



Lecture 8: CÁC PHÉP TOÁN NHỊ PHÂN

Biên soạn: Th.S Bùi Quốc Bảo
(Base on Floyd, Pearson Ed.)



CONTENT

- BINARY ADDITION



BINARY ADDITION

Input		Output	
A	B	C	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0



BINARY ADDITION WITH CARRY

Input			Output	
A	B	Ci	Co	SUM
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1



EXAMPLE

$$12+13=?$$



SUBTRACTION

Input		Output	
A	B	BORROW	DIFF
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	0



SUBTRACTION WITH CARRY

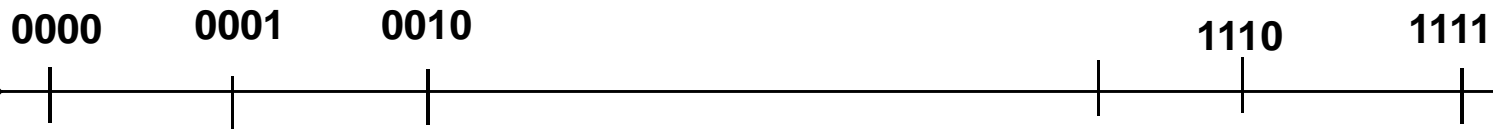
Input			Output	
A	B	Ci	BORROW	D
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1



EXAMPLE

- $23 - 11 = ?$

-





OVER FLOW EXAMPLE

- Ví dụ (dùng số 4 bit):

- $+15$ 1111

- $\underline{+3}$ $\underline{0011}$

- $+18$ 10010

- Vì hệ thống chỉ có 4 bit, nên kết quả sẽ là 2.
Hệ thống bị tràn số.

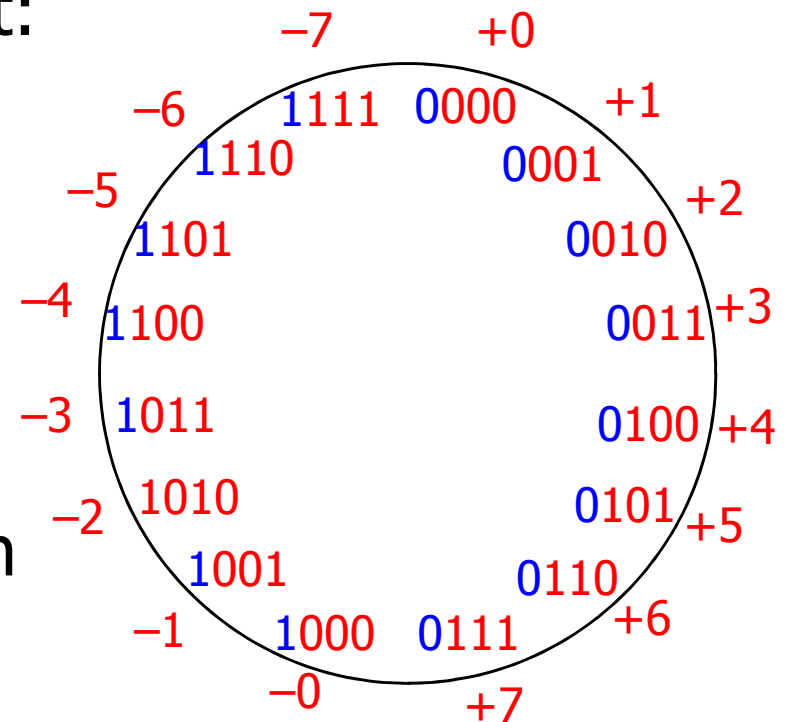
- Trong thế giới thực, chúng ta biểu diễn số thực bằng các kí hiệu dấu và giá trị:
- VD: -14 +15
- Trong hệ thống số, ta cũng có thể biểu diễn số âm và số dương.
- Có 3 cách biểu diễn số có dấu: dùng bit dấu và biên độ, dùng số bù 1, dùng số bù 2.

SIGN AND MAGNITUDE

- Bit đầu tiên biểu diễn dấu:
sign: 0 = positive (or zero), 1 = negative
- Các bit còn lại biểu diễn biên độ
- Tầm biểu diễn của 1 số n bit:
 $-(2^{n-1} - 1)$ đến $+2^{n-1} - 1$
- Bất lợi:
 - ❖ Khi trừ phải so sánh biên độ 2 số để quyết định dấu của kết quả
 - ❖ Số 0 có 2 cách biểu diễn

$$0\ 100 = +4$$

$$1\ 100 = -4$$





1S COMPLEMENT

- Bù 1 của một số nhị phân là bù của tất cả các bit của nó

VD: $(0111)_2$ có bù 1 là $(1000)_2$

Nếu N là một số dương, thì số $-N$ là $((2^n-1)-N)$

- VD: biểu diễn số -7:

$$2^4 = 10000$$

$$1 = 00001$$

$$2^4 - 1 = 1111$$

$$7 = 0111$$

$$1000 = -7 \text{ in 1s complement form}$$

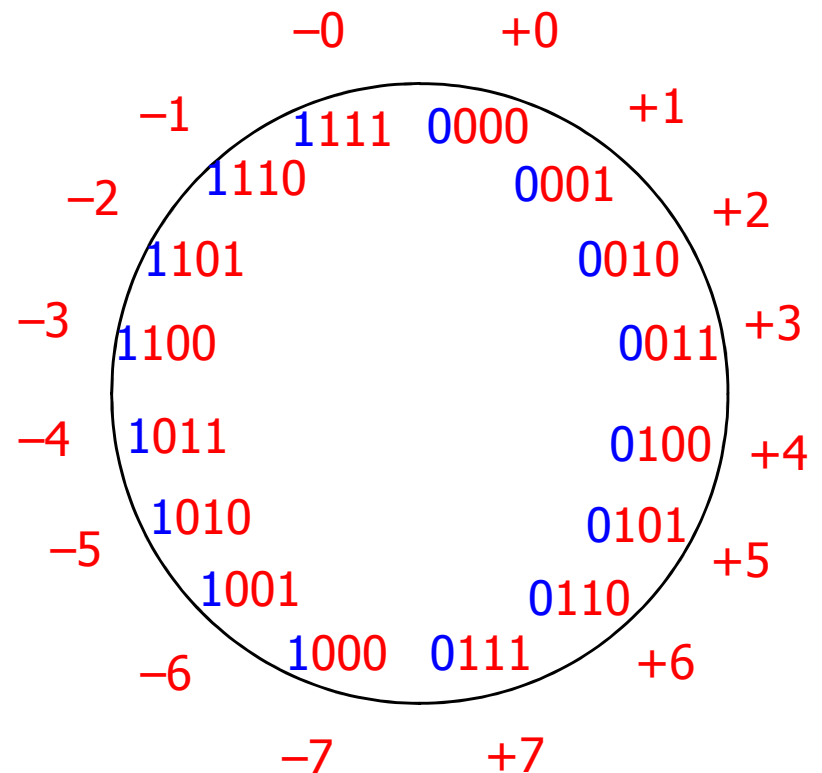
Cách làm nhanh: lấy bù tất cả các bit của số dương
 $0111 \rightarrow 1000$

1S COMPLEMENT

- Tầm biểu diễn từ $-(2^{n-1} - 1)$ đến $+2^{n-1} - 1$
- Số 0 có 2 cách biểu diễn
- Bit cao đóng vai trò bit dấu

$$0\ 100 = +4$$

$$1\ 011 = -4$$



ADDITION AND SUBTRACTION

$$\begin{array}{r} 4 \\ + 3 \\ \hline 7 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 0100 \\ 0011 \\ \hline 0111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -4 \\ + (-3) \\ \hline -7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1011 \\ 1100 \\ \hline 10111 \\ \rightarrow 1 \\ \hline 1000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ - (+3) \\ \hline 1 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 0100 \\ - 0011 \\ \hline 0001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0100 \\ + 1100 \\ \hline 10000 \\ \rightarrow 1 \\ \hline 0001 \end{array}$$

Thực hiện phép trừ bằng cách cộng bù 1 của số trừ

Số nhớ bit cao nhất cộng vào bit thấp của kết quả



2S COMPLEMENT

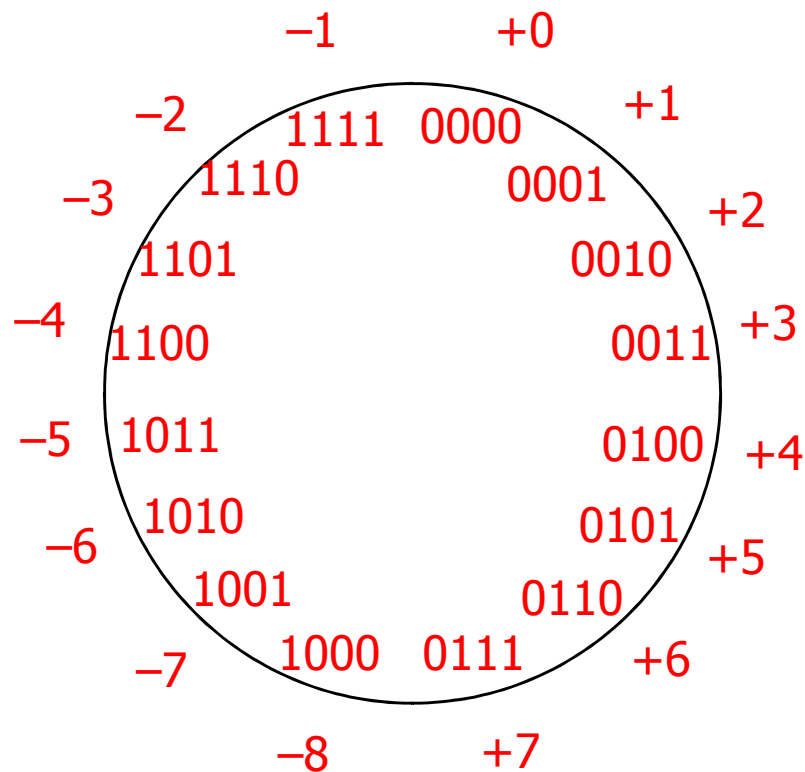
- Số bù 2 của 1 số bằng bù 1 của nó cộng 1.
- Nếu N là 1 số dương, thì số âm của nó là $2^n - N$ (n là số bit của N)

$$\begin{array}{rcl} 2^4 & = & 10000 \\ \text{subtract } 7 & = & \underline{0111} \\ & & 1001 = \text{repr. of } -7 \end{array}$$

Cách làm nhanh: lấy bù 1 cộng 1

VD: $3 = 0011 \rightarrow -3 = 1100 + 1 = 1101$

2S COMPLEMENT



Số 0 chỉ có một biểu diễn

Tầm biểu diễn của 1 số n bit là $2^{n-1} - 1$ đến -2^{n-1}

Biểu diễn bù 2 có nhiều tiện lợi hơn 2 cách biểu diễn trước, vì vậy được dùng nhiều trong các hệ thống số



ADDITION AND SUBTRACTION

- Phép trừ thực hiện bằng cách cộng với bù 2 của số trừ.
- Bỏ đi số nhớ của bit lớn nhất.

$$\begin{array}{r} 4 \quad 0100 \\ + 3 \quad 0011 \\ \hline 7 \quad 0111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 4 \quad 1000 \\ + (-3) \quad 1101 \\ \hline - 7 \quad 11001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 0100 \\ - 3 \quad 1101 \\ \hline 1 \quad 10001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 4 \quad 1100 \\ + 3 \quad 0011 \\ \hline - 1 \quad 1111 \end{array}$$

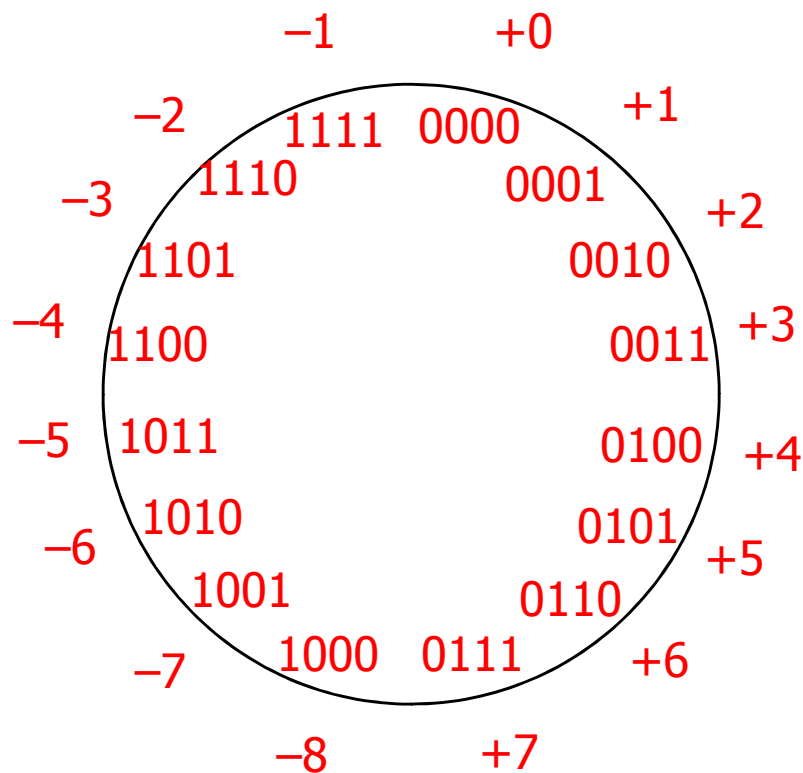


WHY CAN THE CARRY-OUT BE IGNORED?

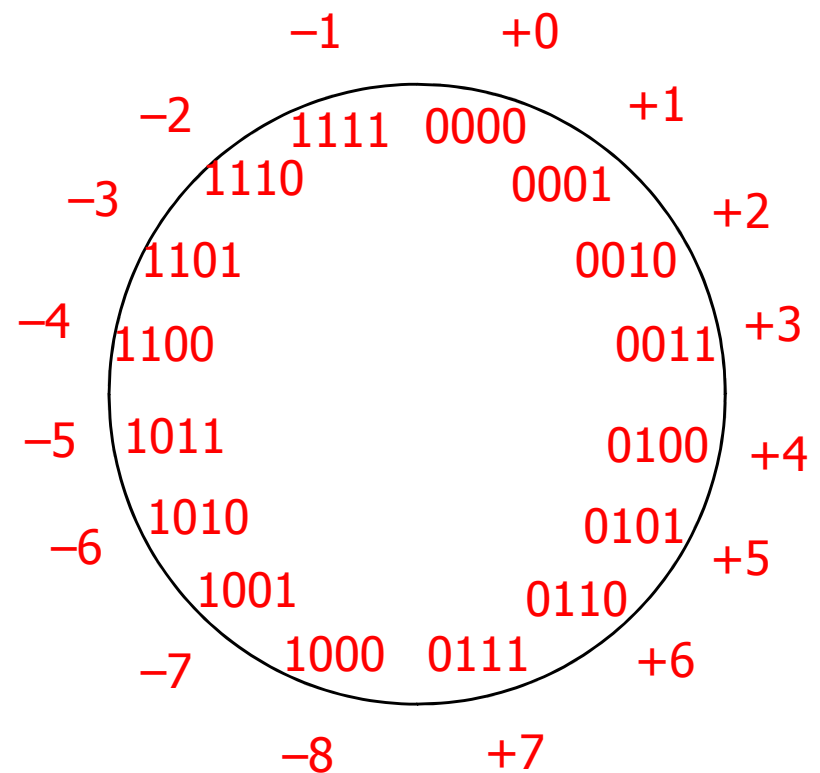
- Bit nhớ cao nhất dùng để kiểm tra tình trạng tràn số
- Khi không tràn số, bit nhớ cao nhất có thể bằng 1 nhưng có thể bỏ qua
- ❖ -M+N khi $N > M$:
- ❖ $M^* + N = (2^n - M) + N = 2^n + (N - M)$ (bỏ bit nhớ cũng như bỏ 2^n trong kết quả)
- ❖ -M+(-N) khi $M+N < 2^{n-1}$:
- ❖ $(-M) + (-N) = M^* + N^* = (2^n - M) + (2^n - N) = 2^n - (M + N) + 2^n$
- ❖ Bỏ đi số nhớ chính là bỏ đi 2^n , kết quả còn lại chính là biểu diễn $-(M+N)$ dưới dạng bù 2

OVER FLOW

- Tràn số xảy ra khi kết quả vượt quá tầm biểu diễn số.



$$5 + 3 = -8$$



$$-7 - 2 = +7$$

OVER FLOW

- Tràn số khi số nhớ vào bit nhớ không bằng số nhớ từ bit nhớ đưa ra ngoài.

$$\begin{array}{r} 5 \\ \underline{-3} \\ -8 \end{array}$$

overflow

$$\begin{array}{r} 0111 \\ 0101 \\ \underline{0011} \\ 1000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -7 \\ \underline{-2} \\ 7 \end{array}$$

overflow

$$\begin{array}{r} 1000 \\ 1001 \\ \underline{1110} \\ 10111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \underline{2} \\ 7 \end{array}$$

no overflow

$$\begin{array}{r} 0000 \\ 0101 \\ \underline{0010} \\ 0111 \end{array}$$

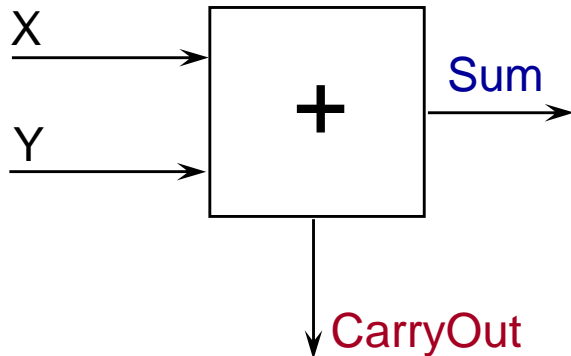
$$\begin{array}{r} -3 \\ \underline{-5} \\ -8 \end{array}$$

no overflow

$$\begin{array}{r} 1111 \\ 1101 \\ \underline{1011} \\ 11000 \end{array}$$

HALF ADDER

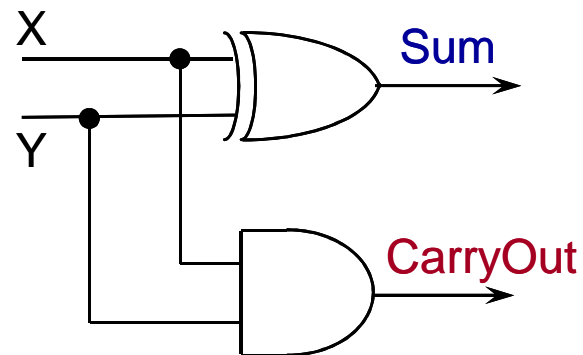
A half adder adds two bits, A and B and produces a Sum and CarryOut



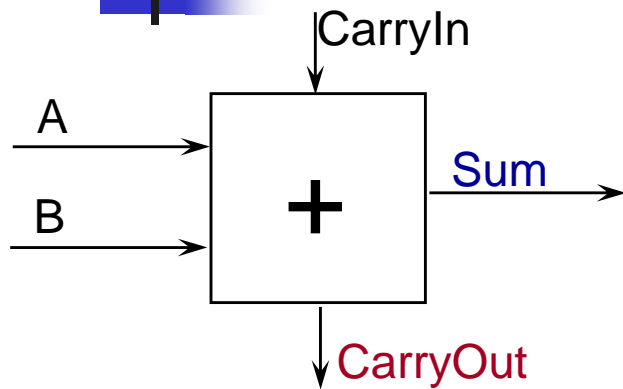
X	Y	Sum	CarryOut
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$$\begin{aligned}\text{Sum} &= \bar{X}Y \vee X\bar{Y} \\ &= X \oplus Y\end{aligned}$$

$$\text{CarryOut} = XY$$



FULL ADDER



A full adder adds two bits, A and B, and a CarryIn and produces a Sum and CarryOut

A	B	C _{in}	C _{out}	Sum
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

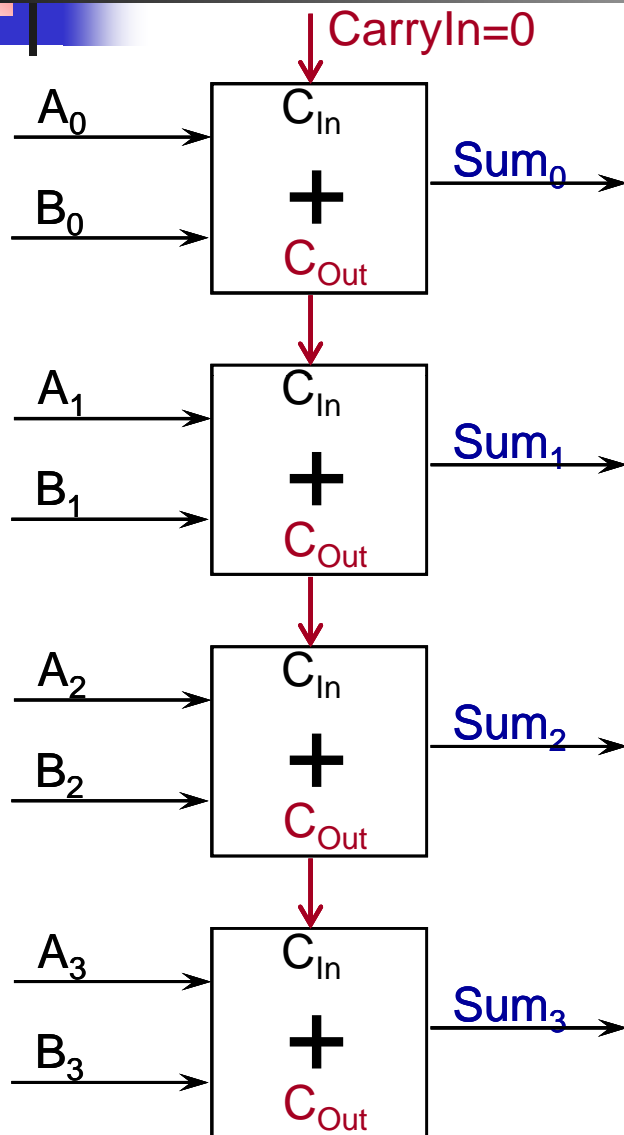
		C _{in}	
		0	1
A	00	0	0
	01	0	1
	11	1	1
	10	0	1
		B	

		C _{in}	
		0	1
A	00	0	1
	01	1	0
	11	0	1
	10	1	0
		B	

$$C_{out} = AB + BC_{in} + AC_{in}$$

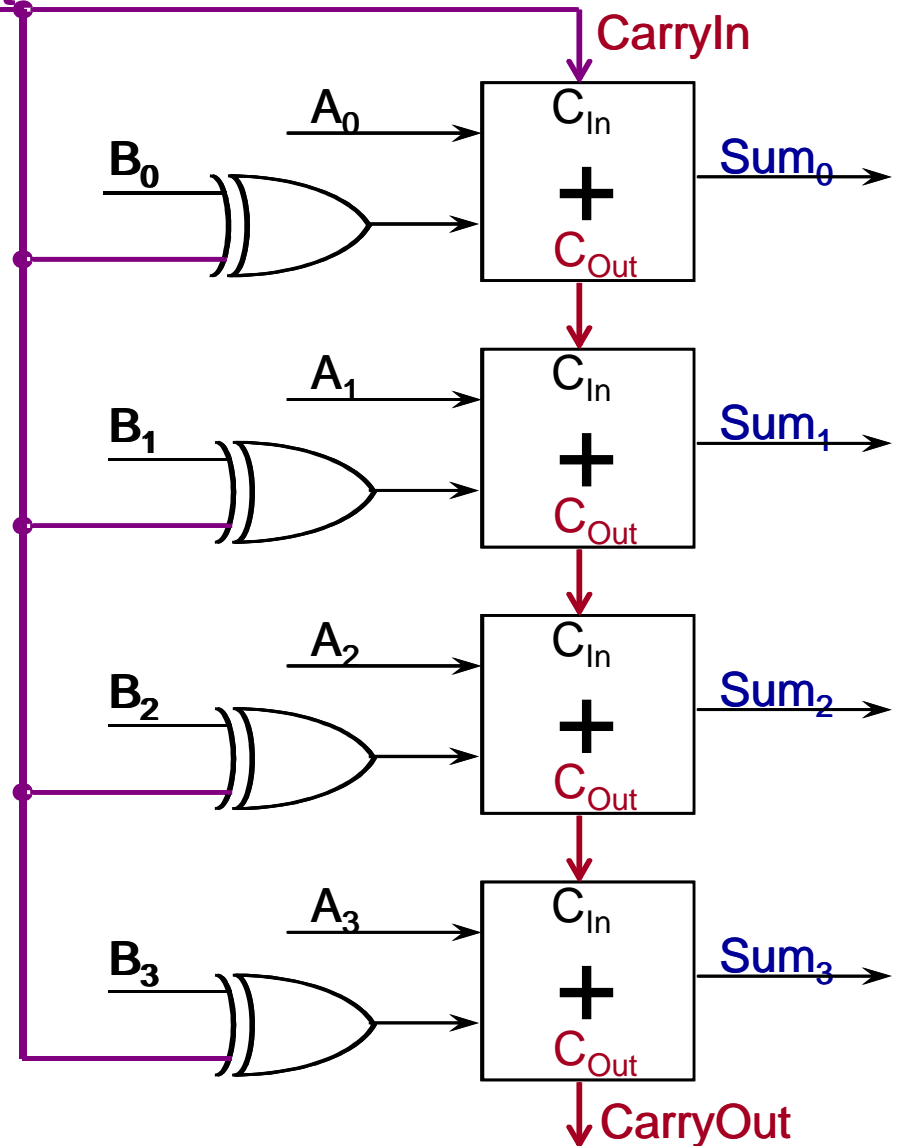
$$Sum = A \oplus B \oplus C_{in}$$

4 BIT RIPPLE ADDER



4 BIT RIPPLE CARRY ADDER/SUBTRACTOR

Subtract





BCD CODE
