BÀI GIẢNG: HÀM PHI EULER (ϕ(n))

# 1. Mục tiêu bài học:

* Hiểu khái niệm "nguyên tố cùng nhau"
* Hiểu định nghĩa và cách tính hàm phi Euler ϕ(n)
* Biết tính tay và tính nhanh bằng công thức
* Biết viết code tính ϕ(n) cho nhiều số

# 2. Khái niệm cơ bản

* a. Nguyên tố cùng nhau là gì?
* Hai số a và b được gọi là nguyên tố cùng nhau nếu GCD(a, b) = 1
* Ví dụ:
* - 4 và 9: GCD = 1 → cùng nhau
* - 6 và 9: GCD = 3 → không cùng nhau
* - 10 và 13: GCD = 1 → cùng nhau
* b. Định nghĩa hàm phi Euler ϕ(n)
* ϕ(n) là số lượng số nguyên dương ≤ n mà nguyên tố cùng nhau với n
* Ví dụ:
* - n = 6: {1, 2, 3, 4, 5, 6} → cùng nhau với 6: {1, 5} → ϕ(6) = 2
* - n = 9: cùng nhau với 9: {1, 2, 4, 5, 7, 8} → ϕ(9) = 6
* - n = 8: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} → cùng nhau với 8: {1, 3, 5, 7} → ϕ(8) = 4

# 3. Cách tính ϕ(n) bằng tay

* Đếm số lượng số i sao cho GCD(i, n) = 1
* Dùng vòng lặp: for i = 1 → n, nếu GCD(i, n) == 1 → đếm++
* Ví dụ:
* Tính ϕ(10):
* Các số từ 1 đến 10: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
* Nguyên tố cùng nhau với 10: {1, 3, 7, 9} → ϕ(10) = 4

# 4. Công thức tính nhanh ϕ(n)

* Nếu n = p1^k1 \* p2^k2 \* ... \* pr^kr (phân tích thừa số nguyên tố)
* Ví dụ: 12 = 2^2 \* 3
* Công thức: ϕ(n) = n \* (1 - 1/p1) \* (1 - 1/p2) \* ...
* Ví dụ 1: ϕ(12) = 12 \* (1 - 1/2) \* (1 - 1/3) = 12 \* 1/2 \* 2/3 = 4
* Ví dụ 2: ϕ(15) = 15 \* (1 - 1/3) \* (1 - 1/5) = 15 \* 2/3 \* 4/5 = 8

# 5. Thuật toán sàng Euler tính ϕ(n) cho nhiều số

* Mã giả:
* for (int i = 1; i <= n; i++) phi[i] = i;
* for (int i = 2; i <= n; i++) {
* if (phi[i] == i) { // i là số nguyên tố
* for (int j = i; j <= n; j += i) {
* phi[j] = phi[j] - phi[j] / i;
* }
* }
* }
* Gợi nhớ: dòng phi[j] = phi[j] - phi[j]/i; tương đương với nhân (ϕ(j) = ϕ(j) \* (1 - 1/i))
* Ví dụ hoạt động:
* Ban đầu: phi[6] = 6
* Khi i = 2 → phi[6] = 6 - 6/2 = 3
* Khi i = 3 → phi[6] = 3 - 3/3 = 2 → ϕ(6) = 2

# 6. Bài tập

* Tính tay ϕ(7), ϕ(10), ϕ(15)
* Viết chương trình tính ϕ(n) với n đến 1000000
* Áp dụng công thức để tính nhanh ϕ(20), ϕ(100), ϕ(225)

# 7. Câu hỏi củng cố

* Khi nào một số i là số nguyên tố?
* GCD là gì? Nguyên tố cùng nhau nghĩa là gì? Cho ví dụ minh họa.
* Tại sao trong code lại dùng trừ thay vì nhân? Cho ví dụ cụ thể.

# 8. Tổng kết

* Khái niệm:
* ϕ(n): Số lượng số nguyên dương ≤ n nguyên tố cùng nhau với n
* Cách tính tay: Đếm GCD(i, n) == 1
* Công thức tổng quát: n \* (1 - 1/p1)...
* Sàng phi Euler: Tính nhanh ϕ(i) cho nhiều i