interpretieren und Dokumentieren
b) A Modellieren und Transferieren
c) B Operieren und Technologieeinsatz
d) B Operieren und Technologieeinsatz

Nebenhandlungsdimension:

a) —
b) B Operieren und Technologieeinsatz
c) —
d) D Argumentieren und Kommunizieren

Schwierigkeitsgrad:	Punkteanzahl:
a) leicht	a) 1
b) mittel	b) 2
c) mittel	c) 1
d) schwer	d) 2

Thema: Sonstiges

Quellen: —

Juni

Samstag, 1. Januar 2022 19:56

2. Woche

Samstag, 1. Januar 2022 19:56

Hü, am 07.06.2022

6.87a)

6.94c)

6.97a)

6.87) a) $\int_1^2 (2x+1)^3 \cdot dx =$

$$u = 2x+1$$

$$\frac{du}{dx} = 2$$

$$dx = \frac{du}{2}$$

$$= \int u^3 \cdot \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{u^4}{4} = \frac{u^4}{8}$$

Grenzen einsetzen:

$$\frac{(2x-1)^4}{8} \Big|_1^2 = \frac{5^4}{8} - \frac{3^4}{8} = \underline{\underline{68\ FE}}$$

6.94) c) $\int x^2 \cdot (4x^3+5)^4 \cdot dx =$

$$u = 4x^3 + 5$$

$$\frac{du}{dx} = 12x^2$$

$$dx = \frac{du}{12x^2}$$

$$= \int \cancel{x^2} \cdot u^4 \cdot \frac{du}{12\cancel{x^2}}$$

$$= \int u^4 \cdot \frac{du}{12} = \frac{u^5}{5 \cdot 12} = \frac{(4x^3+5)^5}{60} + C$$

6.97) a)

$$\int \frac{\ln(x)}{x} \cdot dx =$$

$$u = \ln(x)$$

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{x}$$

$$dx = x \cdot du$$

$$= \int \frac{u}{\cancel{x}} \cdot \cancel{x} \cdot du = \int u \cdot du =$$

$$= \frac{u^2}{2} + C = \frac{\ln(x)^2}{2} + C \checkmark$$

3. Woche

Samstag, 1. Januar 2022 19:56

4. Woche

Samstag, 1. Januar 2022 19:56

5. Woche

Samstag, 1. Januar 2022 19:56

Leistungsfeststellung und -beurteilung-AM

Freitag, 10. September 2021 08:48

	Leistungsfeststellung und -beurteilung im Fach Angewandte Mathematik (AM) SJ 21/22 Mag. Karin Grath
schriftlich	Schularbeiten 1. SA: 23.11.2021; 2. SA 22.2.22; 3. SA: 11.05.2022
	Schriftliche Wiederholungen
Mitarbeit	• Pflichthausübung (Vollständigkeit, Pünktlichkeit, eigenständige Interpretationen, Verbesserungen etc.) die Richtigkeit der Hausübung wird nicht bewertet o Hausübungen müssen unmittelbar nach der Korrektur / Besprechung verbessert werden • Mitarbeit (im Unterricht) • ordentliche Aufzeichnungen (Schulübungen, Hausübungen, Arbeitsblätter, ...) • Leistungen im Zusammenhang mit dem Erfassen und Verstehen von unterrichtlichen Sachverhalten • Leistungen im Zusammenhang mit der Fähigkeit, Erarbeitetes richtig einzuordnen und anzuwenden • Gruppen-, Partner- und Einzelarbeiten • Leistungen bei der Erarbeitung neuer Lehrstoffe • in die Unterrichtsarbeit eingebundene mündliche, schriftliche, praktische und graphische Leistungen • Leistungen im Zusammenhang mit der Sicherung des Unterrichtsertrages • Mitbringen benötigter Unterrichtsmittel (Buch, Hefte, Dreieck, Taschenrechner, Zirkel, ...)
Mündl.	• Mündliche Wiederholungen/Übungen (zum Beispiel an der Tafel) • Mündliche Prüfung o auf Wunsch des Lehrers (z.B. im Falle einer versäumten Schularbeit) o einmal pro Semester auf Wunsch des Schülers / der Schülerin – Die Anmeldung zur Prüfung hat so zeitgerecht zu erfolgen, dass die Durchführung der Prüfung möglich ist. o haben keinen Entscheidungscharakter

Noten (Beurteilungsstufen):

Sehr gut (1): Anforderungen werden weit über das Wesentliche hinaus erfüllt. Deutliche Ansätze zur Eigenständigkeit sind vorhanden. Selbstständige Anwendung des Wissens und Könnens auf neuartige Aufgaben.

Gut (2): Anforderungen werden über das Wesentliche hinaus erfüllt. Merkliche Ansätze zur Eigenständigkeit sind vorhanden.

Befriedigend (3): Anforderungen werden in den wesentlichen Bereichen zur Gänze erfüllt. Mängel in der Durchführung werden durch merkliche Ansätze zur Eigenständigkeit ausgeglichen.

Genügend (4): Anforderungen werden in den wesentlichen Bereichen überwiegend erfüllt.

Nicht genügend (5): nicht einmal alle Erfordernisse für die Beurteilung mit „Genügend" sind erfüllt.

Ich habe die Leistungsbeurteilungskriterien im Fach Angewandte Mathematik zur Kenntnis genommen.

Name des Schülers: Felix Schneider

Unterschrift des Erziehungsberechtigten: Schneider C.

SMÜ, am 24.09.21

Dienstag, 28. September 2021 10:37

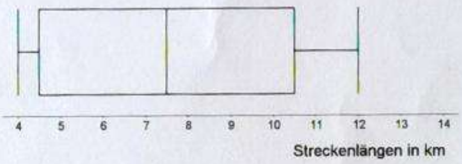
Name: Felix Schneider 5 / 5 Punkte 3AHIT

1) Ein Taxifahrer schreibt die Streckenlängen der Fahrten eines Abends in einer Liste auf:

5,8km	1,3km	3,4km	0,8km
3,4km	3,5km	7,1km	2,9km

Berechnen Sie das arithmetische Mittel, die Standardabweichung und den Median dieser Streckenlängen.

2) Die Streckenlängen von 24 Fahrten eines anderen Taxifahrers sind im nachfolgenden Boxplot grafisch dargestellt.
Interpretieren Sie die Werte des oberen Quartils q_3 und die Spannweite im gegebenen Sachzusammenhang.



1) ~~0,8km 1,3km~~ TI:

$\bar{x} = 3,525 km$ $\tilde{x} = 3,4 km$ $s = 1,960... km$

2) q_3 ... 75% der Werte der Liste (Fahrten) sind kürzer bzw. gleich als/wie 10,5km.

18

Spannweite ... Alle Werte der Liste (Fahrten) liegen zwischen 4km und 12km.

SA, am 23.11.2021

Freitag, 26. November 2021 09:07

Angewandte Mathematik 23.11.2021 3AHIT

1. Schularbeit

Name: Felix Schneider

Anzahl der abgegebenen Blätter (ohne Angabe): 4

Jede Berechnung ist mit einem nachvollziehbaren Rechenansatz und einer nachvollziehbaren Dokumentation des Technologieeinsatzes (die verwendeten Ausgangsparameter und die Technologiefunktion müssen angegeben werden – ausdrucken!) durchzuführen!

Selbst gewählte Variablen sind zu erklären und gegebenenfalls mit Einheiten zu benennen.

Werden Diagramme oder Skizzen als Lösungen erstellt, so sind die Achsen zu skalieren und zu beschriften!

Wird eine Aufgabe mehrfach gerechnet, so sind alle Lösungswege bis auf einen zu streichen!

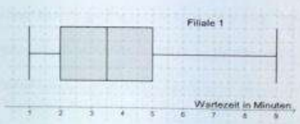
1.

a) Die Anzahl der Autounfälle in einer Stadt wurden monatlich erhoben. Für das erste Halbjahr 2019 sind folgende Daten bekannt:

Monat	Jan.	Feb.	März	April	Mai	Juni
Anzahl der Unfälle	13	18	22	4	18	16

1) Stellen Sie die Daten aus obiger Tabelle grafisch mit Hilfe eines Balken- oder Säulendiagramms dar.
2) Berechnen Sie das arithmetische Mittel und den Median der Datenreihe.
3) Erklären Sie, warum das arithmetische Mittel kein sinnvolles Zentralmaß für **diese** Datenreihe ist.

b) Zur Qualitätskontrolle misst eine Supermarktkette in unterschiedlichen Filialen jeweils 20-mal die Wartezeit an der Kassa. (Daten sind auf Minuten gerundet).
Die aufgetretenen Wartezeiten in der ersten Filiale sind im Boxplot dargestellt:



In der zweiten Filiale sind folgende Werte gemessen worden:
4, 6, 8, 8, 2, 8, 4, 6, 2, 3, 1, 3, 2, 4, 3, 1, 4, 1, 2, 2

1) Interpretieren Sie den Wert der Spannweite der 1. Filiale im Sachzusammenhang.
2) Vergleichen Sie den Wert des Medians von beiden Filialen ~~an~~ und erklären Sie die Bedeutung der unterschiedlichen Werte im Sachzusammenhang.

2.

a) Von einer geometrischen Zahlenfolge kennt man das dritte Glied $a_3=99$ und das fünfte Glied $a_5=11$.

1) Ermitteln Sie das Bildungsgesetz rekursiv und explizit.

b) Ein Spielzeugturm besteht aus Würfeln, die übereinandergestapelt werden. Der erste Würfel hat eine Kantenlänge von 12 cm. Jeder weitere Würfel hat eine Kantenlänge, die um 1/3 kleiner ist als die vorige.

1) Berechnen Sie die Summe der Volumina der ersten 6 Würfel.
2) Berechnen Sie, wie hoch der Turm wäre, wenn er aus unendlich vielen Würfeln bestehen würde.

3.

a) Ein Kapital von 500€ verdoppelte sich innerhalb von 12 Jahren.
   1) Berechnen Sie die Höhe des Zinssatzes ohne spezielle Befehle am TI. (KeSt berücksichtigen, Zinseszinsformel verwenden)

b) Jemand legte am 17. April 2013 den Betrag von 12 000 € auf ein mit 2,5% verzinstes Sparbuch.
   1) Berechnen Sie, welcher Betrag am 5. Mai 2022 behoben werden könnte, wenn während des Verzinsungszeitraums weder Einzahlungen noch Behebungen getätigt worden sind? (ohne KeSt, gemischte Verzinsung)

4.

a) Berechnen Sie von der Funktion $f(x) = \frac{x^2-7x+6}{x^2-4x+3}$ die Gleichung der Asymptoten.

b) Geben Sie eine Funktionsgleichung an, deren Asymptote die x – Achse ist.

c) Herr Jemand möchte einen Fallschirmsprung wagen. Vor dem Sprung möchte er wissen, welche maximale Geschwindigkeit er bis zum Öffnen des Fallschirms erreicht.

   Für die Fallgeschwindigkeit $v(t)$ in $\frac{m}{s}$ gilt:

   $v(t) = 57{,}7 \cdot \left(1 - \frac{2}{e^{0{,}34 \cdot t} + 1}\right)$ t: Fallzeit in s

   1) Argumentieren Sie mathematisch, welche maximale Fallgeschwindigkeit mit wachsender Zeit erreicht wird.
   2) Zeichnen Sie die Funktion in einem geeigneten Koordinatensystem und zeichnen Sie die Asymptote ein.

Beispiel	Mögliche Punkte	Erreichte Punkte
1.	8	7
2.	10	10
3.	6	5
4.	8	7
Gesamt	32	29

Note: Gut

Notenschlüssel:

Sehr gut: 32 – 30   Gut: 29 – 26   Befriedigend: 25 – 21   Genügend: 20 – 16   Nicht genügend: 15 – 0

3AHIT   23.11.21

①

Felix Schneider

1) a) 2) $\bar{x} = \frac{13+18+22+4+18+16}{6}$

$\bar{x} = 15{,}1\dot{6}$ Unfälle

$\tilde{x} = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} = \frac{16+18}{2} = 17$ Unfälle

3) weil es einen Ausreißer: 4 gibt.

b) 1) Die Kunden warten bei der Kassa zwischen 1 und 9 Minuten. (\# Wert Spannweite nennen)

2) $\tilde{x}_1 = 3{,}5$ min $\tilde{x}_2 = 3{,}1$ min TI S.③

Bei Filiale 2 ist der mittlere Wert etwas höher, das bedeutet, dass bei Filiale 2 mehrere Wartezeiten höher sind, also dass mehrere Leute länger warten müssen.

2) a) $a_3 = 99$

$a_5 = 11$ weil $5-3=2$

$\frac{99}{11} = 9$ $\sqrt[2]{9} = 3 \rightarrow q = \frac{1}{3}$

explizit: $a_n = 891 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

rekursiv: $a_{n+1} = a_n \cdot \frac{1}{3}$; $a_1 = 891$

b) 1) Die Spannweite der Wartezeiten ist 8 min. Die Kunden warten also zwischen 1 und 9 Minuten.

2) $\tilde{x}_1 = 3{,}5$ min

$\tilde{x}_2 = 3$ min

Bei Filiale 1 ist der mittlere Wert höher, das bedeutet, dass bei Filiale 1 mehrere Wartezeiken höher sind, also dass mehrere Leute länper warken.

b) $b_1 = 12\,cm$

$q = \frac{2}{3}$

$b_n = 12 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ … für Kantenlänge

$b_n = 1728 \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{n-1}$ … für Volumen, weil kubik

1) $s_6 = 1728 \cdot \frac{\left(\frac{8}{27}\right)^6 - 1}{\frac{8}{27} - 1} = 2453{,}917\ldots\ cm^3$

A: Die ersten 6 W. haben ein Volumen von 2453,917 cm³.

2) $s_\infty = 12 \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 36\,cm$

A: Unendlich viele Würfel auf dem Turm ergeben einen 36 cm hohen Turm.

3) a) $1000 = 500 \cdot (1 + i_{0,75})^{12}$ $\leftarrow K_E = K_0 \cdot (1+i)^n$

$2 = (1 + i_{0,75})^{12}$

$\sqrt[12]{2} = 1 + i \cdot 0{,}75$

$0{,}75 i = \sqrt[12]{2} - 1 = 0{,}059\ldots \approx 6\,\%$ ohne KeSt

$i = 0{,}0792\ldots \approx 8\,\%$ mit KeSt

b) 12.4.2013 — Anfang 2014 — Ende 2021 — 5.4.2022 $p = 2{,}5\,\%$

$K_E = 12000 \cdot (1 + 0{,}025)^{\frac{253}{360}} \cdot 1{,}025^8 \cdot (1 + 0{,}025)^{\frac{104}{360}} =$

$= 15034{,}746\ldots$ €

Nach ca. 9 Jahren kommen 15 034,75 € heraus.

Felix Schneider

4. a) $f(x) = \frac{x^3 - 7x + 6}{x^2 - 4x + 3}$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{1 - \frac{7}{x^2} + \frac{6}{x^3}}{\frac{1}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{3}{x^3}} = \frac{1}{0} = \nexists$ GW, weil höchste Potenz im Zähler

b) $f(x) = \frac{1}{x}$

c) 1) Wenn t gegen Unendlich geht, geht e^t auch ins Unendliche, weshalb $\frac{2}{e^t}$ gegen 0 geht, $1 - \frac{2}{e^t}$ gegen 1 geht und $57{,}7 \cdot \left(1 - \frac{2}{e^t}\right)$ gegen 57,7 konvergiert.

Die max. Fallgeschw. geht gegen $57{,}7\ \frac{m}{s}$.

2) → Word $D = \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$

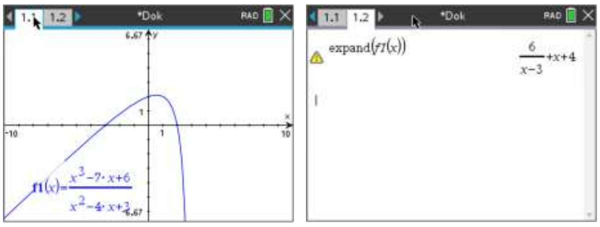
TTS 4

3)b) $K_E = 12000 \cdot (1 + 0{,}025)^{\frac{253}{360}} \cdot 1{,}025^8 \cdot (1 + 0{,}025)^{\frac{124}{360}} =$

$= 15005{,}828\ldots$ €

A: Nach ca. 9 Jahren kommen 15005,828 € heraus.

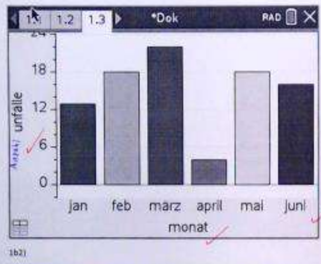
4)a) expand(f(x)) → TI



Asymptote: $f(x) = x + 4$

Felix Schneider M-SA 23.11.2021

1a1)



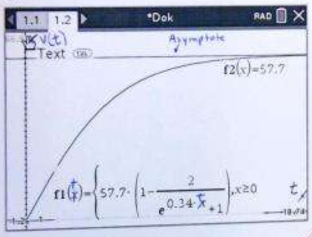
1b2)

	A	B	C	D
=			=OneVar(	
1		4 Titel	Statistik ...	
2		6 $\bar{x}$	$\boxed{3.7}$	f
3		8 Σx	74.	
4		8 Σx²	378.	
5		2 sx := sn-...	2.34184	

C2 =3.7

Felix Schneider M-SA 23.11.2021

4c2)



(t statt x)

SA-Stoff

Dienstag, 16. November 2021 10:37

- Beschreibende Statistik
  - Daten statistisch aufarbeiten, Häufigkeitsverteilungen (absolute und relative Häufigkeit) bestimmen und interpretiert, Diagramme,
  - Lage- und Streuungsmaße berechnen und interpretieren
  - Boxplot erstellen und interpretieren

- Folgen und Reihen
  - Grundbegriffe, arithmetische und geometrische Folgen und Reihen
  - unendliche Folgen: Begriffe (Monotonie, Schranken, Konvergenz)
  - unendliche Reihen
  - Anwendung bei Zins- und Zinseszinsrechnung: einfache Zinsen, gemischte Verzinsung, theoretische Verzinsung (mit/ohne KESt)

- Grenzwert & Stetigkeit v. Funktionen

- Grenzwert & Stetigkeit v. Funktionen
  - Asymptoten und Grenzwert im Unendlichen bei Exponentialfunktionen und rationale Funktionen

M-Probe-SA.docx

Samstag, 20. November 2021 13:13

Mathe Probe-SA   Felix Schneider   20.11.2021

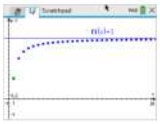
1. Ein kleiner Buchladen verkauft verschiedene Bücher. Jedes Buch hat eine bestimmte Anzahl an Seiten. Einige Seitenanzahlen der Bücher aus diesem Laden sind in der folgenden Urliste aufgeschrieben (8P):

   157, 194, 398, 152, 71, 582, 152, 372, 637, 148, 157, 284, 1034, 472, 101, 157, 315, 96

   a. Berechnen Sie das arithmetische Mittel, den Median, die relative Häufigkeit, den Modus und die Standardabweichung ohne speziellen TI-Einsatz von den Seitenanzahlen der Bücher und interpretieren Sie diese Daten!
   b. Zeichnen Sie einen Boxplot und interpretieren Sie den Wert q_3! Was sagt dieser aus?

2. Gegeben ist die arithmetische Folge $(a_n) = \langle 9, 11, 13, \ldots \rangle$. Für welches n der zugehörigen arithmetischen Reihe erhält man die Summe $s_n = 27873$ (1P)?

3. Gegeben ist folgende unendliche Folge (8P):



   a. Bestimmen Sie die Monotonie der Folge und beweise diese mathematisch!
   b. Bestimmen Sie Supremum und Infimum! Lies gegebenfalls die Werte von der Grafik ab.
   c. Geben Sie das explizite Bildungsgesetz an und begründen Sie warum $\lim_{n\to\infty} a_n$ sich dem Wert 3 annähert!

4. Ab welchem Folgeglied liegt man innerhalb der $\varepsilon - Umgebung$ (1P)?

   $a_n = 5 - \frac{1}{2n}$; $\varepsilon = \frac{1}{50}$; $a = 5$

5. Berechnen Sie den Grenzwert der rationalen Folgen (4P)!

   a. $d_n = \frac{2n^3-7}{6n^3+8n}$
   b. $r_n = \frac{8n^5-4n^4+3n}{4n^5+7n^3}$

6. Berechnen Sie s_{88} und s_∞ von der geometrischen Folge $b_n = \langle \frac{2}{4}; \frac{2}{8}; \frac{2}{16}; \ldots \rangle$ (2P)!

Mathe Probe-SA   Felix Schneider   20.11.2021

7. Berechnen Sie jeweils den fehlenden Wert mit und ohne KESt (6P)!

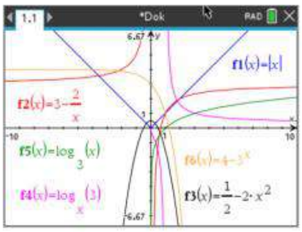
   a. Welchen Betrag muss man auf ein Sparbuch mit 0.5% Verzinsung einzahlen, wenn man in 3 Monaten 600€ abheben will?
   b. Wie lange dauert es, bis ein Kapital von 1700€ bei einer Verzinsung von 2% auf 2000€ anwächst?
   c. Wie hoch ist das Endkapital, wenn man am 13. Februar 2021 ein Sparbuch mit 1% Zinsen p.s. anlegt und 12.000€ einzahlt und das Geld am 21. Juni 2054 abhebt?

8. Begründen Sie, warum $A(t)$ bzw. warum $A(t)$ nicht jeweils gegen den bestimmten Grenzwert geht (3P)!

   a. $A(t) = 500\,000 \cdot e^{\frac{-\ln(2)}{5568}t}$; $GW: 0$
   b. $A(t) = 12 \cdot (1 - e^{-t})$; $GW: 0$
   c. $A(t) = \frac{20}{1+19 e^{-0.28t}}$; $GW: 20$

9. Was ist ein uneigentlicher Grenzwert (1P)?

10. Welche Funktionen sind stetig und welche Funktionen sind nicht stetig? Beweisen Sie (3P)!



1.a. geordnete Liste:

$71, 96, 101, 148, 152, 152, 157, 157, 157, 194, 284, 315, 372, 398, 472, 582, 637, 1034$

q_1 q_2 q_3

$n = 18$

$$\bar{x} = \frac{71+96+101+148+2\cdot 152+3\cdot 157+194+284+315+372+398+472+582+637+1034}{18}$$

$\bar{x} = 304{,}3\dot{8}$ Seiten

A: Durchschnittlich gesehen hat jedes Buch ca. 304 Seiten.

$$\tilde{x} = \frac{157+194}{2} = 175{,}5$$

A: Der mittlere Wert der Seitenanzahlen liegt bei 175,5.

Interpretation: Wenn der Median niedrig ist als das arithmetische Mittel, kann man sagen, dass in der oberen Hälfte der geordneten Liste mehr bzw. stärkere Außreißer liegen als in der unteren Hälfte.

Beweis: siehe unten

relative Häufigkeit

71	96	101	148	152	157	194	284	315	372	398	472	582	637	1034
$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{2}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$

I: Nur 152 und 157 kommen öfter als 1-mal in der Liste vor. Daraus lässt sich schließen, das die Merkmale eher verstreut sind.

Modus: 157

$$s = \sqrt{\frac{(71-304{,}3\dot{8})^2 + (96-304{,}3\dot{8})^2 + \ldots (1034-304{,}3\dot{8})^2}{18-1}}$$

−1, weil in der Liste nur Stichproben von allen Büchern des Ladens gegeben sind, nicht alle Seitenanzahlen...

$s = 248{,}466\ldots$

Interpretation: Durchschnittlich gesehen liegen die Merkmale 248 Seitenanzahlen vom Durchschnitt entfernt.

1.b) min: 71

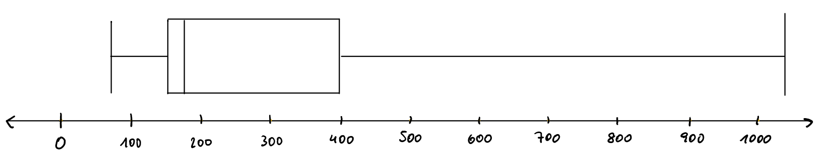
q_1: 152

$\tilde{x}$: 175,5

q_3: 398

max: 1034

Wie man sehen kann, bestätigt sich die Interpretation...



2) $a_n = \langle 9, 11, 13, \ldots \rangle$

$s_n = 27873$

$a_n = 9 + (n-1)\cdot 2$

$s_n = \frac{n}{2} \cdot [a_1 + a_n]$

$s_n = \frac{n}{2} \cdot [2\cdot 9 + (n-1)\cdot 2]$

$27873 = \frac{n}{2} \cdot [18 + 2n - 2] \quad | \cdot 2$

$55746 = n \cdot (2n + 16)$

$55746 = 2n^2 + 16n$

$2n^2 + 16n - 55746 = 0$

$$n_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$n_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4\cdot 2\cdot(-55746)}}{2\cdot 2}$$

$$n_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{446224}}{4}$$

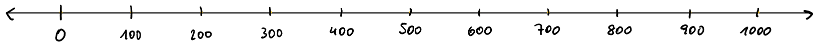
$$n_{1,2} = \frac{\quad\quad}{2 \cdot 2}$$

$$n_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{446224}}{4}$$

$$n_{1,2} = \frac{-16 \pm 668}{4}$$

$$\underline{\underline{n_1 = 163}} \qquad (\underline{n_2 = -171})$$

A: Wenn man die ersten 163 Folgenglieder miteinander addiert, erhält man 27873.



Interpretation q_3: Drei Viertel der Werte der Liste sind kleiner als 398. Nur 25% der Merkmale der Liste sind größer als q_3.

3.a) Monotonie: streng monoton steigend

Beweis:

explizites Bildungsgesetz:

GW: 3 P(1|1)

$a_1 = 1 = 3 - 2$

$\underline{\underline{a_n = 3 - \frac{2}{n}}}$

$$a_{n+1} > a_n$$

$$3 - \frac{2}{n+1} > 3 - \frac{2}{n} \quad | \cdot n \cdot (n+1)$$

$$\cancel{3n \cdot (n+1)} - 2n > \cancel{3n \cdot (n+1)} - 2(n+1)$$

$$\cancel{-2n} > \cancel{-2n} - 2$$

$$0 > -2$$

wahre Aussage ✓

3.b) Supremum: 3

Infimum: 1, weil bei a_1 startet

3.c) $a_n = 3 - \frac{2}{n}$

A: Wenn n nach Unendlich geht, geht $\frac{2}{n}$ gegen 0 und $3 - \frac{2}{n}$ konvergiert gegen 3.

4) $a_n = 5 - \frac{1}{2n}$; $\varepsilon = \frac{1}{50}$; $a = 5$

$$|a_n - a| < \frac{1}{50}$$

$$|\cancel{5} - \frac{1}{2n} \cancel{- 5}| < \frac{1}{50}$$

$$\frac{1}{2n} < \frac{1}{50} \quad | \cdot 50 \cdot 2n$$

$$50 < 2n \quad | : 2$$

$$25 < n$$

A: Ab dem 26. Folgeglied liegen die Werte in der ε-Umgebung.

5.a) $$\lim_{n\to\infty} d_n = \frac{\lim_{n\to\infty} \frac{2n^3}{n^3} - \lim_{n\to\infty} \frac{7}{n^3}}{\lim_{n\to\infty} \frac{5n^2}{n^3} + \lim_{n\to\infty} \frac{3n}{n^3}} = \frac{2-0}{0+0} = \nexists\, GW$$

A: d_n hat keinen Grenzwert.

5.b) $$\lim_{n\to\infty} r_n = \frac{\lim_{n\to\infty}\frac{8n^5}{n^5} - \lim_{n\to\infty}\frac{6n^4}{n^5} + \lim_{n\to\infty}\frac{3n}{n^5}}{\lim_{n\to\infty}\frac{4n^5}{n^5} + \lim_{n\to\infty}\frac{7n^2}{n^5}} = \frac{8}{4} = 2$$

A: Der Grenzwert von r_n ist 2.

6) $$b_n = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$S_{50} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{50}-1}{\frac{1}{2}-1} = \underline{\underline{1}}$$

$$S_\infty = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \underline{\underline{1}}$$

7.a) $$K_t = K_0\cdot(1+i\cdot n)$$

$$K_0 = \frac{600}{1+0{,}005\cdot\frac{3}{12}} \cong \underline{\underline{599{,}25\,€}}$$

A: Man muss 599,25€ einzahlen.

mit KESt:

$$K_t = K_0\cdot(1+i\cdot n\cdot 0{,}75)$$

$$K_0 = \frac{600}{1+0{,}005\cdot\frac{3}{12}\cdot 0{,}75} \,\hat{=}\, \underline{\underline{599{,}44\,€}}$$

A: Man muss 599,44€ einzahlen.

7.b) $$K_t = K_0\cdot(1+i)^n$$

$$2.000 = 1.700\cdot(1+0{,}02)^n \quad | : 1.700$$

$$1{,}17... = 1{,}02^n$$

$$n = \log_{1{,}02}(1{,}1764...)$$

$$\underline{\underline{n = 8{,}206...\text{ Jahre}}}$$

A: Es dauert über 8,2 Jahre.

mit KESt:

$$K_t = K_0\cdot(1+i\cdot 0{,}75)^n$$

$$n = 10{,}91...\text{ Jahre}$$

A: Es dauert fast 11 Jahre.

7.c)

17d + 10 · 30 = $\underline{317d}$

5m + 20d

= 1% p.s. $\hat{=}$ 2,01% p.a.

7.c) 13.02.2021 | 2022 Start | 2053 Ende | 21.06.2053

17d + 10 · 30 = $\underline{317d}$

5m + 20d
5 · 30 + 20d = 170d

$p = 1\%$ p.s. $\hat{=}$ 2,01% p.a.

$i = (1+i_m)^m - 1 = (1+0{,}01)^2 - 1 = 0{,}0201$

$K_E = 12.000 \cdot (1+0{,}0201 \cdot \frac{317}{360}) \cdot 1{,}0201^{32} \cdot (1+0{,}0201 \cdot \frac{171}{360}) =$

$\underline{= 23.307{,}48\ldots €}$

A: Nach 33 Jahren und 128 Tagen hat sich das Geld fast verdoppelt.

$K_E = 12.000 \cdot (1+0{,}0201)^{\frac{12008}{360}} =$

$\hat{\approx}$ $\underline{23305{,}85 €}$

A: Nach 33 Jahren und 128 Tagen beträgt das Endkapital 23.305,85 €.

mit KESt:

$p = 1{,}5075\%$ p.a.

praktisch: $K_E \hat{\approx} \underline{19767{,}30 €}$

theoretisch: $K_E \hat{\approx} \underline{19766{,}51 €}$

8.a) Wenn t gegen ∞ geht, geht e^{-t} gegen 0, weshalb A(t) gegen 0 geht. GW stimmt

8.b) Wenn t gegen ∞ geht, konvertiert e^{-t} gegen 0 und $1-e^{-t}$ gegen 1, weshalb A(t) gegen 12 konvergiert. GW falsch

8.c) Wenn $t \to \infty$ geht, dann geht e^{-t} gegen 0 und A(t) bleibt 20, weil im Nenner +1 steht. GW richtig

9) A: Ein uneigentlicher Grenzwert ist ein Grenzwert von ∞, weil ∞ nicht wirklich eine Zahl ist.

10.1) $f1(x) \to$ stetig

Beweis an Stelle 0:

$g_L = 0$; $g_R = 0$; $g = 0$; $f1(0) = 0$ ✓

10.2) $f2(x) \to$ nicht stetig

Beweis an Stelle 0:

$g_L = +\infty$; $g_R = -\infty$ ✗

10.3) $f3(x) \to$ stetig

Beweis an Stelle 0:

$g_L = 0{,}5$; $g_R = 0{,}5$; $g = 0{,}5$; $f3(0) = 0{,}5$ ✓

$g_L = 0{,}5;\ g_R = 0{,}5;\ g = 0{,}5;$

10.4) $f4(x) \rightarrow$ nicht stetig

Beweis an Stelle 1:

$g_L = -\infty;\ g_R = \infty$

10.5) $f5(x) \rightarrow$ stetig

Beweis an Stelle 3:

$g_L = 1;\ g_R = 1;\ g = 1;\ f5(3) = 1$

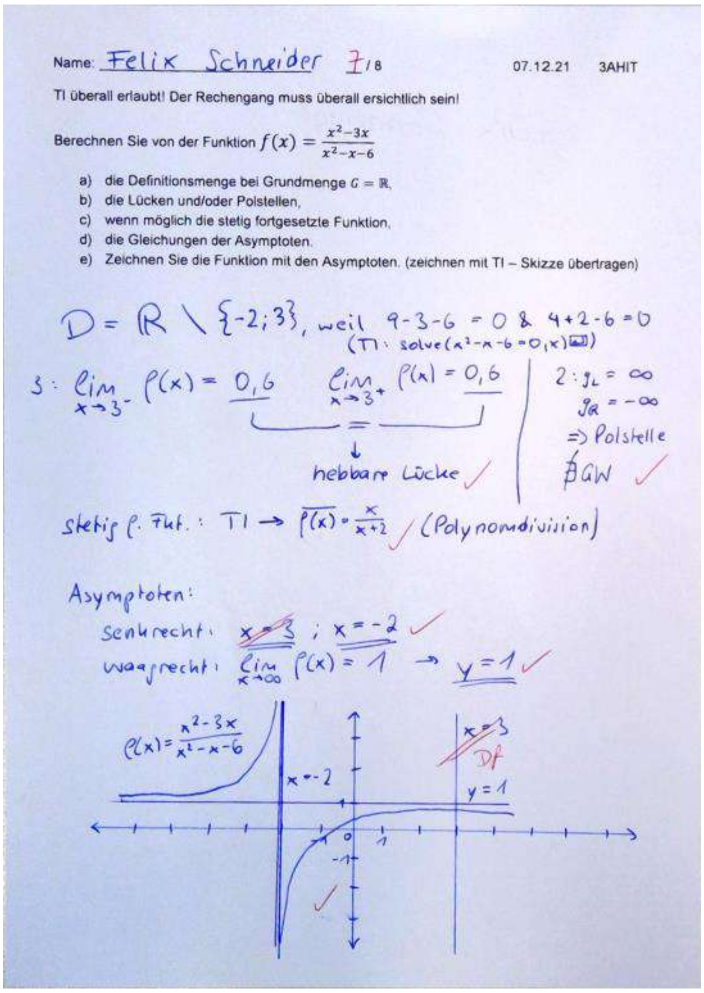
10.6) $f6(x) \rightarrow$ stetig

Beweis an Stelle 0:

$g_L = 3;\ g_R = 3;\ g = 3;\ f(0) = 3$

SMÜ, am 07.12.2021

Montag, 13. Dezember 2021 12:22



Name: Felix Schneider 7/8 07.12.21 3AHIT

TI überall erlaubt! Der Rechengang muss überall ersichtlich sein!

Berechnen Sie von der Funktion $f(x) = \frac{x^2-3x}{x^2-x-6}$

a) die Definitionsmenge bei Grundmenge $G = \mathbb{R}$,
b) die Lücken und/oder Polstellen,
c) wenn möglich die stetig fortgesetzte Funktion,
d) die Gleichungen der Asymptoten.
e) Zeichnen Sie die Funktion mit den Asymptoten. (zeichnen mit TI – Skizze übertragen)

$D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 3\}$, weil $9-3-6 = 0$ & $4+2-6=0$
(TI: solve($x^2-x-6=0,x$))

$3: \underbrace{\lim_{x\to 3^-} f(x) = 0{,}6 \quad = \quad \lim_{x\to 3^+} f(x) = 0{,}6}$
↓
hebbare Lücke ✓

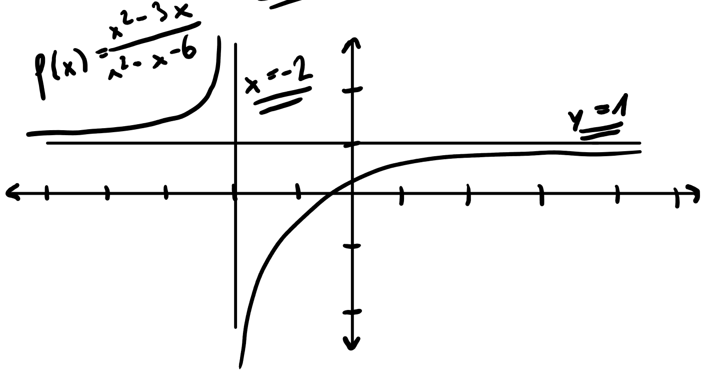
$2: g_L = \infty$
$g_R = -\infty$
⇒ Polstelle
∄GW ✓

stetig f. Fkt.: TI → $\overline{f(x)} = \frac{x}{x+2}$ ✓ (Polynomdivision)

Asymptoten:
senkrecht: $\cancel{x=3}$; $x=-2$ ✓
waagrecht: $\lim_{x\to\infty} f(x) = 1$ → $y=1$ ✓

$f(x) = \frac{x^2-3x}{x^2-x-6}$
$x=-2$
$\cancel{x=3}$ Df
$y=1$

Asymptoten
Senkrecht: $x=-2$



SA Stoff

Montag, 14. Februar 2022 12:24

- Grenzwert und Stetigkeit von Funktionen — November Woche 2
- Asymptoten und Grenzwert im Unendlichen
- Grenzwert an einer bestimmten Stelle — November Woche 3
- Stetigkeit
- Unstetigkeitsstellen: Polstelle, hebbare Lücke, stetige Fortsetzung — November Woche 4

Differenzialrechnung:

- Änderungsraten, Steigungswinkel, Tangenten, Änderungsmaßen ↳ momentane Änderungsrate — November Woche 5
- Anwendung bei Zeit, Geschwindigkeit, Weg, Beschleunigung (grafisch & rechnerisch) — Dezember Woche 2, Dezember Woche 3
- (höhere) Ableitungen und Ableitungsregeln (auch händisch) — Januar Woche 2
- grafisch ableiten
- Bedeutung der Ableitungen
- Extrempunkte, Wendepunkte berechnen

SA, am 22.02.2022

Montag, 28. Februar 2022 13:15

Angewandte Mathematik 22.02.2022 3AHIT

2. Schularbeit

Name: Felix Schneider

Anzahl der abgegebenen Blätter (ohne Angabe): ~~7~~ 5

Jede Berechnung ist mit einem nachvollziehbaren Rechenansatz und einer nachvollziehbaren Dokumentation des Technologieeinsatzes (die verwendeten Ausgangsparameter und die Technologiefunktion müssen angegeben werden – ausdrucken!) durchzuführen!

Selbst gewählte Variablen sind zu erklären und gegebenenfalls mit Einheiten zu benennen.

Werden Diagramme oder Skizzen als Lösungen erstellt, so sind die Achsen zu skalieren und zu beschriften!

Wird eine Aufgabe mehrfach gerechnet, so sind alle Lösungswege bis auf einen zu streichen!
In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist.
Streichen Sie Notizen durch.

Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung (z.B.: 1a1) an.

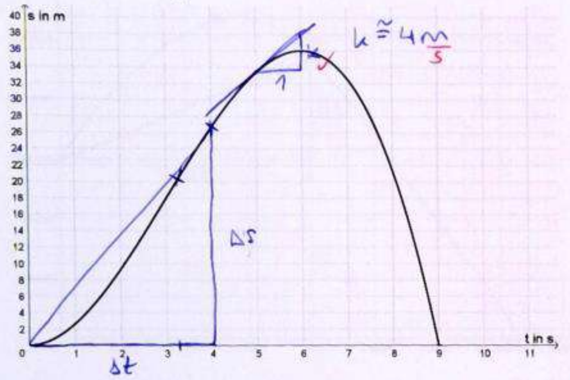
Name: Felix Schneider

1. Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{x-1}{x^3+x^2-2x}$.

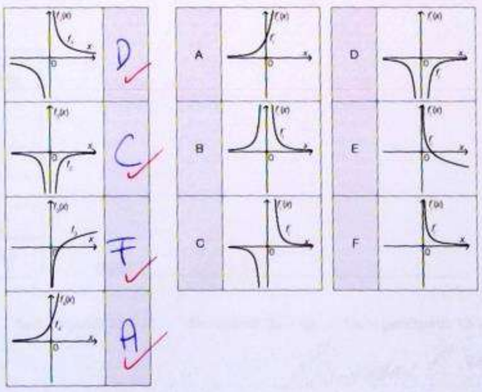
   Berechnen Sie die
   1) Definitionsmenge
   2) Polstellen oder Lücken mit der stetigen Fortsetzung
   3) Gleichungen der Asymptoten
   4) Extremstelle (Ableitung ist händisch durchzuführen – alle Rechenschritte anschreiben)

2. Ein leichter, kleiner Körper (Masse m = 120g) bewegt sich ungleichförmig gemäß des abgebildeten Weg-Zeit-Diagramms: (t in s, s(t) in m).

   Ermitteln Sie **mit Hilfe der Grafik** unter Angabe der entsprechenden Einheit:
   1) die absolute Änderung des Weges bis zum Erreichen der Höchstgeschwindigkeit.
   2) die Momentangeschwindigkeit zum Zeitpunkt t = 5s.
   3) die mittlere Änderungsrate in den ersten 4 Sekunden und nennen Sie die Bedeutung im Sachzusammenhang.



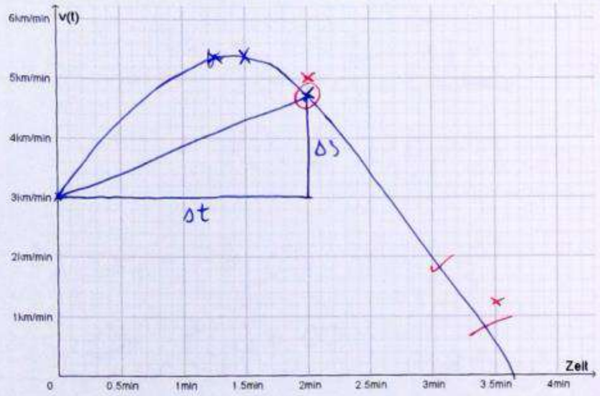
3. Ordnen Sie den Graphen der Funktionen f_1 bis f_4 jeweils denjenigen Graphen aus A bis F zu, der die Ableitung dieser Funktion darstellt.



Name: Felix Schneider

4. Berechnen Sie die Gleichung der Tangente der Funktion $f(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x+1}}$ an der Stelle $x = -0{,}6$. (Ableitung ist händisch durchzuführen – alle Rechenschritte anschreiben)

5. Ab 9:00 Uhr wird der Flug einer Rakete gemäß der Weg-Zeit- Funktion $s(t) = -\frac{1}{3} \cdot t^3 + \frac{3}{2} \cdot t^2 + 3 \cdot t$ beobachtet, ($s(t)$: zurückgelegter Weg in km zur Zeit t in min).
   1) Berechnen Sie, welche Geschwindigkeit die Rakete um 9:00 Uhr hatte.
   2) Berechnen Sie die mittlere Geschwindigkeit in den ersten beiden Flugminuten in km/h.
   3) Zeichnen Sie Geschwindigkeitsverlauf im Intervall $[0; 3{,}5]$ min in die Abbildung ein.
   4) Ermitteln Sie unter Angabe der Einheit mit Hilfe ihrer Zeichnung die mittlere Änderungsrate in den ersten 2 Minuten an nennen Sie die Bedeutung im Sachzusammenhang.
   5) Berechnen Sie, zu welchem Zeitpunkt die Rakete keine Beschleunigung hatte.



Form ✓
Werk!

Beispiel	Mögliche Punkte	Erreichte Punkte
1.	9	9
2.	5	5
3.	4	4
4.	5	3
5.	9	8
Gesamt	32	29

Note: Gut

Notenschlüssel:
Sehr gut: 32 – 30 Gut: 29 – 26 Befriedigend: 25 – 21 Genügend: 20 – 16 Nicht genügend: 15 – 0

3AHIT

Schneider C. 2.SA

(1) Felix Schneider

1\. 1) $f(x) = \frac{x-1}{x^3+x^2-2x}$

$D = ?$

$x^3+x^2-2x = 0$

TI: $x_1 = -2$ $x_2 = 0$ $x_3 = 1$

S. (3)

$D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 0; 1\}$

TT S. (3)

2) $x_1 = -2$

$\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = \infty$

$\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = -\infty$

$\neq \Rightarrow$ Polstelle $x = -2$

$x_2 = 0$

$\lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \infty$

$\neq \Rightarrow$ Polstelle $x = 0$

$x = 1$:

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \frac{1}{3} \quad \lim_{x \to 1^+} f(x) = \frac{1}{3} \quad \Bigg] = \Rightarrow \text{hebbare Lücke bei } x = 1$$

$$\overline{f(x)} = \frac{1}{2x} - \frac{1}{2(x+2)}$$

Asymptoten:

waagrecht: $\underline{y = 0}$ $\left(\lim_{x \to \infty} = \lim_{x \to -\infty} = 0\right)$

senkrecht: $\underline{x = -2}$ $\underline{x = 0}$ TT s. 4

$$f(x) = \frac{x-1}{x^3 + x^2 - 2x} \rightarrow \text{Quotientenregel}$$

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (x^3 + x^2 - 2x) - (x-1) \cdot (3x^2 + 2x - 2)}{(x^3 + x^2 - 2x)^2}$$

$f'(x) = 0 \rightarrow$ Extremstelle

TI: $\underline{x = -1}$

s. 4

2

Felix Schneider

2. 1. abs. $\bar{A}$: $f(b) - f(a)$

↳ Grafik: ~~3,2~~ $t_0 = 3{,}2s$ (✓) (3s)

↳ 20m ✓

A: Nach ca. 20m erreicht der Körper die Höchstgeschwindigkeit. ✓

2. ~~$\bar{t}_0$~~ $t_1 = 5s$

$v(t_1) = \frac{ds}{dt} \approx 4 \frac{m}{s}$ (✓) sehr ungenau!

3. $\frac{s(t_2) - s(t_1)}{\Delta t}$ ✓ $\approx \frac{27m}{4s}$ ✓ $= 6{,}75 \frac{m}{s}$ ✓

A: In den ersten 4s bewegt sich der Körper durchschnittlich mit einer Geschwindigk. von 4 Metern pro Sekunde. ✓

3. → Zettel

4. $\rho(x) = \sqrt{\frac{1-x}{x+1}} = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{x+1}} = \left(\frac{1-x}{x+1}\right)^{\frac{1}{2}}$

$\rho'(x) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1-x}{x+1}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{-1 \cdot (x+1) - (1-x) \cdot 1}{x^2+2x+1}\right)$

$\rho'(-0,6) = \cancel{\phi}$ Rf TI S.4

5. 1) $v(t) = \dot{s}(t) = s'(t)$

$v(0) = 3 \frac{km}{min}$ $v(t) = -t^2 + \frac{6}{2}t + 3$

2) $\frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1}$ $t_2 = 2min$ $t_1 = 0min$

TI: $\bar{v}(\cancel{t_1, t_2}) = 4,6 \frac{km}{min} \hat{=} \cancel{0,07} \frac{km}{h}$ Rf

A: Die mittlere Geschwindigkeit beträgt ~~0,07~~ $\frac{km}{h}$.

3) → Zettel

4) A: In den ersten 2 Minuten hat die Rakete eine durchschnittliche Beschleunigung von ca. $0,9 \frac{km}{min^2}$.

5) $v'(t) = 0$

TI: solve: $t = \frac{3}{2} min$

Ausdruck

1.1 1.2 2.1 *Dok RAD

1. $\text{solve}\left(x^3+x^2-2\cdot x=0,x\right)$ $\quad x=-2$ or $x=0$ or $x=1$ ✓

$f(x):=\dfrac{x-1}{x^3+x^2-2\cdot x}$ $\quad$ *Fertig*

$\lim\limits_{x\to -2^-}(f(x))$ $\quad \infty$ ✓

$\lim\limits_{x\to -2^+}(f(x))$ $\quad -\infty$ ✓

1.1 1.2 2.1 *Dok RAD

$\lim\limits_{x\to 0^+}(f(x))$ $\quad \infty$ ✓

$\lim\limits_{x\to 0^-}(f(x))$ $\quad -\infty$ ✓

$\lim\limits_{x\to 1^-}(f(x))$ $\quad \dfrac{1}{3}$ ✓

$\lim\limits_{x\to 1^+}(f(x))$ $\quad \dfrac{1}{3}$ ✓

(4)

1.

1.1 1.2 2.1 *Dok RAD

$\lim_{x \to \infty} (f(x))$ 0

$\lim_{x \to -\infty} (f(x))$ 0

$\frac{d}{dx}(f(x))$ $\frac{-2\cdot(x+1)}{x^2\cdot(x+2)^2}$

$\text{solve}\left(\frac{-2\cdot(x+1)}{x^2\cdot(x+2)^2}=0,x\right)$ $x=-1$

4.

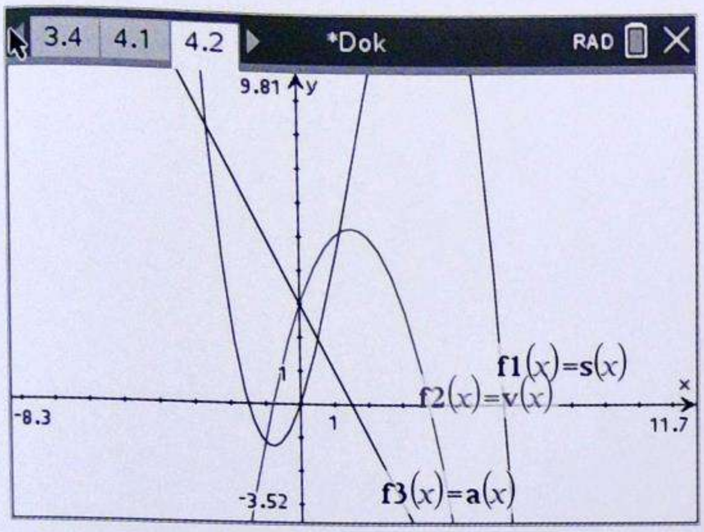
1.1 1.2 2.1 *Dok RAD

$f(x):=\sqrt{\frac{1-x}{x+1}}$ *Fertig*

$\frac{d}{dx}(f(-0.6))$ Df 0.

(5)

2.



SMÜ, am 29.03.2021

Freitag, 1. April 2022 08:48

Name: Felix Schneider 7 / 7P 29.03.2022 3AHIT

Ein Wanderer steigt auf einen Berg, dessen Silhouette durch die Funktion H gegeben ist:
$H(x) = 0{,}038x^2 - 0{,}004x^3$
x … horizontale Länge in km, H(x) … Höhe des Bergs in km

1) Geben sie eine sinnvolle Definitionsmenge an.
2) Am höchsten Punkt will der Wanderer ein Foto schießen. Berechnen Sie, in welcher Höhe er dabei steht.
3) Berechnen Sie den Punkt, an dem der Anstieg maximal ist.
4) Berechnen Sie den maximalen Anstiegswinkel α.

1) $H(x)=0$ TI: solve => $x_1 = 0\,\text{km}$ $x_2 = 9{,}5\,\text{km}$ → $\underline{D = [x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 9{,}5]}$ ✓

2) $H'(x)=0$ TI: solve => $(x_1 = 0\,\text{km})$ $\underline{x_2 = 6{,}\dot{3}\,\text{km}}$ ✓ (Extremstelle)

$H(6{,}\dot{3}) = 0{,}50807\ldots\,\text{km} \triangleq \underline{\sim 508\,\text{m}}$ ✓

$H''(6{,}\dot{3}) = -0{,}076$ → Hochpunkt, weil negativ

A: Der Wanderer schießt in ca. 508m Höhe ein Foto.

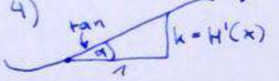
3) $H''(x)=0$ TI: solve => $\underline{x = 3{,}1\dot{6}\,\text{km}}$ ✓ (Wendestelle)

$H(3{,}16) = 0{,}254\ldots\,\text{km}$

A: Nach ca. 3,16 km ist der Anstieg maximal. Dort beträgt die Höhe ca. 254m.

$\underline{W(3{,}1\dot{6} \mid 0{,}254\ldots)}$ ✓

4)



$H'(3{,}16) = \underline{0{,}1203\ldots}\,\frac{\text{km}}{\text{km}}$ ✓

$\alpha = \arctan(0{,}1203\ldots) = \underline{6{,}86\ldots^\circ}$ ✓

A: Der maximale Steigungswinkel beträgt ca. 6,86°.

SA Stoff

Dienstag, 10. Mai 2022 11:12

3AHIT 3.SA Di, 17.05.22 - 3+4 St. CAD 4

Differenzialrechnung:

- Kurvendiskussion
  (ganzrationale Fkt & rationale Fkt)
- Krümmung in einem Punkt
- Kurvendiskussion in Anwendung:
  allgemeine Anwendungen,
  Betriebswirtschaftliche Anwendungen
  (Kosten, Gewinn, Erlös; Stückkostenpkt;
  Grenzkosten, Begriffe: degressiv, progressiv;
  Kostenkehre; ...)
- Das Differenzial und Linearisierung
  (Tangente, relativer Fehler)
- Umgekehrte Kurvendiskussion

Integralrechnung:

- bestimmtes und unbestimmtes Integral
- grundlegende Integralregeln

- grundlegende Integralregeln
- orientierter Flächeninhalt

SA, am 16.05.2022

Montag, 23. Mai 2022 12:33

Angewandte Mathematik | 17.05.2022 | 3AHIT

3. Schularbeit – 2-stündig

Name: Felix Schneider

Anzahl der abgegebenen Blätter (ohne Angabe): 9

Jede Berechnung ist mit einem nachvollziehbaren Rechenansatz und einer nachvollziehbaren Dokumentation des Technologieeinsatzes (die verwendeten Ausgangsparameter und die Technologiefunktion müssen angegeben werden – ausdrucken!) durchzuführen!

Selbst gewählte Variablen sind zu erklären und gegebenenfalls mit Einheiten zu benennen.

Werden Diagramme oder Skizzen als Lösungen erstellt, so sind die Achsen zu skalieren und zu beschriften!

Wird eine Aufgabe mehrfach gerechnet, so sind alle Lösungswege bis auf einen zu streichen!
In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist.
Streichen Sie Notizen durch.

Geben Sie bei der Beantwortung jeder Teilaufgabe deren Bezeichnung z.B.: 1a1) an.

Name: Felix Schneider

1. Ein Wagen bewegt sich auf einer Achterbahn. Das Abschnittsprofil der Achterbahn kann im Intervall [0;29] durch die Polynomfunktion h modelliert werden:

   $h(x) = -0{,}004x^3 + 0{,}204x^2 - 2{,}88x + 13$

   $h(x)$: Höhe in Metern, x: horizontaler Abstand vom Koordinatenursprung in Metern

   1) Berechnen Sie den Radius der Krümmung im Hochpunkt.
      (Formel zur Berechnung der Krümmung: $\kappa(x_0) = \frac{f''(x_0)}{\sqrt{(1+f'(x_0)^2)^3}}$)

2. In einer bestimmten Gegend lässt sich die Anzahl der Mücken in Abhängigkeit von der Niederschlagshöhe durch die Funktion M beschreiben:

   $M(x) = \frac{1}{30} \cdot (50 - 32x + 14x^2 - x^3)$ für $0 \leq x \leq 10$

   x ... Niederschlagshöhe in cm,

   $M(x)$ ... Anzahl der Mücken bei der Niederschlagshöhe x in Tausend

   1) Berechnen Sie, bei welcher Niederschlagshöhe die Anzahl der Mücken maximal ist.
   2) Berechnen Sie jenen Punkt, bei dem die Anzahl an Mücken am stärksten wächst.
   3) Stellen Sie die Funktion in einem Koordinatensystem, passend skaliert und beschriftet, grafisch dar.
   4) Geben Sie an, in welchem Intervall die Funktion positiv gekrümmt ist.
   5) Interpretieren Sie das Ergebnis der folgenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang: $\frac{M(7)-M(3)}{4}$.

3. Beim Aufladen eines bestimmten Kondensators kann der Wert der Spannung mit Hilfe der Funktion $u(t) = 20 \cdot \left(1 - e^{1-\frac{t}{0{,}02}}\right)$ angegeben werden.

   $u(t)$: Spannung in Volt V zur Zeit t, t: Zeit in Sekunden s

   1) Linearisieren Sie die Funktion an der Stelle t = 40ms.
   2) Berechnen Sie den Betrag des relativen Fehlers, wenn man an der Stelle t = 0,045s die Spannung mit der linearisierten Funktion anstatt mit der Funktion u(t) verwendet.

4. Die Funktionsgleichung einer kubischen Funktion lautet $f(x) = \frac{x^3}{8} - \frac{3x}{2} + 2$.
   Der Graph der quadratischen Funktion g(x) berührt den Graphen von f(x) in dessen Wendepunkt und schneidet ihn im Punkt $P(6/y_P)$.

   1) Stellen Sie das Gleichungssystem auf, mit dem man die Koeffizienten der Funktion g(x) berechnen kann.
   2) Geben Sie die Funktionsgleichung von g(x) an.

5. Die Form einer Liege wurde durch eine kubische Funktion nachgebildet. Folgende Informationen sind bekannt: Der Graph enthält den Punkt P(0/0,81).
   An der Stelle x = 0 schließt die Tangente an den Graphen mit der Waagrechten einen Winkel von 58° ein. Bei x = 0,89 besitzt die Funktion eine lokale Minimumstelle. Das Krümmungsverhalten ändert sich bei x = 1,26.

   1) Stellen Sie das lineare Gleichungssystem auf, mit dem man die Koeffizienten der Funktion berechnen kann.

Name: Felix Schneider

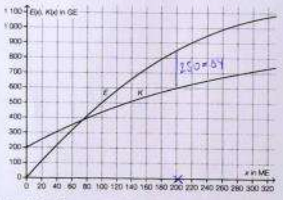
6.

a) Die Kostenfunktion eines Fernsehers kann durch die Funktionsgleichung $K(x) = 0{,}005x^3 - 0{,}4x^2 + 12x + 64000$ beschrieben werden.

x: Produktionsmenge an Fernsehern in Stück, $K(x)$: Kosten in Euro (€).

1) Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate im Intervall [100; 150] Stück und geben Sie die zugehörige Einheit an.
2) Überprüfen Sie nachweislich, ob der Kostenverlauf bei x = 20 degressiv ist.
3) Berechnen Sie, bei welcher Stückzahl das Betriebsoptimum erreicht wird.
4) Stellen Sie die Gewinnfunktion auf, wenn der Verkaufspreis 1200€ pro Fernseher beträgt.
5) Berechnen Sie die den maximalen Gewinn.

b) In der nachstehenden Abbildung sind der Graph der Erlösfunktion E und der Graph der Kostenfunktion K dargestellt:



1) Lesen Sie diejenige Verkaufsmenge ab, bei der der Gewinn 250 GE beträgt.

200 ME

2) Kreuzen Sie die nicht zutreffende Aussage an. (1 aus 5)

Der Erlös bei einer Verkaufsmenge von 100 ME beträgt 500 GE.	☐
Die Fixkosten betragen 200 GE.	☐
Die Kostenfunktion K ist streng monoton steigend.	☐
Für die untere Gewinngrenze x_u gilt: $E'(x_u) = K'(x_u)$.	☒
Für die zugehörige Stückkostenfunktion $\bar{K}$ gilt: $\bar{K}(200) = 3$.	☐

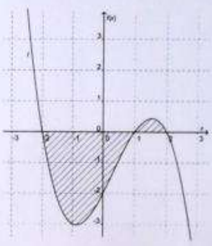
7. Berechnen Sie ohne spezielle Befehle am TI unter Angabe aller Rechenschritte:

$$\int_1^2 \left(\frac{x^2}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x^3} - 7\right) \cdot dx$$

Name: Felix Schneider

8. Die nebenstehende Abbildung zeigt den Graphen einer Polynomfunktion f. Alle Nullstellen sind ganzzahlig. Geben Sie einen korrekten Ausdruck an, mit der die schraffiert dargestellte Fläche A berechnet werden kann.

$$A = \int_1^{-2} f(x) \cdot dx + \int_1^{2} f(x) \cdot dx$$



Beispiel	Mögliche Punkte	Erreichte Punkte
1.	4	4
2.	6	3
3.	4	4
4.	5	4
5.	5	5
6.	9	8
7.	4	4
8.	1	1
Gesamt	38	33

Note: Gut

Notenschlüssel:

Sehr gut: 38 – 35 Gut: 34 – 30 Befriedigend: 29 – 24 Genügend: 23 – 19 Nicht genügend: 18 – 0

3AHIT 3.SA

Mathe-SA 17.05.2022 Felix Schneider

1

1.1) $h(x) = -0{,}004x^3 + 0{,}204x^2 - 2{,}88x + 13$

$h'(x) = -0{,}012x^2 + 0{,}408x - 2{,}88$

Hochpunkt: stelle

$h'(x) = 0$ $h''(x) < 0$ TI: A+B

$(x_1 = 10$ $h''(10) = 0{,}168)$ ← Tiefpunkt stelle bei 10

$x_2 = 24$ $h''(24) = -0{,}168$ ← Hochpunkt

$$K(24) = \frac{h''(24)}{\sqrt{(1+h'(24)^2)^3}}$$

TI: $K(24) = -0{,}168$

TI: B

$$\rho = \left|\frac{1}{K}\right| = \left|\frac{1}{-0{,}168}\right| = 5{,}952\ldots\ m$$

A: Im Hochpunkt beträgt d. Krümmungsradius ca. 6m.

2.1) $M'(x) = 0$ → Extremstelle(n)

TI: solve => $(x_1 = \frac{4}{3}cm)$ $M''(\frac{4}{3}) = \frac{2}{3}$ → Tiefpunkt

TI: D+E+B $x_2 = 8cm$ $M''(8) = -\frac{2}{3}$ → Hochpunkt

A: Bei 8cm Niederschlagshöhe ist die Anzahl d. Mücken maximal.

2.2) $M''(x) = 0$ → Wendestelle

TI: solve => $x = \frac{14}{3}cm$ TI: D+E

A: Bei $4{,}\dot{6}$ cm wächst die Mückenanzahl am stärksten.

≠ y-Koord!

3) → TI-Zettel: C

4) positive Krümmung = $M''(x) > 0$

$[0, \frac{14}{3}]$ cm TI: E

(Wie sehr sich d. Anzahl d. Mücken pro Einheit durchsch. ändert)

5) Das ist der Differenzenquotient (mittlere Änderungsrate) der Anzahl d. Mücken im Intervall [3; 7]. f ≠ Wert

(durchschnittliche Änderung d. Anzahl d. Mücken)

3.1) $u(t) = 20 \cdot (1 - e^{1-\frac{t}{0{,}04}})$ $t = 40ms \hat{=} 0{,}04s$

Linearisierung = Berechnung Tangente

Steigung: $u'(0{,}04) = 367{,}879$

$t(x) = k \cdot x + d$ $k = 367{,}879\ldots$

$d = t(x) - k \cdot x$ $P(0{,}04 \mid 12{,}692\ldots)$ $u(0{,}04)$

$d = 12{,}692\ldots - 367{,}879 \cdot 0{,}04$

$d = -2{,}072\ldots$ TI: F+G

$t(x) = 367{,}879 \cdot x - 2{,}073$

$M(\frac{14}{3}) = \frac{1403}{405}$

$P(\frac{14}{3} \mid \frac{1403}{405})$

Zwischen 3 und 7 cm wächst die Anzahl d. Mücken durchsch. um $\frac{2900}{3}$ Mücken pro cm.

Mathe-SA 17.05.2012 Felix Schneider

2

3.2) $\left|\frac{u(t) - t(x)}{u(t)}\right| \cdot 100\%$ TI: H

$$\left|\frac{u(0{,}045) - t(0{,}045)}{u(0{,}045)}\right| \cdot 100\% = 1{,}4849\ldots\ \%$$

4.1) $g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ TI: I+J

$g'(x) = 2a \cdot x + b$ $f''(x) = 0$

$g''(x) = 2a$ ↳ $x = 0$ $f(0) = 2$

$f(6) = 20$

I: $P(0 \mid 2)$: $g(0) = 2$: $2 = c$

II: $P(6 \mid 20)$: $g(6) = 20$: $20 = 36a + 6b + c$

$g'(0) = f'(0)$

$f(6) = 20$

I: $P(0|2)$: $g(0) = 2$: $2 = c$

II: $P(6|20)$: $f(6) = 20$: $20 = 36a + 6b + c$

III: $x_0 = 0; k = 0$: $g'(0) = 0$: $\cancel{0 = b}$

f

2) $a = \frac{1}{2}$; $b = 0$; $c = 2$

$f(x) = \frac{x^2}{2} + 2$ (f) TI: J

$g'(0) = f'(0)$

$f'(0) = -\frac{3}{2}$

$g'(0) = -\frac{3}{2}$: $\underline{\underline{-\frac{3}{2} = b}}$

$a = \frac{3}{4}$ $b = -\frac{3}{2}$ $c = 2$

$\underline{f(x) = \frac{3x^2}{4} - \frac{3x}{2} + 2}$

5. 1) $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

$f'(x) = 3a \cdot x^2 + 2b \cdot x + c$

$f''(x) = 6a \cdot x + 2b$

$(f'''(x) = 6a)$

I: $P(0|0{,}81)$: $f(0) = 0{,}81$: $0{,}81 = d$

II: $x_0 = 0; k = \tan(58)$: $f'(0) = \tan(58)$: $\tan(58) = c$

III: $x_0 = 0{,}89$; $k = 0$: $f'(0{,}89) = 0$: $0 = 3a \cdot \cancel{1{,}26}^2 + 2b \cdot \cancel{1{,}26} + c$ *

IV: $x_0 = 1{,}26$; Krümmung 0; $f''(1{,}26) = 0$: $0 = 6a \cdot 1{,}26 + 2b$

* $0 = 3a \cdot 0{,}89^2 + 2b \cdot 0{,}89 + c$

Mathe-SA 17.05.2022 Felix Schneider

6a)1) $[100; 150] \to \frac{K(150) - K(100)}{150 - 100} = \underline{\underline{149{,}5 \frac{€}{ME}}}$ 3

TI: K

2) $K''(20) = -0{,}2 \to$ depressiver Kostenverlauf f da $\frac{K''(20)}{20}$ f!

(true) TI: K+L

3) Stückkostenfkt: $\overline{K(x)} = \frac{K(x)}{x}$ TI: L+M

Betriebsoptimum: $\overline{K(x)}' = 0$

↳ TI: solve ⇒ $\underline{x = 200}$ Stück (ME)

A: Bei 200 Stück ist das Betriebsoptimum.

4) $p(x) = 1200 \cancel{x}$ Df TI: M+N

$E(x) = p(x) \cdot x = 1200x^2$ f

$\underline{G(x) = E(x) - K(x) = -0{,}005x^3 + 1200{,}4x^2 - 12x - 64000}$ f

5) $G'(x) = 0 \to$ Hoch/Tiefpunkt TI: N+O+P

↳ TI: solve → ($x_1 = 0{,}004998$ $G''(x_1) = 2400{,}8$)

$\underline{x_2 = 160053}$ (f) $G''(x_2) = -2400{,}79$

A: Bei 160053 Stück wird d. max. Gewinn erzielt.

Folgef.

Bei $x = 20$ ist der Kostenverlauf depressiv, weil $K''(20) < 0$ ist.

$E(x) = 1200x$

$G(x) = E(x) - K(x) =$

$\underline{= -0{,}005x^3 + 0{,}4x^2 + 1188x - 640000}$

$G'(x) = 0 \to (x_1 = -256{,}018\ldots$

$\underline{x_2 = 309{,}3522\ldots)}$

b) → Zettel

7. $\int_1^2 \left(\frac{x^2}{\sqrt{x}} + \frac{2}{x^3} - 7\right) \cdot dx = \int_1^2 (x^{\frac{3}{2}} + 2x^{-3} - 7) \cdot dx =$

$= \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + 2\frac{x^{-2}}{-2} - 7x \Big|_1^2 = \frac{2\sqrt{x^5}}{5} - \frac{1}{x^2} - 7x \Big|_1^2 =$

$= \frac{2\sqrt{2^5}}{5} - \frac{1}{2^2} - 7 \cdot 2 - \left[\frac{2\sqrt{1^5}}{5} - \frac{1}{1^2} - 7 \cdot 1\right] =$

$= \frac{8 \cdot \sqrt{2}}{5} - \frac{133}{20}$ FE

T1: P+Q

8 → Zettel

$G(x_2) = -$

A

$h(x) := -0.004 \cdot x^3 + 0.204 \cdot x^2 - 2.88 \cdot x + 13$ Fertig

$ha(x) := \frac{d}{dx}(h(x))$ Fertig

$hb(x) := \frac{d}{dx}(ha(x))$ Fertig

solve$(ha(x)=0,x)$ $x=10.$ or $x=24.$

B

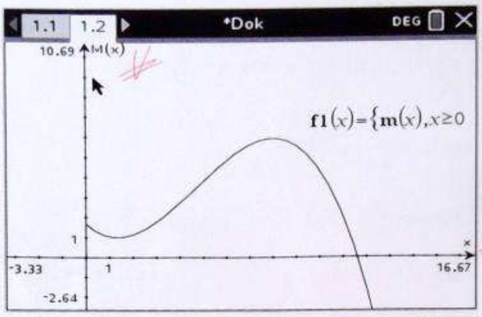
$hb(10)$ 0.168

$hb(24)$ -0.168

$\frac{hb(24)}{\sqrt{\left(1+(ha(24))^2\right)^3}}$ -0.168

$\frac{1}{-0.168}$ -5.95238

C



Einh

D

1.1 1.2 *Dok DEG

$m(x):=\frac{1}{30}\cdot\left(50-32\cdot x+14\cdot x^2-x^3\right)$	*Fertig*
$ma(x):=\frac{d}{dx}(m(x))$	*Fertig*
$mb(x):=\frac{d}{dx}(ma())$	*Fertig*
$mb(x):=\frac{d}{dx}(ma(x))$	*Fertig*

E

1.1 1.2 *Dok DEG

$mb\left(\frac{4}{3}\right)$	$\frac{2}{3}$
$mb(8)$	$\frac{-2}{3}$
$\text{solve}(mb(x)=0,x)$	$x=\frac{14}{3}$
$\frac{14}{3}$	$\frac{14}{3}$

F

1.1 1.2 *Dok DEG

$u(t):=20\cdot\left(1-e^{1-\frac{t}{0.02}}\right)$	*Fertig*
$ua(t):=\frac{d}{dt}(u(t))$	*Fertig*
$ub(t):=\frac{d}{dt}(ua(t))$	*Fertig*
$ua(40)$	7.00375E-866

G

1.1 1.2 *Dok DEG

$ua(40)$	$7.00375E-866$
$ua(0.04)$	367.879
$u(0.04)$	12.6424
$12.642411176571-367.87944117143\cdot 0.04$	-2.07277
$t(x):=367.87944117143\cdot x-2.072766470286$	*Fertig*

H

1.1 1.2 *Dok DEG

$12.642411176571-367.87944117143\cdot 0.04$	-2.07277
$t(x):=367.87944117143\cdot x-2.072766470286$	*Fertig*
$\left\lvert\frac{u(0.045)-t(0.045)}{u(0.045)}\right\rvert\cdot 100$	1.48497

I

1.1 *Dok DEG

$f(x):=\frac{x^3}{8}-\frac{3\cdot x}{2}+2$	*Fertig*
$fa(x):=\frac{d}{dx}(f(x))$	*Fertig*
$fb(x):=\frac{d}{dx}(fa(x))$	*Fertig*
$\text{solve}(fb(x)=0,x)$	$x=0$

J

1.1 *Dok DEG

$f(0)$	2
$f(6)$	20
$\text{solve}\left(\begin{cases}2=c\\20=36\cdot a+6\cdot b+c\\0=b\end{cases},\{a,b,c\}\right)$	$a=\frac{1}{2}$ and $b=0$ and $c=2$

Felix Schneider Mathe SA 17.05.2022

1.1 *Dok DEG

(K)

$k(x):=0.005\cdot x^3-0.4\cdot x^2+12\cdot x+64000$ — *Fertig*

$\frac{k(150)-k(100)}{50}$ — 149.5 ✓

$ka(x):=\frac{d}{dx}(k(x))$ — *Fertig*

$kb(x):=\frac{d}{dx}(ka(x))$ — *Fertig*

1.1 *Dok DEG

(L)

$kb(x):=\frac{d}{dx}(ka(x))$ — *Fertig*

$kb(20)$ — -0.2 ✓

$ks(x):=\frac{k(x)}{x}$ — *Fertig*

$ks(x)$

$$\frac{0.005\cdot(x^3-80.\cdot x^2+2400.\cdot x+1.28E7)}{x}$$

- 6 -

Felix Schneider Mathe SA 17.05.2022

1.1 *Dok DEG

(M)

$ks(x)$

$$\frac{0.005\cdot(x^3-80.\cdot x^2+2400.\cdot x+1.28E7)}{x}$$

$ksa(x):=\frac{d}{dx}(ks(x))$ — *Fertig*

$\text{solve}(ksa(x)=0,x)$ — $x=200.$ ✓

$p(x):=1200\cdot x$ — *Fertig*

1.1 *Dok DEG

(N)

$p(x):=1200\cdot x$ — *Fertig*

$e(x):=p(x)\cdot x$ — *Fertig*

$e(x)$ — $1200\cdot x^2$ (

$g(x):=e(x)-k(x)$ — *Fertig*

$g(x)$ — $-0.005\cdot x^3+1200.4\cdot x^2-12\cdot x-64000$

$ga(x):=\frac{d}{dx}(g(x))$ — *Fertig*

- 7 -

O

◀ 1.1 ▶ *Dok DEG

$ga(x):=\frac{d}{dx}(g(x))$ Fertig

$ga(x)$ $-0.015\cdot x^2+2400.8\cdot x-12.$

solve$(ga(x)=0,x)$ $x=0.004998$ or $x=160053.$!

$gb(x):=\frac{d}{dx}(ga(x))$ Fertig

$gb(0.004998)$ 2400.8

P

◀ 1.1 ▶ *Dok DEG

$gb(x):=\frac{d}{dx}(ga(x))$ Fertig

$gb(0.004998)$ 2400.8

$gb(160053.)$ -2400.79

⚠ $\frac{x^2}{\sqrt{x}}$ $x^{\frac{3}{2}}$

$2\cdot\sqrt{2^5}$ 1 $(2$ $)$ $8\cdot\sqrt{2}$ 133

Q

◀ 1.1 ▶ *Dok DEG

$gb(160053.)$! -2400.79

⚠ $\frac{x^2}{\sqrt{x}}$ $x^{\frac{3}{2}}$!

$\frac{2\cdot\sqrt{2^5}}{5}-\frac{1}{2^2}-14-\left(\frac{2}{5}-1-7\right)$ $\frac{8\cdot\sqrt{2}}{5}-\frac{133}{20}$ ✓

(R)

1.1 *Dok DEG

$ma(x):=\frac{d}{dx}(m(x))$ Fertig

$mb(x):=\frac{d}{dx}(ma(x))$ Fertig

$\text{solve}(ma(x)=0,x)$ $x=\frac{4}{3}$ or $x=8$

15. Differential- und Integralrechnung

Freitag, 9. September 2022 10:35

1. Schulübung, am 09.09.2022

15.1 Kurvendiskussion

S.7) 1.7)b)

$$f(t) = t^2 \cdot \ln(5 \cdot t)$$

$$f'(t) = 2t \cdot \ln(5t) + t^2 \cdot \frac{1}{5t} \cdot 5 = 2t \cdot \ln(5t) + t$$

2. Schulübung, am 12.09.2022

1.9) a, c

a) $P = \frac{U^2}{R}$

1) $\frac{dP}{dU} = \frac{2U}{R}$

2) $\frac{dP}{dR} = \frac{U^2}{-R^2}$ $\quad \left[\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2} \right]$

c) $v = -\omega \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi)$

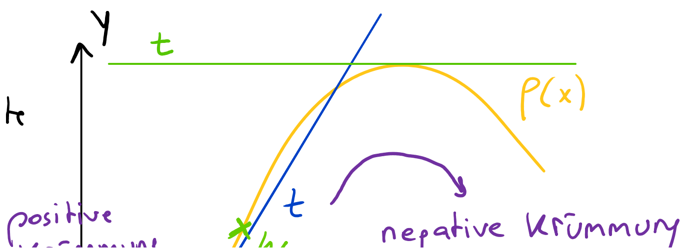
1) $\frac{dv}{dt} = -\omega \cdot (-\sin(\omega \cdot t - \varphi) \cdot \omega) = \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$

2) $\frac{dv}{d\omega} = -1 \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi) + (-\omega) \cdot (-\sin(\omega \cdot t - \varphi)) \cdot t$

$$= -\cos(\omega \cdot t - \varphi) + \omega t \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

Geometrische Bedeutung der Ableitung

1. Ableitung: Steigung der Tangente an der Stelle x_0



$f'(x) = k = \tan(\alpha)$

" an der Stelle x_0

$f'(x_0) = k = \tan(\alpha)$

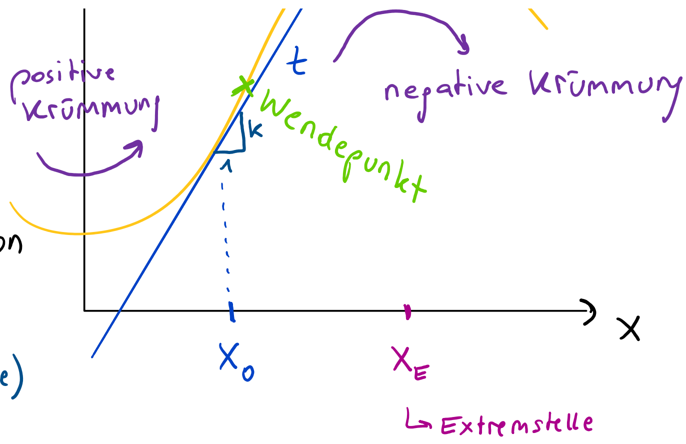
Extremstelle: $f'(x_E) = 0$

2. Ableitung: Krümmung der Funktion

HS: $f''(x_E) < 0$ (Hochstelle)

TS: $f''(x_E) > 0$ (Tiefstelle)

WS: $f''(x_E) = 0$ (Wendestelle)



1.20) $K(t) = 5 \cdot (e^{-0,12t} - e^{-0,3t})$

t … Zeit in h

K(t) … Wirkstoffkonzentration zur Zeit t in $\frac{mg}{L}$

$\dot{K}(t) = 5 \cdot (-0,12e^{-0,12t} + 0,3e^{-0,3t})$

$\ddot{K}(t) = 5 \cdot (0,0144e^{-0,12t} - 0,09e^{-0,3t})$

1) $\dot{K}(t_0) = 0$ & $\ddot{K}(t_0) < 0$

$\dot{K}(t_0) = 0$ TI: solve(…, t)

$\underline{t_0 = 5,090\ldots\ h}$

$\ddot{K}(5,090\ldots) = 5 \cdot (0,0144 \cdot e^{-0,12 \cdot 5,090\ldots} - 0,09e^{-0,3 \cdot 5,090\ldots})$

$= -0,0586\ldots$

$\Rightarrow K(5,090\ldots) = \underline{\underline{1,628\ldots \frac{mg}{L}}}$

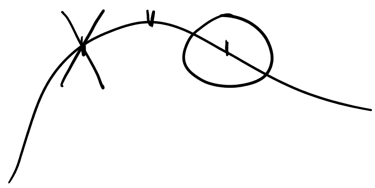
A: Die maximale Konzentration wird ca. nach 5,1 h mit 1,63 $\frac{mg}{L}$ erreicht.

2) $0,25 \cdot 1,63 = 0,4071\ldots \frac{mg}{L}$

$K(t_1) = 0{,}4071\ldots \frac{mg}{L}$

$t_1 = 0{,}502\ldots\ h$

$t_2 = 20{,}69\ldots\ h$ (→ „nur mehr")



A: Nach 20,7 h (ca.) nur mehr 25%.

3) Steigung d. stärksten Zunahme / Abnahme => Wendestelle

$\ddot{K}(t_2) = 0$ TI: SOLVE(...,t)

$t_2 = 10{,}18\ldots\ h$

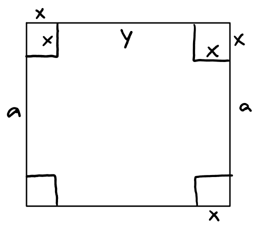
A: Nach ca. 10,2 h ist Abnahme am größten.

4) Wenn $t \to \infty$ geht, dann konvergiert $K(t)$ gegen 0, weil e^{-t} gegen 0 geht und somit alle Einzelkomponenten gegen 0 konvergieren.

$$\lim_{t\to\infty} K(t) = \lim_{t\to\infty} \underbrace{\left(5 \cdot \underbrace{\left(\underbrace{e^{-0{,}12t}}_{0} - \underbrace{e^{-0{,}3t}}_{0}\right)}_{0}\right)}_{0} = 0$$

Extremwertaufgaben

Bsp.: quadratisches Blech ($a = 12cm$).
An den Ecken werden Quadrate ausgeschnitten
↳ zu Schachtel formen



ges: Schachtel mit max. Volumen (x, y)

Hauptbedingung: $V = a \cdot b \cdot c$
$V(x,y) = y^2 \cdot x$

Nebenbedingung: $12 = 2x + y$
$y = 12 - 2x$

Zielfunktion: $V(x) = (12-2x)^2 \cdot x$ → hängt nur von einer Variable ab

Def.: $0 < x < 6$ ← $\frac{12}{2}$ cm

$V'(x) = 2 \cdot (12-2x) \cdot (-2) \cdot x + (12-2x)^2 \cdot 1$

$V'(x) = (12-2x) \cdot (12-6x)$

max. Volumen $V'(x) = 0$

$(12-2x)(12-6x) = 0$

$12 - 2x = 0$ $\quad$ $12 - 6x = 0$
$(x_1 = 6)$ $\quad$ $\underline{\underline{x_2 = 2cm}}$

$V''(x) = (-2) \cdot (12-6x) + (12-2x) \cdot (-6)$

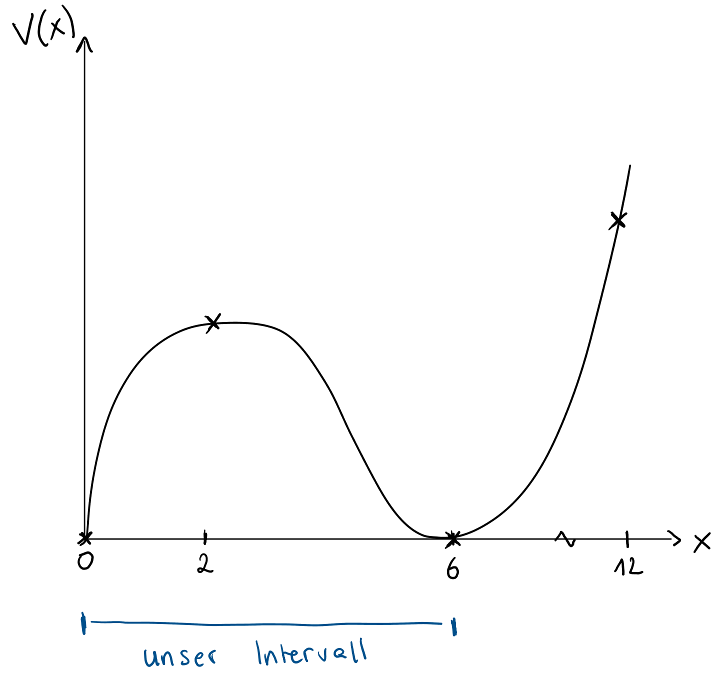
$V''(6) > 0$ → Minimum
$V''(2) < 0$ → Maximum

3. Schulübung, am 16.09.2022

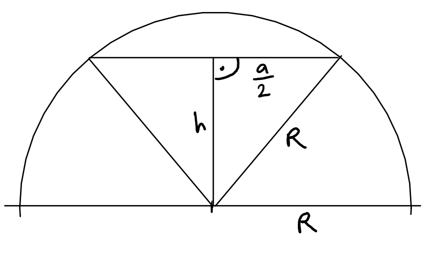
$y = 12 - 2 \cdot x = 12 - 2 \cdot 2$

$\underline{\underline{y = 8\,cm}}$

$V_{max} = 8^2 \cdot 2 = \underline{\underline{128\,cm^3}}$



1.32) a)



HB: $A(a,h) = \dfrac{a \cdot h}{2}$

NB: $R^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$\underline{a = 2 \cdot \sqrt{R^2 - h^2}}$

$\boxed{0 \leq h \leq R}$

ZF: $A(h) = \dfrac{\cancel{2} \cdot \sqrt{R^2 - h^2} \cdot h}{\cancel{2}} = h \cdot \sqrt{R^2 - h^2}$

$\bar{A}(h) = (R^2 - h^2) \cdot h^2$

$A(h) = (R^2 - h^2 ...$

quadrite Funktion

$\bar{A}'(h) = 0$

$\hookrightarrow$ TI: solve(..., h)

$$\begin{pmatrix} h_1 = 0 \\ h_2 = -\frac{R}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{h_3 = \frac{R}{\sqrt{2}}}} \rightarrow a = 2 \cdot \sqrt{R^2 - \left(\frac{R}{\sqrt{2}}\right)^2} = \underline{\underline{\sqrt{2} \cdot R}}$$

$\bar{A}$ eine Funktion, die für uns einfacher ist

$$A_H = \frac{R^2 \pi}{2}$$

$$A_D = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot R \cdot \frac{R}{\sqrt{2}}}{2} = 0{,}5 \cdot R^2$$

Es darf nicht in $\bar{A}$ eingesetzt werden.

$$p = \frac{A}{G} = \frac{A_D}{A_H} = \frac{0{,}5 \cdot R^2}{\frac{R^2 \cdot \pi}{2}} = \underline{\underline{31{,}83...\%}}$$

4. Schulübung, am 19.09.2022

$\hookrightarrow$ HÜ vergleichen & Arbeitsauftrag besprechen

5. Schulübung, am 23.09.2022

$\hookrightarrow$ Arbeitsauftrag bei 3. HÜ (19.09.22)

6. Schulübung, am 26.09.2022

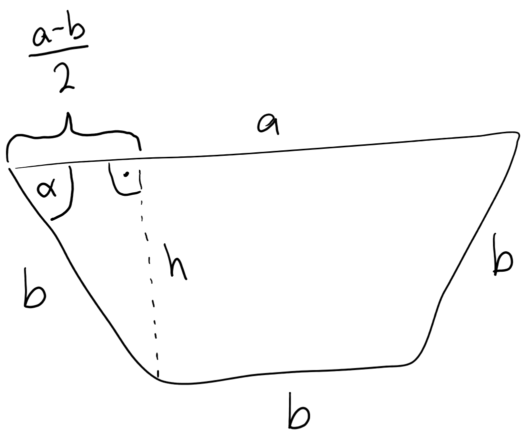
4. Schulübung, am 26.09.2022

Aufgaben mit Winkelfunktionen

Bsp.: S. 13 1.36) → Buch

1.37) a) Hauptbedingung:

$$A(a,h) = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



Nebenbedingung:

$$\sin(\alpha) = \frac{h}{b} \quad | \cdot b$$

$$\underline{h = b \cdot \sin(\alpha)}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\frac{a-b}{2}}{b} \quad | \cdot b$$

$0 \leq a \leq 90$

$$b \cdot \cos(\alpha) = \frac{a-b}{2} \quad | \cdot 2$$

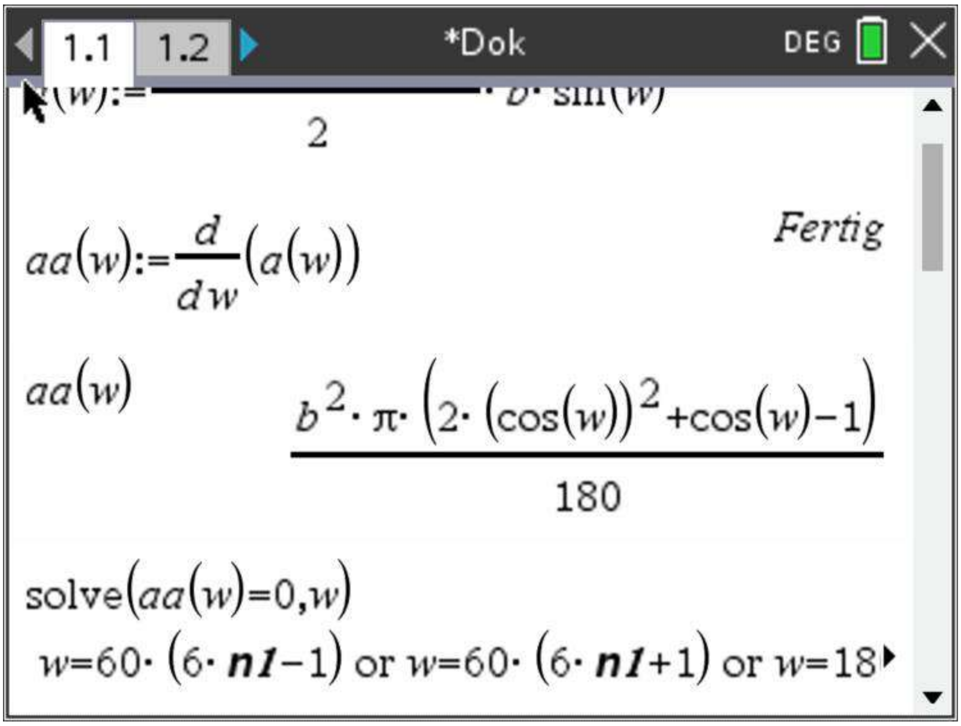
$$2b \cdot \cos(\alpha) = a - b \quad | + b$$

$$\underline{a = 2b \cdot \cos(\alpha) + b}$$

Zielfunktion

$$A(\alpha) = \frac{(2b \cdot \cos(\alpha) + b) + b}{2} \cdot b \cdot \sin(\alpha)$$

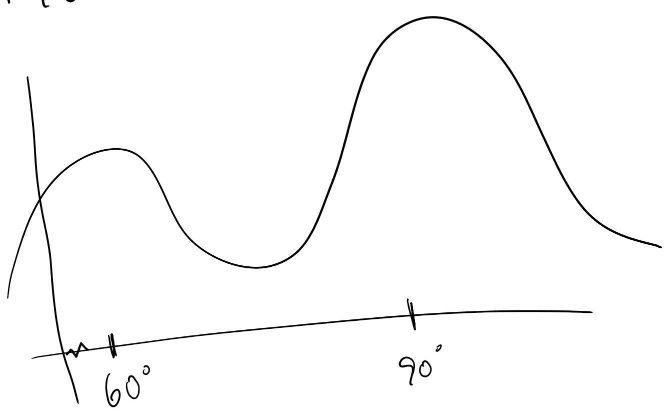
$A(\alpha) = (b + b \cdot \cos(\alpha)) \cdot b \cdot \sin(\alpha)$



$b = 0$; $\underline{\underline{\alpha = 60^\circ}}$

$\boxed{\text{TI: } \quad \text{solve}(\ldots, \alpha) \mid 0 \leq \alpha \leq 90}$

$A''(60^\circ) = -0{,}045 \cdot b^2 < 0 \rightarrow$ Maximum



Ränder beachten! :

$A(0°) = 0$

$A(60°) = (b + b \cdot \cos(60°)) \cdot b \cdot \sin(60°) = \frac{3 \cdot b^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$

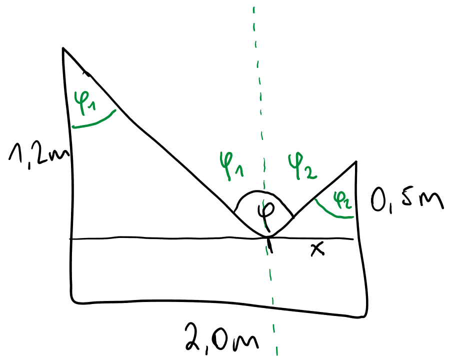
$A(90°) = b^2$

$\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{4} > 1 \rightarrow A(60°) = $ größte

A: Die seitlichen Bretter müssen einen Neigungswinkel von 60° haben.

5. Schulübung, am 03.12.2022

1.40)



HB: $\varphi(\varphi_1, \varphi_2) = \varphi_1 + \varphi_2$

NB: $\tan(\varphi_2) = \frac{x}{0,5}$

$\varphi_2 = \arctan\left(\frac{x}{0,5}\right)$

$\tan(\varphi_1) = \frac{2-x}{1,2}$

$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{2-x}{1,2}\right)$

ZF: $\varphi(x) = \arctan\left(\frac{2-x}{1,2}\right) + \arctan\left(\frac{x}{0,5}\right)$

$0 \leq x \leq 2$

$\varphi'(x) = \frac{28,647...}{x^2 + 0,25} - \frac{68,754...}{x^2 - 4x + 5,44}$

$\varphi'(x) = 0$

$\underline{x = 0,9162...}$

$x = 0,\ldots$

$\varphi(0{,}916\ldots) = 103{,}464\ldots^\circ$

$\varphi''(0{,}916\ldots) = -66{,}030\ldots$ → Maximum

$\varphi(0) = 59{,}036\ldots^\circ$

$\varphi(2) = 75{,}963\ldots^\circ$

A: Wenn x 0,9162…m ist, ist φ am größten.

S. 15 / 1.45: im Buch → Randextremum

Wiederholung:

1.55:

$$\int \left(2\cdot\sin(x) + 3\cdot e^{x} + \frac{2}{x}\right) dx = 2\cdot(-\cos(x)) + 3\cdot e^{x} + 2\cdot\ln(|x|) + C$$

unbestimmtes Integral

$$= -2\cdot\cos(x) + 3e^{x} + 2\cdot\ln(|x|) + C$$

1.61: a:

Substitution

$$\int 3\cdot x\cdot e^{2x^2}\cdot dx = \left| \begin{array}{l} t = 2x^2 \\ \frac{dt}{dx} = 4x \\ dx = \frac{dt}{4x} \end{array} \right| = \int 3\cdot\cancel{x}\cdot e^{t}\cdot\frac{dt}{4\cancel{x}} =$$

$$= \int \frac{3}{4}\cdot e^{t}\cdot dt = \frac{3}{4}\cdot e^{t} + C = \frac{3}{4}\cdot e^{2x^2} + C$$

1.64) b)

$$\int_1^b (3x-4)\,dx = 10{,}5$$

$$= 3\cdot\frac{x^2}{2} - 4x \Big|_1^b = 10{,}5$$

$$= 3\cdot\frac{b^2}{2} - 4b - \left[3\cdot\frac{1^2}{2} - 4\right] = 10{,}5$$

$$= \frac{3}{2}b^2 - 4b - \frac{3}{2} + 4 = 10{,}5$$

$$= \frac{3}{5}b^2 - 4b + \frac{5}{2} = 10{,}5$$

$$\underline{\underline{b_1 = -\frac{4}{3}}} \qquad \underline{\underline{b_2 = 4}}$$

6. Schulübung, am 07.10.22

Bsp.:

$$\int_3^{31} \sqrt[3]{2x+2}\;dx = \left| \begin{array}{l} t = 2x+2 \\ \frac{dt}{dx} = 2 \\ dx = \frac{dt}{2} \end{array} \right| =$$

$$= \frac{3}{8}\cdot\sqrt[3]{(2x+2)^4}\,\Big|_3^{31} =$$

$$= \frac{3}{8}\cdot\sqrt[3]{(2\cdot 31+2)^4} - \left(\frac{3}{8}\cdot\sqrt{(2\cdot 3+2)^4}\right) = 90$$

$$\int \sqrt[3]{2x+2}\;dx = \left| \begin{array}{l} t = 2x+2 \\ \frac{dt}{dx} = 2 \\ dx = \frac{dt}{2} \end{array} \right| = \int \sqrt[3]{t}\cdot\frac{dt}{2} = \frac{1}{2}\cdot\int t^{\frac{1}{3}}\,dt = \frac{1}{2}\cdot\frac{t^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}\cdot\sqrt[3]{t^4} + C = \frac{3}{8}\cdot\sqrt[3]{(2x+2)^4} + C$$

$$\int \sqrt[3]{2x+2}\,dx = \left|\begin{array}{l} t = 2x+2 \\ \frac{dt}{dx} = 2 \\ dx = \frac{dt}{2} \end{array}\right| = \int \sqrt[3]{t} \cdot \frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \cdot \int t^{\frac{1}{3}}\,dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \sqrt[3]{t^4} + C = \frac{3}{8} \cdot \sqrt[3]{(2x+2)^4}$$

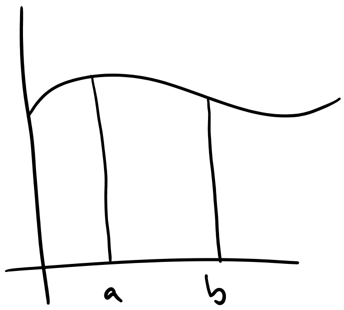
ODER: GRENZEN MITSUBSTITUIEREN

$$\int_{3}^{31} \sqrt[3]{2x+2}\,dx = \left|\begin{array}{l} t = 2x+2 \\ \frac{dt}{dx} = 2 \\ dx = \frac{dt}{2} \end{array}\right| = \int_{2\cdot 3+2}^{2\cdot 31+2} \sqrt[3]{t}\;\frac{dt}{2} = \frac{1}{2} \cdot \left.\frac{t^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}}\right|_{8}^{64}$$

Flächenberechnung

Freitag, 7. Oktober 2022 10:19

Flächenberechnung



$$\int_a^b f(x)\,dx$$

1.68) a)

2) $A = \frac{3\cdot 6}{2} = \underline{\underline{9\,E^2}}$

1) $f(x) = -\frac{x}{2} + 3$

$$A = \int_0^6 f(x)\,dx =$$

$$= \int_0^6 \left(-\frac{x}{2}+3\right)\cdot dx = -\frac{x^2}{4} + 3x \Big|_0^6 =$$

$$= \frac{36}{4} + 18 - 0 = \underline{\underline{9\,E^2}}$$

1.71) $f'(x) = x^2 - 4x$

$f(0) = 4$

$$f(x) = \int f'(x)\,dx = \int (x^2-4x)\,dx = \frac{x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + C = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + C$$

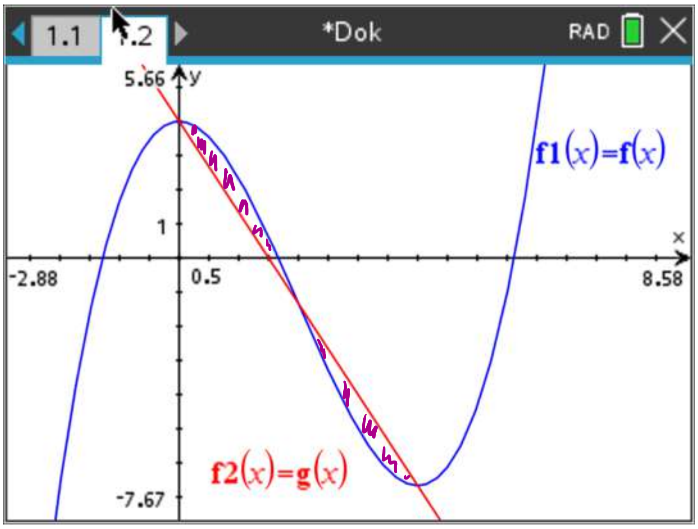
$f(0)=4$

$$\cancel{\frac{0^3}{3}} - \cancel{2\cdot 0^2} + C = 4$$

$$\underline{\underline{f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4}}$$

2) $H(0|4)$ $T(4|-\frac{20}{3})$ $\rightarrow$ HÜ 3) 4) 6)

7. Schulübung, am 10.10.2022



Fläche zwischen 2 Kurven

H(0|4)
W(2|$-\frac{4}{3}$)
T(4|$-\frac{20}{3}$)

$A = A_1 + A_2$

$$A = \int_0^2 [f(x) - g(x)] \cdot dx + \int_2^4 [g(x) - f(x)] \cdot dx$$

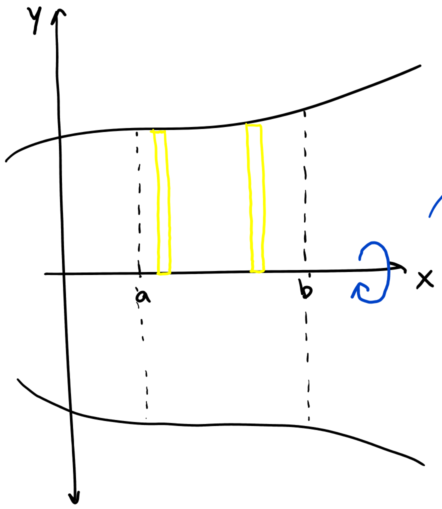
$$A = \int_0^2 \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 \cancel{+4} + \frac{8}{3}x \cancel{-4}\right] \cdot dx + \int_2^4 \left[-\frac{8}{3}x \cancel{+4} - \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 \cancel{-4}\right] \cdot dx =$$

$$A = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \underline{\frac{8}{3}E^2}$$

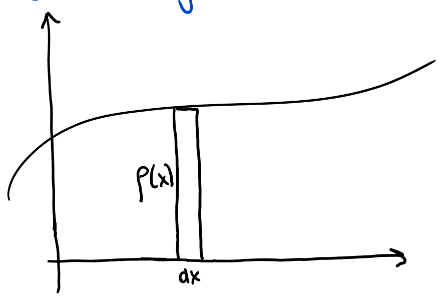
Volumenberechnungen von Rotationskörpern

Montag, 10. Oktober 2022 11:57

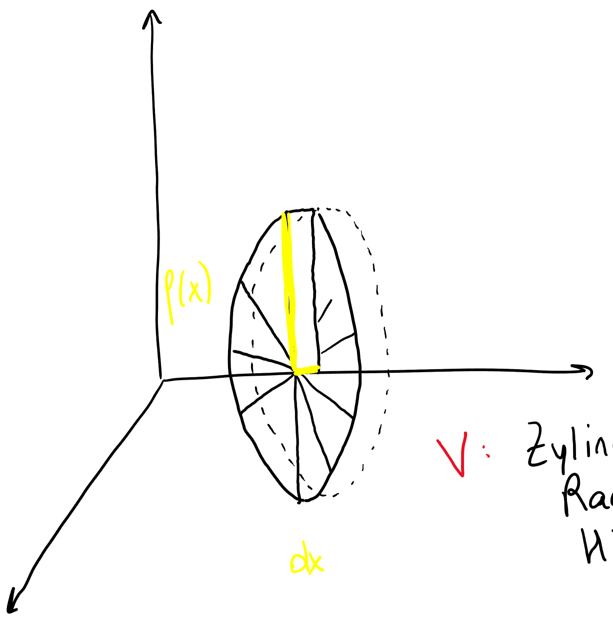
VOLUMENBERECHNUNGEN VON ROTATIONSKÖRPERN



3D Form
(Drehung um die x-Achse)



A: Rechteck:
Länge: p(x)
Breite: dx

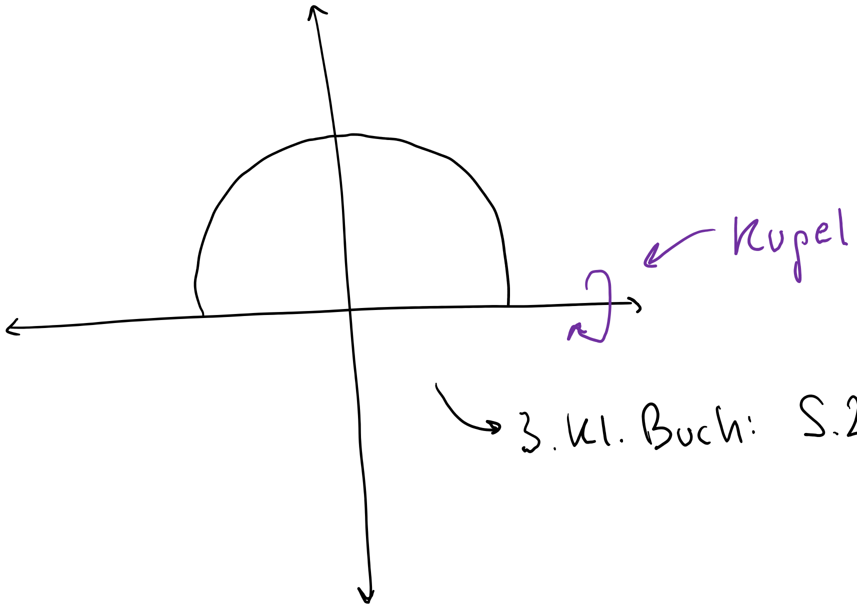


V: Zylinder:
Radius: p(x)
Höhe: dx

$$V = r^2\pi \cdot h = p(x)^2 \cdot \pi \cdot dx$$

$$\boxed{V_x = \pi \int_a^b p(x)^2 \cdot dx}$$

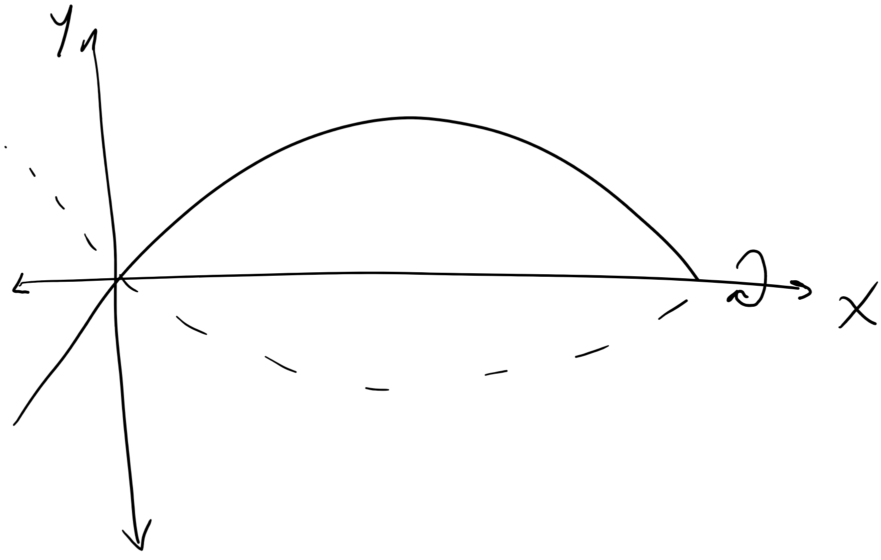
Volumen eines Drehkörpers bei der Drehung um die x-Achse.



3. Kl. Buch: S.274/7.45)

8. Schulübung, am 21.10.22

$y = x \cdot \sqrt{6-x}$ $\quad [0;6]$



$$V = \pi \cdot \int_0^6 (x \cdot \sqrt{6-x})^2 \cdot dx = \underline{\underline{108\pi}}$$

7.56) $S(4|2)$

$$p(x) = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$$ Scheitelpunktform

$$p(x) = a \cdot (x-4)^2 + 2$$

$$\int_3^5 p(x) \cdot dx = \frac{11}{3} \rightarrow [TI:] \; a = -\frac{1}{2}$$

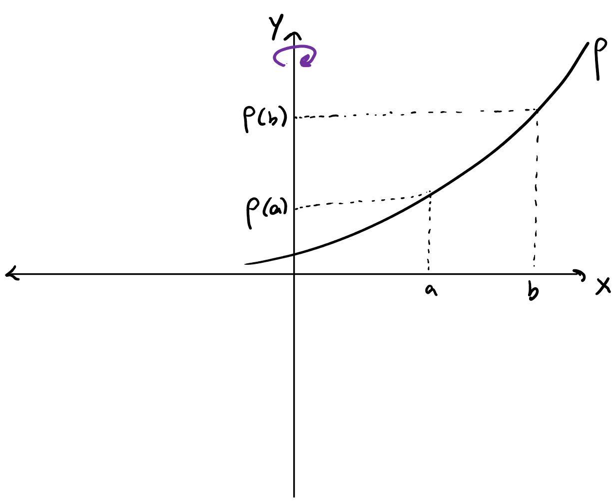
$$p(x) = -\frac{1}{2} \cdot (x-4)^2 + 2$$

$$V = \pi \cdot \int_3^5 p(x)^2 \cdot dx = 21{,}258\ldots E^3$$

---

9. Schulübung, am 24.10.2022

Rotation um die y-Achse



$$\boxed{V_y = \pi \cdot \int_{p(a)}^{p(b)} p^*(y)^2 \, dy}$$

p^* .... Umkehrrelation

S. 248

7.46) im Buch

7.53) b) $y = \ln(x)$

Grenzen: $c = -1$

$d = 1$

umformen

$x = e^y \qquad x^2 = e^{2y}$

$$V_y = \pi \cdot \int_{-1}^{1} x^2 \, dy = V_y = \pi \cdot \int_{-1}^{1} e^{2y} \, dy =$$

$$\underline{= 11{,}3941\ldots \; E^3}$$

7.62) $y(x) = a \cdot (x - x_s)^2 + y_s$

$y(x) = a \cdot (x - 5)^2$

$P(1{,}5|3) \in y$

[T1:] $\underline{a = \frac{3}{12{,}25}}$

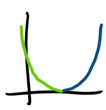
$$y(x) = \frac{3}{12{,}25} \cdot (x-5)^2$$

umformen:

[T1:] $\left(\underline{x_1 = -2{,}02073 \cdot \sqrt{y} + 5}\right)$

$\underline{x_2 = 5 - 2{,}02073 \cdot \sqrt{y}}$

Relation!



$$V_y = \pi \cdot \int^{3} x_2^2 \cdot dy = \pi \cdot \int_0^3 (5 - 2{,}02073\ldots \cdot \sqrt{y})^2 \, dy$$

$$= 513{,}257\ldots\ mm^3 \mathrel{\hat{=}} 0{,}513257\ldots\ cm^3$$

$$-\underbrace{3\cdot 1{,}5^2\cdot\pi}_{\text{Volumen vom Zylinder}} = 52{,}2288\ldots mm^3$$

$$\mathrel{\hat{=}} 0{,}052288\ cm^3$$

$$m = V\cdot\rho = 0{,}0522\ cm^3 \cdot 8{,}4\ \frac{g}{cm^3}$$

$$= 0{,}439\ldots\ g$$

$$\mathrel{\hat{=}} \underline{\underline{44\ g}}$$ für alle Lötstellen

A: 100 Lötstellen haben ein Gewicht von ca. 44 g.

Bogenlänge

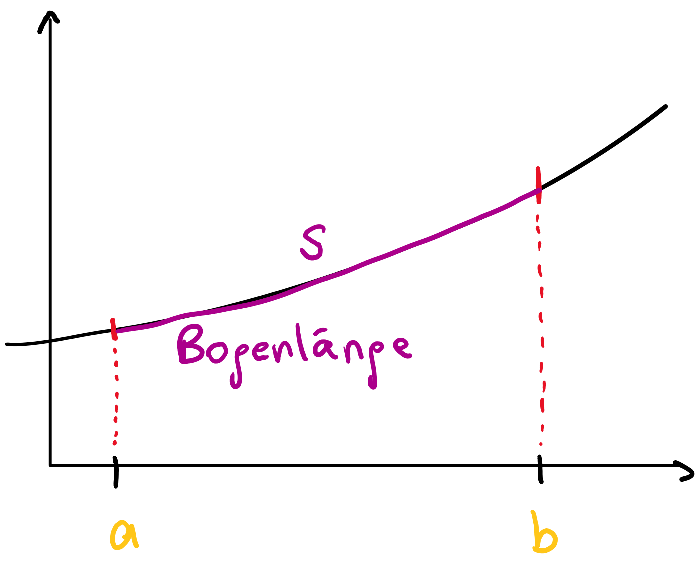
Freitag, 4. November 2022 10:07

10. Schulübung, am 04.11.22

Bogenlänge

Bogenlänge s des Graphen einer Funktion f im Intervall [a; b]:

$$s = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$$



S. 254 / 7.77)

1. $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

$f'(x) = 3a \cdot x^2 + 2b \cdot x + c$

$$p'(x) = 3a \cdot x^2 + 2b \cdot x + c$$

$$p'(0) = 0$$
$$p(0) = 2$$
$$p'(2{,}5) = 0$$
$$p(2{,}5) = 0{,}2$$

[TI:] $p(x) = 0{,}2304x^3 - 0{,}864x^2 + 2$

2. Wendepunkt → stärkste Neigung → wenn kleiner 60°, dann nicht steiler als 60°

$$p''(x) = 0 \rightarrow x = 1{,}25$$
$$p'(1{,}25) = k =$$

$$\tan(\alpha) = k$$
$$\alpha = \arctan(p'(1{,}25))$$
$$\alpha = -47{,}202\ldots^\circ$$

A: Die maximale Neigung beträgt ca. 47°.

3. $p'(x) = 0{,}6912x^2 - 1{,}728x$

$$s = \int_0^{2{,}5} \sqrt{1 + (p'(x))^2}\, dx = 3{,}1576\ldots \text{ m}$$

[TI:] arcLen(Funktion, Variable, untere Grenze, obere Grenze)

ProTipp: arcLen(p(x), x, 0, 2.5)

[TI:] arcLen(Funktion, Var...

ProTipp: arcLen(p(x), x, 0, 2.5)

$$A = s \cdot b = 3{,}1576\ldots\,m \cdot 0{,}8\,m = \underline{\underline{2{,}52\ldots\,m^2}}$$

Weg - Geschwindigkeit - Beschleunigung

Weg .... $s(t)$
Geschwindigkeit .... $v(t) = \frac{ds}{dt}$
Beschleunigung .... $a(t) = \frac{d^2s}{dt}$

Integration:

$s(t) = \int v(t)\, dt$ — Weg-Zeit-Funktion s, Geschw.-Zeit-Funktion v

$\Delta s = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\, dt = s(t_2) - s(t_1)$ — zurückgelegter Weg im Zeitintervall $[t_1, t_2]$

$v(t) = \int a(t)\, dt$ — Geschwindigkeit-Zeit-Funktion v, Beschleunigung-Zeit-Funktion a

$\Delta v = \int_{t_1}^{t_2} a(t)\, dt$ — Geschwindigkeitsänderung zwischen den Zeiten t_1 und t_2

11. Schulübung, am 07.11.22

S196/6.6)

1) Annahme: lineare Funktion

$v(t) = k \cdot t + d$

$d = 12 \frac{m}{s}$ (v_0)

$v(t) = k \cdot t + 12$

$18 = v(4) = k \cdot 4 + 12$

$k = \frac{3}{2}$

$v(t) = \frac{3}{2} \cdot t + 12$

t .... Zeit in Sekunden
$v(t)$ ... Geschwindigkeit zum Zeitpunkt t in $\frac{m}{s}$

2) $s(t) = \int v(t)\, dt = \frac{3}{4} \cdot t^2 + 12t + C$

$c = 70m$ (s_0)

$s(t) = \frac{3}{4}t^2 + 12t + 70$

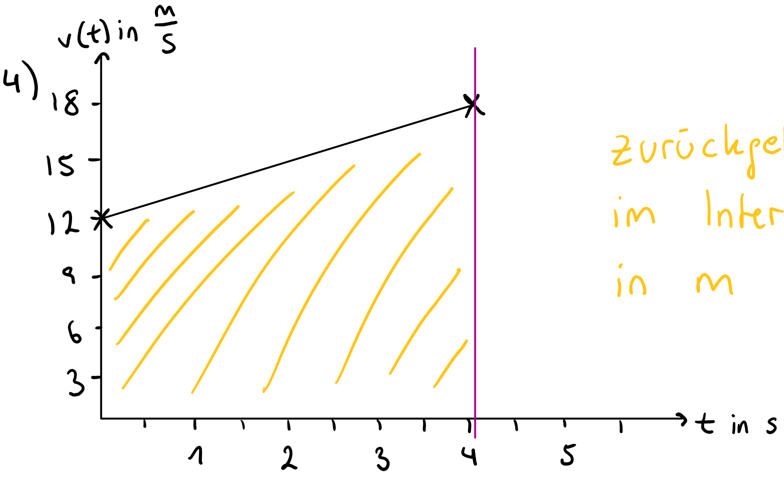
t.... Zeit in s

s(t) .... Entfernung zum ZP t zum Messpunkt in m

3) $s(4) = \underline{\underline{130m}}$

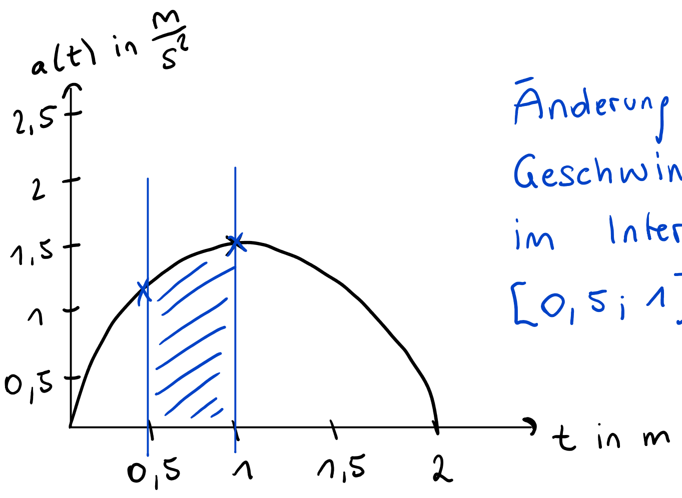
A: Zum Zeitpunkt t=4s ist er 130m entfernt.

4)



zurückgelegter Weg im Intervall [0;4] in m

7.104) 1)



Änderung der Geschwindigkeit im Intervall [0,5; 1] bzw. Geschwindigkeitzunahme

Abnahme wäre negativer Flächeninhalt

2) $a(t) = 0$

$t_1 = 0$ $t_2 = 2$ A: Nach 2 Sekunden.

$$v(t) = \int a(t)\, dt = 1{,}2\,t^2 - 0{,}4\,t^3 + C$$

$$v(0) = 0 \implies C = 0$$

$$v(t) = 1{,}2t^2 - 0{,}4t^3$$

$$v(2) = \underline{\underline{1{,}6\,\tfrac{m}{s}}}$$ ✓

3) $v(t) = 0$

$(t_1 = 0)$ $\underline{t_2 = 3}$

$$s(t) = \int v(t) \cdot dt = 0{,}4t^3 - 0{,}1t^4 + C$$

$$s(0) = 0 \implies C = 0$$

$$s(t) = 0{,}4t^3 - 0{,}1t^4$$

$$s(3) = \underline{\underline{2{,}7\,m}}$$ ✓

12. Schulübung, am 18.11.2022

7.105) 1) Das Schienenfahrzeug fährt rückwärts, weil die Geschwindigkeit negativ ist.

2) $v(t) = 0$

[TI:] $t_1 = 0\,min$

[illegible] min

[T1:] $t_1 = 0 \min$

$t_2 = 22{,}1635\ldots \min$

$t_3 = 35{,}38 \ldots \min$

$t_4 = 47{,}9653\ldots \min$

$$s(t) = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\,dt + \left| \int_{t_2}^{t_3} v(t)\,dt \right| + \int_{t_3}^{t_4} v(t)\,dt$$

$$\underline{s(t) \approx 6243{,}6 \text{ m}}$$

A: Das Schienenfahrzeug legt ca. 6243,6 m zurück.

<u>Entfernung vom Startpunkt:</u>

$$s(t) = \int_{t_1}^{t_4} v(t)\,dt$$

$$s(t) \approx 5028{,}3 \text{ m}$$

A: Das Schienenfahrzeug ist ca. 5028,3 m vom Startpunkt entfernt.

Berechne die Beschleunigung zum ZP $t = 300\text{s}$.
$t \mathrel{\hat{=}} 5 \min$

$$a(t) = v'(t) = -0{,}0116\,t^3 + 0{,}918\,t^2 - 20{,}56 \cdot t + 109{,}1$$

$$a(5) = 27{,}8 \ \text{m}/\text{min}^2$$

7.106) $v(t) = 15 \cdot t \cdot e^{-1,8 \cdot t}$

A: Gibt die Wassermenge in L an, die zwischen dem Zeitpunkt t_1 & t_2 abfließt.

2) $v'(t) = 0$

$\underline{t = 0,\dot{5}\,s}$

$v''(0,\dot{5}) < 0$ ✓ $\Rightarrow$ Maximum

↳ $-9,9\ldots$

A: Nach $0,\dot{5}$s hat Geschwindigkeit max. erreicht

$$m(t) = \int_0^{0,\dot{5}} v(t)\,dt = \underline{1,223\ldots\ L}$$

3) $$\int_0^t v(t)\,dt = 3$$

[TI:] $(t = -0,471\ldots)$

$\underline{t = 1,2281\ldots\ s}$

A: Nach 1,228 Sekunden sind bereits 3L abgeflossen.

Änderungsmaße

Montag, 21. November 2022 11:37

13. Schulübung, am 21.11.2022

Änderungsmaße

absolute Änderung

$$f(b) - f(a)$$

für $y = f(a)$ im Intervall $[a;b]$

relative Änderung

$$\frac{f(b) - f(a)}{f(a)}$$

mittlere Änderungsrate (Differenzenquotient)

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

momentane Änderungsrate (Differenzialquotient)

$$f'(x) = \frac{dy}{dx}$$

Anwendungen in der Wirtschaft

Kostenfunktion K

beschreibt die anfallenden Kosten in Abhängigkeit von der produzierten Stückzahl

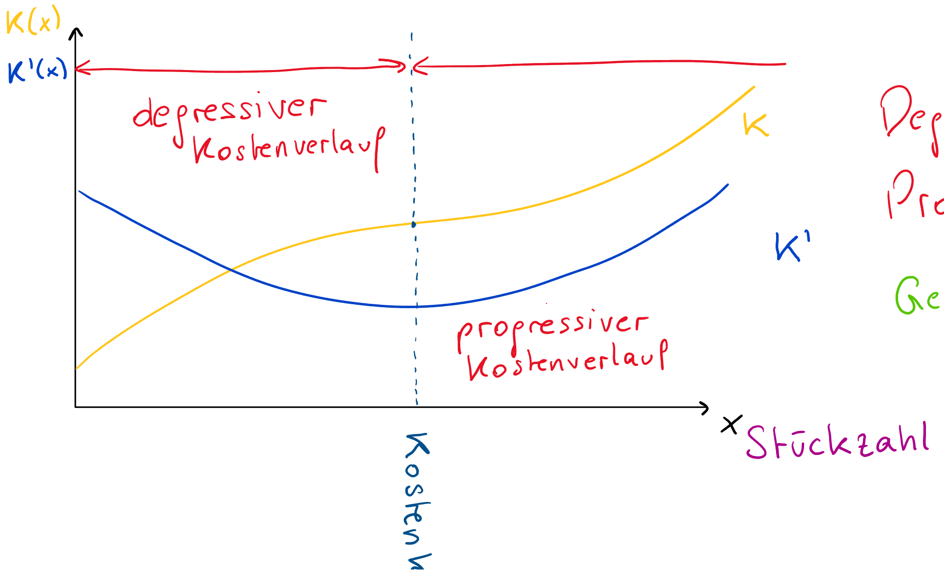
Grenzkostenfunktion K'

gibt jenen Kostenzuwachs an, wenn um unendlich kleine Menge mehr produziert wird

Stückkostenfunktion $\overline{K}$

$$\overline{K}(x) = \frac{K(x)}{x}$$

Die Stelle x_{OPT} des Minimums der Stückkostenfunktion nennt man Betriebsoptimum.



Depressive Kostenf.: $K''(x) < 0$

Progressive Kostenf.: $K''(x) > 0$

Gewinn = Erlös − Kosten

kehr

Gewinnfunktion $G(x)$

$$G(x) = E(x) - K(x)$$

Preisfunktion $p(x)$

gibt den Preis pro Mengeneinheit an

Erlösfunktion $E(x)$

$$E(x) = p(x) \cdot x$$

7.124) $$K'(x) = \frac{x \cdot \sqrt{x^2 + 1600}}{1000} + 30$$

$$K(x) = \int K'(x) \cdot dx =$$

$$= \frac{(x^2 + 1600)^{\frac{3}{2}}}{3000} + 30x + C$$

$$K(30) = 1000 \text{ €}$$

$$C = \frac{175}{3}$$

$$K(x) = \frac{(x^2+1600)^{\frac{3}{2}}}{3000} + 30x + \frac{175}{3}$$

a) $$\overline{K}(x) = \frac{K(x)}{x}$$

2) $\overline{K(x)} = \frac{K(x)}{x}$

$$\overline{K(x)} = \frac{(x^2+1600)^{3/2} + 5000\cdot(18x+35)}{3000}$$

$$\overline{K'(x)} = 0$$

$x_1 = -47{,}078$

$\underline{\underline{x_2 = 47{,}078}}$

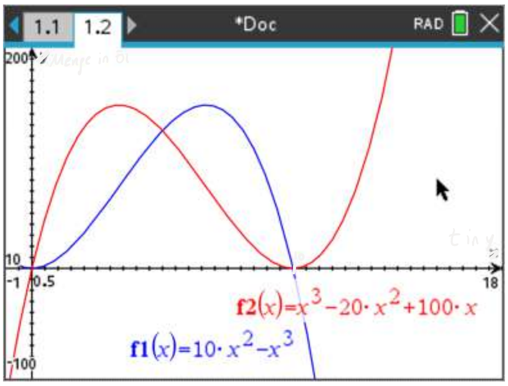
$\overline{K''(47)} > 0 \Rightarrow$ Minimum

$\underline{\overline{K(47)} = 31{,}91 \frac{€}{\text{Stück}}}$

A: Bei 47 Stück sind die Stückkosten mit 31 € pro Stück minimal (Betriebsoptimum).

14. Schulübung, am 25.11.2022

7.125)



A: $p(t) = 10t^2 - t^3$

B: $g(t) = x^3 - 20x^2 + 100x$

1) $M_p = \int_0^{10} p(t)\,dt = \frac{2500}{3}$ ME Öl

$M_g = \int g(t)\,dt = \frac{2500}{3}$ ME Öl

$$M_g = \int_0^{10} g(t)\,dt = \frac{2500}{3} \text{ ME Öl}$$

$$M_p = M_g = \underline{\underline{833,\dot{3} \text{ ME}}}$$

A: Beide Modelle rechnen mit ca. 833 Mengeneinheiten in den kommenden 10 Jahren.

2) $p(t) = 1 + \frac{1}{11-t}$

$$E_p(t) = \underbrace{p(t)}_{\text{Preis d zum ZP } t} \cdot \underbrace{f(t)}_{\text{Menge zum ZP } t} = \left(1 + \frac{1}{11-t}\right) \cdot (10t^2 - t^3)$$

$$E_g(t) = p(t) \cdot g(t) = \left(1 + \frac{1}{11-t}\right) \cdot (t^3 - 20t^2 + 100t)$$

e_p .... Erlös in ersten 10 Jahren im Modell A

$$e_p = \int_0^{10} E_p(t) \cdot dt \cong \underline{1036,52 \text{ GE}}$$

e_g ... Erlös in ersten 10 Jahren im Modell B

$$e_g = \int_0^{10} E_g(t) \cdot dt \cong \underline{966,38 \text{ GE}}$$

A: Durch den späteren Verkauf von mehr Öl im Modell A, kommt ein höherer Gewinn heraus, weil die Preise später höher werden.
Modell B verkauft das Öl billiger und bringt weniger Erlös.

Arbeitsintegrale

Freitag, 25. November 2022 10:14

Arbeitsintegrale

Wirkt eine veränderliche Kraft $F(s)$ längs eines Weges s, so gilt für die verrichtete Arbeit W zwischen einem Anfangspunkt s_1 und einem Endpunkt s_2:

$$W = \int_{s_1}^{s_2} F(s) \cdot ds$$

7.111) Federkonstante $k = 3000 \frac{N}{m}$

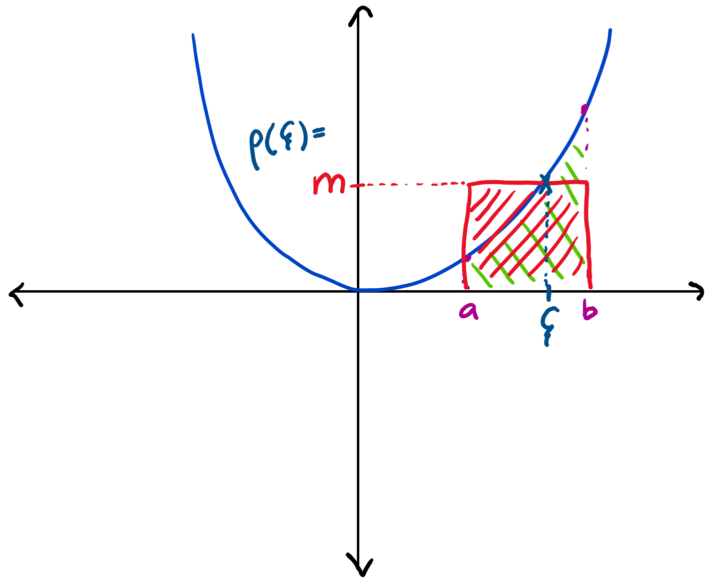
$s_1 = 0{,}04\,m$

$s_2 = 0{,}06\,m$

$$W = \int_{0{,}04}^{0{,}06} \underbrace{k \cdot s}_{F(s)} \cdot ds = \int_{0{,}04}^{0{,}06} 3000\,s \cdot ds = \underline{\underline{3\,J}}$$

15. Schulübung, am 28.11.2022

MITTELWERTE



$A_R = A_I$

Sei f eine auf dem Intervall [a;b] stetige Funktion, so gibt es mind eine Stelle $\xi \in [a;b]$ für die gilt $\int_a^b f(x) \cdot dx$

$= f(\xi) \cdot (b-a)$

$$m = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x) \cdot dx$$

ist der Lineare Mittelwert d. Funktion f.

→ Buch 3. Klasse Seite 257 + 258 ...

Quadratischer Mittelwert:

$$m_Q = \sqrt{\frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b [f(x)]^2 \, dx}$$

7.95) $\vartheta(t) = -0{,}1t^2 + 2t + 10$

2) $$m = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b \vartheta(t) \cdot dt$$

$$m = \frac{1}{17} \cdot \int_0^{17} \vartheta(t) \cdot dt$$

$$\underline{\underline{m = 17{,}366 \; °C}}$$

A: Die Durchschnittstemperatur beträgt ca. 17,37 °C.

3) A: Auch der Mittelwert erhöht sich um 5°C

$$m_n = \frac{1}{17} \cdot \int_0^{17} (-0{,}1t^2 + 2t + 15) \, dt \approx 22{,}37 °C$$

7.97) 1) $v(t) = 78\,750t^3 - 14\,250t^2 + 687{,}5t + 73$

$0 < t < 0{,}1$

$0 < t < 0{,}1$

$$\bar{v} = \frac{1}{0{,}1} \cdot \int_0^{0{,}1} v(t) \cdot dt$$

2) $\bar{v} = 79{,}5625 \ \frac{km}{h}$

3) Nein, es muss keine Strafe bezahlt werden.

SA-Stoff

Freitag, 25. November 2022 10:27

SA-Stoff

Differenzialrechnung

- Grundlagen
- Geometrische Bedeutung
- Umkehraufgaben
- Extremwertaufgaben
- Änderungsmaße

Intergralrechnung

- Substitution
- Flächenberechnung
- Volumsberechnung
- Bogenlänge
- W-G-B
- Wirtschaft
- Arbeitsintegrale
- Mittelwerte

16. Schulübung, am 12.12.2022

Verbesserung d. Schularbeit

Verbesserung d. Schularbeit

1.a. relative Änderung

$$\frac{v(10)-v(0)}{v(0)} = -0{,}4938 \cong \underline{\underline{-49{,}4\%}}$$

b. $-2{,}962\ldots \frac{m}{s^2}$ mittlere Beschleunigung im Zeitintervall $[0;10]$ in m/s^2

c. $a(t) = v'(t)$

$\underline{a(10) = -2{,}22 \frac{m}{s^2}}$

$a'(t) = 0$

$\underline{t = 6s}$

$a(6) = -4 \frac{m}{s^2}$

$a''(6) > 0$ → weil Minimum

d. mittlere Geschwindigkeit im Intervall $[0;10]$

$47{,}03 \ m/s$

e. $\int_0^t v(t)\, dt = 500 \rightarrow t_1 = -15$

$\underline{t_2 = 11{,}007 s}$

$\int\limits_0 v(t)\, dt = 300$ $\qquad t_2 = 11{,}007\, s$

2\. a. $d'(t) = 0$

$t = 2d$

$d(2) = 7{,}436\ \frac{m}{s^2}$

$d''(2) < 0 \rightarrow$ Maximum

b. $d''(t) = 0$

$\underline{t = 3d}$

$d'''(t) \neq 0$

c. $\frac{1}{6} \int_1^7 d(t)\, dt \cdot 86400 = 3{,}82 \cdot 10^8\, m^3$ pro Tag

4\. a. $p(x) = \frac{21}{64} x^2 + 3$

b. $V_y = \pi \cdot \int_3^{23} \frac{64 \cdot 21 \cdot (y-3)}{21^2}\, dy$

c. $V_y = \pi \int_0^{24} \cdot \left[\frac{y+12}{4}\right]^2 dy - \pi \cdot \int_3^{24} \frac{64 \cdot 21 \cdot (y-3)}{21^2}\, dy =$

$\underline{= 829{,}4\, cm^3}$

$m = \rho \cdot V = 2{,}5 \frac{g}{cm^3} \cdot 829{,}4\, cm^3 = \underline{\underline{2kg}}$

16. Fehlerrechnung

17. Schulübung, am 16.12.2022

16.1 Arten von Fehler

16.1.1 Datenfehler

Daten aufgrund von Messungen fehlerhaft

16.1.2 Verfahrensfehler

z.B.: durch Näherungsverfahren
(Integralrechnung)

16.1.3 Rundungsfehler

16.2 verschiedene Fehler

16.2.1 absolute Fehler

$$\Delta x = x - x_0$$

↳ Ist-Wert minus Soll-Wert

16.2.2 relativer Fehler

$$\frac{\Delta x}{x_0} \approx \frac{\Delta x}{x}$$

16.2.3 prozentueller Fehler

$$\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%$$

16.3 Fehlerfortpflanzung

→ 4. Klasse Buch Seite 27-28

16.3.1 Addition:

neuer absoluter Fehler = Summe d. Beträge d. alten absoluten Fehler

Messwerte: $x = x_0 \pm \Delta x$
$y = y_0 \pm \Delta y$

max. abs. F.: $\Delta z_{max} = |\Delta x| + |\Delta y|$

16.3.2 Multiplikation:

neuer relativer Fehler = Summe d. Beträge d. alten relativen Fehler

max. rel. F.: $\left|\frac{\Delta z_{max}}{z_0}\right| = \left|\frac{\Delta x}{x}\right| + \left|\frac{\Delta y}{y}\right|$

16.3.3 Potenzieren:

neuer relativer Fehler = Summe d. Beträge d. alten relativen Fehler mal Potenz

$$z = x^n = (x_0 \pm \Delta x)^n$$

max. rel. F.: $\left|\frac{\Delta z_{max}}{z_0}\right| = n \cdot \left|\frac{\Delta x}{x_0}\right|$

2.3) $c = 3 \cdot \underbrace{(2x - y + z)}_{\text{Addition / Subtraktion}}$

$x = \boxed{3} \pm 0{,}1$
$y = \boxed{6} \pm 0{,}2$
$z = \boxed{8} \pm 0{,}3$

Fehler werden addiert:

$|\Delta c| = 3 \cdot (2 \cdot |\Delta x| + |\Delta y| + |\Delta z|)$

$= 3 \cdot (2 \cdot 0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}3)$

$= 2{,}1$

Betrag des maximalen absoluten Fehlers

$c_0 = 3 \cdot (2 \cdot 3 - 6 + 8) = 24$

relativer Fehler: $\left|\frac{\Delta c}{c_0}\right| = \frac{2{,}1}{24} = \underline{\underline{8{,}75\ldots\,\%}}$

Betrag des maximalen relativen Fehlers

2.4/c) $c = \frac{x - y^2}{x}$

$y^2 \rightarrow$ Potenzieren
$x - y^2 \rightarrow$ Addition
$\frac{\ldots}{x} \rightarrow$ Multiplikation

$x = 5 + 0{,}2$
$y = 6 + 0{,}1$

① absoluter Fehler von y^2

$\left|\frac{\Delta y^2}{y^2}\right| = 2 \cdot \underbrace{\left|\frac{\Delta y}{y_0}\right|}_{\text{relativer F.}} \Rightarrow \underbrace{2 y_0^2 \cdot \left|\frac{\Delta y}{y_0}\right|}_{\text{absoluter F.}}$

$$= 2 \cdot 6^2 \cdot \left|\frac{0{,}1}{6}\right| = \underline{1{,}2}$$

② <u>absoluter Fehler von $x-y^2$</u>

$$|\Delta(x-y^2)| = |\Delta x| + |\Delta y^2| = 0{,}2 + 1{,}2 = \underline{1{,}4}$$

③ <u>absoluter Fehler von $\frac{x-y^2}{x}$</u>

$$\text{rel.F.:} \left|\frac{\Delta C}{C_0}\right| = \left|\frac{\Delta(x-y^2)}{x_0-y_0^2}\right| + \left|\frac{\Delta x}{x_0}\right| = \left|\frac{1{,}4}{5-6^2}\right| + \left|\frac{0{,}2}{5}\right| = 0{,}0851\ldots \simeq \underline{8{,}5\,\%}$$

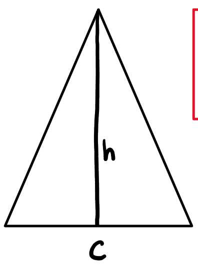
$$c_0 = \frac{5-6^2}{5} = \underline{-6{,}2}$$

$$\Delta c = |c_0| \cdot \left|\frac{\Delta c}{c_0}\right| = 6{,}2 \cdot 0{,}0851\ldots \simeq \underline{\underline{0{,}528}}$$

SÜ, am 18.12.2022

2.6)

$c = 6{,}4 \pm 0{,}1$ cm
$h = 8{,}2 \pm 0{,}2$ cm



$$\boxed{A = \frac{c \cdot h}{2}}$$

$$A_0 = 6{,}4 \cdot 8{,}2 = \underline{26{,}24\,cm^2}$$

$$\left|\frac{\Delta A}{A_0}\right| = \left|\frac{\Delta c}{c_0}\right| + \left|\frac{\Delta h}{h_0}\right| = \left|\frac{0{,}1}{6{,}4}\right| + \left|\frac{0{,}2}{8{,}2}\right| = 0{,}0400\ldots \simeq \underline{4\,\%}$$

$$\Delta A = |A_0| \cdot \left|\frac{\Delta A}{A_0}\right| = 26{,}24 \cdot 0{,}0400\ldots = 1{,}0499\,cm^2 \simeq \underline{1{,}05\,cm^2}$$

Flächeninhalt beträgt: $\underline{26{,}24 \pm 1{,}05\ cm^2}$

Funktionen in 2 Variablen

Montag, 19. Dezember 2022 11:51

Funktionen in 2 Variablen

Eine reelle Funktion f in 2 Variablen ist eine Zuordnungsvorschrift, die jedem geordneten Zahlenpaar (x,y) genau eine reelle Zahl z zuordnet.

Funktionsgleichung

$$z = f(x,y)$$

x, y ... unabhängigen Variablen

z .... abhängige Variable

explizite Darstellung

$$z = f(x,y)$$

$$z = 3x - 7y + 9$$

implizite Darstellung

$$F(x,y,z)=0$$

$$3x-7y-z+9=0$$

Eine Funktion in 2 unabhängigen Variablen $z=f(x,y)$ beschreibt eine Fläche in einem 3-dimensionalen Koordinatensystem.

2.12) $A(e,f)=\frac{e\cdot f}{2}$ Flächeninhalt einer Raute

A	5	6	7	8
5	12,5	15	17,5	20
6	15	18	21	24
7	17,5	21	24,5	28
8	20	24	28	32

$$A(2e, 2f) = \frac{2e \cdot 2f}{2} = \frac{4ef}{2} = 4 \cdot A(e, f)$$

$\Rightarrow$ Fläche vervierfacht sich

Partielle Ableitung erster Ordnung

Montag, 19. Dezember 2022 12:10

Partielle Ableitung erster Ordnung

Partielle Ableitung d. Funktion $f(x,y)$:

Ableiten nach x: $\frac{\partial f}{\partial x} = f_x = \lim_{\Delta x \to 0}\left(\frac{f(x+\Delta x, y) - f(x,y)}{\Delta x}\right)$

Ableiten nach y: $\frac{\partial f}{\partial y} = f_y = \lim_{\Delta y \to 0}\left(\frac{f(x, y+\Delta y) - f(x,y)}{\Delta y}\right)$

Bsp.: $z = F(x,y) = x^2 - 2xy + y^3 - 3$

nach: $f_x = \frac{\partial z}{\partial x} = 2x - 2y$

nach: $f_y \ \frac{\partial z}{\partial y} = 2x + 3y^2$

19. Schulübung, am 09.01.2023

Partielle Ableitung

$z = 7x^2 + 2xy + y^3 - 3$

nach x: $\frac{\partial z}{\partial x} = 14x + 2y$

nach y: $\frac{\partial z}{\partial y} = 3y^2 + 2x$

2.21 im Buch

2.27) a) $z = 3e^{-2x} \cdot \sin(3x+y)$

nach x:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -3e^{-2x} \cdot 2 \cdot \sin(3x+y) +$$

$$3e^{-2x} \cdot \cos(3x+y) \cdot 3$$

$$= 3e^{-2x} \cdot (-2 \cdot \sin(3x+y) + 3\cos(3x+y))$$

nach y:

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 3 \cdot e^{-2x} \cdot \cos(3x+y)$$

2.28) c)

$$p(V,T) = \frac{nRT}{V}$$

$$\frac{\partial p}{\partial V} = -\frac{nRT}{V^2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial T} = \frac{nR}{V}$$

Gleichung der Tangentialebene τ
an die Fläche $z = f(x,y)$ im Punkt
$P(x_0|y_0|z_0)$

$\tau: \quad z = f(x_0, y_0) + f_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0)$

2.22 im Buch

2.30 b)

geg: $z = 6x^2 - 8y^2$

$P(-2|5|z_0)$

ges: z_0, τ (Tangentialebene)

$z_0 = 6 \cdot (-2)^2 - 8 \cdot 5^2 = 6 \cdot 4 - 8 \cdot 25 = \underline{-176}$

$\underline{P(-2|5|-176)}$

$f_x: \frac{\partial z}{\partial x} = 12x \qquad f_y: \frac{\partial z}{\partial y} = -16y$

$f_x(-2|5) = \underline{-24} \qquad f_y(-2|5) = \underline{-80}$

$$\tau: \quad z = f(x_0, y_0) + f_x(x_0, y_0) \cdot (x - x_0) + f_y(x_0, y_0) \cdot (y - y_0)$$

$$z = -176 - 24 \cdot (x+2) - 80 \cdot (y-5)$$

$$\underline{\underline{z = -24x - 80y + 176}}$$

Partielle Ableitungen höherer Ordnung

Friday, January 13, 2023 10:18 AM

20. Schulübung, am 13.01.23

Partielle Ableitung höherer Ordnung

partielle Ableitung zweiter Ordnung

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f_{xx}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = f_{yx}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = f_{xy}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f_{yy}$$

Reihenfolge der Indizes beachten!

Bsp.: $z = f(x,y) = x^4 y - 2xy^3$

$f_x: 4x^3 y - 2y^3$

$f_{xy}: 4x^3 - 6y^2$