

Điện thế

Lê Quang Nguyên
www4.hcmut.edu.vn/~leqnguyen
nguyenquangle59@yahoo.com

Nội dung

1. Thế năng tĩnh điện
2. Điện thế
3. Lượng cực điện
4. Lưu số của trường tĩnh điện

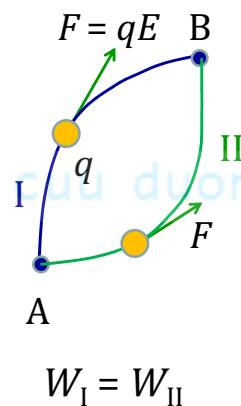
cuu duong than cong . com

1. Thế năng tĩnh điện - 1

- Lực tĩnh điện là lực thế:

$$W_{A \rightarrow B} = U_A - U_B = -\Delta U$$

- U là thế năng tĩnh điện của hệ điện trường E và điện tích điểm q .
- Dạng vi phân:
 $dW = -dU$
- U còn gọi là **năng lượng tĩnh điện**.



1. Thế năng tĩnh điện - 2

- Của **hệ điện trường E và điện tích q** tại M:

$$U = q \int_M^P \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

P là **gốc thế năng**

- Của hệ hai điện tích điểm (gốc ở ∞):

$$U = k \frac{q_1 q_2}{r}$$

$U > 0$: hệ đẩy nhau

$U < 0$: hệ hút nhau

1. Thế năng tĩnh điện - 3

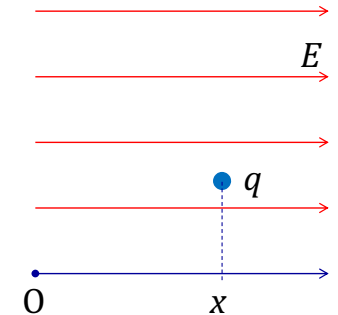
- Của hệ điện tích điểm (gốc ở ∞):

$$U = \sum_{(i,j)} k \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Tổng theo các cặp điện tích

Bài tập 1

Điện tích q được đặt trong điện trường đều E . Chọn gốc thế năng tại gốc tọa độ. Tìm thế năng của q theo vị trí x .



cuu duong than cong . com

Bài tập 2

Ba điện tích điểm q được đặt tại ba đỉnh của một hình vuông cạnh a . Năng lượng tĩnh điện của hệ điện tích bằng:

(a) $U_e = k \frac{q}{a} (4 + \sqrt{2})$

(b) $U_e = k \frac{q^2}{2a} (4 + \sqrt{2})$

(c) $U_e = k \frac{q}{2a} (4 + \sqrt{2})$

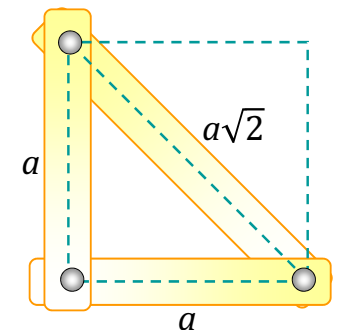
(d) $U_e = k \frac{q^2}{a} (4 + \sqrt{2})$

Trả lời BT2

$$U_1 = k \frac{q^2}{a}$$

$$U_2 = k \frac{q^2}{a}$$

$$U_3 = k \frac{q^2}{a\sqrt{2}}$$



$$U_e = k \frac{q^2}{a} \left(2 + \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = k \frac{q^2}{2a} (4 + \sqrt{2})$$

Câu trả lời đúng là (b)

2. Điện thế - 1

- **Điện thế** do điện trường E tạo ra tại M:

$$V_M = \frac{U}{q} = \int_M^P \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad \text{J/C hay Volt (V)}$$

- U là thế năng của hệ $E + q$
- Điện thế do điện tích điểm tạo ra ở khoảng cách r (gốc ở ∞):

$$V = k \frac{q}{r}$$

cuu duong than cong . com

2. Điện thế - 2

- Hiệu điện thế giữa hai vị trí:

$$V_M - V_N = - \int_N^M \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

- Dạng vi phân:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

2. Điện thế - 3

- **Điện thế tạo bởi một hệ điện tích điểm =**
- **tổng điện thế của từng điện tích điểm.**
- Nếu là một phân bố điện tích liên tục:
 - Chia làm nhiều phần nhỏ vi phân,
 - Coi mỗi phần là một điện tích điểm.
 - Tổng được thay thế bằng tích phân.

2. Biểu thức khác của thế năng tĩnh điện

- Hệ điện trường E và điện tích q tại M:

$$U = qV_M \quad V_M: \text{điện thế do } E \text{ tạo ra ở M}$$

- Hệ N điện tích điểm:

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i V_i$$

- V_i là điện thế tại vị trí đặt q_i , do các điện tích còn lại tạo nên.

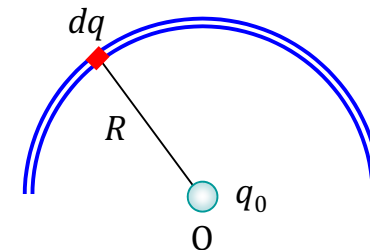
Bài tập 3

Một dây dẫn mảnh, tích điện đều với mật độ điện dài λ , được uốn thành một nửa vòng tròn tâm O, bán kính R . Biểu thức nào sau đây cho biết thế năng của một điện tích điểm q_0 đặt ở tâm O:

- (a) $U = \frac{q_0 \lambda}{2\epsilon_0}$ (b) $U = \frac{q_0 \lambda}{4\epsilon_0 R}$
 (c) $U = \frac{q_0 \lambda}{4\epsilon_0}$ (d) $U = \frac{q_0 \lambda}{2\epsilon_0 R}$

Trả lời BT3

Thế năng tĩnh điện của q_0 : $U = q_0 V$
 V là điện thế do dây tích điện tạo ra ở O:



$$V = \int k \frac{dq}{R} = \frac{kq}{R}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R} \lambda (\pi R) = \frac{\lambda}{4\epsilon_0} \Rightarrow U = \frac{\lambda q_0}{4\epsilon_0}$$

Câu trả lời đúng là (c)

cuu duong than cong . com

2. Tìm điện trường từ điện thế

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} = -(E_x dx + E_y dy + E_z dz)$$

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$$

$$\Rightarrow E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}V}$$

$$\overrightarrow{\text{grad}V} = \frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k}$$

Bài tập 4

Một điện trường có điện thế xác định trong không gian theo biểu thức $V = 3xy^2 - z$. Vector điện trường là:

(a) $\vec{E} = 0$ (b) $\vec{E} = (3y^2, 6xy, -1)$

(c) $\vec{E} = (-3y^2, -6xy, 1)$

(d) $\vec{E} = (-3y^2 + z, -6xy + z, 3xy^2 + 1)$

2. Mặt đẳng thế – Định nghĩa

- Mặt đẳng thế là tập hợp các điểm có cùng một điện thế trong điện trường.

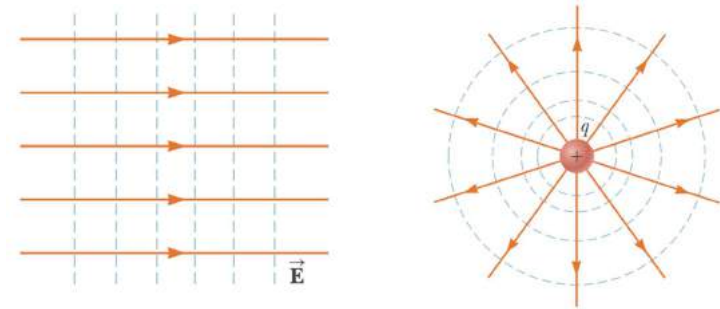
$$V(x, y, z) = \text{const}$$

- Ví dụ: điện trường của điện tích điểm q có mặt đẳng thế là các mặt cầu có tâm đặt tại q

$$V = k \frac{q}{r} = \text{const} \Leftrightarrow r = \text{const}$$

2. Mặt đẳng thế – Tính chất

- Điện trường luôn vuông góc với mặt đẳng thế,
- và hướng theo chiều giảm của điện thế.
- Khi điện tích dịch chuyển trên một mặt đẳng thế thì công của lực tĩnh điện bằng không.



cuu duong than cong . com

Bài tập 5

Điện trường

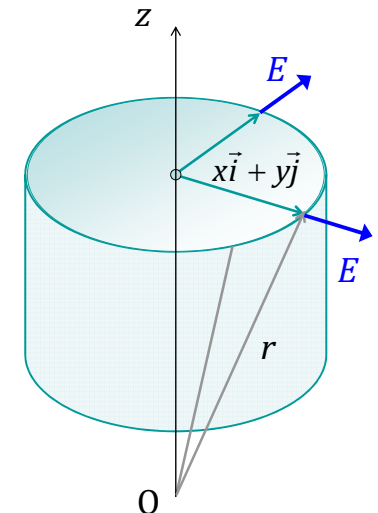
$$\vec{E} = a \frac{x\vec{i} + y\vec{j}}{x^2 + y^2} \quad a = \text{const}$$

có mặt đẳng thế là:

- (a) Mặt nón tròn xoay
- (b) Mặt trụ tròn xoay
- (c) Mặt cầu
- (d) Mặt phẳng

Trả lời BT5

- Điện trường có phương vuông góc với trục z.
- Trong mỗi mặt phẳng \perp trục z, đường sức là những đường xuyên tâm.
- Mặt đẳng thế \perp với điện trường, là các mặt trụ tròn xoay.
- Câu trả lời đúng là (b)



3a. Lưỡng cực điện

Lưỡng cực điện là hệ hai điện tích điểm $+q$ và $-q$, cách nhau một khoảng d .

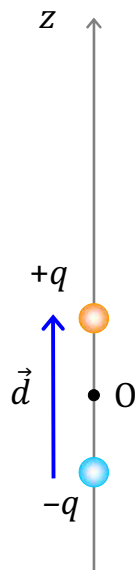
Momen lưỡng cực điện:

$\vec{p} = q\vec{d}$, \vec{d} hướng từ $-q$ đến $+q$.

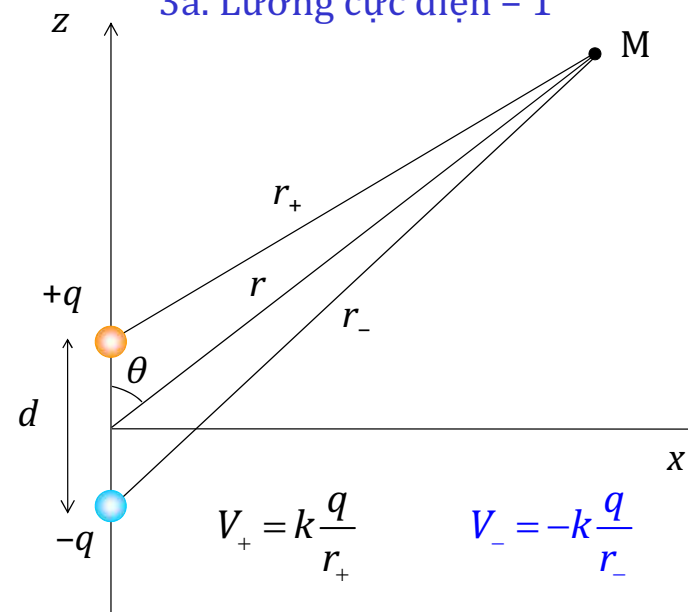
Tìm:

(a) Điện thế do lưỡng cực điện tạo ra ở khoảng cách $r \gg d$.

(b) Điện trường từ biểu thức của điện thế.



3a. Lưỡng cực điện - 1



cuu duong than cong . com

3a. Lưỡng cực điện - 2

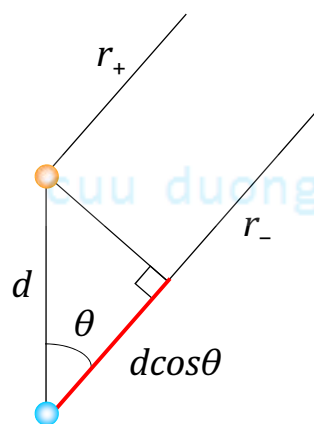
$$V = kq \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right) = kq \left(\frac{r_- - r_+}{r_+ r_-} \right)$$

Khi $r \gg d$ ta có gần đúng:

$$r_- - r_+ \approx d \cos \theta \quad r_+ r_- \approx r^2$$

Suy ra:

$$V = k \frac{p \cos \theta}{r^2}$$



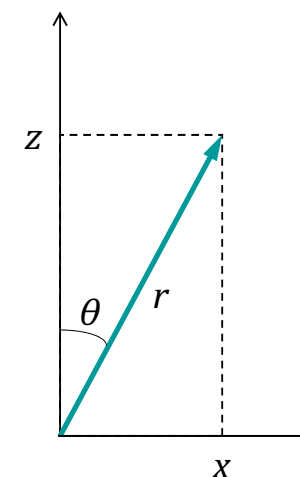
3a. Lưỡng cực điện - 3

$$r^2 = x^2 + z^2, \quad \cos \theta = \frac{z}{r}$$

$$V = kp \frac{z}{r^3} = kp \frac{z}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = 3kp \frac{xz}{r^5}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = kp \frac{3z^2 - r^2}{r^5}$$

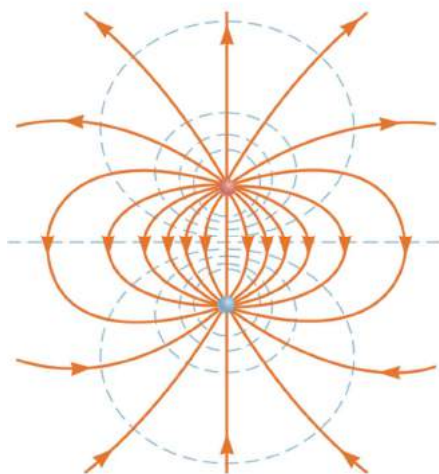


3a. Lượng cực điện - 4

Độ lớn điện trường:

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_z^2}$$
$$= \frac{kp}{r^4} \sqrt{r^2 + 3z^2}$$

$$E = \frac{kp}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}$$



cuu duong than cong . com

Bài tập 6

Một dipole điện có momen $p = qd$ được đặt trong chân không. Điện trường do dipole tạo ra tại điểm M nằm trên đường trung trục của lưỡng cực và cách trục một đoạn $r \gg d$ là:

(a) $\vec{E} = -k \frac{\vec{p}}{r^3}$

(b) $\vec{E} = k \frac{\vec{p}}{r^3}$

(c) $\vec{E} = k \frac{\vec{p}}{2r^3}$

(d) $\vec{E} = -k \frac{\vec{p}}{2r^3}$

Trả lời BT6

- Điện trường của dipole:

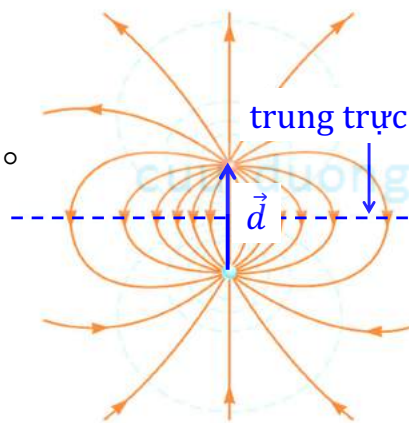
$$E = k \frac{p}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \theta}$$

- Trên trung trục $\theta = \pm 90^\circ$

$$E = k \frac{p}{r^3}$$

- E hướng ngược chiều p :

$$\vec{E} = -k \frac{\vec{p}}{r^3}$$



3b. Lượng cực điện trong điện trường

Đặt một lưỡng cực điện có momen lưỡng cực p trong một điện trường đều E . Hãy tìm:

(a) Thế năng tĩnh điện của lưỡng cực điện.

(b) Momen lực tĩnh điện tác động lên lưỡng cực điện.

3b - 1

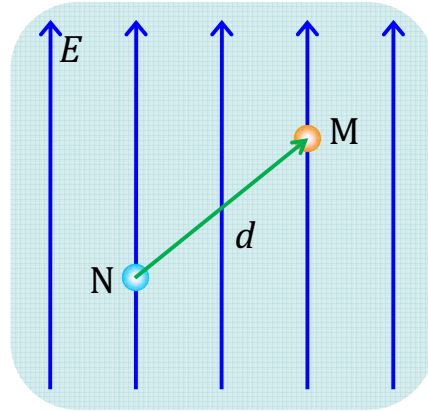
Thế năng tĩnh điện:

$$U = qV_M - qV_N = q(V_M - V_N)$$

$$= -q \int_N^M \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$U = -q\vec{E} \cdot \int_N^M d\vec{r} = -q\vec{E} \cdot \vec{d}$$

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$



U cực tiểu khi p // cùng chiều với điện trường ngoài

3b - 2

- Momen lực:

$$\vec{\tau}_+ = \vec{r}_M \times q\vec{E}$$

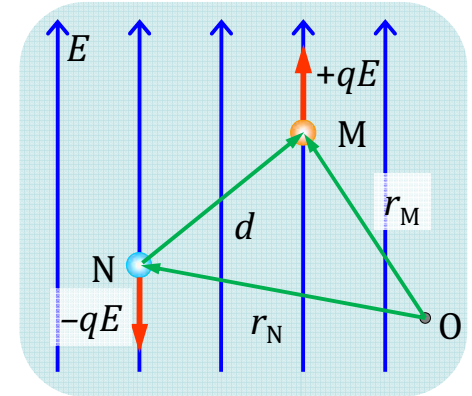
$$\vec{\tau}_- = \vec{r}_N \times (-q\vec{E})$$

- Momen toàn phần:

$$\vec{\tau} = q(\vec{r}_M - \vec{r}_N) \times \vec{E}$$

$$= q\vec{d} \times \vec{E}$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

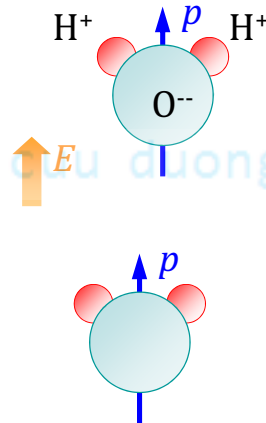


Momen lực sẽ quay dipole sao cho p song song với E

cuu duong than cong . com

3b. Lò vi sóng

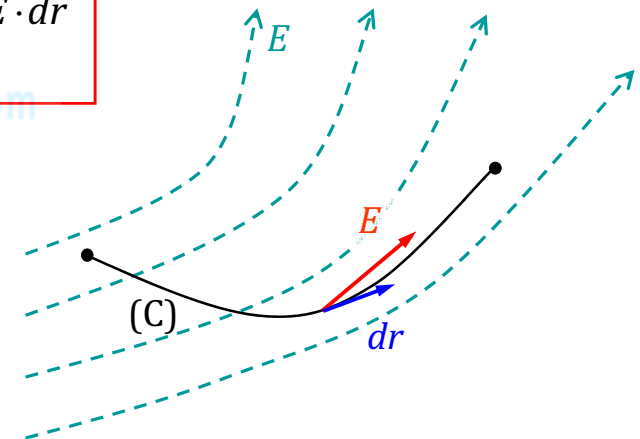
- Các phân tử nước là những lưỡng cực điện.
- Trong một điện trường xoay chiều (tần số radio), các phân tử nước dao động để momen lưỡng cực luôn cùng chiều điện trường.
- Ma sát giữa chúng với môi trường chung quanh tạo nên nhiệt.
- Minh họa



4a. Lưu số của trường tĩnh điện - 1

- Lưu số của E trên (C) là:

$$\Gamma_C = \int_{(C)} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$



4a. Lưu số của trường tĩnh điện - 2

- Công thức hiện khi điện tích di chuyển trên một đường kín = không.

$$q \oint_{(C)} \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$

- Lưu số điện trường theo một đường kín = 0.

$$\oint_{(C)} \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$

- Trường tĩnh điện có đường sức không khép kín: *trường không có xoáy*.

- Dòng nước *không có xoáy* trên (C):

$$\oint_{(C)} \vec{v} \cdot d\vec{r} = 0$$

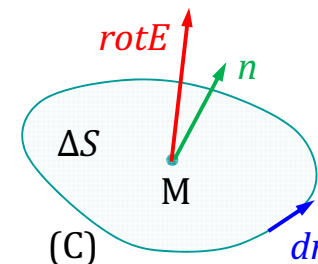
4b. Rotation – Định nghĩa

- $\Delta\Gamma$ là lưu số của E trên chu tuyến nhỏ (C).

- Định nghĩa $rot\vec{E}$ ở M:

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta\Gamma}{\Delta S} = rot\vec{E} \cdot \vec{n}$$

- Giới hạn này thay đổi khi quay (C), cực đại khi $\vec{n} \nearrow \nearrow rot\vec{E}$



Chiều của n và dr liên hệ với nhau theo quy tắc bàn tay phải.

cuu duong than cong . com

4b. Rotation – Tính chất

- Lưu số của E theo một đường kín = 0:

$$rot\vec{E} = 0$$

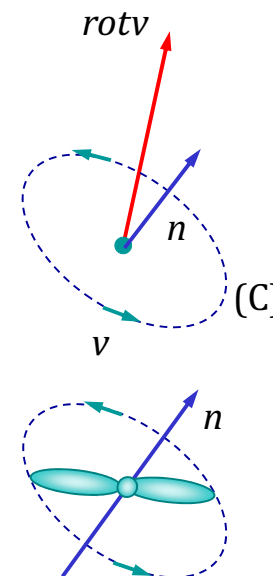
$$rot\vec{E} = \vec{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right)$$

$$(rot\vec{E})_x = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}$$

4c. $rot\vec{v}$ của dòng chảy xoáy

$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta\Gamma}{\Delta S} = rot\vec{v} \cdot \vec{n}$$

- Quay (C) sao cho n cùng chiều $rotv \rightarrow$ lưu số cực đại.
- Đặt một chong chóng nhỏ vào dòng nước xoáy.
- Khi chong chóng quay nhanh nhất thì trục quay chỉ chiều của $rotv$.



Tóm tắt: Năng lượng tĩnh điện

Hệ E và điện tích q đặt tại M:

$$U = q \int_M^P \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad \text{P: gốc thế năng}$$

$$U = qV_M \quad \begin{array}{l} V_M: \text{điện thế do} \\ E \text{ tạo ra ở M} \end{array}$$

Cặp điện tích: $U = k \frac{q_1 q_2}{r}$

Hệ N điện tích = tổng năng lượng của các cặp

$$\text{hay: } U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i V_i$$

Tóm tắt: Điện thế

$$\text{của } E \text{ tại M: } V_M = \int_M^P \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad V_M = \frac{U}{q}$$

$$\text{của điện tích } q: V = k \frac{q}{r} \quad \text{gốc thế năng ở } \infty$$

$$\text{Hiệu thế: } V_M - V_N = - \int_N^M \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\text{Liên hệ giữa } E \text{ và } V: \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}V}$$

$E \perp$ mặt đẳng thế, hướng từ V cao đến V thấp

cuu duong than cong . com

Tóm tắt: Dipole điện

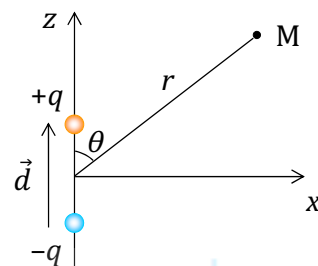
$$\text{Momen dipole: } \vec{p} = q\vec{d}$$

$$\text{Điện thế: } V = k \frac{p \cos \theta}{r^2}$$

$$\text{Điện trường: } E = \frac{kp}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}$$

$$\text{Thế năng trong điện trường: } U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

$$\text{Momen lực trong điện trường: } \vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$



cuu duong than cong . com