

Jevn vekst i folketall i en kommune

Truls Thirud

2025-02-27

Oppgave

En kommune forventer jevn vekst av folketallet med 3.5 økning per år. Kommunen har i starten av 2019 25000 innbyggere. Hvilket år vil folketallet i kommunen passere 40000?

Løsning

Det som kompliserer her er at veksten på 3.5 er fra forrige års folketall, som jo øker mer og mer.

Etter et år, dvs. starten på 2020, vil folketallet være $25000 \cdot 1.035 = 25875$

La oss kalle folketallet i begynnelsen av det n 'te året etter 2019 for $f(n)$. Etter n år vil folketallet $f(n)$ være

$$f(n) = 25000 \cdot (1.035)^n \quad (1)$$

Vi ønsker å finne n slik at folketallet er 40000, dvs.

$$40000 = 25000 \cdot (1.035)^n \quad (2)$$

\Downarrow

$$(1.035)^n = \frac{40000}{25000} = 1.6 \quad (3)$$

For å løse (likn. 3) kan vi bruke logaritmer, som jo er en metode å få multiplisering til å bli addering. Da blir også eksponensiering til multiplikasjon, som jo er lettere å håndtere.

Jeg velger å bruke naturlige logaritmer, men kunne godt valgt å bruke base-10 logaritmer i stedet. Det gir samme svar.

Vi tar logaritmen på begge sider av (likn. 3) og får

$$\ln(1.035^n) = \ln(1.6) \quad (4)$$

\Downarrow

$$n \cdot \ln(1.035) = \ln(1.6) \quad (5)$$

\Downarrow

$$n = \frac{\ln(1.6)}{\ln(1.035)} \approx 13.66 \quad (6)$$

Dvs. at etter 14 år, altså i 2033, vil folketallet ha passert 40000.

Folketallet etter 14 år vil da bli:

$$f(14) = 25000 \cdot 1.035^{14} \approx 40467 \quad (7)$$