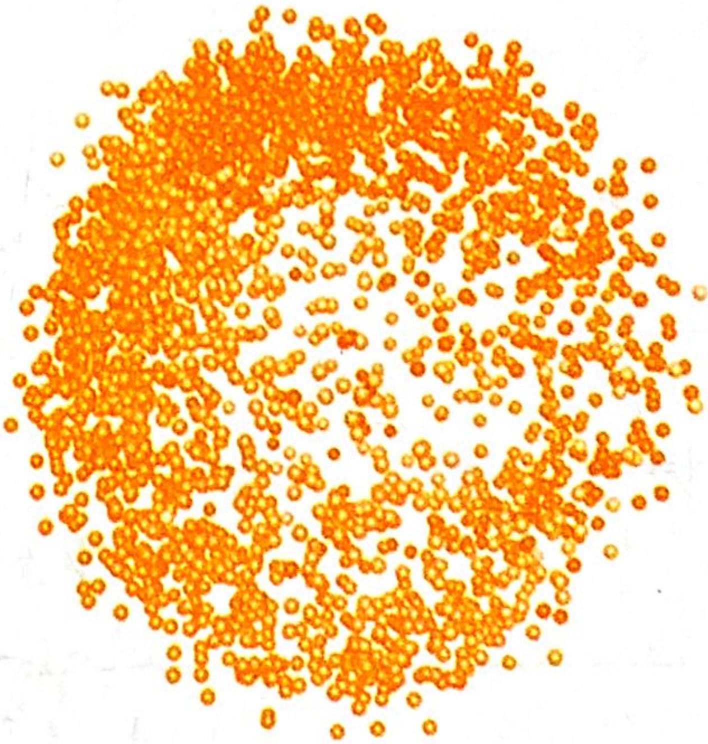
# Ian Stewart

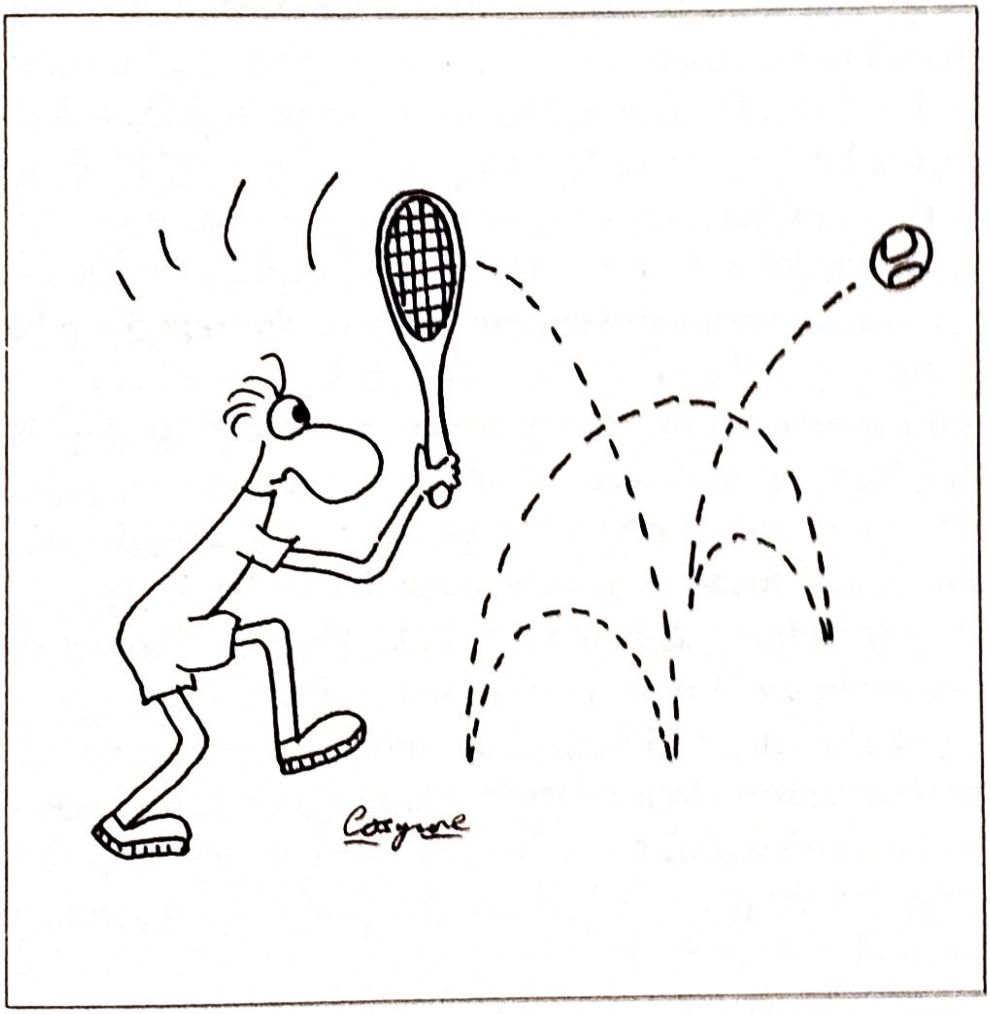
# Jogos, Conjuntos e Matemática



BIBLIOTECA
**DESAFIOS MATEMÁTICOS**

## 2

# O jogador de ténis embriagado



A temporada de ténis, recomeçou.

Aqui há umas semanas passei uma tarde no clube de ténis local a jogar uma agradável partida com o meu amigo Roquete Dinis. Perdi de forma clara todos os *sets*, 6-3, 6-1, 6-2. Mais tarde, enquanto bebíamos umas cervejas no bar, ocorreu-me subitamente uma ideia.

— Dinis, por que hás-de ser sempre tu a ganhar?

— Porque jogo melhor do que tu, meu filho.

— Sim, mas não jogas *tão* melhor assim. Tenho anotado os resultados e, pelas minhas contas, obtenho um terço dos pontos, embora não consiga ganhar um terço das *partidas!*

— Vamos ser realistas, não *me* ganhas *uma* partida sequer. — Bebeu um gole rápido de cerveja. — E isso porque não me ganhas os pontos cruciais, aqueles que realmente interessam. Lembras-te, por exemplo, de quando estavas a ganhar 40-30, com o *set* em três jogos a dois? Podias ter igualado o resultado a três-três. Em vez disso...

— Fiz dupla falta. Sim, Dinis, sei isso tudo. Mas calculo que ainda ganho um em cada três pontos *cruciais!* Não, tem de haver outra explicação.

— Uma coisa é certa: apetece-me outra cerveja — disse Dinis. — Esta agora sou eu que ofereço. Volto já. — Pôs-se de pé e começou a abrir caminho até ao balcão. — Elsa, duas canecas de *Samuel Smith's* e um pacote de amendoins! — ouvi-o ainda gritar por cima da confusão de conversas.

Com uma caneca em cada mão, começou a dirigir-se de novo para o lugar. Havia tanta gente que tinha de dar dois passos para o lado por cada um que andava em frente.

Foi então que a minha mente se iluminou.

É por *isso* que o Dinis ganha sempre!

Mal se sentou, decidi partilhar com ele o meu achado.

— Dinis, descobri o motivo por que ganhas sempre! Estava a observar-te enquanto regressavas do bar e, de repente, pensei: *percurso do bêbedo!*

— Meu caro, por acaso, estava a receber encontrões. E, depois, ainda só bebi duas canecas.

Apressei-me a assegurar-lhe que a escolha de palavras nada tinha de pessoal. O percurso do bêbedo — também conhecido, embora de forma menos colorida, por passeio aleatório — é um conceito matemático: o movimento de um ponto que se desloca ao longo de uma recta, andando quer para a esquerda, quer para a direita, aleatoriamente, ou, numa grelha quadrada, avançando aleatoriamente uma casa para norte, sul, este ou oeste. Em 1960 Frederik Pohl, ao escrever uma história de ficção científica chamada *O Percurso do Bêbedo*, descreveu-o do seguinte modo:

> Cornut recordou o conceito com clareza e afeição. Fora estudante do 2.º ano e o dono da casa era o velho Wayne; o áudio-visual fora uma marioneta bêbeda, que se afastara aos tombos de um candeeiro do tamanho de uma boneca, em passos embriagados aleatórios em direcções embriagadas aleatórias.

Para simularmos o passeio aleatório mais simples apenas necessitamos de uma régua de 30 cm e de duas moedas. Uma das moedas faz de marcador e a outra de gerador de números aleatórios. Colocamos a moeda de marcação sobre o traço dos 15 cm. Atiramos a outra moeda ao ar. Se sair «caras», deslocamos o marcador 1 cm para a direita; se sair «coroas», deslocamo-lo para a esquerda (figura 2.1).

De acordo com a teoria das probabilidades, ao fim de $n$ movimentos estaremos, em média, a uma distância de $\sqrt{n}$ cm do centro. (Experimente!) Apesar disso, as hipóteses de eventualmente regressarmos ao centro são de 1 (certeza). Por outro lado, demoramos, em média, um tempo infinitamente longo a chegar

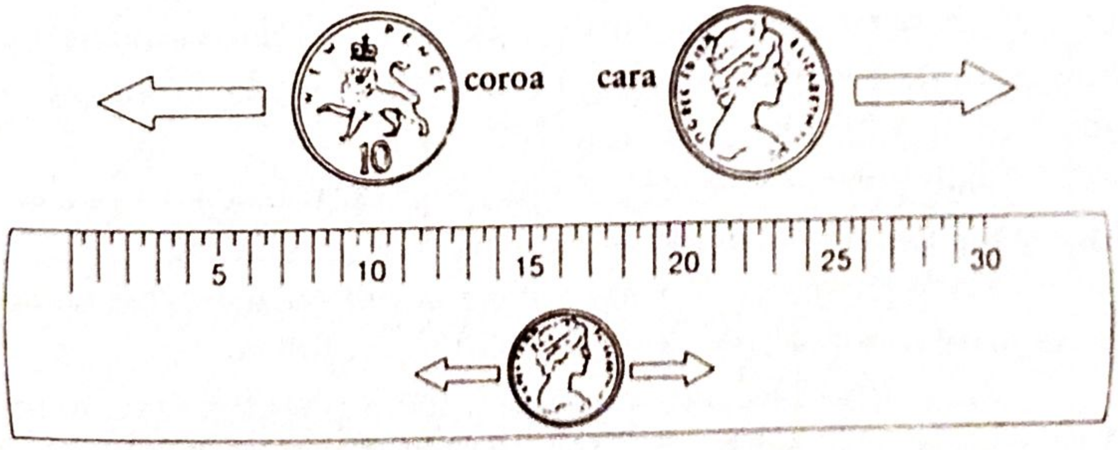



*Figura 2.1 — Apetrechos para um passeio aleatório.*

lá. Os passeios aleatórios são coisas subtis. Num passeio aleatório numa grelha quadrada a probabilidade de regressar ao centro continua a ser de 1, mas em três dimensões a probabilidade de regressar ao centro já é de cerca de 0,35. Um bêbedo perdido num deserto acabará eventualmente por alcançar o oásis, mas um astronauta com os copos, perdido no espaço, tem cerca de uma hipótese em três de regressar a casa. Talvez devam pedir ajuda ao *ET*.

Aqui há anos um teórico de probabilidades disse-me que o espaço de menores dimensões em que as hipóteses de regressar a casa são inferiores a 1 é um espaço de $2\frac{1}{2}$ dimensões, mas nunca percebi muito bem o que queria dizer com aquilo.

Como o leitor se aperceberá, os matemáticos dedicaram-se muito aos passeios aleatórios. São entidades importantes. Modelam, por exemplo, a difusão de moléculas sujeitas a colisões aleatórias em gases e líquidos e podem ser usados para analisar jogos de azar.

O ténis é um exemplo.

Dinis disse que não conseguia ver a ligação.

— Mas existe uma — disse-lhe. — Abre bem os ouvidos, que vou tentar explicar-ta. Vamos começar por algo mais simples. Supõe que o Augusto e a Berta atiram alternadamente uma moeda ao ar. Se sai caras, o Augusto ganha um ponto. Se sai coroas, o ponto vai para a Berta. O Augusto ganhará se conseguir um avanço de três pontos relativamente à Berta; ganhará se conseguir o mesmo avanço de três pontos relativamente ao Augusto. Se nenhum ganhar ao fim de dez jogadas, o jogo termina empatado. Percebeste tudo?

— Não é propriamente um grande desafio físico ou intelectual o teu jogo — murmurou Dinis para dentro da caneca.

— Está bem, então, ó génio, *quais são as probabilidades que o Augusto tem de ganhar*?

— *Fifty-fifty*? Oh, não, também podem empatar. Uma hipótese em três.

— Estou a ver. Tanto pode ganhar como empatar ou perder.

Logo, pensas que as probabilidades são todas iguais. É como atirar uma moeda ao ar, tanto pode sair caras como coroas ou cair sobre a aresta. Portanto, a probabilidade de cair sobre a aresta é uma hipótese em três.

Dinis não gostou do tom sarcástico da minha voz.

— Está bem, espertalhão, mas qual é a probabilidade de ganhar?

— Não faço ideia — respondi-lhe.

— Ah!

— Mas, se me passares esse guardanapo, descubro-a.

E comecei a desenhar um diagrama (figura 2.2).

— Que é isso?

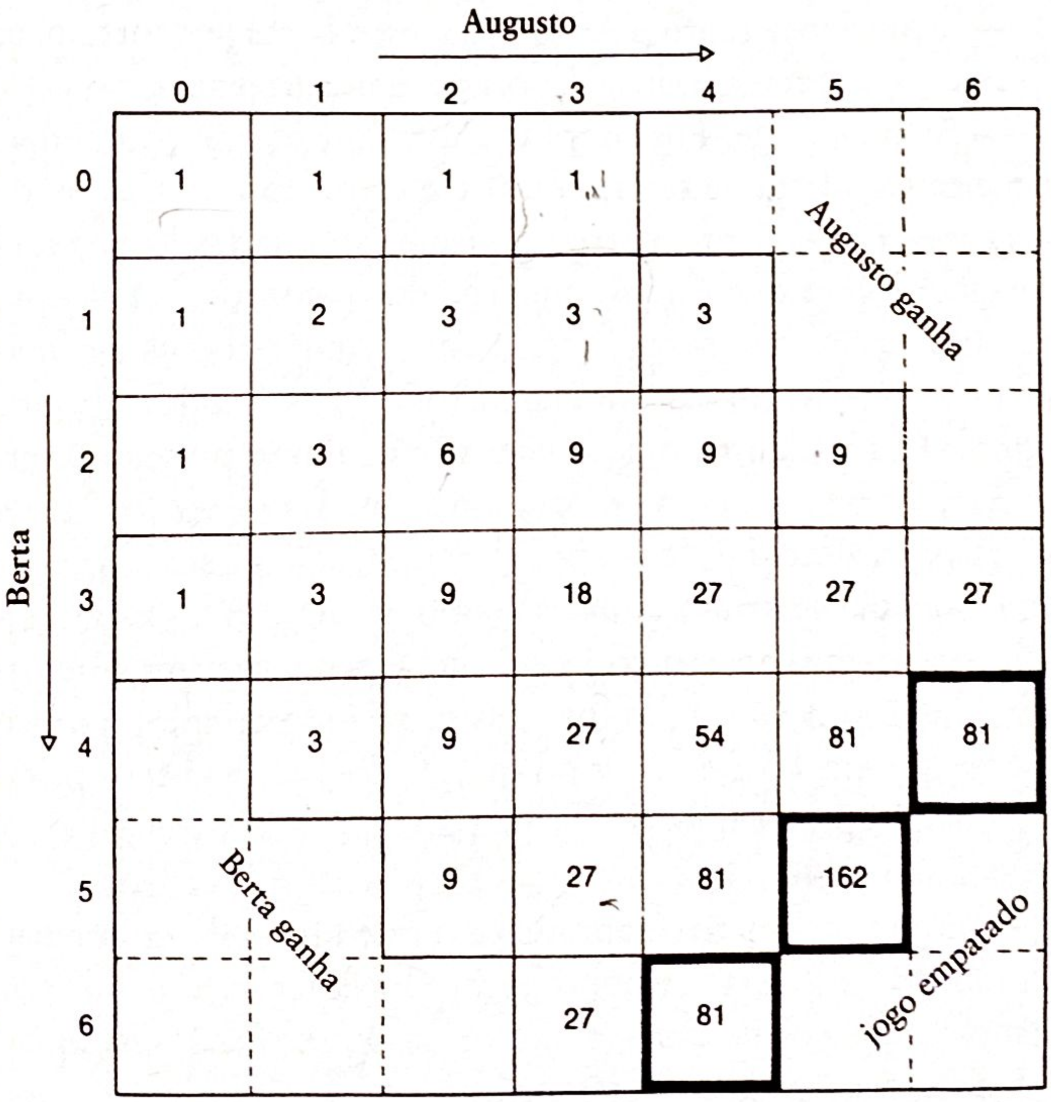



*Figura 2.2 — Augusto e Berta lançam a moeda ao ar.*