Xác suất-Thống kê

Nguyễn Hồng Quân

1.1 **Quy tắc nhân**. Giả sử một công việc nào đó được chia thành k giai đoạn. Có n_1 cách thực hiện giai đoạn thứ nhất, n_2 cách thực hiện giai đoạn thứ hai, ..., n_k cách thực hiện giai đoạn thứ k. Khi đó ta có $n = n_1.n_2...n_k$ cách thực hiện công việc.

1.1 **Quy tắc nhân**. Giả sử một công việc nào đó được chia thành k giai đoạn. Có n_1 cách thực hiện giai đoạn thứ nhất, n_2 cách thực hiện giai đoạn thứ hai, ..., n_k cách thực hiện giai đoạn thứ k. Khi đó ta có $n = n_1.n_2...n_k$ cách thực hiện công việc.

Ví dụ Để đi từ A đến C ta phải qua B. Có 5 cách đi từ A đến B và có 3 cách đi từ B đến C. Vậy có 5. 3 $=$ 15 cách đi từ A đến C.

1.1 **Quy tắc nhân**. Giả sử một công việc nào đó được chia thành k giai đoạn. Có n_1 cách thực hiện giai đoạn thứ nhất, n_2 cách thực hiện giai đoạn thứ hai, ..., n_k cách thực hiện giai đoạn thứ k. Khi đó ta có $n = n_1.n_2...n_k$ cách thực hiện công việc.

Ví dụ Để đi từ A đến C ta phải qua B. Có 5 cách đi từ A đến B và có 3 cách đi từ B đến C. Vậy có 5. 3 $=$ 15 cách đi từ A đến C.

1.2 **Hoán vị**.Hoán vị của n phần tử là một bộ có thứ tự gồm đủ mặt n phần tử đã cho.

Số các hoán vị của n phần tử là $P_n = n!$.

1.1 **Quy tắc nhân**. Giả sử một công việc nào đó được chia thành k giai đoạn. Có n_1 cách thực hiện giai đoạn thứ nhất, n_2 cách thực hiện giai đoạn thứ hai, ..., n_k cách thực hiện giai đoạn thứ k. Khi đó ta có $n = n_1.n_2...n_k$ cách thực hiện công việc.

Ví dụ Để đi từ A đến C ta phải qua B. Có 5 cách đi từ A đến B và có 3 cách đi từ B đến C. Vậy có 5. 3 $=$ 15 cách đi từ A đến C.

1.2 **Hoán vị**.Hoán vị của n phần tử là một bộ có thứ tự gồm đủ mặt n phần tử đã cho.

Số các hoán vị của n phần tử là $P_n = n!$.

Ví dụ Có bao nhiêu số khác nhau gồm bốn chữ số được thiết lập từ $\{1, 2, 3, 4\}$?

1.1 **Quy tắc nhân**. Giả sử một công việc nào đó được chia thành k giai đoạn. Có n_1 cách thực hiện giai đoạn thứ nhất, n_2 cách thực hiện giai đoạn thứ hai, ..., n_k cách thực hiện giai đoạn thứ k. Khi đó ta có $n = n_1.n_2...n_k$ cách thực hiện công việc.

Ví dụ Để đi từ A đến C ta phải qua B. Có 5 cách đi từ A đến B và có 3 cách đi từ B đến C. Vậy có 5. 3 $=$ 15 cách đi từ A đến C.

1.2 **Hoán vị**.Hoán vị của n phần tử là một bộ có thứ tự gồm đủ mặt n phần tử đã cho.

Số các hoán vị của n phần tử là $P_n = n!$.

Ví dụ Có bao nhiêu số khác nhau gồm bốn chữ số được thiết lập từ $\{1, 2, 3, 4\}$?

Mỗi số có bốn chữ số được thiết lập từ $\{1, 2, 3, 4\}$ là một hoán vị của $\{1, 2, 3, 4\}$. Vậy có $P_4 = 4! = 24$ số.

1.3 **Chỉnh hợp.** Chỉnh hợp chập k của n phần tử $(k \leq n)$ là một bộ có thứ tự gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho.

1.3 **Chỉnh hợp.** Chỉnh hợp chập k của n phần tử $(k \leq n)$ là một bộ có thứ tự gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho. Số chỉnh hợp chập k của n phần tử là

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)...(n-k+1).$$

1.3 **Chỉnh hợp.** Chỉnh hợp chập k của n phần tử $(k \leq n)$ là một bộ có thứ tự gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho. Số chỉnh hợp chập k của n phần tử là

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)...(n-k+1).$$

Ví dụ Một lớp học gồm 20 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một lớp trưởng và một lớp phó?

1.3 **Chỉnh hợp.** Chỉnh hợp chập k của n phần tử $(k \leq n)$ là một bộ có thứ tự gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho. Số chỉnh hợp chập k của n phần tử là

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)...(n-k+1).$$

<u>*Ví dụ*</u> Một lớp học gồm 20 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một lớp trưởng và một lớp phó? Mỗi cách chọn một lớp trưởng và một lớp phó là một chỉnh hợp chập 2 của 20. Vậy có $A_{20}^2 = \frac{20!}{(28)!} = 20.19 = 380$ cách.

1.3 **Chỉnh hợp.** Chỉnh hợp chập k của n phần tử $(k \leq n)$ là một bộ có thứ tự gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho. Số chỉnh hợp chập k của n phần tử là

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)...(n-k+1).$$

Ví dụ Một lớp học gồm 20 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một lớp trưởng và một lớp phó? Mỗi cách chọn một lớp trưởng và một lớp phó là một chỉnh hợp chập 2 của 20. Vậy có $A_{20}^2 = \frac{20!}{(28)!} = 20.19 = 380$ cách.

1.4 **Chỉnh hợp lặp.** Chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử là một bộ có thứ tự gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho, trong đó mỗi phần tử có thể có mặt 1, 2, ..., k lần trong bộ.

1.3 **Chỉnh hợp.** Chỉnh hợp chập k của n phần tử $(k \leq n)$ là một bộ có thứ tự gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho. Số chỉnh hợp chập k của n phần tử là

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)...(n-k+1).$$

Ví dụ Một lớp học gồm 20 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một lớp trưởng và một lớp phó? Mỗi cách chọn một lớp trưởng và một lớp phó là một chỉnh hợp chập 2 của 20. Vậy có $A_{20}^2 = \frac{20!}{(28)!} = 20.19 = 380$ cách.

1.4 **Chỉnh hợp lặp.** Chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử là một bộ có thứ tự gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho, trong đó mỗi phần tử có thể có mặt 1, 2, ..., k lần trong bộ. Số chỉnh hợp lăp chập k của n phần tử là $B_n^k = n^n$.

1.3 **Chỉnh hợp.** Chỉnh hợp chập k của n phần tử $(k \leq n)$ là một bộ có thứ tự gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho. Số chỉnh hợp chập k của n phần tử là

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)...(n-k+1).$$

Ví dụ Một lớp học gồm 20 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một lớp trưởng và một lớp phó? Mỗi cách chọn một lớp trưởng và một lớp phó là một chỉnh hợp chập 2 của 20. Vậy có $A_{20}^2 = \frac{20!}{(28)!} = 20.19 = 380$ cách.

1.4 **Chỉnh hợp lặp.** Chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử là một bộ có thứ tự gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho, trong đó mỗi phần tử có thể có mặt 1, 2, ..., k lần trong bộ. Số chỉnh hợp lăp chập k của n phần tử là $B_n^k = n^n$.

Ví dụ Có bao nhiêu cách chia 12 tặng phẩm cho 3 người?

1.3 **Chỉnh hợp.** Chỉnh hợp chập k của n phần tử $(k \leq n)$ là một bộ có thứ tự gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho. Số chỉnh hợp chập k của n phần tử là

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)...(n-k+1).$$

Ví dụ Một lớp học gồm 20 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một lớp trưởng và một lớp phó? Mỗi cách chọn một lớp trưởng và một lớp phó là một chỉnh hợp chập 2 của 20. Vậy có $A_{20}^2 = \frac{20!}{(28)!} = 20.19 = 380$ cách.

1.4 **Chỉnh hợp lặp.** Chỉnh hợp lặp chập k của n phần tử là một bộ có thứ tự gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho, trong đó mỗi phần tử có thể có mặt 1, 2, ..., k lần trong bộ. Số chỉnh hợp lăp chập k của n phần tử là $B_n^k = n^n$.

Ví dụ Có bao nhiêu cách chia 12 tặng phẩm cho 3 người? Mỗi cách chia 12 tặng phẩm cho 3 người là một chỉnh hợp lặp chập 12 của 3. Vậy có $B_3^{12} = 3^{12}$ cách.

1.5 **Tổ hợp.** Tổ hợp chập k của n phần tử $(k \leq n)$ là một bộ không phân biệt thứ tự, gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho.

1.5 **Tổ hợp.** Tổ hợp chập k của n phần tử $(k \leq n)$ là một bộ không phân biệt thứ tự, gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho. Số chỉnh hợp chập k của n phần tử là

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)...(n-k+1)}{k!}.$$

1.5 **Tổ hợp.** Tổ hợp chập k của n phần tử $(k \leq n)$ là một bộ không phân biệt thứ tự, gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho. Số chỉnh hợp chập k của n phần tử là

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)...(n-k+1)}{k!}.$$

Chú ý: Quy ước $0! = 1$.

1.5 **Tổ hợp.** Tổ hợp chập k của n phần tử $(k \leq n)$ là một bộ không phân biệt thứ tự, gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho. Số chỉnh hợp chập k của n phần tử là

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)...(n-k+1)}{k!}.$$

Chú ý: Quy ước $0! = 1$.

Ví dụ Mỗi đề thi gồm 3 câu hỏi được lấy từ 25 câu hỏi. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi khác nhau?

Số đề thi có thể lập là: $C_{25}^3 = \frac{25!}{3!(22)!} = 2300.$

1.5 **Tổ hợp.** Tổ hợp chập k của n phần tử $(k \leq n)$ là một bộ không phân biệt thứ tự, gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho. Số chỉnh hợp chập k của n phần tử là

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)...(n-k+1)}{k!}.$$

Chú ý: Quy ước $0! = 1$.

Ví dụ Mỗi đề thi gồm 3 câu hỏi được lấy từ 25 câu hỏi. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi khác nhau?

Số đề thi có thể lập là: $C_{25}^3 = \frac{25!}{3!(22)!} = 2300.$

Ví dụ Một máy tính có 16 cổng. Giả sử tại mỗi thời điểm bất kỳ mỗi cổng trong sử dụng hoặc không sử dụng nhưng có thể hoạt động hoặc không hoạt động. Hỏi có bao nhiêu cấu hình (cách chọn) trong đó 10 cổng trong sử dụng, 4 không sử dụng nhưng có thể hoạt động và 2 không hoạt động?

Gọi số cách chọn 10 cổng sử dụng là A, số cách chọn 4 cổng không sử dụng nhưng có thể hoạt động là B, số cách chọn 2 cổng không hoạt động là C. Khi đó số cách chọn 10 cổng trong sử dụng, 4 không sử dụng nhưng có thể hoạt động và 2 không hoạt động là ABC.

Chọn 10 cổng sử dụng có: $A = C_{16}^{10} = 8008$ cách.

Chọn 4 cổng không sử dụng nhưng có thể hoạt động có: $B = C_6^4 = 15$ cách.

Chọn 2 cổng không hoạt động có: $C = C_2^2 = 1$ cách.

Vậy số cách chọn là $ABC = (8008).15.1 = 120120$ cách.

Gọi số cách chọn 10 cổng sử dụng là A, số cách chọn 4 cổng không sử dụng nhưng có thể hoạt động là B, số cách chọn 2 cổng không hoạt động là C. Khi đó số cách chọn 10 cổng trong sử dụng, 4 không sử dụng nhưng có thể hoạt động và 2 không hoạt động là ABC.

Chọn 10 cổng sử dụng có: $A = C_{16}^{10} = 8008$ cách.

Chọn 4 cổng không sử dụng nhưng có thể hoạt động có: $B = C_6^4 = 15$ cách.

Chọn 2 cổng không hoạt động có: $C = C_2^2 = 1$ cách.

Vậy số cách chọn là $ABC = (8008).15.1 = 120120$ cách.

1.6 Công thức nhị thức Newton.

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^k b^{n-k}.$$

Đặc biệt, $\sum_{k=0}^{n}(-1)^{n-k}C_n^k = 0$, $\sum_{k=0}^{n} C_n^k = 2^n$.

2.1 Phép thử và sự kiện.

2.1 **Phép thử và sự kiện**. Việc thực hiện một nhóm các điều kiện cơ bản để quan sát một hiện tượng nào đó được gọi là một phép thử.

2.1 **Phép thử và sự kiện**. Việc thực hiện một nhóm các điều kiện cơ bản để quan sát một hiện tượng nào đó được gọi là một phép thử. Các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là các sự kiện (biến cố).

2.1 **Phép thử và sự kiện**. Việc thực hiện một nhóm các điều kiện cơ bản để quan sát một hiện tượng nào đó được gọi là một phép thử. Các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là các sự kiện (biến cố).

Một sự kiện thường được mô tả bằng một phát biểu và được ký hiệu bằng các chữ in hoa A, B, C,...

2.1 **Phép thử và sự kiện**. Việc thực hiện một nhóm các điều kiện cơ bản để quan sát một hiện tượng nào đó được gọi là một phép thử. Các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là các sự kiện (biến cố).

Một sự kiện thường được mô tả bằng một phát biểu và được ký hiệu bằng các chữ in hoa A, B, C,...

Ví dụ Tung một đồng xu là một phép thử. Có các sự kiện có thể có là: A="đồng tiền lật mặt sấp" , B=" đồng tiền lật mặt ngửa", C="đồng tiền lật mặt sấp hoặc lật mặt ngửa".

2.1 **Phép thử và sự kiện**. Việc thực hiện một nhóm các điều kiện cơ bản để quan sát một hiện tượng nào đó được gọi là một phép thử. Các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là các sự kiện (biến cố).

Một sự kiện thường được mô tả bằng một phát biểu và được ký hiệu bằng các chữ in hoa A, B, C,...

Ví dụ Tung một đồng xu là một phép thử. Có các sự kiện có thể có là: A="đồng tiền lật mặt sấp" , B=" đồng tiền lật mặt ngửa", C="đồng tiền lật mặt sấp hoặc lật mặt ngửa".

Ví dụ Bắn một phát súng vào một tấm bia là một phép thử. Có các sự kiện có thể có là: A= "Viên đạn trúng bia" B="Viên đạn trậtbia", C="Viên đạn trúng hoặc trật bia".

2.1 **Phép thử và sự kiện**. Việc thực hiện một nhóm các điều kiện cơ bản để quan sát một hiện tượng nào đó được gọi là một phép thử. Các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là các sự kiện (biến cố).

Một sự kiện thường được mô tả bằng một phát biểu và được ký hiệu bằng các chữ in hoa A, B, C,...

Ví dụ Tung một đồng xu là một phép thử. Có các sự kiện có thể có là: A="đồng tiền lật mặt sấp" , B=" đồng tiền lật mặt ngửa", C="đồng tiền lật mặt sấp hoặc lật mặt ngửa".

Ví dụ Bắn một phát súng vào một tấm bia là một phép thử. Có các sự kiện có thể có là: A= "Viên đạn trúng bia" B="Viên đạn trậtbia", C="Viên đạn trúng hoặc trật bia".

2.2 **Các loại sự kiện**.

2.1 **Phép thử và sự kiện**. Việc thực hiện một nhóm các điều kiện cơ bản để quan sát một hiện tượng nào đó được gọi là một phép thử. Các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là các sự kiện (biến cố).

Một sự kiện thường được mô tả bằng một phát biểu và được ký hiệu bằng các chữ in hoa A, B, C,...

Ví dụ Tung một đồng xu là một phép thử. Có các sự kiện có thể có là: A="đồng tiền lật mặt sấp" , B=" đồng tiền lật mặt ngửa", C="đồng tiền lật mặt sấp hoặc lật mặt ngửa".

Ví dụ Bắn một phát súng vào một tấm bia là một phép thử. Có các sự kiện có thể có là: A= "Viên đạn trúng bia" B="Viên đạn trậtbia", C="Viên đạn trúng hoặc trật bia".

2.2 **Các loại sự kiện**.

a) *Sự kiện chắc chắn*:

2.1 **Phép thử và sự kiện**. Việc thực hiện một nhóm các điều kiện cơ bản để quan sát một hiện tượng nào đó được gọi là một phép thử. Các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là các sự kiện (biến cố).

Một sự kiện thường được mô tả bằng một phát biểu và được ký hiệu bằng các chữ in hoa A, B, C,...

Ví dụ Tung một đồng xu là một phép thử. Có các sự kiện có thể có là: A="đồng tiền lật mặt sấp" , B=" đồng tiền lật mặt ngửa", C="đồng tiền lật mặt sấp hoặc lật mặt ngửa".

Ví dụ Bắn một phát súng vào một tấm bia là một phép thử. Có các sự kiện có thể có là: A= "Viên đạn trúng bia" B="Viên đạn trậtbia", C="Viên đạn trúng hoặc trật bia".

2.2 **Các loại sự kiện**.

a) *Sự kiện chắc chắn*: Là sự kiện nhất định xảy ra khi thực hiện phép thử. Ký hiệu là Ω.

b) *Sự kiện không thể*:

b) *Sự kiện không thể*: Là sự kiện nhất định không xảy ra khi thực hiện phép thử. Ký hiệu là $\emptyset$.

b) *Sự kiện không thể*: Là sự kiện nhất định không xảy ra khi thực hiện phép thử. Ký hiệu là $\emptyset$.
c) *Sự kiện sơ cấp*:

b) *Sự kiện không thể*: Là sự kiện nhất định không xảy ra khi thực hiện phép thử. Ký hiệu là $\emptyset$.
c) *Sự kiện sơ cấp*: Là sự kiện không thể phân tích thành các sự kiện khác. Tập tất cả các sự kiện sơ cấp trong một phép thử chính là sự kiện chắc chắn.

b) *Sự kiện không thể*: Là sự kiện nhất định không xảy ra khi thực hiện phép thử. Ký hiệu là $\emptyset$.
c) *Sự kiện sơ cấp*: Là sự kiện không thể phân tích thành các sự kiện khác. Tập tất cả các sự kiện sơ cấp trong một phép thử chính là sự kiện chắc chắn.

Ví dụ Tung một con xúc xắc.

b) *Sự kiện không thể*: Là sự kiện nhất định không xảy ra khi thực hiện phép thử. Ký hiệu là $\emptyset$.
c) *Sự kiện sơ cấp*: Là sự kiện không thể phân tích thành các sự kiện khác. Tập tất cả các sự kiện sơ cấp trong một phép thử chính là sự kiện chắc chắn.

Ví dụ Tung một con xúc xắc.
Sự kiện: $\Omega =$ "xuất hiện mặt có số chấm bé hơn 7 " là sự kiện chắc chắn.

b) *Sự kiện không thể*: Là sự kiện nhất định không xảy ra khi thực hiện phép thử. Ký hiệu là $\emptyset$.
c) *Sự kiện sơ cấp*: Là sự kiện không thể phân tích thành các sự kiện khác. Tập tất cả các sự kiện sơ cấp trong một phép thử chính là sự kiện chắc chắn.

Ví dụ Tung một con xúc xắc.
Sự kiện: $\Omega =$ "xuất hiện mặt có số chấm bé hơn 7 " là sự kiện chắc chắn.
Các sự kiện A_i $(i = 1, ..., 6)$:

$A_i =$ "xuất hiện mặt có số chấm là i "

là các sự kiện sơ cấp

b) *Sự kiện không thể*: Là sự kiện nhất định không xảy ra khi thực hiện phép thử. Ký hiệu là $\emptyset$.
c) *Sự kiện sơ cấp*: Là sự kiện không thể phân tích thành các sự kiện khác. Tập tất cả các sự kiện sơ cấp trong một phép thử chính là sự kiện chắc chắn.

Ví dụ Tung một con xúc xắc.
Sự kiện: $\Omega =$ "xuất hiện mặt có số chấm bé hơn 7 " là sự kiện chắc chắn.
Các sự kiện A_i $(i = 1, ..., 6)$:

$$A_i = \text{"xuất hiện mặt có số chấm là i "}$$

là các sự kiện sơ cấp
Sự kiện "xuất hiện mặt có số chấm là 8 " là sự kiện không thể.

b) *Sự kiện không thể*: Là sự kiện nhất định không xảy ra khi thực hiện phép thử. Ký hiệu là $\emptyset$.
c) *Sự kiện sơ cấp*: Là sự kiện không thể phân tích thành các sự kiện khác. Tập tất cả các sự kiện sơ cấp trong một phép thử chính là sự kiện chắc chắn.

Ví dụ Tung một con xúc xắc.
Sự kiện: $\Omega =$ "xuất hiện mặt có số chấm bé hơn 7 " là sự kiện chắc chắn.
Các sự kiện A_i $(i = 1, ..., 6)$:

$A_i =$ "xuất hiện mặt có số chấm là i "

là các sự kiện sơ cấp
Sự kiện "xuất hiện mặt có số chấm là 8 " là sự kiện không thể.

d) *Sự kiện ngẫu nhiên*:

b) *Sự kiện không thể*: Là sự kiện nhất định không xảy ra khi thực hiện phép thử. Ký hiệu là $\emptyset$.
c) *Sự kiện sơ cấp*: Là sự kiện không thể phân tích thành các sự kiện khác. Tập tất cả các sự kiện sơ cấp trong một phép thử chính là sự kiện chắc chắn.

Ví dụ Tung một con xúc xắc.
Sự kiện: $\Omega =$ "xuất hiện mặt có số chấm bé hơn 7 " là sự kiện chắc chắn.
Các sự kiện A_i $(i = 1, ..., 6)$:

$A_i =$ "xuất hiện mặt có số chấm là i "

là các sự kiện sơ cấp
Sự kiện "xuất hiện mặt có số chấm là 8 " là sự kiện không thể.

d) *Sự kiện ngẫu nhiên*: Là sự kiện có thể xảy ra hoặc không xảy ra khi thực hiện phép thử. Phép thử mà các kết quả của nó là những sự kiện ngẫu nhiên được gọi là phép thử ngẫu nhiên.

2.3 Quan hệ giữa các sự kiện.

2.3 Quan hệ giữa các sự kiện.

a) *Quan hệ kéo theo.*

2.3 Quan hệ giữa các sự kiện.

a) *Quan hệ kéo theo*. Sự kiện A gọi là kéo theo (hoặc thuận lợi cho) sự kiên B, ký hiệu $A \subset B$, nếu A xảy ra thì B xảy ra.

2.3 Quan hệ giữa các sự kiện.

a) *Quan hệ kéo theo*. Sự kiện A gọi là kéo theo (hoặc thuận lợi cho) sự kiên B, ký hiệu $A \subset B$, nếu A xảy ra thì B xảy ra.

b) *Quan hệ tương đương*.

2.3 Quan hệ giữa các sự kiện.

a) *Quan hệ kéo theo*. Sự kiện A gọi là kéo theo (hoặc thuận lợi cho) sự kiên B, ký hiệu $A \subset B$, nếu A xảy ra thì B xảy ra.

b) *Quan hệ tương đương*. Sự kiện A gọi là tương đương sự kiên B, ký hiệu $A = B$, nếu $A \subset B$ và $B \subset A$.

2.3 Quan hệ giữa các sự kiện.

a) *Quan hệ kéo theo*. Sự kiện A gọi là kéo theo (hoặc thuận lợi cho) sự kiên B, ký hiệu $A \subset B$, nếu A xảy ra thì B xảy ra.

b) *Quan hệ tương đương*. Sự kiện A gọi là tương đương sự kiên B, ký hiệu $A = B$, nếu $A \subset B$ và $B \subset A$.

c) Các sự kiện gọi là không đồng thời xảy ra nếu sự xuất hiện của một trong chúng loại trừ sự xuất hiện của các sự kiện khác trong cùng một phép thử

2.3 Quan hệ giữa các sự kiện.

a) *Quan hệ kéo theo*. Sự kiện A gọi là kéo theo (hoặc thuận lợi cho) sự kiên B, ký hiệu $A \subset B$, nếu A xảy ra thì B xảy ra.

b) *Quan hệ tương đương*. Sự kiện A gọi là tương đương sự kiên B, ký hiệu $A = B$, nếu $A \subset B$ và $B \subset A$.

c) Các sự kiện gọi là không đồng thời xảy ra nếu sự xuất hiện của một trong chúng loại trừ sự xuất hiện của các sự kiện khác trong cùng một phép thử

d) Các sự kiện gọi là đồng thời xảy ra nếu chúng cùng xuất hiện trong cùng một phép thử

2.3 Quan hệ giữa các sự kiện.

a) *Quan hệ kéo theo*. Sự kiện A gọi là kéo theo (hoặc thuận lợi cho) sự kiên B, ký hiệu $A \subset B$, nếu A xảy ra thì B xảy ra.

b) *Quan hệ tương đương*. Sự kiện A gọi là tương đương sự kiên B, ký hiệu $A = B$, nếu $A \subset B$ và $B \subset A$.

c) Các sự kiện gọi là không đồng thời xảy ra nếu sự xuất hiện của một trong chúng loại trừ sự xuất hiện của các sự kiện khác trong cùng một phép thử

d) Các sự kiện gọi là đồng thời xảy ra nếu chúng cùng xuất hiện trong cùng một phép thử

e) Các sự kiện gọi là đồng khả năng nếu sự xuất hiện của sự kiện này hay sự kiện khác với khả năng như nhau.

2.3 Quan hệ giữa các sự kiện.

a) *Quan hệ kéo theo*. Sự kiện A gọi là kéo theo (hoặc thuận lợi cho) sự kiên B, ký hiệu $A \subset B$, nếu A xảy ra thì B xảy ra.

b) *Quan hệ tương đương*. Sự kiện A gọi là tương đương sự kiên B, ký hiệu $A = B$, nếu $A \subset B$ và $B \subset A$.

c) Các sự kiện gọi là không đồng thời xảy ra nếu sự xuất hiện của một trong chúng loại trừ sự xuất hiện của các sự kiện khác trong cùng một phép thử

d) Các sự kiện gọi là đồng thời xảy ra nếu chúng cùng xuất hiện trong cùng một phép thử

e) Các sự kiện gọi là đồng khả năng nếu sự xuất hiện của sự kiện này hay sự kiện khác với khả năng như nhau.

f) *Sự kiện xung khắc.*

2.3 Quan hệ giữa các sự kiện.

a) *Quan hệ kéo theo*. Sự kiện A gọi là kéo theo (hoặc thuận lợi cho) sự kiên B, ký hiệu $A \subset B$, nếu A xảy ra thì B xảy ra.

b) *Quan hệ tương đương*. Sự kiện A gọi là tương đương sự kiên B, ký hiệu $A = B$, nếu $A \subset B$ và $B \subset A$.

c) Các sự kiện gọi là không đồng thời xảy ra nếu sự xuất hiện của một trong chúng loại trừ sự xuất hiện của các sự kiện khác trong cùng một phép thử

d) Các sự kiện gọi là đồng thời xảy ra nếu chúng cùng xuất hiện trong cùng một phép thử

e) Các sự kiện gọi là đồng khả năng nếu sự xuất hiện của sự kiện này hay sự kiện khác với khả năng như nhau.

f) *Sự kiện xung khắc.* Hai sự kiện gọi là xung khắc nếu chúng không đồng thời xảy ra.

2.3 Quan hệ giữa các sự kiện.

a) *Quan hệ kéo theo.* Sự kiện A gọi là kéo theo (hoặc thuận lợi cho) sự kiên B, ký hiệu $A \subset B$, nếu A xảy ra thì B xảy ra.

b) *Quan hệ tương đương.* Sự kiện A gọi là tương đương sự kiên B, ký hiệu $A = B$, nếu $A \subset B$ và $B \subset A$.

c) Các sự kiện gọi là không đồng thời xảy ra nếu sự xuất hiện của một trong chúng loại trừ sự xuất hiện của các sự kiện khác trong cùng một phép thử

d) Các sự kiện gọi là đồng thời xảy ra nếu chúng cùng xuất hiện trong cùng một phép thử

e) Các sự kiện gọi là đồng khả năng nếu sự xuất hiện của sự kiện này hay sự kiện khác với khả năng như nhau.

f) *Sự kiện xung khắc.* Hai sự kiện gọi là xung khắc nếu chúng không đồng thời xảy ra.

g) *Sự kiện đối lập.*

2.3 Quan hệ giữa các sự kiện.

a) *Quan hệ kéo theo.* Sự kiện A gọi là kéo theo (hoặc thuận lợi cho) sự kiên B, ký hiệu $A \subset B$, nếu A xảy ra thì B xảy ra.

b) *Quan hệ tương đương.* Sự kiện A gọi là tương đương sự kiên B, ký hiệu $A = B$, nếu $A \subset B$ và $B \subset A$.

c) Các sự kiện gọi là không đồng thời xảy ra nếu sự xuất hiện của một trong chúng loại trừ sự xuất hiện của các sự kiện khác trong cùng một phép thử

d) Các sự kiện gọi là đồng thời xảy ra nếu chúng cùng xuất hiện trong cùng một phép thử

e) Các sự kiện gọi là đồng khả năng nếu sự xuất hiện của sự kiện này hay sự kiện khác với khả năng như nhau.

f) *Sự kiện xung khắc.* Hai sự kiện gọi là xung khắc nếu chúng không đồng thời xảy ra.

g) *Sự kiện đối lập.* Sự kiện $\overline{A}$ gọi là sự kiện đối lập của sự kiện A nếu $\overline{A}$ xảy ra khi và chỉ khi A không xảy ra.

2.3 Các phép toán giữa các sự kiện.

2.3 Các phép toán giữa các sự kiện.

a) *Tổng các sự kiện*.

2.3 Các phép toán giữa các sự kiện.

a) *Tổng các sự kiện*. Sự kiện C gọi là tổng của 2 sự kiện A và B, ký hiệu C= A+B (hoặc $C = A \cup B$), nếu C xảy ra khi và chỉ khi ít nhất một trong hai sự kiện A hoặc B xảy ra.

2.3 Các phép toán giữa các sự kiện.

a) *Tổng các sự kiện*. Sự kiện C gọi là tổng của 2 sự kiện A và B, ký hiệu C= A+B (hoặc $C = A \cup B$), nếu C xảy ra khi và chỉ khi ít nhất một trong hai sự kiện A hoặc B xảy ra.

Ví dụ Hai người cùng bắn vào một tên địch. Gọi A="người thứ 1 bắn trúng tên địch", B="người thứ 2 bắn trúng tên địch", C=" tên địch bị bắn trúng". Thế thì C= A+B.

2.3 Các phép toán giữa các sự kiện.

a) *Tổng các sự kiện*. Sự kiện C gọi là tổng của 2 sự kiện A và B, ký hiệu C= A+B (hoặc $C = A \cup B$), nếu C xảy ra khi và chỉ khi ít nhất một trong hai sự kiện A hoặc B xảy ra.

Ví dụ Hai người cùng bắn vào một tên địch. Gọi A="người thứ 1 bắn trúng tên địch", B="người thứ 2 bắn trúng tên địch", C=" tên địch bị bắn trúng". Thế thì C= A+B.

Chú ý: (i) Mọi sự kiện sơ cấp đều biểu diễn được dưới dạng tổng của các sự kiện sơ cấp nào đó
(ii) Sự kiện chắc chắn Ω là tổng của mọi sự kiện sơ cấp có thể. Ω gọi là không gian các sự kiện sơ cấp.

2.3 Các phép toán giữa các sự kiện.

a) *Tổng các sự kiện*. Sự kiện C gọi là tổng của 2 sự kiện A và B, ký hiệu C= A+B (hoặc $C = A \cup B$), nếu C xảy ra khi và chỉ khi ít nhất một trong hai sự kiện A hoặc B xảy ra.

Ví dụ Hai người cùng bắn vào một tên địch. Gọi A="người thứ 1 bắn trúng tên địch", B="người thứ 2 bắn trúng tên địch", C=" tên địch bị bắn trúng". Thế thì C= A+B.

Chú ý: (i) Mọi sự kiện sơ cấp đều biểu diễn được dưới dạng tổng của các sự kiện sơ cấp nào đó
(ii) Sự kiện chắc chắn Ω là tổng của mọi sự kiện sơ cấp có thể. Ω gọi là không gian các sự kiện sơ cấp.

Ví dụ Tung một con xúc xắc. A_i = "xuất hiện mặt có số chấm là i " (i=1,...,6) là các sự kiện sơ cấp. Sự kiện A="xuất hiện mặt có số chấm là chẳn" $= A_2 + A_4 + A_6$. Sự kiện B="xuất hiện mặt có số chấm là lẻ" $= A_1 + A_3 + A_5$.

b) *Tích các sự kiện.*

b) *Tích các sự kiện*. Sự kiện C gọi là tích của 2 sự kiện A và B, ký hiệu C= AB (hoặc $C = A \cap B$), nếu C xảy ra khi và chỉ khi cả hai sự kiện A và B xảy ra.

b) *Tích các sự kiện*. Sự kiện C gọi là tích của 2 sự kiện A và B, ký hiệu C= AB (hoặc $C = A \cap B$), nếu C xảy ra khi và chỉ khi cả hai sự kiện A và B xảy ra.

Ví dụ Một cô gái có hai anh chàng cùng tán tỉnh
A="anh chàng thứ 1 không cưa đổ cô gái"
B="anh chàng thứ 2 không cưa đổ cô gái"
C=" cô gái chưa lấy chồng"
Thế thì C= AB.

b) *Tích các sự kiện*. Sự kiện C gọi là tích của 2 sự kiện A và B, ký hiệu C= AB (hoặc $C = A \cap B$), nếu C xảy ra khi và chỉ khi cả hai sự kiện A và B xảy ra.

Ví dụ Một cô gái có hai anh chàng cùng tán tỉnh

A="anh chàng thứ 1 không cưa đổ cô gái"

B="anh chàng thứ 2 không cưa đổ cô gái"

C=" cô gái chưa lấy chồng"

Thế thì C= AB.

c) *Hiệu của các sự kiện*.

b) *Tích các sự kiện*. Sự kiện C gọi là tích của 2 sự kiện A và B, ký hiệu C= AB (hoặc $C = A \cap B$), nếu C xảy ra khi và chỉ khi cả hai sự kiện A và B xảy ra.

Ví dụ Một cô gái có hai anh chàng cùng tán tỉnh

A="anh chàng thứ 1 không cưa đổ cô gái"

B="anh chàng thứ 2 không cưa đổ cô gái"

C=" cô gái chưa lấy chồng"

Thế thì C= AB.

c) *Hiệu của các sự kiện*. Sự kiện C gọi là hiệu của 2 sự kiện A và B, ký hiệu C= A-B (hoặc $C = A \setminus B$), nếu C xảy ra khi và chỉ khi A xảy ra nhưng B không xảy ra.

b) *Tích các sự kiện*. Sự kiện C gọi là tích của 2 sự kiện A và B, ký hiệu C= AB (hoặc $C = A \cap B$), nếu C xảy ra khi và chỉ khi cả hai sự kiện A và B xảy ra.

Ví dụ Một cô gái có hai anh chàng cùng tán tỉnh

A="anh chàng thứ 1 không cưa đổ cô gái"
B="anh chàng thứ 2 không cưa đổ cô gái"
C=" cô gái chưa lấy chồng"

Thế thì C= AB.

c) *Hiệu của các sự kiện*. Sự kiện C gọi là hiệu của 2 sự kiện A và B, ký hiệu C= A-B (hoặc $C = A \setminus B$), nếu C xảy ra khi và chỉ khi A xảy ra nhưng B không xảy ra.

Chú ý Với $\overline{A}$ gọi là sự kiện đối lập của sự kiện A thì

$$A + \overline{A} = \Omega, \quad A\overline{A} = \emptyset.$$

3.1 Xác suất là gì?

3.1 **Xác suất là gì?**

3.1.1 *Xác suất của một sự kiện.*

3.1 Xác suất là gì?

3.1.1 *Xác suất của một sự kiện.* Xác suất của một sự kiện (hay tình huống giả định) A là khả năng xảy ra sự kiện (hay tình huống giả định) A đó, được đánh giá dưới dạng một số thực, ký hiệu là P(A) , nằm giữa 0 và 1.

3.1 Xác suất là gì?

3.1.1 *Xác suất của một sự kiện.* Xác suất của một sự kiện (hay tình huống giả định) A là khả năng xảy ra sự kiện (hay tình huống giả định) A đó, được đánh giá dưới dạng một số thực, ký hiệu là P(A) , nằm giữa 0 và 1.

• Khi một sự kiện không thể xảy ra thì xác suất của nó bằng 0. Ví dụ như xác suất của sự kiện "có người sống trên mặt trời" bằng 0.

3.1 Xác suất là gì?

3.1.1 *Xác suất của một sự kiện.* Xác suất của một sự kiện (hay tình huống giả định) A là khả năng xảy ra sự kiện (hay tình huống giả định) A đó, được đánh giá dưới dạng một số thực, ký hiệu là P(A) , nằm giữa 0 và 1.

• Khi một sự kiện không thể xảy ra thì xác suất của nó bằng 0. Ví dụ như xác suất của sự kiện "có người sống trên mặt trời" bằng 0.

• Khi một sự kiện chắc chắn đã hoặc sẽ xảy ra thì xác suất của nó bằng 1 (hay còn viết là 100 $^{0/0}$). Ví dụ sự kiện "tôi sinh ra từ bụng mẹ" có xác suất bằng 1.

3.1 Xác suất là gì?

3.1.1 *Xác suất của một sự kiện.* Xác suất của một sự kiện (hay tình huống giả định) A là khả năng xảy ra sự kiện (hay tình huống giả định) A đó, được đánh giá dưới dạng một số thực, ký hiệu là P(A) , nằm giữa 0 và 1.

• Khi một sự kiện không thể xảy ra thì xác suất của nó bằng 0. Ví dụ như xác suất của sự kiện "có người sống trên mặt trời" bằng 0.

• Khi một sự kiện chắc chắn đã hoặc sẽ xảy ra thì xác suất của nó bằng 1 (hay còn viết là 100 $^{0/0}$). Ví dụ sự kiện "tôi sinh ra từ bụng mẹ" có xác suất bằng 1.

• Khi một sự kiện có thể xảy ra và cũng có thể không xảy ra, và chúng ta không biết nó có chắn chắn xảy ra hay không, thì chúng ta có thể coi xác suất của nó lớn hơn 0 và nhỏ hơn 1. Sự kiện nào được coi là càng dễ xảy ra thì có xác suất càng lớn (càng gần 1), và ngược lại nếu càng khó xảy ra thì xác suất càng nhỏ (càng gần 0).

Ví dụ tôi mua một vé xổ số. Tôi không biết nó sẽ trúng giải hay không, có thể có mà cũng có thể không. Nếu như cứ 100 vé xổ số chỉ có 1 vé trúng giải, thì tôi sẽ coi xác suất trúng giải của vé của tôi là 1 phần trăm. Con số 1 phần trăm ở đây chính là tần suất, hay tỷ lệ trúng giải của các vé xổ số: nó bằng số các vé trúng giải chia cho tổng số các vé.

Ví dụ tôi mua một vé xổ số. Tôi không biết nó sẽ trúng giải hay không, có thể có mà cũng có thể không. Nếu như cứ 100 vé xổ số chỉ có 1 vé trúng giải, thì tôi sẽ coi xác suất trúng giải của vé của tôi là 1 phần trăm. Con số 1 phần trăm ở đây chính là tần suất, hay tỷ lệ trúng giải của các vé xổ số: nó bằng số các vé trúng giải chia cho tổng số các vé.

• Không những chỉ các sự kiện trong tương lai, mà cả các sự kiện trong quá khứ, mà chúng ta thiếu thông tin để có thể biết chắc là chúng đã thực sự xảy ra hay không, thì chúng ta vẫn có thể gán cho các sự kiện đó một xác suất nào đó, ứng với độ tin tưởng của chúng ta về việc sự kiện đó đã thực sự xảy ra hay không.

Ví dụ tôi mua một vé xổ số. Tôi không biết nó sẽ trúng giải hay không, có thể có mà cũng có thể không. Nếu như cứ 100 vé xổ số chỉ có 1 vé trúng giải, thì tôi sẽ coi xác suất trúng giải của vé của tôi là 1 phần trăm. Con số 1 phần trăm ở đây chính là tần suất, hay tỷ lệ trúng giải của các vé xổ số: nó bằng số các vé trúng giải chia cho tổng số các vé.

• Không những chỉ các sự kiện trong tương lai, mà cả các sự kiện trong quá khứ, mà chúng ta thiếu thông tin để có thể biết chắc là chúng đã thực sự xảy ra hay không, thì chúng ta vẫn có thể gán cho các sự kiện đó một xác suất nào đó, ứng với độ tin tưởng của chúng ta về việc sự kiện đó đã thực sự xảy ra hay không.

3.1.2 *Ba tiên đề về sự nhất quán của xác suất*

Ví dụ tôi mua một vé xổ số. Tôi không biết nó sẽ trúng giải hay không, có thể có mà cũng có thể không. Nếu như cứ 100 vé xổ số chỉ có 1 vé trúng giải, thì tôi sẽ coi xác suất trúng giải của vé của tôi là 1 phần trăm. Con số 1 phần trăm ở đây chính là tần suất, hay tỷ lệ trúng giải của các vé xổ số: nó bằng số các vé trúng giải chia cho tổng số các vé.

• Không những chỉ các sự kiện trong tương lai, mà cả các sự kiện trong quá khứ, mà chúng ta thiếu thông tin để có thể biết chắc là chúng đã thực sự xảy ra hay không, thì chúng ta vẫn có thể gán cho các sự kiện đó một xác suất nào đó, ứng với độ tin tưởng của chúng ta về việc sự kiện đó đã thực sự xảy ra hay không.

3.1.2 *Ba tiên đề về sự nhất quán của xác suất*

Tiên đề 1.

Ví dụ tôi mua một vé xổ số. Tôi không biết nó sẽ trúng giải hay không, có thể có mà cũng có thể không. Nếu như cứ 100 vé xổ số chỉ có 1 vé trúng giải, thì tôi sẽ coi xác suất trúng giải của vé của tôi là 1 phần trăm. Con số 1 phần trăm ở đây chính là tần suất, hay tỷ lệ trúng giải của các vé xổ số: nó bằng số các vé trúng giải chia cho tổng số các vé.

• Không những chỉ các sự kiện trong tương lai, mà cả các sự kiện trong quá khứ, mà chúng ta thiếu thông tin để có thể biết chắc là chúng đã thực sự xảy ra hay không, thì chúng ta vẫn có thể gán cho các sự kiện đó một xác suất nào đó, ứng với độ tin tưởng của chúng ta về việc sự kiện đó đã thực sự xảy ra hay không.

3.1.2 *Ba tiên đề về sự nhất quán của xác suất*

Tiên đề 1. Nếu A là một sự kiện (giả định) thì $0 \leq P(A) \leq 1$.

Ví dụ tôi mua một vé xổ số. Tôi không biết nó sẽ trúng giải hay không, có thể có mà cũng có thể không. Nếu như cứ 100 vé xổ số chỉ có 1 vé trúng giải, thì tôi sẽ coi xác suất trúng giải của vé của tôi là 1 phần trăm. Con số 1 phần trăm ở đây chính là tần suất, hay tỷ lệ trúng giải của các vé xổ số: nó bằng số các vé trúng giải chia cho tổng số các vé.

• Không những chỉ các sự kiện trong tương lai, mà cả các sự kiện trong quá khứ, mà chúng ta thiếu thông tin để có thể biết chắc là chúng đã thực sự xảy ra hay không, thì chúng ta vẫn có thể gán cho các sự kiện đó một xác suất nào đó, ứng với độ tin tưởng của chúng ta về việc sự kiện đó đã thực sự xảy ra hay không.

3.1.2 *Ba tiên đề về sự nhất quán của xác suất*

Tiên đề 1. Nếu A là một sự kiện (giả định) thì $0 \leq P(A) \leq 1$.

Tiên đề 2.

Ví dụ tôi mua một vé xổ số. Tôi không biết nó sẽ trúng giải hay không, có thể có mà cũng có thể không. Nếu như cứ 100 vé xổ số chỉ có 1 vé trúng giải, thì tôi sẽ coi xác suất trúng giải của vé của tôi là 1 phần trăm. Con số 1 phần trăm ở đây chính là tần suất, hay tỷ lệ trúng giải của các vé xổ số: nó bằng số các vé trúng giải chia cho tổng số các vé.

• Không những chỉ các sự kiện trong tương lai, mà cả các sự kiện trong quá khứ, mà chúng ta thiếu thông tin để có thể biết chắc là chúng đã thực sự xảy ra hay không, thì chúng ta vẫn có thể gán cho các sự kiện đó một xác suất nào đó, ứng với độ tin tưởng của chúng ta về việc sự kiện đó đã thực sự xảy ra hay không.

3.1.2 *Ba tiên đề về sự nhất quán của xác suất*

Tiên đề 1. Nếu A là một sự kiện (giả định) thì $0 \leq P(A) \leq 1$.

Tiên đề 2. Nếu A là một sự kiện, và ký hiệu $\overline{A}$ là sự kiện đối lập của A thì $P(A) + P(\overline{A}) = 1$.

Ý nghĩa triết học của tiên đề 2 là: Trong hai sự kiện “A” và “đối lập của A” có 1 và chỉ 1 sự kiện xảy ra. Nếu “A” càng có nhiều khả năng xả ra thì “đối lập của A” càng có ít khả năng xảy ra, và ngược lại.

Ý nghĩa triết học của tiên đề 2 là: Trong hai sự kiện "A" và "đối lập của A" có 1 và chỉ 1 sự kiện xảy ra. Nếu "A" càng có nhiều khả năng xả ra thì "đối lập của A" càng có ít khả năng xảy ra, và ngược lại.

Ví dụ . Một học sinh đi thi vào một trường đại học. Nếu xác suất thi đỗ là 80$^{0/0}$ thì xác suất thi trượt là 20$^{0/0}$ (= 100$^{0/0}$ - 80$^{0/0}$), chứ không thể là 30$^{0/0}$, vì nếu xác suất thi đỗ là 80$^{0/0}$ và xác suất thi trượt là 30$^{0/0}$ thì không nhất quán.

Ý nghĩa triết học của tiên đề 2 là: Trong hai sự kiện "A" và "đối lập của A" có 1 và chỉ 1 sự kiện xảy ra. Nếu "A" càng có nhiều khả năng xả ra thì "đối lập của A" càng có ít khả năng xảy ra, và ngược lại.

Ví dụ . Một học sinh đi thi vào một trường đại học. Nếu xác suất thi đỗ là $80^{0/0}$ thì xác suất thi trượt là $20^{0/0}$ $(= 100^{0/0}$ - $80^{0/0})$, chứ không thể là $30^{0/0}$, vì nếu xác suất thi đỗ là $80^{0/0}$ và xác suất thi trượt là $30^{0/0}$ thì không nhất quán.

Tiên đề 3.

Ý nghĩa triết học của tiên đề 2 là: Trong hai sự kiện "A" và "đối lập của A" có 1 và chỉ 1 sự kiện xảy ra. Nếu "A" càng có nhiều khả năng xả ra thì "đối lập của A" càng có ít khả năng xảy ra, và ngược lại.

Ví dụ . Một học sinh đi thi vào một trường đại học. Nếu xác suất thi đỗ là $80^{0/0}$ thì xác suất thi trượt là $20^{0/0}$ ($= 100^{0/0}$ - $80^{0/0}$), chứ không thể là $30^{0/0}$, vì nếu xác suất thi đỗ là $80^{0/0}$ và xác suất thi trượt là $30^{0/0}$ thì không nhất quán.

<u>Tiên đề 3</u>. Nếu P(A B) = 0 thì P(A + B) = P(A) + P(B).

Ý nghĩa triết học của tiên đề 2 là: Trong hai sự kiện “A” và “đối lập của A” có 1 và chỉ 1 sự kiện xảy ra. Nếu “A” càng có nhiều khả năng xả ra thì “đối lập của A” càng có ít khả năng xảy ra, và ngược lại.

Ví dụ . Một học sinh đi thi vào một trường đại học. Nếu xác suất thi đỗ là $80^{0/0}$ thì xác suất thi trượt là $20^{0/0}$ ($= 100^{0/0}$ - $80^{0/0}$), chứ không thể là $30^{0/0}$, vì nếu xác suất thi đỗ là $80^{0/0}$ và xác suất thi trượt là $30^{0/0}$ thì không nhất quán.

Tiên đề 3. Nếu $P(A\ B) = 0$ thì $P(A + B) = P(A) + P(B)$.

Ví dụ . Một học sinh được cho điểm một bài kiểm tra. Có thể được 7 điểm, có thể được 8 điểm, hoặc có thể được điểm khác, nhưng không thể vừa được 7 điểm vừa được 8 điểm. Bởi vậy $P((7d) + (8d)) = P(7d) + P(8d)$.

3.1.3 *Xác suất phụ thuộc những gì?*

3.1.3 *Xác suất phụ thuộc những gì?* Xác suất của một sự kiện không nhất thiết phải là một hằng số, mà nó có thể thay đổi, phụ thuộc vào nhiều yếu tố.

3.1.3 *Xác suất phụ thuộc những gì?* Xác suất của một sự kiện không nhất thiết phải là một hằng số, mà nó có thể thay đổi, phụ thuộc vào nhiều yếu tố.

a) Xác suất thay đổi theo thời gian.

3.1.3 *Xác suất phụ thuộc những gì?* Xác suất của một sự kiện không nhất thiết phải là một hằng số, mà nó có thể thay đổi, phụ thuộc vào nhiều yếu tố.

a) Xác suất thay đổi theo thời gian.

b) Xác suất phụ thuộc vào thông tin.

3.1.3 *Xác suất phụ thuộc những gì?* Xác suất của một sự kiện không nhất thiết phải là một hằng số, mà nó có thể thay đổi, phụ thuộc vào nhiều yếu tố.

a) Xác suất thay đổi theo thời gian.

b) Xác suất phụ thuộc vào thông tin.

c) Xác suất phụ thuộc vào điều kiện.

3.1.3 *Xác suất phụ thuộc những gì?* Xác suất của một sự kiện không nhất thiết phải là một hằng số, mà nó có thể thay đổi, phụ thuộc vào nhiều yếu tố.

a) Xác suất thay đổi theo thời gian.

b) Xác suất phụ thuộc vào thông tin.

c) Xác suất phụ thuộc vào điều kiện. Mọi xác suất đều phụ thuộc vào những điều kiện nào đó, có thể được nói ra hoặc không nói ra (điều kiện hiểu ngầm).

3.1.3 *Xác suất phụ thuộc những gì?* Xác suất của một sự kiện không nhất thiết phải là một hằng số, mà nó có thể thay đổi, phụ thuộc vào nhiều yếu tố.

a) Xác suất thay đổi theo thời gian.

b) Xác suất phụ thuộc vào thông tin.

c) Xác suất phụ thuộc vào điều kiện. Mọi xác suất đều phụ thuộc vào những điều kiện nào đó, có thể được nói ra hoặc không nói ra (điều kiện hiểu ngầm).

Ví dụ, khi nói "tung xúc sắc S, xác suất để hiện mặt có 3 chấm là 1/6", ta hiểu ngầm S là xúc sắc đều đặn, các mặt có khả năng xuất hiện như nhau. Nhưng nếu S là xúc sắc méo mó, nhẹ bên này nặng bên nọ (điều kiện khác đi), thì có thể là xác suất để khi tung hiện lên mặt có 3 chấm sẽ khác 1/6.

3.1.3 *Xác suất phụ thuộc những gì?* Xác suất của một sự kiện không nhất thiết phải là một hằng số, mà nó có thể thay đổi, phụ thuộc vào nhiều yếu tố.

a) Xác suất thay đổi theo thời gian.

b) Xác suất phụ thuộc vào thông tin.

c) Xác suất phụ thuộc vào điều kiện. Mọi xác suất đều phụ thuộc vào những điều kiện nào đó, có thể được nói ra hoặc không nói ra (điều kiện hiểu ngầm).

Ví dụ, khi nói "tung xúc sắc S, xác suất để hiện mặt có 3 chấm là 1/6", ta hiểu ngầm S là xúc sắc đều đặn, các mặt có khả năng xuất hiện như nhau. Nhưng nếu S là xúc sắc méo mó, nhẹ bên này nặng bên nọ (điều kiện khác đi), thì có thể là xác suất để khi tung hiện lên mặt có 3 chấm sẽ khác 1/6.

Ví dụ khác là xác suất xảy ra tai nạn khi lái xe: khi người lái xe tỉnh táo, thì xác suất xảy ra tai nạn thấp, còn khi vẫn người lái đó bị say rượu, thì xác suất xảy ra tai nạn cao hơn.

d) Xác suất phụ thuộc vào người quan sát, hay là tính chủ quan của xác suất.

d) Xác suất phụ thuộc vào người quan sát, hay là tính chủ quan của xác suất. Cùng là một sự kiện, nhưng hai người quan sát khác nhau có thể tính ra hai kết quả xác suất khác nhau, và cả hai đều "có lý", bởi vì họ dựa trên những thông tin và phân tích khác nhau.

d) Xác suất phụ thuộc vào người quan sát, hay là tính chủ quan của xác suất. Cùng là một sự kiện, nhưng hai người quan sát khác nhau có thể tính ra hai kết quả xác suất khác nhau, và cả hai đều "có lý", bởi vì họ dựa trên những thông tin và phân tích khác nhau.

Ví dụ như, ông M đánh giá rằng anh A và chị B có nhiều khả năng đi đến hôn nhân trong thời gian tới, trong khi bà N đánh giá rằng anh A và chị B có nhiều khả năng chia tay, ít khả năng làm đám cưới.

d) Xác suất phụ thuộc vào người quan sát, hay là tính chủ quan của xác suất. Cùng là một sự kiện, nhưng hai người quan sát khác nhau có thể tính ra hai kết quả xác suất khác nhau, và cả hai đều "có lý", bởi vì họ dựa trên những thông tin và phân tích khác nhau.

Ví dụ như, ông M đánh giá rằng anh A và chị B có nhiều khả năng đi đến hôn nhân trong thời gian tới, trong khi bà N đánh giá rằng anh A và chị B có nhiều khả năng chia tay, ít khả năng làm đám cưới.

3.2 Tính xác suất

d) Xác suất phụ thuộc vào người quan sát, hay là tính chủ quan của xác suất. Cùng là một sự kiện, nhưng hai người quan sát khác nhau có thể tính ra hai kết quả xác suất khác nhau, và cả hai đều "có lý", bởi vì họ dựa trên những thông tin và phân tích khác nhau.

Ví dụ như, ông M đánh giá rằng anh A và chị B có nhiều khả năng đi đến hôn nhân trong thời gian tới, trong khi bà N đánh giá rằng anh A và chị B có nhiều khả năng chia tay, ít khả năng làm đám cưới.

3.2 Tính xác suất

3.2.1 *Tính xác suất bằng thống kê.*

d) Xác suất phụ thuộc vào người quan sát, hay là tính chủ quan của xác suất. Cùng là một sự kiện, nhưng hai người quan sát khác nhau có thể tính ra hai kết quả xác suất khác nhau, và cả hai đều "có lý", bởi vì họ dựa trên những thông tin và phân tích khác nhau.

Ví dụ như, ông M đánh giá rằng anh A và chị B có nhiều khả năng đi đến hôn nhân trong thời gian tới, trong khi bà N đánh giá rằng anh A và chị B có nhiều khả năng chia tay, ít khả năng làm đám cưới.

3.2 Tính xác suất

3.2.1 *Tính xác suất bằng thống kê*. Đối với những hiện tượng xảy ra nhiều lần, thì người ta có thể dùng thống kê để tính xác suất của sự kiện xảy ra hiện tượng đó. Công thức sẽ là

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}.$$

Ở đây N là tổng số các trường hợp được khảo sát, và N(A) là số các trường hợp được khảo sát thỏa mãn điều kiện xảy ra A.

Ví dụ . Một xạ thủ bắn 1000 viên đạn vào bia, có xấp xỉ 50 viên trúng bia. Khi đó xác suất để xạ thủ bắn trúng bia là

Ví dụ . Một xạ thủ bắn 1000 viên đạn vào bia, có xấp xỉ 50 viên trúng bia. Khi đó xác suất để xạ thủ bắn trúng bia là

Ví dụ . Một xạ thủ bắn 1000 viên đạn vào bia, có xấp xỉ 50 viên trúng bia. Khi đó xác suất để xạ thủ bắn trúng bia là $50/1000 = 5^{0/0}$.

Ví dụ . Một xạ thủ bắn 1000 viên đạn vào bia, có xấp xỉ 50 viên trúng bia. Khi đó xác suất để xạ thủ bắn trúng bia là $50/1000 = 5^{0/0}$.

Ví dụ . Có một số số liệu sau đây về tai tạn ô tô và máy bay. Trong những năm 1989-1999, trên toàn thế giới, trung bình mỗi năm có khoảng 18 triệu chuyến bay, 24 tai nạn máy bay chết người, và 750 người chết trong tai nạn máy bay. Cũng trong khoảng thời gian đó, ở nước Pháp, trung bình mỗi năm có khoảng 8000 người chết vì tai nạn ô tô, trên tổng số 60 triệu dân.

Ví dụ . Một xạ thủ bắn 1000 viên đạn vào bia, có xấp xỉ 50 viên trúng bia. Khi đó xác suất để xạ thủ bắn trúng bia là $50/1000 = 5^{0/0}$.

Ví dụ . Có một số số liệu sau đây về tai tạn ô tô và máy bay. Trong những năm 1989-1999, trên toàn thế giới, trung bình mỗi năm có khoảng 18 triệu chuyến bay, 24 tai nạn máy bay chết người, và 750 người chết trong tai nạn máy bay. Cũng trong khoảng thời gian đó, ở nước Pháp, trung bình mỗi năm có khoảng 8000 người chết vì tai nạn ô tô, trên tổng số 60 triệu dân. Từ các số liệu này, chúng ta có thể tính: Xác suất để một người ở Pháp bị chết vì tai nạn ô tô trong một năm là

Ví dụ . Một xạ thủ bắn 1000 viên đạn vào bia, có xấp xỉ 50 viên trúng bia. Khi đó xác suất để xạ thủ bắn trúng bia là $50/1000 = 5^{0/0}$.

Ví dụ . Có một số số liệu sau đây về tai tạn ô tô và máy bay. Trong những năm 1989-1999, trên toàn thế giới, trung bình mỗi năm có khoảng 18 triệu chuyến bay, 24 tai nạn máy bay chết người, và 750 người chết trong tai nạn máy bay. Cũng trong khoảng thời gian đó, ở nước Pháp, trung bình mỗi năm có khoảng 8000 người chết vì tai nạn ô tô, trên tổng số 60 triệu dân. Từ các số liệu này, chúng ta có thể tính: Xác suất để một người ở Pháp bị chết vì tai nạn ô tô trong một năm là $8000/60000000 = 0{,}0133^{0/0}$.

Ví dụ . Một xạ thủ bắn 1000 viên đạn vào bia, có xấp xỉ 50 viên trúng bia. Khi đó xác suất để xạ thủ bắn trúng bia là $50/1000 = 5^{0/0}$.

Ví dụ . Có một số số liệu sau đây về tai tạn ô tô và máy bay. Trong những năm 1989-1999, trên toàn thế giới, trung bình mỗi năm có khoảng 18 triệu chuyến bay, 24 tai nạn máy bay chết người, và 750 người chết trong tai nạn máy bay. Cũng trong khoảng thời gian đó, ở nước Pháp, trung bình mỗi năm có khoảng 8000 người chết vì tai nạn ô tô, trên tổng số 60 triệu dân. Từ các số liệu này, chúng ta có thể tính: Xác suất để một người ở Pháp bị chết vì tai nạn ô tô trong một năm là $8000/60000000 = 0{,}0133^{0/0}$. Xác suất để đi một chuyến bay gặp tai nạn chết người là

Ví dụ . Một xạ thủ bắn 1000 viên đạn vào bia, có xấp xỉ 50 viên trúng bia. Khi đó xác suất để xạ thủ bắn trúng bia là $50/1000 = 5^{0/0}$.

Ví dụ . Có một số số liệu sau đây về tai tạn ô tô và máy bay. Trong những năm 1989-1999, trên toàn thế giới, trung bình mỗi năm có khoảng 18 triệu chuyến bay, 24 tai nạn máy bay chết người, và 750 người chết trong tai nạn máy bay. Cũng trong khoảng thời gian đó, ở nước Pháp, trung bình mỗi năm có khoảng 8000 người chết vì tai nạn ô tô, trên tổng số 60 triệu dân. Từ các số liệu này, chúng ta có thể tính: Xác suất để một người ở Pháp bị chết vì tai nạn ô tô trong một năm là $8000/60000000 = 0{,}0133^{0/0}$. Xác suất để đi một chuyến bay gặp tai nạn chết người là $24/18000000 = 0{,}000133^{0/0}$, chỉ bằng $1/100$ xác suất bị chết vì tai nạn ô tô trong 1 năm.

Ví dụ . Một xạ thủ bắn 1000 viên đạn vào bia, có xấp xỉ 50 viên trúng bia. Khi đó xác suất để xạ thủ bắn trúng bia là $50/1000 = 5^{0/0}$.

Ví dụ . Có một số số liệu sau đây về tai tạn ô tô và máy bay. Trong những năm 1989-1999, trên toàn thế giới, trung bình mỗi năm có khoảng 18 triệu chuyến bay, 24 tai nạn máy bay chết người, và 750 người chết trong tai nạn máy bay. Cũng trong khoảng thời gian đó, ở nước Pháp, trung bình mỗi năm có khoảng 8000 người chết vì tai nạn ô tô, trên tổng số 60 triệu dân. Từ các số liệu này, chúng ta có thể tính: Xác suất để một người ở Pháp bị chết vì tai nạn ô tô trong một năm là $8000/60000000 = 0{,}0133^{0/0}$. Xác suất để đi một chuyến bay gặp tai nạn chết người là $24/18000000 = 0{,}000133^{0/0}$, chỉ bằng 1/100 xác suất bị chết vì tai nạn ô tô trong 1 năm. Nếu một người một năm bay 20 chuyến, thì xác suất bị chết vì tai nạn máy bay trong năm bằng quãng

Ví dụ . Một xạ thủ bắn 1000 viên đạn vào bia, có xấp xỉ 50 viên trúng bia. Khi đó xác suất để xạ thủ bắn trúng bia là $50/1000 = 5^{0/0}$.

Ví dụ . Có một số số liệu sau đây về tai tạn ô tô và máy bay. Trong những năm 1989-1999, trên toàn thế giới, trung bình mỗi năm có khoảng 18 triệu chuyến bay, 24 tai nạn máy bay chết người, và 750 người chết trong tai nạn máy bay. Cũng trong khoảng thời gian đó, ở nước Pháp, trung bình mỗi năm có khoảng 8000 người chết vì tai nạn ô tô, trên tổng số 60 triệu dân. Từ các số liệu này, chúng ta có thể tính: Xác suất để một người ở Pháp bị chết vì tai nạn ô tô trong một năm là $8000/60000000 = 0{,}0133^{0/0}$. Xác suất để đi một chuyến bay gặp tai nạn chết người là $24/18000000 = 0{,}000133^{0/0}$, chỉ bằng $1/100$ xác suất bị chết vì tai nạn ô tô trong 1 năm. Nếu một người một năm bay 20 chuyến, thì xác suất bị chết vì tai nạn máy bay trong năm bằng quãng $20\times 0,\ 000133^{0/0} = 0,\ 00266^{0/0}$, tức là chỉ bằng $1/5$ xác suất bị chết vì tai nạn ô tô trong năm.

3.2.2 *Tính xác suất theo lối cổ điển.*

3.2.2 *Tính xác suất theo lối cổ điển*. Khi phép thử có n sự kiện sơ cấp đồng khả năng ($\Omega = \{A_1, A_2, ..., A_n\}$), trong đó có m sự kiện thuận lợi cho sự kiện A, tức là $A = \{A_{i_1}, A_{i_2}, ..., A_{i_m}\}$ (cũng viết $A = A_{i_1} + A_{i_2} + ... + A_{i_m}$). Khi đó xác suất để A xảy ra được tính bằng công thức sau

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Như vậy để tính xác suất của sự kiện A bằng phương pháp này, đầu tiên ta đếm tất cả các sự kiện sơ cấp có thể có của phép thử (giả sử được n sự kiện), sau đó đếm tất cả các sự kiện sơ cấp thuận lợi cho sự kiện A (giả sử được m sự kiện) và tính $P(A) = \frac{m}{n}$.

Ví dụ . Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt ngữa.

Ví dụ . Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt ngữa.

Ta thấy phếp thử có 2 sự kiện sơ cấp là A="xuất hiện mặt ngữa" và B="xuất hiện mặt sấp". Có 1 sự kiện thuận lợi cho A là chính A. Vậy P(A) =

Ví dụ . Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt ngữa.

Ta thấy phếp thử có 2 sự kiện sơ cấp là A="xuất hiện mặt ngữa" và B="xuất hiện mặt sấp". Có 1 sự kiện thuận lợi cho A là chính A. Vậy $P(A) = 1/2$.

Ví dụ . Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt ngữa.

Ta thấy phếp thử có 2 sự kiện sơ cấp là A="xuất hiện mặt ngữa" và B="xuất hiện mặt sấp". Có 1 sự kiện thuận lợi cho A là chính A. Vậy $P(A) = 1/2$.

Ví dụ . Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt chẵn.

Ví dụ . Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt ngữa.

Ta thấy phếp thử có 2 sự kiện sơ cấp là A="xuất hiện mặt ngữa" và B="xuất hiện mặt sấp". Có 1 sự kiện thuận lợi cho A là chính A. Vậy P(A) = 1/2.

Ví dụ . Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt chẵn.

Gọi A_i = "xuất hiện mặt i chấm" (i=1,..., 6) , A="xuất hiện mặt chẵn". Ta có $\Omega = \{A_i, i = 1, 2, ..., 6\}$, $A = \{A_2, A_4, A_6\}$.

Ví dụ . Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt ngữa.

Ta thấy phép thử có 2 sự kiện sơ cấp là A="xuất hiện mặt ngữa" và B="xuất hiện mặt sấp". Có 1 sự kiện thuận lợi cho A là chính A. Vậy P(A) = 1/2.

Ví dụ . Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt chẵn.

Gọi A_i = "xuất hiện mặt i chấm" (i=1,..., 6) , A="xuất hiện mặt chẵn". Ta có $\Omega = \{A_i, i = 1, 2, ..., 6\}$, $A = \{A_2, A_4, A_6\}$. Vậy P(A) =

Ví dụ . Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt ngữa.

Ta thấy phếp thử có 2 sự kiện sơ cấp là A="xuất hiện mặt ngữa" và B="xuất hiện mặt sấp". Có 1 sự kiện thuận lợi cho A là chính A. Vậy P(A) = 1/2.

Ví dụ . Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt chẵn.

Gọi A_i = "xuất hiện mặt i chấm" (i=1,..., 6) , A="xuất hiện mặt chẵn". Ta có $\Omega = \{A_i, i = 1, 2, ..., 6\}$, $A = \{A_2, A_4, A_6\}$. Vậy P(A) =3/6= 1/2.

Ví dụ . Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt ngữa.

Ta thấy phép thử có 2 sự kiện sơ cấp là A="xuất hiện mặt ngữa" và B="xuất hiện mặt sấp". Có 1 sự kiện thuận lợi cho A là chính A. Vậy P(A) = 1/2.

Ví dụ . Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt chẵn.

Gọi A_i = "xuất hiện mặt i chấm" (i=1,..., 6) , A="xuất hiện mặt chẵn". Ta có $\Omega = \{A_i, i = 1, 2, ..., 6\}$, $A = \{A_2, A_4, A_6\}$. Vậy P(A) =3/6= 1/2.

Ví dụ . Trong hộp có 6 bi trắng, 4 bi đen. Tìm xác suất để lấy từ hộp ra được: a) 1 bi đen; b) 2 bi trắng.

Ví dụ . Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt ngữa.

Ta thấy phép thử có 2 sự kiện sơ cấp là A="xuất hiện mặt ngữa" và B="xuất hiện mặt sấp". Có 1 sự kiện thuận lợi cho A là chính A. Vậy P(A) = 1/2.

Ví dụ . Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt chẵn.

Gọi A_i = "xuất hiện mặt i chấm" (i=1,..., 6) , A="xuất hiện mặt chẵn". Ta có $\Omega = \{A_i, i = 1, 2, ..., 6\}$, $A = \{A_2, A_4, A_6\}$. Vậy P(A) =3/6= 1/2.

Ví dụ . Trong hộp có 6 bi trắng, 4 bi đen. Tìm xác suất để lấy từ hộp ra được: a) 1 bi đen; b) 2 bi trắng.

a) Gọi A ="lấy được 1 bi đen ", ta có P(A) = $\frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{2}{5}$.

Ví dụ . Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt ngữa.

Ta thấy phép thử có 2 sự kiện sơ cấp là A="xuất hiện mặt ngữa" và B="xuất hiện mặt sấp". Có 1 sự kiện thuận lợi cho A là chính A. Vậy P(A) = 1/2.

Ví dụ . Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt chẵn.

Gọi A_i = "xuất hiện mặt i chấm" (i=1,..., 6) , A="xuất hiện mặt chẵn". Ta có $\Omega = \{A_i, i = 1, 2, ..., 6\}$, $A = \{A_2, A_4, A_6\}$. Vậy P(A) =3/6= 1/2.

Ví dụ . Trong hộp có 6 bi trắng, 4 bi đen. Tìm xác suất để lấy từ hộp ra được: a) 1 bi đen; b) 2 bi trắng.

a) Gọi A ="lấy được 1 bi đen ", ta có P(A) $= \frac{C_4^1}{C_{10}^1} = \frac{2}{5}$.

b) Gọi B ="lấy được 2 bi trắng ", ta có P(B) $= \frac{C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$.

Biết rằng cha mẹ của anh Nam có 2 con (Nam là một trong hai người con đó). Hỏi xác suất để Nam có chị gái hoặc em gái là bao nhiêu ?

Có 2 đáp án sau:

1) Nam có 1 người anh chị em ruột. Có hai khả năng: hoặc người đó là con trai, hoặc là con gái. Như vậy xác suất để người đó là con gái (tức là Nam có chị gái hoặc em gái) là $1/2$.

2) Có 4 khả năng cho 1 gia đình có 2 con: $\{T, T\}$, $\{T, G\}$, $\{G, T\}$, $\{G, G\}$. (T $=$ con trai, G $=$ con gái, xếp theo thứ tự con thứ nhất - con thứ hai). Vì ta biết Nam là con trai (đây là điều kiện) nên loại đi khả năng $\{G, G\}$, còn 3 khả năng $\{T, T\}$, $\{T, G\}$, $\{G, T\}$. Trong số 3 khả năng đó thì có 2 khả năng có con gái. Như vậy xác suất để Nam có chị em là $2/3$.

Trong hai đáp án trên, ắt hẳn phải có (ít nhất) 1 đáp án sai. Thế nhưng cái nào sai, sai ở chỗ nào ?

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$.

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là m=1.

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^{2} = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là m=1. Vậy P(A) =

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là m=1. Vậy P(A) =1/90.

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là m=1. Vậy P(A) =1/90.

Ví dụ . Rút ngẫu nhiên từ một cỗ bài tú lơ khơ 52 lá ra 5 lá. Tìm xác suất sao cho trong 5 lá rút ra có: a) 3 lá đỏ và 2 lá đen; b) 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn.

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là m=1. Vậy P(A) =1/90.

Ví dụ . Rút ngẫu nhiên từ một cỗ bài tú lơ khơ 52 lá ra 5 lá. Tìm xác suất sao cho trong 5 lá rút ra có: a) 3 lá đỏ và 2 lá đen; b) 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn.

Gọi A=" rút ra được 3 lá đỏ và 2 lá đen", B=" rút ra được 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn ".

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là m=1. Vậy P(A) =1/90.

Ví dụ . Rút ngẫu nhiên từ một cỗ bài tú lơ khơ 52 lá ra 5 lá. Tìm xác suất sao cho trong 5 lá rút ra có: a) 3 lá đỏ và 2 lá đen; b) 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn.

Gọi A=" rút ra được 3 lá đỏ và 2 lá đen", B=" rút ra được 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn ".

Số sự kiện có thể xảy ra khi rút 5 lá bài từ cỗ bài 52 lá là:

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là m=1. Vậy P(A) =1/90.

Ví dụ . Rút ngẫu nhiên từ một cỗ bài tú lơ khơ 52 lá ra 5 lá. Tìm xác suất sao cho trong 5 lá rút ra có: a) 3 lá đỏ và 2 lá đen; b) 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn.

Gọi A=" rút ra được 3 lá đỏ và 2 lá đen", B=" rút ra được 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn ".

Số sự kiện có thể xảy ra khi rút 5 lá bài từ cỗ bài 52 lá là: C_{52}^5.

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là m=1. Vậy P(A) =1/90.

Ví dụ . Rút ngẫu nhiên từ một cỗ bài tú lơ khơ 52 lá ra 5 lá. Tìm xác suất sao cho trong 5 lá rút ra có: a) 3 lá đỏ và 2 lá đen; b) 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn.

Gọi A=" rút ra được 3 lá đỏ và 2 lá đen", B=" rút ra được 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn ".

Số sự kiện có thể xảy ra khi rút 5 lá bài từ cỗ bài 52 lá là: C_{52}^5.

a) Số sự kiện thuận lợi cho A là:

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là m=1. Vậy P(A) =1/90.

Ví dụ . Rút ngẫu nhiên từ một cỗ bài tú lơ khơ 52 lá ra 5 lá. Tìm xác suất sao cho trong 5 lá rút ra có: a) 3 lá đỏ và 2 lá đen; b) 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn.

Gọi A=" rút ra được 3 lá đỏ và 2 lá đen", B=" rút ra được 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn ".

Số sự kiện có thể xảy ra khi rút 5 lá bài từ cỗ bài 52 lá là: C_{52}^5.

a) Số sự kiện thuận lợi cho A là: $C_{26}^3 C_{26}^2$.

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là m=1. Vậy P(A) =1/90.

Ví dụ . Rút ngẫu nhiên từ một cỗ bài tú lơ khơ 52 lá ra 5 lá. Tìm xác suất sao cho trong 5 lá rút ra có: a) 3 lá đỏ và 2 lá đen; b) 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn.

Gọi A=" rút ra được 3 lá đỏ và 2 lá đen", B=" rút ra được 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn ".

Số sự kiện có thể xảy ra khi rút 5 lá bài từ cỗ bài 52 lá là: C_{52}^5.

a) Số sự kiện thuận lợi cho A là: $C_{26}^3 C_{26}^2$. Vậy

$$P(A) =$$

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là m=1. Vậy P(A) =1/90.

Ví dụ . Rút ngẫu nhiên từ một cỗ bài tú lơ khơ 52 lá ra 5 lá. Tìm xác suất sao cho trong 5 lá rút ra có: a) 3 lá đỏ và 2 lá đen; b) 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn.

Gọi A=" rút ra được 3 lá đỏ và 2 lá đen", B=" rút ra được 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn ".

Số sự kiện có thể xảy ra khi rút 5 lá bài từ cỗ bài 52 lá là: C_{52}^5.

a) Số sự kiện thuận lợi cho A là: $C_{26}^3 C_{26}^2$. Vậy

$$P(A) = \frac{C_{26}^3 C_{26}^2}{C_{52}^5} = 0,3251 \ .$$

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là m=1. Vậy P(A) =1/90.

Ví dụ . Rút ngẫu nhiên từ một cỗ bài tú lơ khơ 52 lá ra 5 lá. Tìm xác suất sao cho trong 5 lá rút ra có: a) 3 lá đỏ và 2 lá đen; b) 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn.

Gọi A=" rút ra được 3 lá đỏ và 2 lá đen", B=" rút ra được 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn ".

Số sự kiện có thể xảy ra khi rút 5 lá bài từ cỗ bài 52 lá là: C_{52}^5.

a) Số sự kiện thuận lợi cho A là: $C_{26}^3 C_{26}^2$. Vậy

$$P(A) = \frac{C_{26}^3 C_{26}^2}{C_{52}^5} = 0,3251 .$$

b) Số sự kiện thuận lợi cho B là:

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là m=1. Vậy P(A) =1/90.

Ví dụ . Rút ngẫu nhiên từ một cỗ bài tú lơ khơ 52 lá ra 5 lá. Tìm xác suất sao cho trong 5 lá rút ra có: a) 3 lá đỏ và 2 lá đen; b) 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn.

Gọi A=" rút ra được 3 lá đỏ và 2 lá đen", B=" rút ra được 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn ".

Số sự kiện có thể xảy ra khi rút 5 lá bài từ cỗ bài 52 lá là: C_{52}^5.

a) Số sự kiện thuận lợi cho A là: $C_{26}^3 C_{26}^2$. Vậy

$$P(A) = \frac{C_{26}^3 C_{26}^2}{C_{52}^5} = 0,3251 \ .$$

b) Số sự kiện thuận lợi cho B là: $C_{13}^2 C_{13}^1 C_{13}^2$.

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là m=1. Vậy P(A) =1/90.

Ví dụ . Rút ngẫu nhiên từ một cỗ bài tú lơ khơ 52 lá ra 5 lá. Tìm xác suất sao cho trong 5 lá rút ra có: a) 3 lá đỏ và 2 lá đen; b) 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn.

Gọi A=" rút ra được 3 lá đỏ và 2 lá đen", B=" rút ra được 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn ".

Số sự kiện có thể xảy ra khi rút 5 lá bài từ cỗ bài 52 lá là: C_{52}^5.

a) Số sự kiện thuận lợi cho A là: $C_{26}^3 C_{26}^2$. Vậy

$$P(A) = \frac{C_{26}^3 C_{26}^2}{C_{52}^5} = 0,3251 \; .$$

b) Số sự kiện thuận lợi cho B là: $C_{13}^2 C_{13}^1 C_{13}^2$. Vậy

$$P(B) =$$

Ví dụ . Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ là 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi.

Gọi A=" bấm ngẫu nhiên một lần trúng số cần gọi". Số sự kiện sơ cấp có thể xảy ra (số cách gọi 2 số cuối) là $n = A_{10}^2 = 90$. Số sự kiện thuận lợi cho A là m=1. Vậy P(A) =1/90.

Ví dụ . Rút ngẫu nhiên từ một cỗ bài tú lơ khơ 52 lá ra 5 lá. Tìm xác suất sao cho trong 5 lá rút ra có: a) 3 lá đỏ và 2 lá đen; b) 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn.

Gọi A=" rút ra được 3 lá đỏ và 2 lá đen", B=" rút ra được 2 con cơ, 1 con rô, 2 con chuồn ".

Số sự kiện có thể xảy ra khi rút 5 lá bài từ cỗ bài 52 lá là: C_{52}^5.

a) Số sự kiện thuận lợi cho A là: $C_{26}^3 C_{26}^2$. Vậy

$$P(A) = \frac{C_{26}^3 C_{26}^2}{C_{52}^5} = 0,3251 \ .$$

b) Số sự kiện thuận lợi cho B là: $C_{13}^2 C_{13}^1 C_{13}^2$. Vậy

$$P(B) = \frac{C_{13}^2 C_{13}^1 C_{13}^2}{C_{52}^5} = 0,30432 \ .$$

3.3 Các tính chất của xác suất.

3.3 Các tính chất của xác suất.

3.3.1 *Công thức cộng xác suất.*

3.3 Các tính chất của xác suất.

3.3.1 *Công thức cộng xác suất.*

Với mọi hệ các sự kiện $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ ta có công thức cộng xác suất sau

$$P(\sum_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i<j}^{n} P(A_iA_j) + \sum_{i<j<k}^{n} P(A_iA_jA_k)$$

$$+ ... + (-1)^{n-1} P(A_1A_2...A_n).$$

Các trường hợp riêng:

3.3 Các tính chất của xác suất.

3.3.1 *Công thức cộng xác suất.*

Với mọi hệ các sự kiện $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ ta có công thức cộng xác suất sau

$$P(\sum_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i<j}^{n} P(A_iA_j) + \sum_{i<j<k}^{n} P(A_iA_jA_k)$$

$$+ ... + (-1)^{n-1}P(A_1A_2...A_n).$$

Các trường hợp riêng:

- Với hai sự kiện A, B ta có: P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB).

3.3 Các tính chất của xác suất.

3.3.1 *Công thức cộng xác suất.*

Với mọi hệ các sự kiện $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ ta có công thức cộng xác suất sau

$$P(\sum_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - \sum_{i<j}^{n} P(A_i A_j) + \sum_{i<j<k}^{n} P(A_i A_j A_k)$$

$$+ ... + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 ... A_n).$$

Các trường hợp riêng:

- Với hai sự kiện A, B ta có: P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB).
- Với ba sự kiện A, B, C ta có:
  P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(BC)-P(CA)+P(ABC).

• **Định nghĩa**. Hệ các sự kiện $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ được gọi là hệ các sự kiện xung khắc từng đôi nếu bất kỳ hai sự kiện của hệ là xung khắc, tức là $A_iA_j = \emptyset$ với mọi $i \neq j$. Nếu thêm nữa, tổng của các sự kiện của hệ là một sự kiện chắc chắn, tức là: $A_1 + A_2 + ... + A_n = \Omega$, thì hệ được gọi là hệ đầy đủ các sự kiện xung khắc từng đôi .

• **Định nghĩa**. Hệ các sự kiện $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ được gọi là hệ các sự kiện xung khắc từng đôi nếu bất kỳ hai sự kiện của hệ là xung khắc, tức là $A_iA_j = \emptyset$ với mọi $i \neq j$. Nếu thêm nữa, tổng của các sự kiện của hệ là một sự kiện chắc chắn, tức là: $A_1 + A_2 + ... + A_n = \Omega$, thì hệ được gọi là hệ đầy đủ các sự kiện xung khắc từng đôi .

(+) Nếu $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ là hệ các sự kiện xung khắc từng đôi thì

$$P(\sum_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i).$$

• **Định nghĩa**. Hệ các sự kiện $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ được gọi là hệ các sự kiện xung khắc từng đôi nếu bất kỳ hai sự kiện của hệ là xung khắc, tức là $A_iA_j = \emptyset$ với mọi $i \neq j$. Nếu thêm nữa, tổng của các sự kiện của hệ là một sự kiện chắc chắn, tức là: $A_1 + A_2 + ... + A_n = \Omega$, thì hệ được gọi là hệ đầy đủ các sự kiện xung khắc từng đôi .

(+) Nếu $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ là hệ các sự kiện xung khắc từng đôi thì

$$P(\sum_{i=1}^{n} A_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i).$$

(+) Nếu $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ là hệ đầy đủ các sự kiện xung khắc từng đôi thì

$$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1.$$

Đặc biệt $P(A) + P(\overline{A}) = 1$ với mọi sự kiện A.

Ví dụ . Một lô hàng gồm 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên không hoàn lại từ lô hàng ra 6 sản phẩm. Tìm xác suất để không có quá 1 phế phẩm trong 6 sản phâm được lấy ra.

Ví dụ . Một lô hàng gồm 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên không hoàn lại từ lô hàng ra 6 sản phẩm. Tìm xác suất để không có quá 1 phế phẩm trong 6 sản phâm được lấy ra.

Gọi A="không có phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra".

Ví dụ . Một lô hàng gồm 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên không hoàn lại từ lô hàng ra 6 sản phẩm. Tìm xác suất để không có quá 1 phế phẩm trong 6 sản phâm được lấy ra.

Gọi A="không có phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra".
B="có đúng 1 phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra".

Ví dụ . Một lô hàng gồm 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên không hoàn lại từ lô hàng ra 6 sản phẩm. Tìm xác suất để không có quá 1 phế phẩm trong 6 sản phâm được lấy ra.

Gọi A="không có phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra".

B="có đúng 1 phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra".

C="có không quá 1 phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra". Ta có C=A+B. Rõ ràng A và B xung khắc nên P(C) = P(A)+ P(B) = $\frac{C_8^6}{C_{10}^6}+\frac{C_2^1C_8^5}{C_{10}^6}=\frac{8}{15}+\frac{2}{15}=\frac{2}{3}$.

Ví dụ . Một lô hàng gồm 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên không hoàn lại từ lô hàng ra 6 sản phẩm. Tìm xác suất để không có quá 1 phế phẩm trong 6 sản phâm được lấy ra.

Gọi A="không có phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra".
B="có đúng 1 phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra".
C="có không quá 1 phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra". Ta có C=A+B. Rõ ràng A và B xung khắc nên P(C) = P(A)+ P(B) = $\frac{C_8^6}{C_{10}^6} + \frac{C_2^1 C_8^5}{C_{10}^6} = \frac{8}{15} + \frac{2}{15} = \frac{2}{3}$.

Ví dụ . Một lớp có 100 SV, trong đó 40 SV giỏi Anh văn, 30 SV giỏi toán, 20 SV giỏi cả toán và Anh văn. SV nào giỏi ít nhất một rong 2 môn sẽ được khen thưởng. Chọn ngẫu nhiên một SV trong lớp. Tìm xác suất để SV đó được khen thưởng.

Ví dụ . Một lô hàng gồm 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên không hoàn lại từ lô hàng ra 6 sản phẩm. Tìm xác suất để không có quá 1 phế phẩm trong 6 sản phâm được lấy ra.

Gọi A="không có phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra".
B="có đúng 1 phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra".
C="có không quá 1 phế phẩm trong 6 sản phẩm lấy ra". Ta có C=A+B. Rõ ràng A và B xung khắc nên P(C) = P(A)+ P(B) = $\frac{C_8^6}{C_{10}^6} + \frac{C_2^1 C_8^5}{C_{10}^6} = \frac{8}{15} + \frac{2}{15} = \frac{2}{3}$.

Ví dụ . Một lớp có 100 SV, trong đó 40 SV giỏi Anh văn, 30 SV giỏi toán, 20 SV giỏi cả toán và Anh văn. SV nào giỏi ít nhất một rong 2 môn sẽ được khen thưởng. Chọn ngẫu nhiên một SV trong lớp. Tìm xác suất để SV đó được khen thưởng.

Gọi A="SV giỏi Anh văn", B="SV giỏi toán", C="SV được khen thưởng". Ta có C=A+B, và P(C) = P(A+B) = P(A) +P(B) - P(AB) = $\frac{40}{100} + \frac{30}{100} - \frac{20}{100}$ =0,5.

3.3.2 *Xác suất có điều kiện. Công thức nhân xác suất.*

3.3.2 *Xác suất có điều kiện. Công thức nhân xác suất.* Như chúng ta đã biết, xác suất của một sự kiện có thể phụ thuộc vào nhiều yếu tố, điều kiện khác nhau. Để chỉ ra một cách cụ thể hơn về việc xác suất của một sự kiện A nào đó phụ thuộc vào một điều kiện B nào đó ra sao, người ta đưa ra khái niệm xác suất có điều kiện. Điều kiện B cũng có thể hiểu là một sự kiện, tức là sự kiện "có B".

3.3.2 *Xác suất có điều kiện. Công thức nhân xác suất.* Như chúng ta đã biết, xác suất của một sự kiện có thể phụ thuộc vào nhiều yếu tố, điều kiện khác nhau. Để chỉ ra một cách cụ thể hơn về việc xác suất của một sự kiện A nào đó phụ thuộc vào một điều kiện B nào đó ra sao, người ta đưa ra khái niệm xác suất có điều kiện. Điều kiện B cũng có thể hiểu là một sự kiện, tức là sự kiện "có B".

Định nghĩa . Giả sử điều kiện B có xác suất khác không, P(B) > 0, thì xác suất của sự kiện A dưới điều kiện B, ký hiệu là P(A|B), được định nghĩa như sau:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}.$$

Một hệ quả trực tiếp của định nghĩa xác suất có điều kiện là công thức tích sau đây: P(AB) = P(A|B).P(B).

3.3.2 *Xác suất có điều kiện. Công thức nhân xác suất.* Như chúng ta đã biết, xác suất của một sự kiện có thể phụ thuộc vào nhiều yếu tố, điều kiện khác nhau. Để chỉ ra một cách cụ thể hơn về việc xác suất của một sự kiện A nào đó phụ thuộc vào một điều kiện B nào đó ra sao, người ta đưa ra khái niệm xác suất có điều kiện. Điều kiện B cũng có thể hiểu là một sự kiện, tức là sự kiện "có B".

Định nghĩa . Giả sử điều kiện B có xác suất khác không, P(B) > 0, thì xác suất của sự kiện A dưới điều kiện B, ký hiệu là P(A|B), được định nghĩa như sau:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}.$$

Một hệ quả trực tiếp của định nghĩa xác suất có điều kiện là công thức tích sau đây: P(AB) $=$ P(A|B).P(B).

• Tất nhiên, ta cũng có thể coi B là sự kiện, A là điều kiện, và khi đó ta có P(A B) $=$ P(B|A).P(A)

- Từ công thức trên ta suy ra được: với n sự kiện A_1, A_2 ,..., A_n ta có công thức nhân sau
$$P(A_1A_2,...,A_n) = P(A_1)P(A_1|A_2)...P(A_n|A_1A_2...A_{n-1})$$

- Từ công thức trên ta suy ra được: với n sự kiện A_1, A_2 ,..., A_n ta có công thức nhân sau

$$P(A_1A_2, ..., A_n) = P(A_1)P(A_1|A_2)...P(A_n|A_1A_2...A_{n-1})$$

Ví dụ. Một lớp có 30 bạn, trong đó có 17 nữ và 13 nam. Có 3 bạn tên là Thanh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

- Từ công thức trên ta suy ra được: với n sự kiện A_1, A_2 ,..., A_n ta có công thức nhân sau

$$P(A_1A_2, ..., A_n) = P(A_1)P(A_1|A_2)...P(A_n|A_1A_2...A_{n-1})$$

Ví dụ. Một lớp có 30 bạn, trong đó có 17 nữ và 13 nam. Có 3 bạn tên là Thanh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để bạn đó có tên là Thanh sẽ là

- Từ công thức trên ta suy ra được: với n sự kiện A_1, A_2 ,..., A_n ta có công thức nhân sau
$$P(A_1A_2, ..., A_n) = P(A_1)P(A_1|A_2)...P(A_n|A_1A_2...A_{n-1})$$

Ví dụ. Một lớp có 30 bạn, trong đó có 17 nữ và 13 nam. Có 3 bạn tên là Thanh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để bạn đó có tên là Thanh sẽ là 1/10.

- Từ công thức trên ta suy ra được: với n sự kiện A_1, A_2 ,..., A_n ta có công thức nhân sau

$$P(A_1A_2, ..., A_n) = P(A_1)P(A_1|A_2)...P(A_n|A_1A_2...A_{n-1})$$

Ví dụ. Một lớp có 30 bạn, trong đó có 17 nữ và 13 nam. Có 3 bạn tên là Thanh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để bạn đó có tên là Thanh sẽ là 1/10. Nhưng với điều kiện "đó là bạn nữ" thì xác suất để bạn đó tên là Thanh là

- Từ công thức trên ta suy ra được: với n sự kiện A_1, A_2 ,..., A_n ta có công thức nhân sau

$$P(A_1A_2, ..., A_n) = P(A_1)P(A_1|A_2)...P(A_n|A_1A_2...A_{n-1})$$

Ví dụ. Một lớp có 30 bạn, trong đó có 17 nữ và 13 nam. Có 3 bạn tên là Thanh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để bạn đó có tên là Thanh sẽ là 1/10. Nhưng với điều kiện "đó là bạn nữ" thì xác suất để bạn đó tên là Thanh là 1/17.

- Từ công thức trên ta suy ra được: với n sự kiện A_1, A_2 ,..., A_n ta có công thức nhân sau

$$P(A_1A_2, ..., A_n) = P(A_1)P(A_1|A_2)...P(A_n|A_1A_2...A_{n-1})$$

Ví dụ. Một lớp có 30 bạn, trong đó có 17 nữ và 13 nam. Có 3 bạn tên là Thanh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để bạn đó có tên là Thanh sẽ là 1/10. Nhưng với điều kiện "đó là bạn nữ" thì xác suất để bạn đó tên là Thanh là 1/17. Sự kiện ở đây là A = "tên là Thanh", và điều kiện là B = "nữ". Không gian các sự kiện sơ cấp Ω có 30 phần tử. A có 3 phần tử, B có 17 phần tử, và AB có 1 phần tử. Bởi vậy: P(A) = 3/30 = 1/10; P(A|B) = P(A B)/P(B) = (1/30)/(17/30) = 1/17.

- Từ công thức trên ta suy ra được: với n sự kiện A_1, A_2 ,..., A_n ta có công thức nhân sau

$$P(A_1A_2, ..., A_n) = P(A_1)P(A_1|A_2)...P(A_n|A_1A_2...A_{n-1})$$

Ví dụ. Một lớp có 30 bạn, trong đó có 17 nữ và 13 nam. Có 3 bạn tên là Thanh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để bạn đó có tên là Thanh sẽ là 1/10. Nhưng với điều kiện "đó là bạn nữ" thì xác suất để bạn đó tên là Thanh là 1/17. Sự kiện ở đây là A = "tên là Thanh", và điều kiện là B = "nữ". Không gian các sự kiện sơ cấp Ω có 30 phần tử. A có 3 phần tử, B có 17 phần tử, và AB có 1 phần tử. Bởi vậy: P(A) = 3/30 = 1/10; P(A|B) = P(A B)/P(B) = (1/30)/(17/30) = 1/17. Chú ý rằng, trong ví dụ này ta có $P(A|B) \neq P(A)$.

- Từ công thức trên ta suy ra được: với n sự kiện A_1, A_2 ,..., A_n ta có công thức nhân sau

$$P(A_1A_2, ..., A_n) = P(A_1)P(A_1|A_2)...P(A_n|A_1A_2...A_{n-1})$$

Ví dụ. Một lớp có 30 bạn, trong đó có 17 nữ và 13 nam. Có 3 bạn tên là Thanh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để bạn đó có tên là Thanh sẽ là 1/10. Nhưng với điều kiện "đó là bạn nữ" thì xác suất để bạn đó tên là Thanh là 1/17. Sự kiện ở đây là A = "tên là Thanh", và điều kiện là B = "nữ". Không gian các sự kiện sơ cấp Ω có 30 phần tử. A có 3 phần tử, B có 17 phần tử, và AB có 1 phần tử. Bởi vậy: P(A) = 3/30 = 1/10; P(A|B) = P(A B)/P(B) = (1/30)/(17/30) = 1/17. Chú ý rằng, trong ví dụ này ta có $P(A|B) \neq P(A)$. Vẫn ví dụ này, nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Thanh lên bảng, thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là bao nhiêu ?

- Từ công thức trên ta suy ra được: với n sự kiện A_1, A_2 ,..., A_n ta có công thức nhân sau

$$P(A_1A_2,...,A_n) = P(A_1)P(A_1|A_2)...P(A_n|A_1A_2...A_{n-1})$$

Ví dụ. Một lớp có 30 bạn, trong đó có 17 nữ và 13 nam. Có 3 bạn tên là Thanh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để bạn đó có tên là Thanh sẽ là 1/10. Nhưng với điều kiện "đó là bạn nữ" thì xác suất để bạn đó tên là Thanh là 1/17. Sự kiện ở đây là A = "tên là Thanh", và điều kiện là B = "nữ". Không gian các sự kiện sơ cấp Ω có 30 phần tử. A có 3 phần tử, B có 17 phần tử, và AB có 1 phần tử. Bởi vậy: P(A) = 3/30 = 1/10; P(A|B) = P(A B)/P(B) = (1/30)/(17/30) = 1/17. Chú ý rằng, trong ví dụ này ta có $P(A|B) \neq P(A)$. Vẫn ví dụ này, nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Thanh lên bảng, thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là bao nhiêu ? Lời giải: trong 3 bạn Thanh có 1 bạn là nữ, bởi vậy xác suất là 1/3. Sử dụng công thức $P(AB) = P(B|A).P(A)$ với xác suất có điều kiện, ta cũng có $P(B|A) = P(AB)/P(A) = (1/30)/(1/10) = 1/3$.

Ví dụ. Một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá. Rút ngẫu nhiên một lá bài. Tìm xác suất để lá bài rút ra là con át biết rằng lá bài rút ra màu đen.

Ví dụ. Một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá. Rút ngẫu nhiên một lá bài. Tìm xác suất để lá bài rút ra là con át biết rằng lá bài rút ra màu đen. Gọi A="rút được con át", B="rút được lá bài màu đen".

Ví dụ. Một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá. Rút ngẫu nhiên một lá bài. Tìm xác suất để lá bài rút ra là con át biết rằng lá bài rút ra màu đen. Gọi A="rút được con át", B="rút được lá bài màu đen". Ta cần tính

Ví dụ. Một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá. Rút ngẫu nhiên một lá bài. Tìm xác suất để lá bài rút ra là con át biết rằng lá bài rút ra màu đen. Gọi A="rút được con át", B="rút được lá bài màu đen". Ta cần tính $P(A|B)$.

Ví dụ. Một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá. Rút ngẫu nhiên một lá bài. Tìm xác suất để lá bài rút ra là con át biết rằng lá bài rút ra màu đen. Gọi A="rút được con át", B="rút được lá bài màu đen". Ta cần tính $P(A|B)$. Ta có P(B) $=$

Ví dụ. Một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá. Rút ngẫu nhiên một lá bài. Tìm xác suất để lá bài rút ra là con át biết rằng lá bài rút ra màu đen. Gọi A="rút được con át", B="rút được lá bài màu đen". Ta cần tính $P(A|B)$. Ta có P(B) $=$ 26/52, Ví dụ. Một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá. Rút ngẫu nhiên một lá bài. Tìm xác suất để lá bài rút ra là con át biết rằng lá bài rút ra màu đen. Gọi A="rút được con át", B="rút được lá bài màu đen". Ta cần tính $P(A|B)$. Ta có P(B) $=$ 26/52, P(AB) $=$

Ví dụ. Một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá. Rút ngẫu nhiên một lá bài. Tìm xác suất để lá bài rút ra là con át biết rằng lá bài rút ra màu đen. Gọi A="rút được con át", B="rút được lá bài màu đen". Ta cần tính $P(A|B)$. Ta có P(B) $=$ 26/52, P(AB) $=$ 2/52.

Ví dụ. Một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá. Rút ngẫu nhiên một lá bài. Tìm xác suất để lá bài rút ra là con át biết rằng lá bài rút ra màu đen. Gọi A="rút được con át", B="rút được lá bài màu đen". Ta cần tính $P(A|B)$. Ta có P(B) = 26/52, P(AB) = 2/52. Vậy $P(A|B)$ = P(AB) /P(B) = $\frac{2}{52}$ / $\frac{26}{52}$ = $\frac{1}{13}$.

Ví dụ. Một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá. Rút ngẫu nhiên một lá bài. Tìm xác suất để lá bài rút ra là con át biết rằng lá bài rút ra màu đen. Gọi A="rút được con át", B="rút được lá bài màu đen". Ta cần tính $P(A|B)$. Ta có P(B) $=$ 26/52, P(AB) $=$ 2/52. Vậy $P(A|B)$ $=$ P(AB) /P(B) $= \frac{2}{52} \; / \; \frac{26}{52} = \frac{1}{13}$.

Ví dụ . Theo một thống kê , khoảng $40^{0/0}$ các vụ tai nạn xe cộ gây chết người là có người lái say rượu. Giá sử tỷ lệ số người say rượu khi lái xe là $4^{0/0}$. Hỏi việc say rượu khi lái xe làm tăng khả năng gây tai nạn chết người lên bao nhiêu lần ?

Ví dụ. Một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá. Rút ngẫu nhiên một lá bài. Tìm xác suất để lá bài rút ra là con át biết rằng lá bài rút ra màu đen. Gọi A="rút được con át", B="rút được lá bài màu đen". Ta cần tính $P(A|B)$. Ta có P(B) = 26/52, P(AB) = 2/52. Vậy $P(A|B)$ = P(AB) /P(B) = $\frac{2}{52}$ / $\frac{26}{52}$ = $\frac{1}{13}$.

Ví dụ . Theo một thống kê , khoảng $40^{0/0}$ các vụ tai nạn xe cộ gây chết người là có người lái say rượu. Giá sử tỷ lệ số người say rượu khi lái xe là $4^{0/0}$. Hỏi việc say rượu khi lái xe làm tăng khả năng gây tai nạn chết người lên bao nhiêu lần ? Ta muốn tính tỷ lệ P(A|S)/P(A), ở đây A = "lái xe gây tai nạn chết người", S = "người lái say rượu".

Ví dụ. Một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá. Rút ngẫu nhiên một lá bài. Tìm xác suất để lá bài rút ra là con át biết rằng lá bài rút ra màu đen. Gọi A="rút được con át", B="rút được lá bài màu đen". Ta cần tính $P(A|B)$. Ta có P(B) = 26/52, P(AB) = 2/52. Vậy $P(A|B)$ = P(AB) /P(B) = $\frac{2}{52}$ / $\frac{26}{52}$ = $\frac{1}{13}$.

Ví dụ . Theo một thống kê , khoảng $40^{0/0}$ các vụ tai nạn xe cộ gây chết người là có người lái say rượu. Giá sử tỷ lệ số người say rượu khi lái xe là $4^{0/0}$. Hỏi việc say rượu khi lái xe làm tăng khả năng gây tai nạn chết người lên bao nhiêu lần ? Ta muốn tính tỷ lệ P(A|S)/P(A), ở đây A = "lái xe gây tai nạn chết người", S = "người lái say rượu". Từ công thức P(AS) = P(A|S).P(S) = P(S|A).P(A) ta có P(A|S)/P(A) = P(S|A)/P(S) = $40^{0/0}/4^{0/0}$ = 10, tức là việc say rượu khi lái xe có thể làm tăng khả năng gây tai nạn xe cộ chết người lên 10 lần.

Ví dụ. Một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá. Rút ngẫu nhiên một lá bài. Tìm xác suất để lá bài rút ra là con át biết rằng lá bài rút ra màu đen. Gọi A="rút được con át", B="rút được lá bài màu đen". Ta cần tính $P(A|B)$. Ta có P(B) = 26/52, P(AB) = 2/52. Vậy $P(A|B)$ = P(AB) /P(B) = $\frac{2}{52}$ / $\frac{26}{52}$ = $\frac{1}{13}$.

Ví dụ . Theo một thống kê , khoảng $40^{0/0}$ các vụ tai nạn xe cộ gây chết người là có người lái say rượu. Giá sử tỷ lệ số người say rượu khi lái xe là $4^{0/0}$. Hỏi việc say rượu khi lái xe làm tăng khả năng gây tai nạn chết người lên bao nhiêu lần ? Ta muốn tính tỷ lệ P(A|S)/P(A), ở đây A = "lái xe gây tai nạn chết người", S = "người lái say rượu". Từ công thức P(AS) = P(A|S).P(S) = P(S|A).P(A) ta có P(A|S)/P(A) = P(S|A)/P(S) = $40^{0/0}/4^{0/0}$ = 10, tức là việc say rượu khi lái xe có thể làm tăng khả năng gây tai nạn xe cộ chết người lên 10 lần.

Ví dụ . Ta biết rằng một nhà nọ có 3 con mèo, trong đó có ít nhất 1 con là mèo cái. Hỏi rằng xác suất để cả 3 con mèo đều là mèo cái là bao nhiêu ?

3.3.3 *Sự độc lập và phụ thuộc của các sự kiện*

3.3.3 *Sự độc lập và phụ thuộc của các sự kiện*

Thế nào là hai sự kiện độc lập với nhau ?

3.3.3 *Sự độc lập và phụ thuộc của các sự kiện*

Thế nào là hai sự kiện độc lập với nhau ? Về mặt triết lý, hai sự kiện độc lập là hai sự kiện không liên quan gì đến nhau.

3.3.3 *Sự độc lập và phụ thuộc của các sự kiện*

Thế nào là hai sự kiện độc lập với nhau ? Về mặt triết lý, hai sự kiện độc lập là hai sự kiện không liên quan gì đến nhau. Ví dụ, cô gái không liên quan gì đến người yêu cũ lấy vợ. Người yêu cũ của cô gái lấy vợ giàu hay nghèo cô cũng không quan tâm, không ảnh hưởng gì đến việc cô ấy có lấy chồng hay không.

3.3.3 *Sự độc lập và phụ thuộc của các sự kiện*

Thế nào là hai sự kiện độc lập với nhau ? Về mặt triết lý, hai sự kiện độc lập là hai sự kiện không liên quan gì đến nhau. Ví dụ, cô gái không liên quan gì đến người yêu cũ lấy vợ. Người yêu cũ của cô gái lấy vợ giàu hay nghèo cô cũng không quan tâm, không ảnh hưởng gì đến việc cô ấy có lấy chồng hay không. Hai sự kiện “người yêu cũ của cô gái lấy vợ” và “cô gái lấy chồng” có thể coi là độc lập với nhau.

3.3.3 *Sự độc lập và phụ thuộc của các sự kiện*

Thế nào là hai sự kiện độc lập với nhau ? Về mặt triết lý, hai sự kiện độc lập là hai sự kiện không liên quan gì đến nhau. Ví dụ, cô gái không liên quan gì đến người yêu cũ lấy vợ. Người yêu cũ của cô gái lấy vợ giàu hay nghèo cô cũng không quan tâm, không ảnh hưởng gì đến việc cô ấy có lấy chồng hay không. Hai sự kiện "người yêu cũ của cô gái lấy vợ" và "cô gái lấy chồng" có thể coi là độc lập với nhau. Nếu hai sự kiện A và B độc lập với nhau, thì việc có xảy ra hay không sự kiện B không ảnh hưởng gì đến việc có xảy ra hay không sự kiện A.

3.3.3 *Sự độc lập và phụ thuộc của các sự kiện*

Thế nào là hai sự kiện độc lập với nhau ? Về mặt triết lý, hai sự kiện độc lập là hai sự kiện không liên quan gì đến nhau. Ví dụ, cô gái không liên quan gì đến người yêu cũ lấy vợ. Người yêu cũ của cô gái lấy vợ giàu hay nghèo cô cũng không quan tâm, không ảnh hưởng gì đến việc cô ấy có lấy chồng hay không. Hai sự kiện "người yêu cũ của cô gái lấy vợ" và "cô gái lấy chồng" có thể coi là độc lập với nhau. Nếu hai sự kiện A và B độc lập với nhau, thì việc có xảy ra hay không sự kiện B không ảnh hưởng gì đến việc có xảy ra hay không sự kiện A. Nói cách khác, xác suất của A với điều kiện B không khác gì xác suất của A khi không tính đến điều kiện B.

3.3.3 *Sự độc lập và phụ thuộc của các sự kiện*

Thế nào là hai sự kiện độc lập với nhau ? Về mặt triết lý, hai sự kiện độc lập là hai sự kiện không liên quan gì đến nhau. Ví dụ, cô gái không liên quan gì đến người yêu cũ lấy vợ. Người yêu cũ của cô gái lấy vợ giàu hay nghèo cô cũng không quan tâm, không ảnh hưởng gì đến việc cô ấy có lấy chồng hay không. Hai sự kiện "người yêu cũ của cô gái lấy vợ" và "cô gái lấy chồng" có thể coi là độc lập với nhau. Nếu hai sự kiện A và B độc lập với nhau, thì việc có xảy ra hay không sự kiện B không ảnh hưởng gì đến việc có xảy ra hay không sự kiện A. Nói cách khác, xác suất của A với điều kiện B không khác gì xác suất của A khi không tính đến điều kiện B. Đấy chính là định nghĩa trong lý thuyết xác suất về sự độc lập của hai sự kiện:

3.3.3 *Sự độc lập và phụ thuộc của các sự kiện*

Thế nào là hai sự kiện độc lập với nhau ? Về mặt triết lý, hai sự kiện độc lập là hai sự kiện không liên quan gì đến nhau. Ví dụ, cô gái không liên quan gì đến người yêu cũ lấy vợ. Người yêu cũ của cô gái lấy vợ giàu hay nghèo cô cũng không quan tâm, không ảnh hưởng gì đến việc cô ấy có lấy chồng hay không. Hai sự kiện "người yêu cũ của cô gái lấy vợ" và "cô gái lấy chồng" có thể coi là độc lập với nhau. Nếu hai sự kiện A và B độc lập với nhau, thì việc có xảy ra hay không sự kiện B không ảnh hưởng gì đến việc có xảy ra hay không sự kiện A. Nói cách khác, xác suất của A với điều kiện B không khác gì xác suất của A khi không tính đến điều kiện B. Đấy chính là định nghĩa trong lý thuyết xác suất về sự độc lập của hai sự kiện:

Định nghĩa. Sự kiện A được gọi là độc lập với sự kiện B nếu như $P(A) = P(A|B) = P(A\ B)/P(B)$, hay viết cách khác: $P(A\ B) = P(A).P(B)$

Ghi chú . Công thức $P(A|B) = P(A)$ tương đương với công thức $P(AB) = P(A).P(B)$ và tương đương với $P(B|A) = P(B)$.

Ghi chú . Công thức $P(A|B) = P(A)$ tương đương với công thức $P(AB) = P(A).P(B)$ và tương đương với $P(B|A) = P(B)$. Điều đó có nghĩa là quan hệ độc lập là một quan hệ đối xứng: nếu A độc lập với B thì B độc lập với A, và chúng ta có thể nói là A và B độc lập với nhau.

Ghi chú . Công thức P(A|B) = P(A) tương đương với công thức P(AB) = P(A).P(B) và tương đương với P(B|A) = P(B). Điều đó có nghĩa là quan hệ độc lập là một quan hệ đối xứng: nếu A độc lập với B thì B độc lập với A, và chúng ta có thể nói là A và B độc lập với nhau. Trong công thức P(A|B) = P(A) ta phải giả sử là $P(B) \neq 0$.

Ghi chú . Công thức P(A|B) = P(A) tương đương với công thức P(AB) = P(A).P(B) và tương đương với P(B|A) = P(B). Điều đó có nghĩa là quan hệ độc lập là một quan hệ đối xứng: nếu A độc lập với B thì B độc lập với A, và chúng ta có thể nói là A và B độc lập với nhau. Trong công thức P(A|B) = P(A) ta phải giả sử là $P(B) \neq 0$. Kể cả khi P(B) = 0 thì công thức P(AB) = P(A).P(B) vẫn có thể dùng làm định nghĩa được, và khi đó nó hiển nhiên đúng: một sự kiện có xác suất bằng 0 thì độc lập với mọi sự kiện khác.

Ghi chú . Công thức P(A|B) = P(A) tương đương với công thức P(AB) = P(A).P(B) và tương đương với P(B|A) = P(B). Điều đó có nghĩa là quan hệ độc lập là một quan hệ đối xứng: nếu A độc lập với B thì B độc lập với A, và chúng ta có thể nói là A và B độc lập với nhau. Trong công thức P(A|B) = P(A) ta phải giả sử là $P(B) \neq 0$. Kể cả khi P(B) = 0 thì công thức P(AB) = P(A).P(B) vẫn có thể dùng làm định nghĩa được, và khi đó nó hiển nhiên đúng: một sự kiện có xác suất bằng 0 thì độc lập với mọi sự kiện khác.

Tổng quát hơn, giả sử ta có một họ M (hữu hạn hoặc vô hạn) các sự kiện.

Ghi chú . Công thức P(A|B) = P(A) tương đương với công thức P(AB) = P(A).P(B) và tương đương với P(B|A) = P(B). Điều đó có nghĩa là quan hệ độc lập là một quan hệ đối xứng: nếu A độc lập với B thì B độc lập với A, và chúng ta có thể nói là A và B độc lập với nhau. Trong công thức P(A|B) = P(A) ta phải giả sử là $P(B) \neq 0$. Kể cả khi P(B) = 0 thì công thức P(AB) = P(A).P(B) vẫn có thể dùng làm định nghĩa được, và khi đó nó hiển nhiên đúng: một sự kiện có xác suất bằng 0 thì độc lập với mọi sự kiện khác.

Tổng quát hơn, giả sử ta có một họ M (hữu hạn hoặc vô hạn) các sự kiện.

Định nghĩa . Họ M gọi là một họ các sự kiện độc lập, nếu với bất kỳ số tự nhiên k và bất kỳ k sự kiện $A_1, \ldots, A_k$ khác nhau trong họ M ta có: $P(\prod_{i=1}^{k} A_i) = \prod_{i=1}^{k} P(Ai)$.

Ghi chú . Công thức P(A|B) = P(A) tương đương với công thức P(AB) = P(A).P(B) và tương đương với P(B|A) = P(B). Điều đó có nghĩa là quan hệ độc lập là một quan hệ đối xứng: nếu A độc lập với B thì B độc lập với A, và chúng ta có thể nói là A và B độc lập với nhau. Trong công thức P(A|B) = P(A) ta phải giả sử là $P(B) \neq 0$. Kể cả khi P(B) = 0 thì công thức P(AB) = P(A).P(B) vẫn có thể dùng làm định nghĩa được, và khi đó nó hiển nhiên đúng: một sự kiện có xác suất bằng 0 thì độc lập với mọi sự kiện khác.

Tổng quát hơn, giả sử ta có một họ M (hữu hạn hoặc vô hạn) các sự kiện.

Định nghĩa . Họ M gọi là một họ các sự kiện độc lập, nếu với bất kỳ số tự nhiên k và bất kỳ k sự kiện $A_1, \ldots, A_k$ khác nhau trong họ M ta có: $P(\prod_{i=1}^{k} A_i) = \prod_{i=1}^{k} P(Ai)$.

Nếu như P(AB) = P(A).P(B) với bất kỳ hai sự kiện khác nhau trong họ M thì M được gọi là họ các sự kiện độc lập từng đôi.

Ghi chú

Ghi chú

• Nếu một họ các sự kiện độc lập, thì các sự kiện trong họ độc lập từng đôi . Ngược lại không đúng: Có những họ không độc lập, mà trong đó các sự kiện độc lập từng đôi.

Ghi chú

• Nếu một họ các sự kiện độc lập, thì các sự kiện trong họ độc lập từng đôi . Ngược lại không đúng: Có những họ không độc lập, mà trong đó các sự kiện độc lập từng đôi.

Ví dụ . Tung 1 xúc sắc 2 lần, được 2 số ký hiệu là a, b. Xét 3 sự kiện sau: X ="a + b là số chẵn", Y= "a bằng 1" và Z ="b bằng 4". Ở đây $\Omega = \{(a,b) : a, b = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ có 36 phần tử. Ta dễ dàng kiểm tra rằng các sự kiện X, Y, Z độc lập từng đôi với nhau, thế nhưng họ 3 sự kiên X, Y, Z không phải là một họ độc lập:

Ghi chú

• Nếu một họ các sự kiện độc lập, thì các sự kiện trong họ độc lập từng đôi . Ngược lại không đúng: Có những họ không độc lập, mà trong đó các sự kiện độc lập từng đôi.

Ví dụ . Tung 1 xúc sắc 2 lần, được 2 số ký hiệu là a, b. Xét 3 sự kiện sau: X =“a + b là số chẵn”, Y= “a bằng 1” và Z =“b bằng 4”. Ở đây $\Omega = \{(a, b) : a, b = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ có 36 phần tử. Ta dễ dàng kiểm tra rằng các sự kiện X, Y, Z độc lập từng đôi với nhau, thế nhưng họ 3 sự kiên X, Y, Z không phải là một họ độc lập: P(XY Z) = 0 trong khi P(X).P(Y).P(Z) = $(1/2).(1/6).(1/6) \neq 0$.

Ghi chú

• Nếu một họ các sự kiện độc lập, thì các sự kiện trong họ độc lập từng đôi . Ngược lại không đúng: Có những họ không độc lập, mà trong đó các sự kiện độc lập từng đôi.

Ví dụ . Tung 1 xúc sắc 2 lần, được 2 số ký hiệu là a, b. Xét 3 sự kiện sau: X =“a + b là số chẵn”, Y= “a bằng 1” và Z =“b bằng 4”. Ở đây $\Omega = \{(a, b) : a, b = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ có 36 phần tử. Ta dễ dàng kiểm tra rằng các sự kiện X, Y, Z độc lập từng đôi với nhau, thế nhưng họ 3 sự kiên X, Y, Z không phải là một họ độc lập: P(XY Z) = 0 trong khi P(X).P(Y).P(Z) $= (1/2).(1/6).(1/6) \neq 0$.

• Nếu hai sự kiện không độc lập với nhau, thì ta nói chúng phụ thuộc vào nhau.

Ghi chú

• Nếu một họ các sự kiện độc lập, thì các sự kiện trong họ độc lập từng đôi . Ngược lại không đúng: Có những họ không độc lập, mà trong đó các sự kiện độc lập từng đôi.

Ví dụ . Tung 1 xúc sắc 2 lần, được 2 số ký hiệu là a, b. Xét 3 sự kiện sau: X =“a + b là số chẵn”, Y= “a bằng 1” và Z =“b bằng 4”. Ở đây $\Omega = \{(a, b) : a, b = 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ có 36 phần tử. Ta dễ dàng kiểm tra rằng các sự kiện X, Y, Z độc lập từng đôi với nhau, thế nhưng họ 3 sự kiên X, Y, Z không phải là một họ độc lập: P(XY Z) = 0 trong khi P(X).P(Y).P(Z) = $(1/2).(1/6).(1/6) \neq 0$.

• Nếu hai sự kiện không độc lập với nhau, thì ta nói chúng phụ thuộc vào nhau. Do tính chất đối xứng, nếu A phụ thuộc vào B thì B cũng phụ thuộc vào A.

- Nếu $P(A|B) > P(B)$ thì ta có thể nói là B thuận lợi cho A, và ngược lại nếu $P(A) < P(A|B)$ thì B không thuận lợi cho A. Công thức $P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$ tương đương với công thức $P(A|B)/P(A) = P(B|A)/P(B)$, có thể được suy diễn như sau: B thuận lợi cho A (tức là $P(A|B)/P(B) > 1$) thì A cũng thuận lợi cho B và ngược lại.

• Nếu $P(A|B) > P(B)$ thì ta có thể nói là B thuận lợi cho A, và ngược lại nếu $P(A) < P(A|B)$ thì B không thuận lợi cho A. Công thức $P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A)$ tương đương với công thức $P(A|B)/P(A) = P(B|A)/P(B)$, có thể được suy diễn như sau: B thuận lợi cho A (tức là $P(A|B)/P(B) > 1$) thì A cũng thuận lợi cho B và ngược lại.

Ví dụ . Giả sử cứ 5 học sinh thì có 1 học sinh giỏi toán, cứ 3 học sinh thì có 1 học sinh giỏi ngoại ngữ, và trong số các học sinh giỏi toán thì cứ 2 học sinh có 1 học sinh giỏi ngoại ngữ (lớn hơn tỷ lệ trung bình). Khi đó trong số các học sinh giỏi ngoại ngữ, tỷ lệ học sinh giỏi toán là $30^{0/0}$ (cũng lớn hơn tỷ lệ trung bình): $(1/2)/(1/3) = 30^{0/0}/(1/5)$.

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= $A_1 A_2$. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= A_1A_2. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b)

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= $A_1 A_2$. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen",

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= A_1A_2. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I",

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= A_1A_2. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II",

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= A_1A_2. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II", B_1="lấy ra được bi đen từ hộp I",

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= A_1A_2. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II", B_1="lấy ra được bi đen từ hộp I", B_2="lấy ra được bi đen từ hộp II".

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= A_1A_2. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II", B_1="lấy ra được bi đen từ hộp I", B_2="lấy ra được bi đen từ hộp II". Thế thì $A_1B_2 =$ "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp I và 1 bi đen từ hộp II"

,

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= A_1A_2. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II", B_1="lấy ra được bi đen từ hộp I", B_2="lấy ra được bi đen từ hộp II". Thế thì A_1B_2 = "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp I và 1 bi đen từ hộp II" , A_2B_1 = "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp II và 1 bi đen từ hộp I".

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= A_1A_2. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II", B_1="lấy ra được bi đen từ hộp I", B_2="lấy ra được bi đen từ hộp II". Thế thì $A_1B_2 =$ "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp I và 1 bi đen từ hộp II", $A_2B_1 =$ "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp II và 1 bi đen từ hộp I". Ta có: M $= A_1B_2 + A_2B_1$.

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= A_1A_2. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II", B_1="lấy ra được bi đen từ hộp I", B_2="lấy ra được bi đen từ hộp II". Thế thì A_1B_2 = "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp I và 1 bi đen từ hộp II" , A_2B_1 = "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp II và 1 bi đen từ hộp I". Ta có: M $= A_1B_2 + A_2B_1$. Rõ ràng A_1 và B_2 độc lập,

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= A_1A_2. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II", B_1="lấy ra được bi đen từ hộp I", B_2="lấy ra được bi đen từ hộp II". Thế thì $A_1B_2 =$ "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp I và 1 bi đen từ hộp II" , $A_2B_1 =$ "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp II và 1 bi đen từ hộp I". Ta có: M $= A_1B_2 + A_2B_1$. Rõ ràng A_1 và B_2 độc lập, A_2 và B_1 độc lập,

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= A_1A_2. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II", B_1="lấy ra được bi đen từ hộp I", B_2="lấy ra được bi đen từ hộp II". Thế thì A_1B_2 = "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp I và 1 bi đen từ hộp II" , A_2B_1 = "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp II và 1 bi đen từ hộp I". Ta có: M $= A_1B_2 + A_2B_1$. Rõ ràng A_1 và B_2 độc lập, A_2 và B_1 độc lập, A_1B_2 và A_2B_1 độc lập.

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= A_1A_2. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II", B_1="lấy ra được bi đen từ hộp I", B_2="lấy ra được bi đen từ hộp II". Thế thì $A_1B_2 =$ "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp I và 1 bi đen từ hộp II" , $A_2B_1 =$ "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp II và 1 bi đen từ hộp I". Ta có: M $= A_1B_2 + A_2B_1$. Rõ ràng A_1 và B_2 độc lập, A_2 và B_1 độc lập, A_1B_2 và A_2B_1 độc lập. Do đó P(M) $=$ P($A_1B_2 + A_2B_1$)

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= A_1A_2. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II", B_1="lấy ra được bi đen từ hộp I", B_2="lấy ra được bi đen từ hộp II". Thế thì $A_1B_2 =$ "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp I và 1 bi đen từ hộp II" , $A_2B_1 =$ "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp II và 1 bi đen từ hộp I". Ta có: M $= A_1B_2 + A_2B_1$. Rõ ràng A_1 và B_2 độc lập, A_2 và B_1 độc lập, A_1B_2 và A_2B_1 độc lập. Do đó P(M) = P$(A_1B_2 + A_2B_1)$ $= P(A_1B_2) + P(A_2B_1)$

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= $A_1 A_2$. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II", B_1="lấy ra được bi đen từ hộp I", B_2="lấy ra được bi đen từ hộp II". Thế thì $A_1 B_2 =$ "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp I và 1 bi đen từ hộp II" , $A_2 B_1 =$ "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp II và 1 bi đen từ hộp I". Ta có: M $= A_1 B_2 + A_2 B_1$. Rõ ràng A_1 và B_2 độc lập, A_2 và B_1 độc lập, $A_1 B_2$ và $A_2 B_1$ độc lập. Do đó P(M) = P($A_1 B_2 + A_2 B_1$) $= P(A_1 B_2) + P(A_2 B_1) = P(A_1)P(B_2) + P(A_2)P(B_1)$

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= A_1A_2. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II", B_1="lấy ra được bi đen từ hộp I", B_2="lấy ra được bi đen từ hộp II". Thế thì $A_1B_2 =$ "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp I và 1 bi đen từ hộp II" , $A_2B_1 =$ "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp II và 1 bi đen từ hộp I". Ta có: M $= A_1B_2 + A_2B_1$. Rõ ràng A_1 và B_2 độc lập, A_2 và B_1 độc lập, A_1B_2 và A_2B_1 độc lập. Do đó P(M) = P($A_1B_2 + A_2B_1$) $= P(A_1B_2) + P(A_2B_1) = P(A_1)P(B_2) + P(A_2)P(B_1) = \frac{2}{12}\frac{4}{12}$ $+ \frac{8}{12}\frac{10}{12}$

Ví dụ . Hộp I có 2 bi trắng và 10 bi đen. Hộp II có 8 bi trắng và 4 bi đen. Từ mỗi hộp lấy ra một viên bi. Tìm xác suất để: a) cả 2 bi đều trắng; b) một bi trắng và 1 bi đen.

a) Gọi A="lấy ra được 2 bi trắng", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II". Thế thì A_1 và A_2 là 2 sự kiện độc lập và A= A_1A_2. Do đó P(A) $= P(A_1)P(A_2) = \frac{1}{6}\frac{2}{3}$ $= \frac{1}{9}$

b) Gọi M="lấy ra được 1 bi trắng và 1 bi đen", A_1="lấy ra được bi trắng từ hộp I", A_2="lấy ra được bi trắng từ hộp II", B_1="lấy ra được bi đen từ hộp I", B_2="lấy ra được bi đen từ hộp II". Thế thì A_1B_2 = "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp I và 1 bi đen từ hộp II" , A_2B_1 = "lấy ra được 1 bi trắng từ hộp II và 1 bi đen từ hộp I". Ta có: M $= A_1B_2 + A_2B_1$. Rõ ràng A_1 và B_2 độc lập, A_2 và B_1 độc lập, A_1B_2 và A_2B_1 độc lập. Do đó P(M) = P($A_1B_2 + A_2B_1$) $= P(A_1B_2) + P(A_2B_1) = P(A_1)P(B_2) + P(A_2)P(B_1) = \frac{2}{12}\frac{4}{12}$ $+ \frac{8}{12}\frac{10}{12} = \frac{11}{18}$.

3.4 Công thức xác suất toàn phần

3.4 Công thức xác suất toàn phần

Nếu như ta chưa biết xác suất P(A) của một sự kiện A nào đó, nhưng biết các xác suất $P(B_i)$ của một hệ các sự kiện đầy đủ xung khắc từng đôi $\{B_1, ..., B_n\}$, và biết các xác suất có điều kiện $P(A|B_i)$, thì ta có thể dùng công thức sau, gọi là công thức xác suất toàn phần (total probability formula), để tính xác suất của A:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(AB_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i).$$

3.4 Công thức xác suất toàn phần

Nếu như ta chưa biết xác suất P(A) của một sự kiện A nào đó, nhưng biết các xác suất $P(B_i)$ của một hệ các sự kiện đầy đủ xung khắc từng đôi $\{B_1, ..., B_n\}$, và biết các xác suất có điều kiện $P(A|B_i)$, thì ta có thể dùng công thức sau, gọi là công thức xác suất toàn phần (total probability formula), để tính xác suất của A:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(AB_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i).$$

Trường hợp riêng của công thức trên là khi ta có hai sự kiện A, B, có thể sử dụng hệ $\{B, \overline{B}\}$ để tính xác suất của A: $P(A) = P(AB) + P(A\overline{B}) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B})$.

3.4 Công thức xác suất toàn phần

Nếu như ta chưa biết xác suất P(A) của một sự kiện A nào đó, nhưng biết các xác suất $P(B_i)$ của một hệ các sự kiện đầy đủ xung khắc từng đôi $\{B_1, ..., B_n\}$, và biết các xác suất có điều kiện $P(A|B_i)$, thì ta có thể dùng công thức sau, gọi là công thức xác suất toàn phần (total probability formula), để tính xác suất của A:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(AB_i) = \sum_{i=1}^{n} P(A|B_i)P(B_i).$$

Trường hợp riêng của công thức trên là khi ta có hai sự kiện A, B, có thể sử dụng hệ $\{B, \overline{B}\}$ để tính xác suất của A: $P(A) = P(AB) + P(A\overline{B}) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B})$.

Ví dụ. Theo một số liệu thống kê, năm 2004 ở Canada có $65^{0/0}$ đàn ông là thừa cân, và $53{,}4^{0/0}$ đàn bà thừa cân. Số đàn ông và đàn bà ở Canada coi như bằng nhau. Hỏi rằng, trong năm 2004, xác suất để một người Canada được chọn ngẫu nhiên là người thừa cân bằng bao nhiêu?

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B})$. = 0.65 × 0.5 + 0.534 × 0.5 = 0.592.

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B})$. = 0.65 × 0.5 + 0.534 × 0.5 = 0.592.

Ví dụ. Xét 1 lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm $20^{0/0}$, nhà máy II sản xuất chiếm $30^{0/0}$, nhà máy III sản xuất chiếm $50^{0/0}$. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0.001, nhà máy II là 0.005, nhà máy III là 0.006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm.

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B}).$ = 0.65 × 0.5 + 0.534 × 0.5 = 0.592.

Ví dụ. Xét 1 lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm $20^{0/0}$, nhà máy II sản xuất chiếm $30^{0/0}$, nhà máy III sản xuất chiếm $50^{0/0}$. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0.001, nhà máy II là 0.005, nhà máy III là 0.006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm.

Gọi A="sản phẩm lấy ra là phế phẩm",

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B})$. $= 0.65 \times 0.5 + 0.534 \times 0.5 = 0.592$.

Ví dụ. Xét 1 lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm $20^{0/0}$, nhà máy II sản xuất chiếm $30^{0/0}$, nhà máy III sản xuất chiếm $50^{0/0}$. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0.001, nhà máy II là 0.005, nhà máy III là 0.006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm.

Gọi A="sản phẩm lấy ra là phế phẩm",
B_1 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy I sản xuất",

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B})$. = 0.65 × 0.5 + 0.534 × 0.5 = 0.592.

Ví dụ. Xét 1 lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm $20^{0/0}$, nhà máy II sản xuất chiếm $30^{0/0}$, nhà máy III sản xuất chiếm $50^{0/0}$. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0.001, nhà máy II là 0.005, nhà máy III là 0.006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm.

Gọi A="sản phẩm lấy ra là phế phẩm",
B_1 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy I sản xuất",
B_2 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy II sản xuất",

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B})$. = 0.65 × 0.5 + 0.534 × 0.5 = 0.592.

Ví dụ. Xét 1 lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm 20$^{0/0}$, nhà máy II sản xuất chiếm 30$^{0/0}$, nhà máy III sản xuất chiếm 50$^{0/0}$. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0.001, nhà máy II là 0.005, nhà máy III là 0.006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm.

Gọi A="sản phẩm lấy ra là phế phẩm",

B_1 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy I sản xuất",

B_2 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy II sản xuất",

B_3 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy III sản xuất"

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B})$. = 0.65 × 0.5 + 0.534 × 0.5 = 0.592.

Ví dụ. Xét 1 lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm $20^{0/0}$, nhà máy II sản xuất chiếm $30^{0/0}$, nhà máy III sản xuất chiếm $50^{0/0}$. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0.001, nhà máy II là 0.005, nhà máy III là 0.006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm.

Gọi A="sản phẩm lấy ra là phế phẩm",
B_1 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy I sản xuất",
B_2 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy II sản xuất",
B_3 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy III sản xuất"
Thế thì hệ $\{B_1, B_2, B_3\}$ là hệ các sự kiện đầy đủ xung khắc từng đôi.

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B})$. = 0.65 × 0.5 + 0.534 × 0.5 = 0.592.

Ví dụ. Xét 1 lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm $20^{0/0}$, nhà máy II sản xuất chiếm $30^{0/0}$, nhà máy III sản xuất chiếm $50^{0/0}$. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0.001, nhà máy II là 0.005, nhà máy III là 0.006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm.

Gọi A="sản phẩm lấy ra là phế phẩm",
B_1 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy I sản xuất",
B_2 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy II sản xuất",
B_3 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy III sản xuất"
Thế thì hệ $\{B_1, B_2, B_3\}$ là hệ các sự kiện đầy đủ xung khắc từng đôi.
Ta có : P(A) =

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B})$. = 0.65 × 0.5 + 0.534 × 0.5 = 0.592.

Ví dụ. Xét 1 lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm $20^{0/0}$, nhà máy II sản xuất chiếm $30^{0/0}$, nhà máy III sản xuất chiếm $50^{0/0}$. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0.001, nhà máy II là 0.005, nhà máy III là 0.006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm.

Gọi A="sản phẩm lấy ra là phế phẩm",
B_1 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy I sản xuất",
B_2 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy II sản xuất",
B_3 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy III sản xuất"
Thế thì hệ $\{B_1, B_2, B_3\}$ là hệ các sự kiện đầy đủ xung khắc từng đôi.
Ta có : P(A) $= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)$
$=$

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B}).$ = 0.65 × 0.5 + 0.534 × 0.5 = 0.592.

Ví dụ. Xét 1 lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm $20^{0/0}$, nhà máy II sản xuất chiếm $30^{0/0}$, nhà máy III sản xuất chiếm $50^{0/0}$. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0.001, nhà máy II là 0.005, nhà máy III là 0.006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm.

Gọi A="sản phẩm lấy ra là phế phẩm",
B_1 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy I sản xuất",
B_2 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy II sản xuất",
B_3 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy III sản xuất"
Thế thì hệ $\{B_1, B_2, B_3\}$ là hệ các sự kiện đầy đủ xung khắc từng đôi.
Ta có : P(A) $= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)$ = 0,2.

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B})$. = 0.65 × 0.5 + 0.534 × 0.5 = 0.592.

Ví dụ. Xét 1 lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm $20^{0/0}$, nhà máy II sản xuất chiếm $30^{0/0}$, nhà máy III sản xuất chiếm $50^{0/0}$. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0.001, nhà máy II là 0.005, nhà máy III là 0.006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm.

Gọi A="sản phẩm lấy ra là phế phẩm",
B_1 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy I sản xuất",
B_2 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy II sản xuất",
B_3 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy III sản xuất"
Thế thì hệ $\{B_1, B_2, B_3\}$ là hệ các sự kiện đầy đủ xung khắc từng đôi.
Ta có : P(A) $= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)$
= 0,2.0,001 +

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B})$. = 0.65 × 0.5 + 0.534 × 0.5 = 0.592.

Ví dụ. Xét 1 lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm $20^{0/0}$, nhà máy II sản xuất chiếm $30^{0/0}$, nhà máy III sản xuất chiếm $50^{0/0}$. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0.001, nhà máy II là 0.005, nhà máy III là 0.006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm.

Gọi A="sản phẩm lấy ra là phế phẩm",
B_1 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy I sản xuất",
B_2 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy II sản xuất",
B_3 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy III sản xuất"
Thế thì hệ $\{B_1, B_2, B_3\}$ là hệ các sự kiện đầy đủ xung khắc từng đôi.
Ta có : P(A) =$P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)$
= 0,2.0,001 +0,3.

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B})$. = 0.65 × 0.5 + 0.534 × 0.5 = 0.592.

Ví dụ. Xét 1 lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm $20^{0/0}$, nhà máy II sản xuất chiếm $30^{0/0}$, nhà máy III sản xuất chiếm $50^{0/0}$. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0.001, nhà máy II là 0.005, nhà máy III là 0.006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm.

Gọi A="sản phẩm lấy ra là phế phẩm",

B_1 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy I sản xuất",

B_2 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy II sản xuất",

B_3 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy III sản xuất"

Thế thì hệ $\{B_1, B_2, B_3\}$ là hệ các sự kiện đầy đủ xung khắc từng đôi.

Ta có : P(A) =$P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)$

= 0,2.0,001 +0,3.0,005 +

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B}).$ = 0.65 × 0.5 + 0.534 × 0.5 = 0.592.

Ví dụ. Xét 1 lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm 20$^{0/0}$, nhà máy II sản xuất chiếm 30$^{0/0}$, nhà máy III sản xuất chiếm 50$^{0/0}$. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0.001, nhà máy II là 0.005, nhà máy III là 0.006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm.

Gọi A="sản phẩm lấy ra là phế phẩm",
B_1 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy I sản xuất",
B_2 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy II sản xuất",
B_3 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy III sản xuất"
Thế thì hệ $\{B_1, B_2, B_3\}$ là hệ các sự kiện đầy đủ xung khắc từng đôi.
Ta có : P(A) =$P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)$
= 0,2.0,001 +0,3.0,005 +0,5.

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B})$. = 0.65 × 0.5 + 0.534 × 0.5 = 0.592.

Ví dụ. Xét 1 lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm $20^{0/0}$, nhà máy II sản xuất chiếm $30^{0/0}$, nhà máy III sản xuất chiếm $50^{0/0}$. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0.001, nhà máy II là 0.005, nhà máy III là 0.006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm.

Gọi A="sản phẩm lấy ra là phế phẩm",

B_1 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy I sản xuất",

B_2 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy II sản xuất",

B_3 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy III sản xuất"

Thế thì hệ $\{B_1, B_2, B_3\}$ là hệ các sự kiện đầy đủ xung khắc từng đôi.

Ta có : P(A) $= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)$

= 0,2.0,001 +0,3.0,005 +0,5.0,006 =

Gọi B = "người được chọn là đàn ông", thế thì $\overline{B}$ = "người được chọn là đàn bà". Ta có $P(B) = P(\overline{B}) = 0.5$. Gọi A= "người được chọn là thừa cân". Theo công thức xác suất toàn phần $P(A) = P(A|B).P(B) + P(A|\overline{B}).P(\overline{B})$. $=$ 0.65 $\times$ 0.5 $+$ 0.534 $\times$ 0.5 $=$ 0.592.

Ví dụ. Xét 1 lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm 20$^{0/0}$, nhà máy II sản xuất chiếm 30$^{0/0}$, nhà máy III sản xuất chiếm 50$^{0/0}$. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0.001, nhà máy II là 0.005, nhà máy III là 0.006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm.

Gọi A="sản phẩm lấy ra là phế phẩm",

B_1 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy I sản xuất",

B_2 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy II sản xuất",

B_3 = "sản phẩm lấy ra do nhà máy III sản xuất"

Thế thì hệ $\{B_1, B_2, B_3\}$ là hệ các sự kiện đầy đủ xung khắc từng đôi.

Ta có : P(A) $= P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3)$ $=$ 0,2.0,001 $+$0,3.0,005 $+$0,5.0,006 $=$0,0065.

3.5 Công thức Bayes

3.5 Công thức Bayes

Công thức Bayes, mang tên của linh mục và nhà toán học người Anh Thomas Bayes (1702-1761), là công thức ngược, cho phép tính xác suất có điều kiện P(B|A) khi biết xác suất có điều kiện P(A|B) và một số thông tin khác. Dạng đơn giản nhất của công thức này là: Nếu A,B là hai sự kiện bất kỳ với xác suất khác 0 thì ta có:

$$P(B|A) = \frac{P(A|B).P(B)}{P(A)}$$

.

3.5 Công thức Bayes

Công thức Bayes, mang tên của linh mục và nhà toán học người Anh Thomas Bayes (1702-1761), là công thức ngược, cho phép tính xác suất có điều kiện P(B|A) khi biết xác suất có điều kiện P(A|B) và một số thông tin khác. Dạng đơn giản nhất của công thức này là: Nếu A,B là hai sự kiện bất kỳ với xác suất khác 0 thì ta có:

$$P(B|A) = \frac{P(A|B).P(B)}{P(A)}$$

. Công thức trên là hệ quả trực tiếp của công thức $P(B|A).P(A) = P(A|B).P(B) =$ P(AB) . Kết hợp công thức trên với công thức xác suất toàn phần cho P(A), ta có:

3.5 Công thức Bayes

Công thức Bayes, mang tên của linh mục và nhà toán học người Anh Thomas Bayes (1702-1761), là công thức ngược, cho phép tính xác suất có điều kiện P(B|A) khi biết xác suất có điều kiện P(A|B) và một số thông tin khác. Dạng đơn giản nhất của công thức này là: Nếu A,B là hai sự kiện bất kỳ với xác suất khác 0 thì ta có:

$$P(B|A) = \frac{P(A|B).P(B)}{P(A)}$$

. Công thức trên là hệ quả trực tiếp của công thức $P(B|A).P(A) = P(A|B).P(B) =$ P(AB) . Kết hợp công thức trên với công thức xác suất toàn phần cho P(A), ta có:Giả sử $\{B_1, ..., B_n\}$ là một hệ các sự kiện đầy đủ xung khắc từng đôi. Khi đó ta có công thức Bayes sau:

$$P(B_k|A) = \frac{P(A|B_k).P(B_k)}{P(A)} = \frac{P(A|B_k).P(B_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(A|B_i).P(B_i)}$$

với mọi k = 1, 2, . . . , n.

Ví dụ. Được biết có $5^{0/0}$ đàn ông bị mù màu, và $0{,}25^{0/0}$ đàn bà bị mù màu. Giả sử số đàn ông bằng số đàn bà. Chọn 1 người bị mù màu một cách ngẫu nhiên. Hỏi rằng xác suất để người đó là đàn ông là bao nhiêu ?

Ví dụ. Được biết có $5^{0/0}$ đàn ông bị mù màu, và $0{,}25^{0/0}$ đàn bà bị mù màu. Giả sử số đàn ông bằng số đàn bà. Chọn 1 người bị mù màu một cách ngẫu nhiên. Hỏi rằng xác suất để người đó là đàn ông là bao nhiêu ?

Gọi A = "người được chọn là đàn ông", B = "người được chọn bị mù màu". Ta có $P(B|A) = 0.05$, $P(B|\overline{A}) = 0.0025$. Xác suất để một người mù màu được chọn là đàn ông là:
$P(A|B) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B|A).P(A)+P(B|\overline{A}).P(\overline{A})} = \frac{0{,}05.0{,}5}{0{,}05.0{,}5+0{,}0025.0.5} = 0.9524.$

Ví dụ. Được biết có $5^{0/0}$ đàn ông bị mù màu, và $0{,}25^{0/0}$ đàn bà bị mù màu. Giả sử số đàn ông bằng số đàn bà. Chọn 1 người bị mù màu một cách ngẫu nhiên. Hỏi rằng xác suất để người đó là đàn ông là bao nhiêu ?

Gọi A = "người được chọn là đàn ông", B = "người được chọn bị mù màu". Ta có $P(B|A) = 0.05$, $P(B|\overline{A}) = 0.0025$. Xác suất để một người mù màu được chọn là đàn ông là:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B|A).P(A)+P(B|\overline{A}).P(\overline{A})} = \frac{0{,}05.0{,}5}{0{,}05.0{,}5+0{,}0025.0.5} = 0.9524.$$

Ví dụ. Một hộp có 4 sản phẩm tốt được trộn lẫn với 2 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên lần lượt từ hộp ra 2 sản phẩm. Biết lấy ra sản phẩm ở lần 2 là sản phẩm tốt. Tìm xác suất để sản phẩm lấy ra ở làn 1 cũng là sản phẩm tốt.

Ví dụ. Được biết có $5^{0/0}$ đàn ông bị mù màu, và $0{,}25^{0/0}$ đàn bà bị mù màu. Giả sử số đàn ông bằng số đàn bà. Chọn 1 người bị mù màu một cách ngẫu nhiên. Hỏi rằng xác suất để người đó là đàn ông là bao nhiêu ?

Gọi A = "người được chọn là đàn ông", B = "người được chọn bị mù màu". Ta có $P(B|A) = 0.05$, $P(B|\overline{A}) = 0.0025$. Xác suất để một người mù màu được chọn là đàn ông là:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B|A).P(A)+P(B|\overline{A}).P(\overline{A})} = \frac{0{,}05.0{,}5}{0{,}05.0{,}5+0{,}0025.0.5} = 0.9524.$$

Ví dụ. Một hộp có 4 sản phẩm tốt được trộn lẫn với 2 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên lần lượt từ hộp ra 2 sản phẩm. Biết lấy ra sản phẩm ở lần 2 là sản phẩm tốt. Tìm xác suất để sản phẩm lấy ra ở làn 1 cũng là sản phẩm tốt.

Gọi A = "SP lấy ra lần 1 là tốt", B = "SP lấy ra lần 2 là tốt". Ta có P(A) = 4/6, $P(B|A) = 3/5$, $(\overline{A}) = 2/6$, $P(B|\overline{A}) = 4/5$. Xác suất cần tìm là:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B|A).P(A)+P(B|\overline{A}).P(\overline{A})} = \frac{4/6.3/5}{4/6.3/5+2/6.3/5} = 3/5$$

Bài 1. Gieo đồng thời 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tìm xác suất sao cho: a) Tổng số chấm ở mặt trên 2 con xúc xắc bằng 8; b) Số chấm mặt trên 2 con xúc xắc bằng nhau.

Bài 1. Gieo đồng thời 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tìm xác suất sao cho: a) Tổng số chấm ở mặt trên 2 con xúc xắc bằng 8; b) Số chấm mặt trên 2 con xúc xắc bằng nhau.

Bài 2. Một khóa số được lập nên bổ 6 vành ghép tiếp nối nhau quanh một trục. Mỗi vành đều chia thành 6 phần bằng nhau, trên mỗi phần ghi một chữ số. Khóa được mở khi mỗi vành đặt đúng vị trí đã xác định trước. Tìm xác suất để mở được khóa.

Bài 1. Gieo đồng thời 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tìm xác suất sao cho: a) Tổng số chấm ở mặt trên 2 con xúc xắc bằng 8; b) Số chấm mặt trên 2 con xúc xắc bằng nhau.

Bài 2. Một khóa số được lập nên bổ 6 vành ghép tiếp nối nhau quanh một trục. Mỗi vành đều chia thành 6 phần bằng nhau, trên mỗi phần ghi một chữ số. Khóa được mở khi mỗi vành đặt đúng vị trí đã xác định trước. Tìm xác suất để mở được khóa.

Bài 3. 12 hành khách lên tàu có 4 toa một cách ngẫu nhiên. Tìm xác suất để: a) toa 1 có 3 hành khách; b) toa 1 có 2 khách, toa 2 có 3 khách, toa 3 có 4 khách và toa 4 có 3 khách.

Bài 1. Gieo đồng thời 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tìm xác suất sao cho: a) Tổng số chấm ở mặt trên 2 con xúc xắc bằng 8; b) Số chấm mặt trên 2 con xúc xắc bằng nhau.

Bài 2. Một khóa số được lập nên bổ 6 vành ghép tiếp nối nhau quanh một trục. Mỗi vành đều chia thành 6 phần bằng nhau, trên mỗi phần ghi một chữ số. Khóa được mở khi mỗi vành đặt đúng vị trí đã xác định trước. Tìm xác suất để mở được khóa.

Bài 3. 12 hành khách lên tàu có 4 toa một cách ngẫu nhiên. Tìm xác suất để: a) toa 1 có 3 hành khách; b) toa 1 có 2 khách, toa 2 có 3 khách, toa 3 có 4 khách và toa 4 có 3 khách.

Bài 4. Một khách sạn có 6 phòng nhưng có 10 khách đến nghỉ trọ, trong đó có 6 nam, 4 nữ. Khách sạn phục vụ theo nguyên tắc "ai đến trước phục vụ trước, mỗi phòng nhận 1 người". Tìm xác suất để: a) cả 6 nam được nghỉ trọ; b) 4 nam và 2 nữ được nghỉ trọ; c) ít nhất 2 trong số 4 nữ được nghỉ trọ.

Bài 5. Giả sử một gia đình có 3 con. Khi đó xác suất để gia đình đó có 2 contrai 1 con gái là bao nhiêu.

Bài 5. Giả sử một gia đình có 3 con. Khi đó xác suất để gia đình đó có 2 contrai 1 con gái là bao nhiêu.

Bài 6. Có một nhóm n bạn, trong đó có hai bạn Nam và Hồng. Xếp các bạn trong nhóm thành một hàng dọc một cách ngẫu nhiên. Hỏi xác suất để Nam ở vị trí ngay sau Hồng trong hàng là bao nhiêu ?

Bài 5. Giả sử một gia đình có 3 con. Khi đó xác suất để gia đình đó có 2 contrai 1 con gái là bao nhiêu.

Bài 6. Có một nhóm n bạn, trong đó có hai bạn Nam và Hồng. Xếp các bạn trong nhóm thành một hàng dọc một cách ngẫu nhiên. Hỏi xác suất để Nam ở vị trí ngay sau Hồng trong hàng là bao nhiêu ?

Bài 7. Một nhóm có 5 người, với 5 tên khác nhau. Mỗi người viết tên của một người khác trong nhóm một cách ngẫu nhiên vào giấy. Tính xác suất để có 2 người trong nhóm viết tên của nhau.

Bài 5. Giả sử một gia đình có 3 con. Khi đó xác suất để gia đình đó có 2 contrai 1 con gái là bao nhiêu.

Bài 6. Có một nhóm n bạn, trong đó có hai bạn Nam và Hồng. Xếp các bạn trong nhóm thành một hàng dọc một cách ngẫu nhiên. Hỏi xác suất để Nam ở vị trí ngay sau Hồng trong hàng là bao nhiêu ?

Bài 7. Một nhóm có 5 người, với 5 tên khác nhau. Mỗi người viết tên của một người khác trong nhóm một cách ngẫu nhiên vào giấy. Tính xác suất để có 2 người trong nhóm viết tên của nhau.

Bài 8. Giả sử trong một giải bóng đá đấu loại trực tiếp có 8 đội A,B,C,D,E,F,G,H tham gia: vòng 1 có 4 trận, vòng 2 có 2 trận, vòng 3 (vòng cuối cùng)có 1 trận. Giá sử xác suất để mỗi đội thắng mỗi trận đều là 1/2,và các đội bắt thăm đểxem đội nào đấu với đội nào ở vòng đầu,các vòng sau thì được xếp theo kết quả vòng trước. Tính xác suất để đội A có đấu với độiB trong giải.

Bài 9. Một anh chàng có 2 cô bạn gái A và B, và không biết là thích cô nào hơn. Anh ta hay đi thăm các cô bạn một cách ngẫu nhiên: ra bến xe buýt, nếu gặp xe buýt đi tuyến đường đến nhà cô A trước thì đi lên xe đó thăm cô A, còn nếu gặp xe đi tuyến đường đến nhà cô B trước thì đi thăm cô B. Cả hai tuyến đường đều có xe đều đặn 10 phút một xe. Sau một thời gian dài, anh ta nhận ra rằng mình đi thăm cô bạn A nhiều gấp 3 lần cô bạn B. Có thể giải thích bằng xác suất tại sao ?

Bài 9. Một anh chàng có 2 cô bạn gái A và B, và không biết là thích cô nào hơn. Anh ta hay đi thăm các cô bạn một cách ngẫu nhiên: ra bến xe buýt, nếu gặp xe buýt đi tuyến đường đến nhà cô A trước thì đi lên xe đó thăm cô A, còn nếu gặp xe đi tuyến đường đến nhà cô B trước thì đi thăm cô B. Cả hai tuyến đường đều có xe đều đặn 10 phút một xe. Sau một thời gian dài, anh ta nhận ra rằng mình đi thăm cô bạn A nhiều gấp 3 lần cô bạn B. Có thể giải thích bằng xác suất tại sao ?

Bài 10. (Số may rủi). Giả sử có một loại xổ số chỉ có 100 số, từ 00 đến 99, mỗi lần quay có 1 số trúng giải.
i) Tính xác suất sao cho trong 100 lần quay, không có lần nào số 68 trúng giải.
ii) Tính xác suất để sao cho trong 100 lần quay, số 99 trúng giải đúng 2 lần.

Bài 11. Một lớp học có 36 học sinh. Hỏi rằng xác suất để có hai học sinh của lớp có cùng ngày sinh nhật là bao nhiêu ? (Viết công thức để tính số đó, và thử ước lượng xem số đó gần số nào hơn trong 3 số này: 0, $50^{0/0}$, 1?)

Bài 11. Một lớp học có 36 học sinh. Hỏi rằng xác suất để có hai học sinh của lớp có cùng ngày sinh nhật là bao nhiêu ? (Viết công thức để tính số đó, và thử ước lượng xem số đó gần số nào hơn trong 3 số này: 0, $50^{0/0}$, 1?)

Bài 12. Có 3 ngăn kéo, 1 ngăn có 2 đồng tiền vàng, 1 ngăn có 2 đồng tiền bạc, và 1 ngăn có 1 đồng tiền vàng và 1 đồng tiền bạc. Rút ra một ngăn kéo một cách ngẫu nhiên, và lôi ra từ ngăn kéo đó một đồng tiền một cách ngẫu nhiên. Giả sử được 1 đồng tiền vàng. Hỏi xác suất để ngăn kéo được rút ra là ngăn kéo chứa hai đồng tiền vàng bằng bao nhiêu?

Bài 13. Có ba người A, B, C bị bắt vào tù. Có lệnh thả hai trong số ba người này ra. Cai tù nhận được lệnh, nhưng đến hôm sau mới được công bố và thi hành lệnh. Người tù A bảo cai tù: hãy nói cho tôi biết tên 1 người được thả trong hai người B và C đi. Cai ngục trả lời: anh đang có xác suất được thả là 2/3. Nếu tôi nói tên một người được thả trong số hai người B và C, thì giữa anh và người còn lại chỉ còn một người được thả nữa thôi, bởi vậy xác suất để anh được thả sẽ giảm xuống còn 1/2. Tôi không muốn xác suất để anh được thả bị giảm đi, bởi vậy tôi sẽ không nói tên. Hỏi rằng người cai ngục lý luận như vậy có đúng không?

Bài 14. Hai kẻ trộm đeo mặt nạ, bị cảnh sát đuổi bắt, bèn vứt mặt nạ đi và trà trộn vào một đám đông. Cảnh sát bắt giữ toàn bộ đám đông, tổng cộng 60 người, và dùng máy phát hiện nói dối để điều tra xem ai trong đám đông là kẻ trộm. Biết rằng đối với kẻ trộm, xác suất bị máy nghi là có tội là $85^{0/0}$, nhưng đối với người vô tội, thì xác suất để bị máy nghi nhầm thành có tội là $7^{0/0}$. Giả sử X là một nhân vật trong đám đông bị máy nghi là có tội. Tính xác suất để X là kẻ trộm.

Bài 15. (Bò điên). Năm 2001 Cộng Đồng Châu Âu có làm một đợt kiểm tra rất rộng rãi các con bò để phát hiện những con bị bệnh bò điên. Không có xét nghiệm nào cho kết quả chính xác $100^{0/0}$. Một loại xét nghiệm, mà ở đây ta gọi là xét nghiệm A, cho kết quả như sau: khi con bò bị bệnh bò điên, thì xác suất để ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là $70^{0/0}$, còn khi con bò không bị bệnh, thì xác suất để xảy ra phản ứng dương tính trong xét nghiệm A là $10^{0/0}$. Biết rằng tỷ lệ bò bị mắc bệnh bò điên ở Hà Lan là 1,3 con trên 100000 con. Hỏi rằng khi một con bò ở Hà Lan phản ứng dương tính với xét nghiệm A, thì xác suất để nó bị mắc bệnh bò điên là bao nhiêu ?

1.1 Biến ngẫu nhiên

1.1 Biến ngẫu nhiên

"Biến" là cái có thể thay đổi. "Ngẫu nhiên" là khi người ta chưa xác định được cái gì đó, thì người ta gọi nó là ngẫu nhiên. Cái gì khi đã xác định được, thì thành "định tính", hết ngẫu nhiên.

1.1 Biến ngẫu nhiên

"Biến" là cái có thể thay đổi. "Ngẫu nhiên" là khi người ta chưa xác định được cái gì đó, thì người ta gọi nó là ngẫu nhiên. Cái gì khi đã xác định được, thì thành "định tính", hết ngẫu nhiên. Như vậy biến ngẫu nhiên là một đại lượng biến đổi, nó biểu thị giá trị của các sự kiện ngẫu nhiên.

1.1 Biến ngẫu nhiên

“Biến” là cái có thể thay đổi. “Ngẫu nhiên” là khi người ta chưa xác định được cái gì đó, thì người ta gọi nó là ngẫu nhiên. Cái gì khi đã xác định được, thì thành “định tính”, hết ngẫu nhiên. Như vậy biến ngẫu nhiên là một đại lượng biến đổi, nó biểu thị giá trị của các sự kiện ngẫu nhiên. "giá trị " ở đây được hiểu trong mọi phạm trù, ví dụ như màu sắc, hình dạng, phương hướng, v.v. Tuy nhiên, bằng các ánh xạ (không ngẫu nhiên), chúng ta có thể chuyển việc nghiên cứu mọi biến ngẫu nhiên về việc nghiên cứu các biến ngẫu nhiên nhận giá trị là các số.

1.1 Biến ngẫu nhiên

"Biến" là cái có thể thay đổi. "Ngẫu nhiên" là khi người ta chưa xác định được cái gì đó, thì người ta gọi nó là ngẫu nhiên. Cái gì khi đã xác định được, thì thành "định tính", hết ngẫu nhiên. Như vậy biến ngẫu nhiên là một đại lượng biến đổi, nó biểu thị giá trị của các sự kiện ngẫu nhiên. "giá trị " ở đây được hiểu trong mọi phạm trù, ví dụ như màu sắc, hình dạng, phương hướng, v.v. Tuy nhiên, bằng các ánh xạ (không ngẫu nhiên), chúng ta có thể chuyển việc nghiên cứu mọi biến ngẫu nhiên về việc nghiên cứu các biến ngẫu nhiên nhận giá trị là các số. Bởi vậy ở đây, khi nói đến một biến ngẫu nhiên mà không nói cụ thể nó nhận giá trị ở đâu, chúng ta sẽ hiểu là các giá trị của nó là các con số.

Ví dụ Tung con xúc xắc. Gọi X là số chấm xuất hiện trên mặt con xúc xắc, thế thì X là một biến ngẫu nhiên nhận các giá trị có thể là 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Ví dụ Tung con xúc xắc. Gọi X là số chấm xuất hiện trên mặt con xúc xắc, thế thì X là một biến ngẫu nhiên nhận các giá trị có thể là 1, 2, 3, 4, 5, 6. Ta gọi $\Omega = \{A_i, i = 1, ..., 6\}$, ở đây A_i = "xuất hiện mặt có i chấm", thế thì X chính là một hàm từ Ω vào $\mathbb{R}$ mà được xác định bởi $X(A_i) = i$ với mọi $A_i \in \Omega$.

Ví dụ Tung con xúc xắc. Gọi X là số chấm xuất hiện trên mặt con xúc xắc, thế thì X là một biến ngẫu nhiên nhận các giá trị có thể là 1, 2, 3, 4, 5, 6. Ta gọi $\Omega = \{A_i, i = 1, ..., 6\}$, ở đây A_i = "xuất hiện mặt có i chấm", thế thì X chính là một hàm từ Ω vào $\mathbb{R}$ mà được xác định bởi $X(A_i) = i$ với mọi $A_i \in \Omega$.

Ví dụ Tung đồng xu n lần. Mỗi lần tung nếu đồng xu xuất hiện mặt ngữa thì được 1 nghìn đồng còn nếu nó xuất hiện mặt sấp thì mất một nghìn đồng. Gọi X_i (i=1, 2,..., n) là số tiền nhận được của lần tung thứ i, X là số tiền nhận được sau n lần tung. Thế thì các X_i, X là những biến ngẫu nhiên.

Ví dụ Tung con xúc xắc. Gọi X là số chấm xuất hiện trên mặt con xúc xắc, thế thì X là một biến ngẫu nhiên nhận các giá trị có thể là 1, 2, 3, 4, 5, 6. Ta gọi $\Omega = \{A_i, i = 1, ..., 6\}$, ở đây A_i = "xuất hiện mặt có i chấm", thế thì X chính là một hàm từ Ω vào $\mathbb{R}$ mà được xác định bởi $X(A_i) = i$ với mọi $A_i \in \Omega$.

Ví dụ Tung đồng xu n lần. Mỗi lần tung nếu đồng xu xuất hiện mặt ngữa thì được 1 nghìn đồng còn nếu nó xuất hiện mặt sấp thì mất một nghìn đồng. Gọi X_i (i=1, 2,..., n) là số tiền nhận được của lần tung thứ i, X là số tiền nhận được sau n lần tung. Thế thì các X_i, X là những biến ngẫu nhiên.

Gọi $\Omega = \Omega_1 = .. = \Omega_n = \{S, N\}$. Khi đó $X_i : \Omega \to \mathbb{R}$ mà được xác định bởi $X_i(S) = -1$ và $X_i(N) = 1$.

Ví dụ Tung con xúc xắc. Gọi X là số chấm xuất hiện trên mặt con xúc xắc, thế thì X là một biến ngẫu nhiên nhận các giá trị có thể là 1, 2, 3, 4, 5, 6. Ta gọi $\Omega = \{A_i, i = 1, ..., 6\}$, ở đây A_i = "xuất hiện mặt có i chấm", thế thì X chính là một hàm từ Ω vào $\mathbb{R}$ mà được xác định bởi $X(A_i) = i$ với mọi $A_i \in \Omega$.

Ví dụ Tung đồng xu n lần. Mỗi lần tung nếu đồng xu xuất hiện mặt ngữa thì được 1 nghìn đồng còn nếu nó xuất hiện mặt sấp thì mất một nghìn đồng. Gọi X_i (i=1, 2,..., n) là số tiền nhận được của lần tung thứ i, X là số tiền nhận được sau n lần tung. Thế thì các X_i, X là những biến ngẫu nhiên.

Gọi $\Omega = \Omega_1 = .. = \Omega_n = \{S, N\}$. Khi đó $X_i : \Omega \to \mathbb{R}$ mà được xác định bởi $X_i(S) = -1$ và $X_i(N) = 1$.

Gọi $\Omega^* = \{\omega = (\omega_1, ..., \omega_n) : \omega_i \in \{S, N\}\}$, Ω^* là không gian mẫu của n lần tung đồng xu, nó có 2^n phần tử. Ta có $X : \Omega^* \to \mathbb{R}$ được xác định bởi $X(\omega) = \sum_{i=1}^{n} X_i(\omega_i)$.

Định nghĩa. Một biến ngẫu nhiên là một hàm $X : \Omega \to \mathbb{R}$ từ không gian mẫu Ω vào $\mathbb{R}$.

Định nghĩa. Một biến ngẫu nhiên là một hàm $X : \Omega \to \mathbb{R}$ từ không gian mẫu Ω vào $\mathbb{R}$.

Ta ký hiệu biến ngẫu nhiên bằng các chữ in hoa như X, Y,...

Định nghĩa. Một biến ngẫu nhiên là một hàm $X : \Omega \to \mathbb{R}$ từ không gian mẫu Ω vào $\mathbb{R}$.

Ta ký hiệu biến ngẫu nhiên bằng các chữ in hoa như X, Y,...

1.2 Hàm phân phối của biến ngẫu nhiên

Định nghĩa. Một biến ngẫu nhiên là một hàm $X : \Omega \to \mathbb{R}$ từ không gian mẫu Ω vào $\mathbb{R}$.

Ta ký hiệu biến ngẫu nhiên bằng các chữ in hoa như X, Y,...

1.2 Hàm phân phối của biến ngẫu nhiên

Với $B \subset \overline{\mathbb{R}} = (-\infty, +\infty)$, $a, b \in \overline{\mathbb{R}}$, ta dùng các ký hiệu sau:

$$(X \in B) = \{\omega \in \Omega : X(\omega) \in B\}$$
$$(X = a) = \{\omega \in \Omega : X(\omega) = a\}$$
$$(a < X) = \{\omega \in \Omega : a < X(\omega)\}$$

Tương tự cho các dấu $\leq$, $>$, $\geq$.

Định nghĩa. Một biến ngẫu nhiên là một hàm $X : \Omega \to \mathbb{R}$ từ không gian mẫu Ω vào $\mathbb{R}$.

Ta ký hiệu biến ngẫu nhiên bằng các chữ in hoa như X, Y,...

1.2 Hàm phân phối của biến ngẫu nhiên

Với $B \subset \overline{\mathbb{R}} = (-\infty, +\infty)$, $a, b \in \overline{\mathbb{R}}$, ta dùng các ký hiệu sau:

$$(X \in B) = \{\omega \in \Omega : X(\omega) \in B\}$$
$$(X = a) = \{\omega \in \Omega : X(\omega) = a\}$$
$$(a < X) = \{\omega \in \Omega : a < X(\omega)\}$$

Tương tự cho các dấu $\leq$, $>$, $\geq$.

Ký hiệu $\mathcal{B} = \Big\{ B \subset \overline{\mathbb{R}}$: $B = \bigcup_{i\in I} \Lambda_i$ hoặc $B = \bigcap_{i \in I} \Lambda_i$, Λ_i có dạng $(a, b]$, $[a, b]$, $[a, b)$, (a, b), I đếm được $\Big\}$.

Họ $\mathcal{B}$ được gọi là σ-đại số Borel.

Định nghĩa Giả sử $X : \Omega \to \mathbb{R}$ là một biến ngẫu nhiên. Khi đó hàm $P_X : \mathcal{B} \to [0, 1]$ xác định bởi: với mọi $B \in \mathcal{B}$,

$$P_X(B) = P(X \in B),$$

được gọi là phân bố (hoặc phân phối) xác suất của X.

Định nghĩa Giả sử $X : \Omega \to \mathbb{R}$ là một biến ngẫu nhiên. Khi đó hàm $P_X : \mathcal{B} \to [0, 1]$ xác định bởi: với mọi $B \in \mathcal{B}$,

$$P_X(B) = P(X \in B),$$

được gọi là phân bố (hoặc phân phối) xác suất của X.

Nếu $B = (-\infty, x]$, $x \in \mathbb{R}$ thì xác suất

$$P_X(-\infty, x] = P(X \leq x) = P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x\})$$

là một hàm biến x, ký hiệu $F_X(x)$. Ta có định nghĩa sau

Định nghĩa Giả sử $X : \Omega \to \mathbb{R}$ là một biến ngẫu nhiên. Khi đó hàm $P_X : \mathcal{B} \to [0, 1]$ xác định bởi: với mọi $B \in \mathcal{B}$,

$$P_X(B) = P(X \in B),$$

được gọi là phân bố (hoặc phân phối) xác suất của X.

Nếu $B = (-\infty, x]$, $x \in \mathbb{R}$ thì xác suất

$$P_X(-\infty, x] = P(X \le x) = P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \le x\})$$

là một hàm biến x, ký hiệu $F_X(x)$. Ta có định nghĩa sau

Định nghĩa Hàm phân phối của biến ngẫu nhiên X là hàm $F_X : \mathbb{R} \to [0, 1]$ xác định bởi: với mọi $x \in \mathbb{R}$, $F_X(x) = P_X(-\infty, x]$ $=P(X \le x)$.

Định nghĩa Giả sử $X : \Omega \to \mathbb{R}$ là một biến ngẫu nhiên. Khi đó hàm $P_X : \mathcal{B} \to [0,1]$ xác định bởi: với mọi $B \in \mathcal{B}$,

$$P_X(B) = P(X \in B),$$

được gọi là phân bố (hoặc phân phối) xác suất của X.

Nếu $B = (-\infty, x]$, $x \in \mathbb{R}$ thì xác suất

$$P_X(-\infty, x] = P(X \leq x) = P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x\})$$

là một hàm biến x, ký hiệu $F_X(x)$. Ta có định nghĩa sau

Định nghĩa Hàm phân phối của biến ngẫu nhiên X là hàm $F_X : \mathbb{R} \to [0,1]$ xác định bởi: với mọi $x \in \mathbb{R}$, $F_X(x) = P_X(-\infty, x]$ $= P(X \leq x)$.

Ví dụ. Gieo một lần một đồng xu cân đối và đồng chất. Gọi X Là số lần xuất hiện mặt sấp. Thế thì X là biến ngẫu nhiên.

Định nghĩa Giả sử $X : \Omega \to \mathbb{R}$ là một biến ngẫu nhiên. Khi đó hàm $P_X : \mathcal{B} \to [0,1]$ xác định bởi: với mọi $B \in \mathcal{B}$,

$$P_X(B) = P(X \in B),$$

được gọi là phân bố (hoặc phân phối) xác suất của X.

Nếu $B = (-\infty, x]$, $x \in \mathbb{R}$ thì xác suất

$$P_X(-\infty, x] = P(X \leq x) = P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq x\})$$

là một hàm biến x, ký hiệu $F_X(x)$. Ta có định nghĩa sau

Định nghĩa Hàm phân phối của biến ngẫu nhiên X là hàm $F_X : \mathbb{R} \to [0,1]$ xác định bởi: với mọi $x \in \mathbb{R}$, $F_X(x) = P_X(-\infty, x]$ $= P(X \leq x)$.

<u>Ví dụ</u>. Gieo một lần một đồng xu cân đối và đồng chất. Gọi X Là số lần xuất hiện mặt sấp. Thế thì X là biến ngẫu nhiên. Ta có $\Omega = \{S, N\}$, $X : \Omega \to \mathbb{R}$ xác định bởi

$$X(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{if } \omega = N, \\ 1 & \text{if } \omega = S. \end{cases}$$

$$X(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{if } \omega = N, \\ 1 & \text{if } \omega = S. \end{cases}$$

Ta có hàm phân phối xác suất của X là

$$X(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{if } \omega = N, \\ 1 & \text{if } \omega = S. \end{cases}$$

Ta có hàm phân phối xác suất của X là

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} P(\emptyset) & \text{if } x < 0, \\ P(N) & \text{if } 0 \leq x < 1, \\ P(\Omega) & \text{if } x \geq 1 \end{cases}$$

$$X(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{if } \omega = N, \\ 1 & \text{if } \omega = S. \end{cases}$$

Ta có hàm phân phối xác suất của X là

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} P(\emptyset) & \text{if } x < 0, \\ P(N) & \text{if } 0 \leq x < 1, \\ P(\Omega) & \text{if } x \geq 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{if } x < 0, \\ \frac{1}{2} & \text{if } 0 \leq x < 1, \\ 1 & \text{if } x \geq 1 \end{cases}$$

$$X(\omega) = \begin{cases} 0 & \text{if } \omega = N, \\ 1 & \text{if } \omega = S. \end{cases}$$

Ta có hàm phân phối xác suất của X là

$$F_X(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} P(\emptyset) & \text{if } x < 0, \\ P(N) & \text{if } 0 \leq x < 1, \\ P(\Omega) & \text{if } x \geq 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{if } x < 0, \\ \frac{1}{2} & \text{if } 0 \leq x < 1, \\ 1 & \text{if } x \geq 1 \end{cases}$$

Bài tập. Tung con xúc xắc cân đối và đồng chất một lần. Gọi X là số chấm ở mặt trên của con xúc xắc. Viết hàm phân phối của X.

(+) Nếu biết hàm phân phối F_X, thì ta có thể tính được xác suất sau

$$(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a),$$

$$P(a \leq X \leq b) = F_X(b) - \lim_{x \to a^-} F_X(x).$$

(+) Nếu biết hàm phân phối F_X, thì ta có thể tính được xác suất sau

$$(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a),$$

$$P(a \leq X \leq b) = F_X(b) - \lim_{x \to a^-} F_X(x).$$

(+) Hàm phân phối F_X của một biến ngẫu nhiên X thỏa mãn 4 tính chất sau:

(+) Nếu biết hàm phân phối F_X, thì ta có thể tính được xác suất sau

$$(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a),$$

$$P(a \leq X \leq b) = F_X(b) - \lim_{x \to a^-} F_X(x).$$

(+) Hàm phân phối F_X của một biến ngẫu nhiên X thỏa mãn 4 tính chất sau:

1) Đơn điệu không giảm: $F_X(x) \geq F_X(y)$ với mọi $x \geq y$,

(+) Nếu biết hàm phân phối F_X, thì ta có thể tính được xác suất sau

$$(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a),$$

$$P(a \leq X \leq b) = F_X(b) - \lim_{x \to a^-} F_X(x).$$

(+) Hàm phân phối F_X của một biến ngẫu nhiên X thỏa mãn 4 tính chất sau:

1) Đơn điệu không giảm: $F_X(x) \geq F_X(y)$ với mọi $x \geq y$,

2) Liên tục bên phải: $\lim_{\epsilon \to 0^+} F_X(x + \epsilon) = F_X(x)$ với mọi x,

(+) Nếu biết hàm phân phối F_X, thì ta có thể tính được xác suất sau

$$(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a),$$

$$P(a \leq X \leq b) = F_X(b) - \lim_{x \to a^-} F_X(x).$$

(+) Hàm phân phối F_X của một biến ngẫu nhiên X thỏa mãn 4 tính chất sau:

1) Đơn điệu không giảm: $F_X(x) \geq F_X(y)$ với mọi $x \geq y$,

2) Liên tục bên phải: $\lim_{\epsilon \to 0^+} F_X(x + \epsilon) = F_X(x)$ với mọi x,

3) $\lim_{x \to -\infty} F_X(x) = 0$,

(+) Nếu biết hàm phân phối F_X, thì ta có thể tính được xác suất sau

$$(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a),$$

$$P(a \leq X \leq b) = F_X(b) - \lim_{x \to a^-} F_X(x).$$

(+) Hàm phân phối F_X của một biến ngẫu nhiên X thỏa mãn 4 tính chất sau:

1) Đơn điệu không giảm: $F_X(x) \geq F_X(y)$ với mọi $x \geq y$,

2) Liên tục bên phải: $\lim_{\epsilon \to 0^+} F_X(x + \epsilon) = F_X(x)$ với mọi x,

3) $\lim_{x \to -\infty} F_X(x) = 0$,

4) $\lim_{x \to +\infty} F_X(x) = 1$.

1.3 Phân phối rời rạc

1.3 Phân phối rời rạc

1.3.1 Phân phối rời rạc

1.3 Phân phối rời rạc

1.3.1 Phân phối rời rạc

Định nghĩa. Biến ngẫu nhiên X gọi là rời rạc nếu nó chỉ nhận hữu hạn hoặc đếm được các giá trị $x_1, x_2, ..., x_n, ...$.

1.3 Phân phối rời rạc

1.3.1 Phân phối rời rạc

Định nghĩa. Biến ngẫu nhiên X gọi là rời rạc nếu nó chỉ nhận hữu hạn hoặc đếm được các giá trị $x_1, x_2, ..., x_n, ...$.

Phân phối xác suất P_X của biến ngẫu nhiên rời rạc X gọi là phân phối rời rạc, tức là

$$P(X = x_k) = p_k; k = 1, 2, ...; \sum_{k=1}^{\infty} p_k = 1.$$

1.3 Phân phối rời rạc

1.3.1 Phân phối rời rạc

Định nghĩa. Biến ngẫu nhiên X gọi là rời rạc nếu nó chỉ nhận hữu hạn hoặc đếm được các giá trị $x_1, x_2, ..., x_n, ...$.

Phân phối xác suất P_X của biến ngẫu nhiên rời rạc X gọi là phân phối rời rạc, tức là

$$P(X = x_k) = p_k; k = 1, 2, ...; \sum_{k=1}^{\infty} p_k = 1.$$

Hoặc có thể viết dưới dạng bảng

X	x_1	x_2	...	x_n	...
$P(X = x_k)$	p_1	p_2	...	p_n	...

Bảng này gọi là bảng phân phối xác suất. Như vậy phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc X tập trung trên tập hợp các điểm hạt $x_1, x_2, ..., x_n, ...$ của X.

Hàm phân phối của biến ngẫu nhiên rời rạc có dạng

Hàm phân phối của biến ngẫu nhiên rời rạc có dạng

$$F_X(x) = \sum_{\{k: x_k \le x\}} p_k = \begin{cases} 0 & \text{if } x < x_1, \\ p_1 & \text{if } x_1 \le x < x_2 \\ \dots & \\ p_1 + p_2 + \dots + p_k & \text{if } x_k \le x < x_{k+1} \\ \dots & \end{cases}$$

Hàm phân phối của biến ngẫu nhiên rời rạc có dạng

$$F_X(x) = \sum_{\{k: x_k \le x\}} p_k = \begin{cases} 0 & \text{if } x < x_1, \\ p_1 & \text{if } x_1 \le x < x_2 \\ \dots & \\ p_1 + p_2 + \dots + p_k & \text{if } x_k \le x < x_{k+1} \\ \dots & \end{cases}$$

<u>Ví dụ</u> Biến ngẫu nhiên X có phân phối xác suất như sau

X	-1	0	1
$P(X = x_k)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

Tìm hàm phân phối xác suất của X và tính $P(-1 < X \le 0.5)$.

Ta có

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < -1, \\ \frac{1}{3} & \text{if } -1 \leq x < 0 \\ \frac{2}{3} & \text{if } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{if } 1 \leq x \end{cases}$$

Và $P(-1 < X \leq 0.5) = F_X(0.5) - F(-1) = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.

Ta có

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < -1, \\ \frac{1}{3} & \text{if } -1 \leq x < 0 \\ \frac{2}{3} & \text{if } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{if } 1 \leq x \end{cases}$$

Và $P(-1 < X \leq 0.5) = F_X(0.5) - F(-1) = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.

Bài tập. Gieo 1 lần một con xúc xắc. Gọi X là số chấm xuất hiện ở mặt trên của con xúc xắc. Tìm phân phối xác suất của Xvà viết hàm phân phối xác suất của X.

Ta có

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < -1, \\ \frac{1}{3} & \text{if } -1 \leq x < 0 \\ \frac{2}{3} & \text{if } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{if } 1 \leq x \end{cases}$$

Và $P(-1 < X \leq 0.5) = F_X(0.5) - F(-1) = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.

Bài tập. Gieo 1 lần một con xúc xắc. Gọi X là số chấm xuất hiện ở mặt trên của con xúc xắc. Tìm phân phối xác suất của Xvà viết hàm phân phối xác suất của X.

Bài tập. Một lô sản phẩm có N sản phẩm trong đó có m sản phẩm tốt. Chọn 1 lần n sản phẩm từ lô hàng. Gọi X là số sản phẩm tốt trong n sản phẩm lấy ra. Tìm phân phối xác suất của Xvà viết hàm phân phối xác suất của nó.

1.3.2 Vài phân phối rời rạc thường gặp

1.3.2 Vài phân phối rời rạc thường gặp

a) Phân phối siêu bội

1.3.2 Vài phân phối rời rạc thường gặp

a) Phân phối siêu bội Xét một tập gồm N phần tử trong đó có M phần tử có tính chất A nào đó. Lấy ngẫu nhiên từ tập hợp ra n phần tử. Gọi X là số phần tử có tính chất A trong n phần tử lấy ra.

1.3.2 Vài phân phối rời rạc thường gặp

a) Phân phối siêu bội Xét một tập gồm N phần tử trong đó có M phần tử có tính chất A nào đó. Lấy ngẫu nhiên từ tập hợp ra n phần tử. Gọi X là số phần tử có tính chất A trong n phần tử lấy ra. Ta có

$$P(X = x) = \frac{C_M^x C_{N-M}^{n-x}}{C_N^n}; \quad x = 0, 1, ..., n \tag{1}$$

1.3.2 Vài phân phối rời rạc thường gặp

a) Phân phối siêu bội Xét một tập gồm N phần tử trong đó có M phần tử có tính chất A nào đó. Lấy ngẫu nhiên từ tập hợp ra n phần tử. Gọi X là số phần tử có tính chất A trong n phần tử lấy ra. Ta có

$$P(X = x) = \frac{C_M^x C_{N-M}^{n-x}}{C_N^n}; \quad x = 0, 1, ..., n \tag{1}$$

Biến ngẫu nhiên rời rạc X nhận một trong các giá trị 0, 1, 2,..., n với các xác suất tương ứng được tính theo công thức (1) được gọi là có phân phối siêu bội với tham số N, M, n.

b) Phân phối nhị thức

b) Phân phối nhị thức Giả sử một phép thử chỉ có 2 sự kiện xảy ra là A hoặc $\overline{A}$ với $P(A) = p$ không đổi. Thực hiện phép thử n lần ta được một dãy phép thử (dãy phép thử này được gọi là dãy phép thử Bernoulli). Gọi X là số lần xuất hiện sự kiện A trong n lần thử.

b) Phân phối nhị thức Giả sử một phép thử chỉ có 2 sự kiện xảy ra là A hoặc $\overline{A}$ với $P(A) = p$ không đổi. Thực hiện phép thử n lần ta được một dãy phép thử (dãy phép thử này được gọi là dãy phép thử Bernoulli). Gọi X là số lần xuất hiện sự kiện A trong n lần thử. Ta có

$$P(X = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}; \quad k = 0, 1, ..., n \tag{2}$$

b) Phân phối nhị thức Giả sử một phép thử chỉ có 2 sự kiện xảy ra là A hoặc $\overline{A}$ với $P(A) = p$ không đổi. Thực hiện phép thử n lần ta được một dãy phép thử (dãy phép thử này được gọi là dãy phép thử Bernoulli). Gọi X là số lần xuất hiện sự kiện A trong n lần thử. Ta có

$$P(X = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}; \quad k = 0, 1, ..., n \tag{2}$$

Biến ngẫu nhiên rời rạc X nhận một trong các giá trị 0, 1, 2,..., n với các xác suất tương ứng được tính theo công thức (2) được gọi là có phân phối nhị thức với tham số n và p.

b) Phân phối nhị thức Giả sử một phép thử chỉ có 2 sự kiện xảy ra là A hoặc $\overline{A}$ với $P(A) = p$ không đổi. Thực hiện phép thử n lần ta được một dãy phép thử (dãy phép thử này được gọi là dãy phép thử Bernoulli). Gọi X là số lần xuất hiện sự kiện A trong n lần thử. Ta có

$$P(X = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k}; \quad k = 0, 1, ..., n \tag{2}$$

Biến ngẫu nhiên rời rạc X nhận một trong các giá trị 0, 1, 2,..., n với các xác suất tương ứng được tính theo công thức (2) được gọi là có phân phối nhị thức với tham số n và p.

Ví dụ Gieo liên tiếp 3 lần một đồng xu. Gọi X là số lần xuất hiện mặt sấp trong 3 lần gieo. Tìm phân phối xác suất của X. Viết hàm phân phối của X. Tính xác suất đẻ trong 3 lần gieo có nhiều nhất 1 lần xuất hiện mặt sấp.

Xem 3 lần gieo như tiến hành 3 phép thử. Xác suất để mặt sấp xuất hiện trong 1 lần thử là $p = 1/2$. Ta có

$$P(X = k) = C_3^k(\frac{1}{2})^k(\frac{1}{2})^{3-k} = \frac{1}{2^3}C_3^k; \quad k = 0, 1, 2, 3$$

Hàm phân phối: $F_X(x) = \frac{1}{2^3}\sum_{k \leq x} C_3^k; \quad x \in \mathbb{R}.$

Xem 3 lần gieo như tiến hành 3 phép thử. Xác suất để mặt sấp xuất hiện trong 1 lần thử là $p = 1/2$. Ta có

$$P(X = k) = C_3^k (\frac{1}{2})^k (\frac{1}{2})^{3-k} = \frac{1}{2^3} C_3^k; \quad k = 0, 1, 2, 3$$

Hàm phân phối: $F_X(x) = \frac{1}{2^3} \sum_{k \le x} C_3^k; \quad x \in \mathbb{R}$.
Xác suất phải tìm là: $P(X \le 1) = \sum_{k=0}^{1} \frac{1}{2^3} C_3^k = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$.

Xem 3 lần gieo như tiến hành 3 phép thử. Xác suất để mặt sấp xuất hiện trong 1 lần thử là $p = 1/2$. Ta có

$$P(X = k) = C_3^k(\frac{1}{2})^k(\frac{1}{2})^{3-k} = \frac{1}{2^3}C_3^k; \quad k = 0, 1, 2, 3$$

Hàm phân phối: $F_X(x) = \frac{1}{2^3}\sum_{k\le x} C_3^k; \quad x \in \mathbb{R}$.
Xác suất phải tìm là: $P(X \le 1) = \sum_{k=0}^{1} \frac{1}{2^3}C_3^k = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{1}{2}$.

Bài tập. Tỷ lệ phế phẩm trong một lô sản phẩm là $3^{0/0}$. lấy ngẫu nhiên 100 sản phẩm để kiểm tra. Tìm xác suất để trong đó: a) có 3 phế phẩm; b) có không quá 3 phế phẩm.

Xem 3 lần gieo như tiến hành 3 phép thử. Xác suất để mặt sấp xuất hiện trong 1 lần thử là $p = 1/2$. Ta có

$$P(X = k) = C_3^k(\frac{1}{2})^k(\frac{1}{2})^{3-k} = \frac{1}{2^3}C_3^k; \quad k = 0, 1, 2, 3$$

Hàm phân phối: $F_X(x) = \frac{1}{2^3}\sum_{k \leq x} C_3^k; \quad x \in \mathbb{R}.$
Xác suất phải tìm là: $P(X \leq 1) = \sum_{k=0}^{1} \frac{1}{2^3}C_3^k = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{1}{2}.$

Bài tập. Tỷ lệ phế phẩm trong một lô sản phẩm là $3^{0/0}$. lấy ngẫu nhiên 100 sản phẩm để kiểm tra. Tìm xác suất để trong đó: a) có 3 phế phẩm; b) có không quá 3 phế phẩm.

Bài tập. Giả sử mỗi lần sinh một con. Một gia đình có 3 con, xác suất để gia đình đó có 2 con trai bằng bao nhiêu?

c) Phân phối hình học

c) Phân phối hình học Giả sử một phép thử chỉ có 2 sự kiện xảy ra là A hoặc $\overline{A}$ với $P(A) = p$ không đổi. Thực hiện liên tiếp phép thử . Gọi X là số lần thử cho đến khi sự kiện A xảy ra.

c) Phân phối hình học Giả sử một phép thử chỉ có 2 sự kiện xảy ra là A hoặc $\overline{A}$ với $P(A) = p$ không đổi. Thực hiện liên tiếp phép thử . Gọi X là số lần thử cho đến khi sự kiện A xảy ra. Ta có

$$P(X = k) = p(1-p)^{k-1}; \quad k \in \mathbb{N}. \tag{3}$$

c) Phân phối hình học Giả sử một phép thử chỉ có 2 sự kiện xảy ra là A hoặc $\overline{A}$ với $P(A) = p$ không đổi. Thực hiện liên tiếp phép thử . Gọi X là số lần thử cho đến khi sự kiện A xảy ra. Ta có

$$P(X = k) = p(1-p)^{k-1}; \quad k \in \mathbb{N}. \tag{3}$$

Biến ngẫu nhiên rời rạc X nhận một trong các giá trị trong tập số tự nhiên $\mathbb{N}$ với các xác suất tương ứng được tính theo công thức (3) được gọi là có phân phối hình học với tham số p.

c) Phân phối hình học Giả sử một phép thử chỉ có 2 sự kiện xảy ra là A hoặc $\overline{A}$ với $P(A) = p$ không đổi. Thực hiện liên tiếp phép thử . Gọi X là số lần thử cho đến khi sự kiện A xảy ra. Ta có

$$P(X = k) = p(1 - p)^{k-1}; \quad k \in \mathbb{N}. \tag{3}$$

Biến ngẫu nhiên rời rạc X nhận một trong các giá trị trong tập số tự nhiên $\mathbb{N}$ với các xác suất tương ứng được tính theo công thức (3) được gọi là có phân phối hình học với tham số p.

Ví dụ. Một người chơi trò tung vòng vào cổ chai, tung đến bao giờ trúng thì thôi. Xác suất để tung trúng mỗi lần là $2/3$. Xác suất để sao cho tung 4 lần đầu trượt, nhưng lần thứ 5 trúng là bao nhiêu?

c) Phân phối hình học Giả sử một phép thử chỉ có 2 sự kiện xảy ra là A hoặc $\overline{A}$ với $P(A) = p$ không đổi. Thực hiện liên tiếp phép thử . Gọi X là số lần thử cho đến khi sự kiện A xảy ra. Ta có

$$P(X = k) = p(1 - p)^{k-1}; \quad k \in \mathbb{N}. \tag{3}$$

Biến ngẫu nhiên rời rạc X nhận một trong các giá trị trong tập số tự nhiên $\mathbb{N}$ với các xác suất tương ứng được tính theo công thức (3) được gọi là có phân phối hình học với tham số p.

Ví dụ. Một người chơi trò tung vòng vào cổ chai, tung đến bao giờ trúng thì thôi. Xác suất để tung trúng mỗi lần là $2/3$. Xác suất để sao cho tung 4 lần đầu trượt, nhưng lần thứ 5 trúng là bao nhiêu?

Gọi X là số lần phải tung cho đến khi tung trúng. Khi đó X là một biến ngẫu nhiên nhận giá trị trong $\mathbb{N}$. Xác suất để sao cho tung 4 lần đầu trượt, nhưng lần thứ 5 trúng, là $P(X = 5) = \frac{2}{3}(1 - \frac{2}{3})^{5-1} = \frac{2}{3^5}$.

Bài tập. Tiến hành bắn không hạn định vào một tấm bia. xác suất để mỗi viên đạn trúng đích là 0.2. bắn cho tới khi nào trúng bia thì ngừng bắn. Gọi X là số viên đạn cần bắn để lần đầu trúng bia. Tìm phân phối xác suất của X. Tìm hàm phân phối của X.

Bài tập. Tiến hành bắn không hạn định vào một tấm bia. xác suất để mỗi viên đạn trúng đích là 0.2. bắn cho tới khi nào trúng bia thì ngừng bắn. Gọi X là số viên đạn cần bắn để lần đầu trúng bia. Tìm phân phối xác suất của X. Tìm hàm phân phối của X.

Bài tập. Một gia đình muốn sinh con trai. Xác suất để sau 3 lần sinh thì được con trai bằng bao nhiêu?

Bài tập. Tiến hành bắn không hạn định vào một tấm bia. xác suất để mỗi viên đạn trúng đích là 0.2. bắn cho tới khi nào trúng bia thì ngừng bắn. Gọi X là số viên đạn cần bắn để lần đầu trúng bia. Tìm phân phối xác suất của X. Tìm hàm phân phối của X.

Bài tập. Một gia đình muốn sinh con trai. Xác suất để sau 3 lần sinh thì được con trai bằng bao nhiêu?

d) Phân phối Poisson

Bài tập. Tiến hành bắn không hạn định vào một tấm bia. xác suất để mỗi viên đạn trúng đích là 0.2. bắn cho tới khi nào trúng bia thì ngừng bắn. Gọi X là số viên đạn cần bắn để lần đầu trúng bia. Tìm phân phối xác suất của X. Tìm hàm phân phối của X.

Bài tập. Một gia đình muốn sinh con trai. Xác suất để sau 3 lần sinh thì được con trai bằng bao nhiêu?

d) Phân phối Poisson Một biến ngẫu nhiên X được gọi là có phân bố Poisson với tham số λ, nếu như các giá trị của nó là các số nguyên không âm, và với mọi $k \in \mathbb{Z}_+$ ta có: $P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$.

Bài tập. Tiến hành bắn không hạn định vào một tấm bia. xác suất để mỗi viên đạn trúng đích là 0.2. bắn cho tới khi nào trúng bia thì ngừng bắn. Gọi X là số viên đạn cần bắn để lần đầu trúng bia. Tìm phân phối xác suất của X. Tìm hàm phân phối của X.

Bài tập. Một gia đình muốn sinh con trai. Xác suất để sau 3 lần sinh thì được con trai bằng bao nhiêu?

d) Phân phối Poisson Một biến ngẫu nhiên X được gọi là có phân bố Poisson với tham số λ, nếu như các giá trị của nó là các số nguyên không âm, và với mọi $k \in \mathbb{Z}_+$ ta có: $P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$.

Phân bố Poisson là giới hạn của phân bố nhị thức với các tham số $p = \frac{\lambda}{n}$ và n, khi n tiến tới vô cùng, tức là

$$\lim_{n\to\infty} C_n^k \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{n-k} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}.$$

Bài tập. Tiến hành bắn không hạn định vào một tấm bia. xác suất để mỗi viên đạn trúng đích là 0.2. bắn cho tới khi nào trúng bia thì ngừng bắn. Gọi X là số viên đạn cần bắn để lần đầu trúng bia. Tìm phân phối xác suất của X. Tìm hàm phân phối của X.

Bài tập. Một gia đình muốn sinh con trai. Xác suất để sau 3 lần sinh thì được con trai bằng bao nhiêu?

d) Phân phối Poisson Một biến ngẫu nhiên X được gọi là có phân bố Poisson với tham số λ, nếu như các giá trị của nó là các số nguyên không âm, và với mọi $k \in \mathbb{Z}_+$ ta có: $P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$.

Phân bố Poisson là giới hạn của phân bố nhị thức với các tham số $p = \frac{\lambda}{n}$ và n, khi n tiến tới vô cùng, tức là

$$\lim_{n\to\infty} C_n^k(\frac{\lambda}{n})^k(1 - \frac{\lambda}{n})^{n-k} = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}.$$

Như vậy ta có công thức xấp xỉ: với n khá lớn và p khá bé, đặt $\lambda = np$ ta có $C_n^k p^k(1-p)^{n-k} \approx \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$.

Ví dụ. Một lô bóng đèn điện tử gồm 10000 bóng. xác suất để mỗi bóng hỏng là 0,001. Tìm xác suất để trong lô đó có: a) có đúng 3 bóng hỏng; b) có nhiều nhất 10 bóng hỏng.

Gọi X là số bóng hỏng, thế thì X có phân phối nhị thức với các tham số p=0,001 và n=10000. Vì ở đay p khá bé và n khá lớn nên ta thay xấp xỉ phân phối nhị thức

$$C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

với $\lambda = np = 0,001.10000 = 10.$

a) xác suất để có 3 bóng hỏng là

$$P(X=3) = C_{10000}^3 (0.001)^3 (1-0,001)^{10000-3} \approx \frac{10^3}{3!} e^{-10}.$$

b) Xác suất để có nhiều nhất 10 bóng hỏng là

$$P(X \le 10) = \sum_{k=0}^{10} \frac{10^k}{k!} e^{-10}.$$

1.4 Phân phối liên tục

1.4.1 Phân phối liên tục

1.4 Phân phối liên tục

1.4.1 Phân phối liên tục

Một phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên X được gọi là liên tục nếu như hàm phân phối xác suất F_X là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$.

1.4 Phân phối liên tục

1.4.1 Phân phối liên tục

Một phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên X được gọi là liên tục nếu như hàm phân phối xác suất F_X là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Nó được gọi là liên tục tuyệt đối nếu như như tồn tại một hàm số $f_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ khả tích và không âm, sao cho với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)dt.$$

1.4 Phân phối liên tục

1.4.1 Phân phối liên tục

Một phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên X được gọi là liên tục nếu như hàm phân phối xác suất F_X là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Nó được gọi là liên tục tuyệt đối nếu như như tồn tại một hàm số $f_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ khả tích và không âm, sao cho với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)dt.$$

Hàm $f_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ thoả mãn điều kiện như trên gọi là hàm mật độ của X.

1.4 Phân phối liên tục

1.4.1 Phân phối liên tục

Một phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên X được gọi là liên tục nếu như hàm phân phối xác suất F_X là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Nó được gọi là liên tục tuyệt đối nếu như như tồn tại một hàm số $f_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ khả tích và không âm, sao cho với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} f_X(t)dt.$$

Hàm $f_X : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ thoả mãn điều kiện như trên gọi là hàm mật độ của X.

Từ *định lý đạo hàm theo cận trên* ta có $F'_X(x) = f_X(x)$ tại các điểm liên tục của f_X. Từ tính chất của hàm phân phối ta có

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)dx = 1; \qquad P(a \leq X \leq b) = \int_{a}^{b} f_X(x)dx.$$

Ví dụ Cho hàm mật độ của biến ngẫu nhiên X là $f_X(x) = \frac{A}{1+x^2}$.

a) Tìm A; b) Tìm hàm phân phối của X.

Ta có $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A}{1+x^2} dx = 1$ hay $A.\arctan x|_{-\infty}^{+\infty} = A(\frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2})) = A\pi$ =1. Do đó $A = \frac{1}{\pi}$.

Hàm phân phối của X là: $F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\pi(1+t^2)} dt = \frac{1}{\pi}\arctan t|_{-\infty}^{x}$ $= \frac{1}{\pi}(\arctan x - \arctan(-\infty)) = \frac{1}{\pi}\arctan x + \frac{1}{2}$.

Ví dụ Cho hàm mật độ của biến ngẫu nhiên X là $f_X(x) = \frac{A}{1+x^2}$.

a) Tìm A; b) Tìm hàm phân phối của X.

Ta có $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A}{1+x^2}dx = 1$ hay $A.\arctan x|_{-\infty}^{+\infty} = A(\frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2})) =$ $A\pi$ =1. Do đó $A = \frac{1}{\pi}$.

Hàm phân phối của X là: $F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\pi(1+t^2)}dt = \frac{1}{\pi}\arctan t|_{-\infty}^{x}$ $= \frac{1}{\pi}(\arctan x - \arctan(-\infty)) = \frac{1}{\pi}\arctan x + \frac{1}{2}$.

Bài tập. Giả sử thời gian T (tính theo phút) mà bạn phải đợi trong một đêm hè để được thấy một ngôi sao băng có hàm mật độ xác suất dạng $f_T(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } t \leq 0, \\ Ce^{-t/10} & \text{if } t > 0 \end{cases}$. Tìm C, tìm hàm phân phối của T và tính xác suất để bạn phải đợi hơn 10 phút.

Ví dụ Cho hàm mật độ của biến ngẫu nhiên X là $f_X(x) = \frac{A}{1+x^2}$.

a) Tìm A; b) Tìm hàm phân phối của X.

Ta có $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A}{1+x^2} dx = 1$ hay $A.\arctan x|_{-\infty}^{+\infty} = A(\frac{\pi}{2} - (-\frac{\pi}{2})) = A\pi$ =1. Do đó $A = \frac{1}{\pi}$.

Hàm phân phối của X là: $F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\pi(1+t^2)} dt = \frac{1}{\pi} \arctan t|_{-\infty}^{x}$ $= \frac{1}{\pi}(\arctan x - \arctan(-\infty)) = \frac{1}{\pi} \arctan x + \frac{1}{2}$.

Bài tập. Giả sử thời gian T (tính theo phút) mà bạn phải đợi trong một đêm hè để được thấy một ngôi sao băng có hàm mật độ xác suất dạng $f_T(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } t \leq 0, \\ Ce^{-t/10} & \text{if } t > 0 \end{cases}$. Tìm C, tìm hàm phân phối của T và tính xác suất để bạn phải đợi hơn 10 phút.

Bài tập. Biến ngẫu nhiên X có phân phối đều trên $[a, b]$ nếu hàm mật độ của nó có dạng $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{if } x \in [a, b], \\ 0 & \text{if } x \notin [a, b] \end{cases}$. Tìm hàm phân phối của X.

1.4.2 Vài phân phối liên tục tuyệt đối thường gặp

1.4.2 Vài phân phối liên tục tuyệt đối thường gặp

a) Phân bố chuẩn Biến ngẫu nhiên X có phân bố xác suất chuẩn trên $\mathbb{R}$ với trung điểm μ và độ lệch chuẩn σ nếu hàm mật độ có dạng sau:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

1.4.2 Vài phân phối liên tục tuyệt đối thường gặp

a) Phân bố chuẩn Biến ngẫu nhiên X có phân bố xác suất chuẩn trên $\mathbb{R}$ với trung điểm μ và độ lệch chuẩn σ nếu hàm mật độ có dạng sau:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Ký hiệu dùng để chỉ phân phối xác suất chuẩn là: $N(\mu, \sigma^2)$.

1.4.2 Vài phân phối liên tục tuyệt đối thường gặp

a) Phân bố chuẩn Biến ngẫu nhiên X có phân bố xác suất chuẩn trên $\mathbb{R}$ với trung điểm μ và độ lệch chuẩn σ nếu hàm mật độ có dạng sau:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Ký hiệu dùng để chỉ phân phối xác suất chuẩn là: $N(\mu, \sigma^2)$.

Đồ thị của hàm mật độ của phân bố chuẩn có hình cái chuông, bởi vậy phân bố chuẩn còn gọi nôm na là phân bố hình cái chuông. Trung điểm của chuông là điểm $x = \mu$, độ cao của chuông bằng $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$. Nếu σ càng nhỏ thì chuông càng cao và càng "hẹp", ngược lại σ càng lớn thì chuông càng thấp và càng bè ra.

Hầu hết xác suất của phân bố chuẩn nằm trong $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$. Không đến 0,3$^{0/0}$ nằm ngoài $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$.

Nói cách khác, nếu biến ngẫu nhiên X có phân bố chuẩn với các tham số μ, σ thì với xác suất 99,7$^{0/0}$ ta có thể tin rằng giá trị của X nằm trong đoạn $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$: $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 99,7^{0/0}$.

Hầu hết xác suất của phân bố chuẩn nằm trong $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$. Không đến 0,3$^{0/0}$ nằm ngoài $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$.

Nói cách khác, nếu biến ngẫu nhiên X có phân bố chuẩn với các tham số μ, σ thì với xác suất 99,7$^{0/0}$ ta có thể tin rằng giá trị của X nằm trong đoạn $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$: $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 99,7^{0/0}$.

Phân bố chuẩn là một trong các phân bố quan trọng nhất. Nhiều phân bố xác suất gặp trong thực tế có dáng điệu khá giống phân bố chuẩn, ví dụ như phân bố của chiều cao của đàn ông, phân bố của chỉ số IQ (chỉ số trí tuệ), phân bố của giá chứng khoán trong tương lai, kích thước chi tiết máy do máy sản xuất ra, trọng lượng của nhiều sản phẩm cùng loại, năng suất cây trồng trên những thửa ruộng khác nhau, v.v.

Phân bố chuẩn $N(0,1)$ (với $\mu = 0, \sigma^2 = 1$) được gọi là phân bố chuẩn tắc.

Phân bố chuẩn $N(0,1)$ (với $\mu = 0, \sigma^2 = 1$) được gọi là phân bố chuẩn tắc.

Hàm mật độ có dạng sau:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Hàm phân phối:

$$\Phi_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Ta có: Nếu X có phân phối $N(\mu, \sigma^2)$ thì

+ $\frac{X-\mu}{\delta}$ có phân phối $N(0,1)$;

+ $P(x_1 \leq X \leq x_2) = \Phi(\frac{x_2-\mu}{\sigma}) - \Phi(\frac{x_1-\mu}{\sigma})$;

+ $P(|X-\mu| < \epsilon) = 2\Phi(\frac{\epsilon}{\sigma})$.

b) Phân bố mũ Biến ngẫu nhiên X có phân bố xác suất mũ với tham số λ nếu hàm mật độ của nó có dạng

$$\rho_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{khi } x > 0, \\ 0 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}.$$

b) Phân bố mũ Biến ngẫu nhiên X có phân bố xác suất mũ với tham số λ nếu hàm mật độ của nó có dạng

$$\rho_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{khi } x > 0, \\ 0 & \text{khi } x \le 0 \end{cases}.$$

Hàm phân phối:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} \rho_X(t)dt = \begin{cases} \int_0^x \lambda e^{-\lambda t} dt & \text{khi } x > 0, \\ 0 & \text{khi } x \le 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{khi } x > 0, \\ 0 & \text{khi } x \le 0 \end{cases}.$$

b) Phân bố mũ Biến ngẫu nhiên X có phân bố xác suất mũ với tham số λ nếu hàm mật độ của nó có dạng

$$\rho_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{khi } x > 0, \\ 0 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}.$$

Hàm phân phối:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} \rho_X(t)dt = \begin{cases} \int_0^x \lambda e^{-\lambda t} dt & \text{khi } x > 0, \\ 0 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{khi } x > 0, \\ 0 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}.$$

Phân bố mũ có thể được dùng để làm mô hình xác suất cho những biến ngẫu nhiên kiểu "khoảng cách giữa hai lần xuất hiện", ví dụ như: khoảng cách thời gian giữa hai cú điện thoại gọi đến, khoảng cách giữa hai gen đột biến kế tiếp trên một dải DNA, v.v.

b) Phân bố mũ Biến ngẫu nhiên X có phân bố xác suất mũ với tham số λ nếu hàm mật độ của nó có dạng

$$\rho_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{khi } x > 0, \\ 0 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}.$$

Hàm phân phối:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} \rho_X(t)dt = \begin{cases} \int_0^x \lambda e^{-\lambda t}dt & \text{khi } x > 0, \\ 0 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{khi } x > 0, \\ 0 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}.$$

Phân bố mũ có thể được dùng để làm mô hình xác suất cho những biến ngẫu nhiên kiểu “khoảng cách giữa hai lần xuất hiện”, ví dụ như: khoảng cách thời gian giữa hai cú điện thoại gọi đến, khoảng cách giữa hai gen đột biến kế tiếp trên một dải DNA, v.v.

Bài tập . Giả sử biến ngẫu nhiên X có phân bố mũ với tham số λ, và $c > 0$. Chứng minh rằng cX cũng có phân bố mũ với tham số λ/c.

c) Phân bố Pareto V. Pareto (1848–1923) là nhà kinh tế người Italia. Ông thấy rằng, phân bố tài sản trên thế giới rất không đều, *c) Phân bố Pareto* V. Pareto (1848–1923) là nhà kinh tế người Italia. Ông thấy rằng, phân bố tài sản trên thế giới rất không đều, "80 $^{0/0}$ tài sản là do 20$^{0/0}$ người làm chủ" (80$^{0/0}$ nhân dân còn lại chỉ làm chủ 20$^{0/0}$ tài sản).

c) Phân bố Pareto V. Pareto (1848–1923) là nhà kinh tế người Italia. Ông thấy rằng, phân bố tài sản trên thế giới rất không đều, "80 $^{0/0}$ tài sản là do 20$^{0/0}$ người làm chủ" (80$^{0/0}$ nhân dân còn lại chỉ làm chủ 20$^{0/0}$ tài sản). Quan sát này mang tên nguyên tắc Pareto hay nguyên tắc 80-20.

c) Phân bố Pareto V. Pareto (1848–1923) là nhà kinh tế người Italia. Ông thấy rằng, phân bố tài sản trên thế giới rất không đều, "80 $^{0/0}$ tài sản là do 20$^{0/0}$ người làm chủ" (80$^{0/0}$ nhân dân còn lại chỉ làm chủ 20$^{0/0}$ tài sản). Quan sát này mang tên nguyên tắc Pareto hay nguyên tắc 80-20. Pareto đưa ra mô hình phân bố sau cho biến ngẫu nhiên "giá trị tài sản của một người":

c) Phân bố Pareto V. Pareto (1848–1923) là nhà kinh tế người Italia. Ông thấy rằng, phân bố tài sản trên thế giới rất không đều, "80 $^{0/0}$ tài sản là do 20$^{0/0}$ người làm chủ" (80$^{0/0}$ nhân dân còn lại chỉ làm chủ 20$^{0/0}$ tài sản). Quan sát này mang tên nguyên tắc Pareto hay nguyên tắc 80-20. Pareto đưa ra mô hình phân bố sau cho biến ngẫu nhiên "giá trị tài sản của một người":

Biến ngẫu nhiên X có phân bố xác suất Paretovới tham số $\alpha > 0$ nếu hàm mật độ của nó có dạng:

$$\rho_X(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{x^{\alpha+1}} & \text{khi } x \geq 1, \\ 0 & \text{khi } x < 1 \end{cases}.$$

c) Phân bố Pareto V. Pareto (1848–1923) là nhà kinh tế người Italia. Ông thấy rằng, phân bố tài sản trên thế giới rất không đều, "80 $^{0/0}$ tài sản là do 20$^{0/0}$ người làm chủ" (80$^{0/0}$ nhân dân còn lại chỉ làm chủ 20$^{0/0}$ tài sản). Quan sát này mang tên nguyên tắc Pareto hay nguyên tắc 80-20. Pareto đưa ra mô hình phân bố sau cho biến ngẫu nhiên "giá trị tài sản của một người":

Biến ngẫu nhiên X có phân bố xác suất Paretovới tham số $\alpha > 0$ nếu hàm mật độ của nó có dạng:

$$\rho_X(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{x^{\alpha+1}} & \text{khi } x \geq 1, \\ 0 & \text{khi } x < 1 \end{cases}.$$

Phân bố Pareto còn được dùng làm mô hình phân bố xác suất gần đúng cho nhiều biến ngẫu nhiên khác, ví dụ: kích thước của các hạt cát, các thiên thạch, các khu dân cư; dự trữ dầu hỏa của các mỏ dầu; mức độ thiệt hại của các vụ tai nạn, v.v.

c) Phân bố Pareto V. Pareto (1848–1923) là nhà kinh tế người Italia. Ông thấy rằng, phân bố tài sản trên thế giới rất không đều, "80 $^{0/0}$ tài sản là do 20$^{0/0}$ người làm chủ" (80$^{0/0}$ nhân dân còn lại chỉ làm chủ 20$^{0/0}$ tài sản). Quan sát này mang tên nguyên tắc Pareto hay nguyên tắc 80-20. Pareto đưa ra mô hình phân bố sau cho biến ngẫu nhiên "giá trị tài sản của một người":

Biến ngẫu nhiên X có phân bố xác suất Paretovới tham số $\alpha > 0$ nếu hàm mật độ của nó có dạng:

$$\rho_X(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{x^{\alpha+1}} & \text{khi } x \geq 1, \\ 0 & \text{khi } x < 1 \end{cases}.$$

Phân bố Pareto còn được dùng làm mô hình phân bố xác suất gần đúng cho nhiều biến ngẫu nhiên khác, ví dụ: kích thước của các hạt cát, các thiên thạch, các khu dân cư; dự trữ dầu hỏa của các mỏ dầu; mức độ thiệt hại của các vụ tai nạn, v.v.

Bài tập. Chứng minh rằng nếu X có phân bố Pareto với tham số α, và $Y = X^s$ với $s > 0$, thì Y cũng có phân bố Pareto, và tìm tham số của phân bố này.

2.1 Kỳ vọng

Giá trị kỳ vọng của một biến ngẫu nhiên X, ký hiệu là $E(X)$, chính là trung bình cộng của X trên không gian các sự kiện.

Nếu X có hàm phân phối F_X thì

$$E(X) = \int_{\mathbb{R}} x dF_X(x).$$

Cụ thể như sau.

- Trường hợp X là biến ngẫu nhiên rời rạc có phân phối xác suất như sau

X	x_1	x_2	...	x_n	...
$P(X = x_k)$	p_1	p_2	...	p_n	...

Nếu chuỗi $\sum_i x_i p_i$ hội tụ thì

$$E(X) = \sum_i x_i P(X = x_i) = \sum_i x_i p_i.$$

- Trường hợp X là biến ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ xác suất $f_X(x)$ thì

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx.$$

- Trường hợp X là biến ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ xác suất $f_X(x)$ thì

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx.$$

Từ định nghĩa ta có vài tính chất như sau

• Trường hợp X là biến ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ xác suất $f_X(x)$ thì

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx.$$

Từ định nghĩa ta có vài tính chất như sau

a) Kỳ vọng của một hằnh số c (biến ngẫu nhiên chỉ nhận 1 giá trị) chính là hằng số đó: $E(c) = c$.

• Trường hợp X là biến ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ xác suất $f_X(x)$ thì

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx.$$

Từ định nghĩa ta có vài tính chất như sau

a) Kỳ vọng của một hằnh số c (biến ngẫu nhiên chỉ nhận 1 giá trị) chính là hằng số đó: $E(c) = c$.
b) Tuyến tính: Nếu X, Y là hai biến ngẫu nhiên và a, b là hai hằng số thì: $E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$.

- Trường hợp X là biến ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ xác suất $f_X(x)$ thì

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx.$$

Từ định nghĩa ta có vài tính chất như sau

a) Kỳ vọng của một hằnh số c (biến ngẫu nhiên chỉ nhận 1 giá trị) chính là hằng số đó: $E(c) = c$.
b) Tuyến tính: Nếu X, Y là hai biến ngẫu nhiên và a, b là hai hằng số thì: $E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$.
c) Đơn điệu: Nếu $X \geq 0$ thì $E(X) \geq 0$. Tổng quát hơn: Nếu $X \geq Y$ thì $E(X) \geq E(Y)$.

- Trường hợp X là biến ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ xác suất $f_X(x)$ thì

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx.$$

Từ định nghĩa ta có vài tính chất như sau

a) Kỳ vọng của một hằnh số c (biến ngẫu nhiên chỉ nhận 1 giá trị) chính là hằng số đó: $E(c) = c$.

b) Tuyến tính: Nếu X, Y là hai biến ngẫu nhiên và a, b là hai hằng số thì: $E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$.

c) Đơn điệu: Nếu $X \geq 0$ thì $E(X) \geq 0$. Tổng quát hơn: Nếu $X \geq Y$ thì $E(X) \geq E(Y)$.

d) Nếu g là một hàm số thực và X có hàm mật độ xác suất $f_X(x)$ thì $E(g(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f_X(x) dx$.

• Trường hợp X là biến ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ xác suất $f_X(x)$ thì

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x)dx.$$

Từ định nghĩa ta có vài tính chất như sau

a) Kỳ vọng của một hằnh số c (biến ngẫu nhiên chỉ nhận 1 giá trị) chính là hằng số đó: $E(c) = c$.

b) Tuyến tính: Nếu X, Y là hai biến ngẫu nhiên và a, b là hai hằng số thì: $E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$.

c) Đơn điệu: Nếu $X \geq 0$ thì $E(X) \geq 0$. Tổng quát hơn: Nếu $X \geq Y$ thì $E(X) \geq E(Y)$.

d) Nếu g là một hàm số thực và X có hàm mật độ xác suất $f_X(x)$ thì $E(g(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)f_X(x)dx$.

e) Hai biến ngẫu nhiên X và Y cùng xác định trên một không gian mẫu gọi là độc lập nếu với bất kỳ $x, y \in \mathbb{R}$, các sự kiện $(X = x)$ và $(Y = y)$ là độc lập. Nếu X và Y độc lập thì $E(XY) = E(X)E(Y)$.

Ví dụ. Trò chơi đề (một trò đánh bạc): trong 100 số đề sẽ chỉ có 1 số thắng, 99 số thua. Thắng thì được 70 lần tiền đặt cọc. Thua thì mất tiền đặt cọc. Nếu đặt cọc T tiền, thì kỳ vọng số tiền nhận được là bao nhiêu? Kỳ vọng lãi (lỗ) là bao nhiêu?

Ví dụ. Trò chơi đề (một trò đánh bạc): trong 100 số đề sẽ chỉ có 1 số thắng, 99 số thua. Thắng thì được 70 lần tiền đặt cọc. Thua thì mất tiền đặt cọc. Nếu đặt cọc T tiền, thì kỳ vọng số tiền nhận được là bao nhiêu? Kỳ vọng lãi (lỗ) là bao nhiêu?

Đáp số: kỳ vọng số tiền nhận được là $99^{0/0} \times 0 + 1^{0/0} \times 70.T =$ 0,7.T.

Ví dụ. Trò chơi đề (một trò đánh bạc): trong 100 số đề sẽ chỉ có 1 số thắng, 99 số thua. Thắng thì được 70 lần tiền đặt cọc. Thua thì mất tiền đặt cọc. Nếu đặt cọc T tiền, thì kỳ vọng số tiền nhận được là bao nhiêu? Kỳ vọng lãi (lỗ) là bao nhiêu?

Đáp số: kỳ vọng số tiền nhận được là $99^{0/0} \times 0 + 1^{0/0} \times 70.T =$ 0,7.T. Kỳ vọng lãi (lỗ) là 0,7.T -T = -0,3.T. Tức là đặt cọc T tiền chơi đề, thì kỳ vọng là bị thua 0,3.T.

Ví dụ. Trò chơi đề (một trò đánh bạc): trong 100 số đề sẽ chỉ có 1 số thắng, 99 số thua. Thắng thì được 70 lần tiền đặt cọc. Thua thì mất tiền đặt cọc. Nếu đặt cọc T tiền, thì kỳ vọng số tiền nhận được là bao nhiêu? Kỳ vọng lãi (lỗ) là bao nhiêu?

Đáp số: kỳ vọng số tiền nhận được là $99^{0/0} \times 0 + 1^{0/0} \times 70.T =$ 0,7.T. Kỳ vọng lãi (lỗ) là 0,7.T -T = -0,3.T. Tức là đặt cọc T tiền chơi đề, thì kỳ vọng là bị thua 0,3.T.

Ví dụ. Một doanh nghiệp đầu tư phát triển một sản phẩm mới, xác suất thành công là $30^{0/0}$. Chi phí đầu tư bỏ ra là 100 nghìn USD. Nếu không thành công thì mất chi phí đầu tư mà không thu về được gì, nhưng nếu thành công thì thu về được 1 triệu USD (trước khi trừ đi chi phí đầu tư). Tính kỳ vọng lợi nhuận từ vụ đầu tư này.

Ví dụ. Trò chơi đề (một trò đánh bạc): trong 100 số đề sẽ chỉ có 1 số thắng, 99 số thua. Thắng thì được 70 lần tiền đặt cọc. Thua thì mất tiền đặt cọc. Nếu đặt cọc T tiền, thì kỳ vọng số tiền nhận được là bao nhiêu? Kỳ vọng lãi (lỗ) là bao nhiêu?

Đáp số: kỳ vọng số tiền nhận được là $99^{0/0} \times 0 + 1^{0/0} \times 70.T =$ 0,7.T. Kỳ vọng lãi (lỗ) là 0,7.T -T = -0,3.T. Tức là đặt cọc T tiền chơi đề, thì kỳ vọng là bị thua 0,3.T.

Ví dụ. Một doanh nghiệp đầu tư phát triển một sản phẩm mới, xác suất thành công là $30^{0/0}$. Chi phí đầu tư bỏ ra là 100 nghìn USD. Nếu không thành công thì mất chi phí đầu tư mà không thu về được gì, nhưng nếu thành công thì thu về được 1 triệu USD (trước khi trừ đi chi phí đầu tư). Tính kỳ vọng lợi nhuận từ vụ đầu tư này.

Đáp số: Kì vọng lợi nhuận: $E = 0,7.(0 - 100000) + 0,3.(1000000 - 100000) = 200000.$.

Ví dụ. Tuổi thọ trung bình của người là biến ngẫu nhiên X có phân bố xác suất mũ với tham số $\lambda > 0$ với hàm mật độ $\rho_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{khi } x > 0, \\ 0 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Tính tuổi thọ trung bình (tức là tính $E(X)$).

Ví dụ. Tuổi thọ trung bình của người là biến ngẫu nhiên X có phân bố xác suất mũ với tham số $\lambda > 0$ với hàm mật độ $\rho_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{khi } x > 0, \\ 0 & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$. Tính tuổi thọ trung bình (tức là tính $E(X)$).

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\rho_X(x)dx = \int_{-\infty}^{0} x.0dx + \int_{0}^{+\infty} x\lambda e^{-\lambda x}dx = \int_{0}^{+\infty} x\lambda e^{-\lambda x}$$

Đặt $t = \lambda x$ ta có:

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}\int_{0}^{+\infty} te^{-t}dt = \frac{1}{\lambda}(-te^{-t} + e^{-t})|_0^{+\infty} = \frac{1}{\lambda}.$$

Chú ý: Hàm $\Gamma(a) = \int_0^{+\infty} x^{a-1}e^{-x}dx$ $(a > 0)$ gọi là hàm Gamma. Người ta tính được $\Gamma(a) = (a-1)\Gamma(a-1)$, do đó $\Gamma(n) = (n-1)!$ $(n \in \mathbb{N})$. Hãy dùng hàm Gamma tính tích phân trên.

Bài tập . 1) Tung con xúc xắc 1 lần. Gọi X là số chấm xuất hiện ở mặt trên con xúc xắc. Tính $E(X)$.
2) Tính $E(X)$ với X có phân phối xác suất như sau

X	5	6	7	8	9	10	11
$P(X = x_k)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

3) Tính kỳ vọng của biến ngẫu nhiên X có phân phối xác suất: siêu bội, nhị thức, hình học, Poisson, chuẩn, mũ, Pareto.

2.2 Phương sai

- *Độ lệch chuẩn* (*standard deviation*) của một biến ngẫu nhiên X là:

$$\sigma(X) = \sqrt{E((X - E(X))^2)}.$$

- *Phương sai* (*variance*) của X, ký hiệu là $var(X)$, chính là bình phương của độ lệch chuẩn của X, tức là bằng $E((X - E(X))^2$.

2.2 Phương sai

- *Độ lệch chuẩn* (*standard deviation*) của một biến ngẫu nhiên X là:

$$\sigma(X) = \sqrt{E((X - E(X))^2)}.$$

- *Phương sai* (*variance*) của X, ký hiệu là $var(X)$, chính là bình phương của độ lệch chuẩn của X, tức là bằng $E((X - E(X))^2$.

Ta có:

2.2 Phương sai

- *Độ lệch chuẩn* (*standard deviation*) của một biến ngẫu nhiên X là:

$$\sigma(X) = \sqrt{E((X - E(X))^2)}.$$

- *Phương sai* (*variance*) của X, ký hiệu là $var(X)$, chính là bình phương của độ lệch chuẩn của X, tức là bằng $E((X - E(X))^2$.

Ta có:

$var(X) = E((X - E(X))^2 = E(X^2$ - $2E(X).X + (E(X))^2) =$ EX^2 - $2E(X).E(X) + (E(X))^2) = EX^2$ - $(E(X))^2)$. Vậy

$$var(X) = EX^2 - (E(X))^2.$$

Ta dễ dàng kiểm tra rằng:

2.2 Phương sai

- *Độ lệch chuẩn* (*standard deviation*) của một biến ngẫu nhiên X là:

$$\sigma(X) = \sqrt{E((X - E(X))^2)}.$$

- *Phương sai* (*variance*) của X, ký hiệu là $var(X)$, chính là bình phương của độ lệch chuẩn của X, tức là bằng $E((X - E(X))^2$.

Ta có:

$var(X) = E((X - E(X))^2 = E(X^2$ - $2E(X).X + (E(X))^2) =$ EX^2 - $2E(X).E(X) + (E(X))^2) = EX^2$ - $(E(X))^2)$. Vậy

$$var(X) = EX^2 - (E(X))^2.$$

Ta dễ dàng kiểm tra rằng:

- Nếu c là hằng số thì $var(c) = 0$ và $var(cX) = c^2.var(X)$.

2.2 Phương sai

- *Độ lệch chuẩn* (*standard deviation*) của một biến ngẫu nhiên X là:

$$\sigma(X) = \sqrt{E((X - E(X))^2)}.$$

- *Phương sai* (*variance*) của X, ký hiệu là $var(X)$, chính là bình phương của độ lệch chuẩn của X, tức là bằng $E((X - E(X))^2$.

Ta có:

$var(X) = E((X - E(X))^2 = E(X^2$ - $2E(X).X + (E(X))^2) =$ EX^2 - $2E(X).E(X) + (E(X))^2) = EX^2$ - $(E(X))^2)$. Vậy

$$var(X) = EX^2 - (E(X))^2.$$

Ta dễ dàng kiểm tra rằng:

- Nếu c là hằng số thì $var(c) = 0$ và $var(cX) = c^2.var(X)$.
- Nếu X và Y độc lập thì $var(X \pm Y) = var(X) + var(Y)$.

Ý nghĩa của độ lệch chuẩn là: nó là thước đo độ lệch của các giá trị của X so với giá trị trung bình của nó. Định nghĩa của phương sai cho thấy nó luôn luôn lớn hơn hoặc bằng 0, và bằng 0 khi và chỉ khi X là hằng số hầu khắp mọi nơi, tức là nó không bị lệch đi đâu cả so với giá trị trung bình của nó.

Ý nghĩa của độ lệch chuẩn là: nó là thước đo độ lệch của các giá trị của X so với giá trị trung bình của nó. Định nghĩa của phương sai cho thấy nó luôn luôn lớn hơn hoặc bằng 0, và bằng 0 khi và chỉ khi X là hằng số hầu khắp mọi nơi, tức là nó không bị lệch đi đâu cả so với giá trị trung bình của nó.

Ví dụ. Nếu X nhận hai giá trị a và -a (a >0), mỗi giá trị với xác suất $50^{0/0}$, thì giá trị kỳ vọng của X là

Ý nghĩa của độ lệch chuẩn là: nó là thước đo độ lệch của các giá trị của X so với giá trị trung bình của nó. Định nghĩa của phương sai cho thấy nó luôn luôn lớn hơn hoặc bằng 0, và bằng 0 khi và chỉ khi X là hằng số hầu khắp mọi nơi, tức là nó không bị lệch đi đâu cả so với giá trị trung bình của nó.

Ví dụ. Nếu X nhận hai giá trị a và -a (a >0), mỗi giá trị với xác suất $50^{0/0}$, thì giá trị kỳ vọng của X là 0,

Ý nghĩa của độ lệch chuẩn là: nó là thước đo độ lệch của các giá trị của X so với giá trị trung bình của nó. Định nghĩa của phương sai cho thấy nó luôn luôn lớn hơn hoặc bằng 0, và bằng 0 khi và chỉ khi X là hằng số hầu khắp mọi nơi, tức là nó không bị lệch đi đâu cả so với giá trị trung bình của nó.

Ví dụ. Nếu X nhận hai giá trị a và -a (a >0), mỗi giá trị với xác suất $50^{0/0}$, thì giá trị kỳ vọng của X là 0, phương sai của X là

Ý nghĩa của độ lệch chuẩn là: nó là thước đo độ lệch của các giá trị của X so với giá trị trung bình của nó. Định nghĩa của phương sai cho thấy nó luôn luôn lớn hơn hoặc bằng 0, và bằng 0 khi và chỉ khi X là hằng số hầu khắp mọi nơi, tức là nó không bị lệch đi đâu cả so với giá trị trung bình của nó.

Ví dụ. Nếu X nhận hai giá trị a và -a (a >0), mỗi giá trị với xác suất $50^{0/0}$, thì giá trị kỳ vọng của X là 0, phương sai của X là $a^2.50^{0/0} + (-a)^2.50^{0/0} = a^2$,

Ý nghĩa của độ lệch chuẩn là: nó là thước đo độ lệch của các giá trị của X so với giá trị trung bình của nó. Định nghĩa của phương sai cho thấy nó luôn luôn lớn hơn hoặc bằng 0, và bằng 0 khi và chỉ khi X là hằng số hầu khắp mọi nơi, tức là nó không bị lệch đi đâu cả so với giá trị trung bình của nó.

Ví dụ. Nếu X nhận hai giá trị a và -a (a >0), mỗi giá trị với xác suất $50^{0/0}$, thì giá trị kỳ vọng của X là 0, phương sai của X là $a^2.50^{0/0} + (-a)^2.50^{0/0} = a^2$, và độ lệch chuẩn chính là a.

Ý nghĩa của độ lệch chuẩn là: nó là thước đo độ lệch của các giá trị của X so với giá trị trung bình của nó. Định nghĩa của phương sai cho thấy nó luôn luôn lớn hơn hoặc bằng 0, và bằng 0 khi và chỉ khi X là hằng số hầu khắp mọi nơi, tức là nó không bị lệch đi đâu cả so với giá trị trung bình của nó.

Ví dụ. Nếu X nhận hai giá trị a và -a (a >0), mỗi giá trị với xác suất $50^{0/0}$, thì giá trị kỳ vọng của X là 0, phương sai của X là $a^2.50^{0/0} + (-a)^2.50^{0/0} = a^2$, và độ lệch chuẩn chính là a.

Ví dụ. Biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ là

$$f_X(x) = \begin{cases} cx^3 & \text{khi } x \in [0,3], \\ 0 & \text{khi } x \notin [0,3] \end{cases} .$$

Tìm c, tính $E(X)$ và $var(X)$.

Ý nghĩa của độ lệch chuẩn là: nó là thước đo độ lệch của các giá trị của X so với giá trị trung bình của nó. Định nghĩa của phương sai cho thấy nó luôn luôn lớn hơn hoặc bằng 0, và bằng 0 khi và chỉ khi X là hằng số hầu khắp mọi nơi, tức là nó không bị lệch đi đâu cả so với giá trị trung bình của nó.

Ví dụ. Nếu X nhận hai giá trị a và -a (a >0), mỗi giá trị với xác suất $50^{0/0}$, thì giá trị kỳ vọng của X là 0, phương sai của X là $a^2.50^{0/0} + (-a)^2.50^{0/0} = a^2$, và độ lệch chuẩn chính là a.

Ví dụ. Biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ là

$$f_X(x) = \begin{cases} cx^3 & \text{khi } x \in [0,3], \\ 0 & \text{khi } x \notin [0,3] \end{cases} .$$

Tìm c, tính $E(X)$ và $var(X)$.

Đáp số: $c = 81c/4$, $E(X) = 2,4$, $var(X) = 0,24$.

Bài tập. SV được dùng kết quả sau: $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 1.$

1) Tính phương sai của biến ngẫu nhiên X có phân phối xác suất: siêu bội, nhị thức, hình học, Poisson, chuẩn, mũ, Pareto.

2) Giả sử X là một biến ngẫu nhiên với $E(X) = 2/3$, và có phân bố xác suất liên tục với hàm mật độ $\rho_X(x)$ có dạng sau: $\rho_X(x) = ax^2 + b$ nếu $0 < x < 1$, và $\rho_X(x) = 0$ ở những điểm còn lại. Hãy tính a, b, và $var(X)$.

2.3 Các moment của một biến ngẫu nhiên

Nếu X là một biến ngẫu nhiên, và k là một số tự nhiên, thì đại lượng $E(X^k)$ được gọi là moment (mô men) bậc k của X, và đại lượng $E((X - E(X))^k)$ được gọi là moment trung tâm bậc k của X.

Như ta đã thấy, moment bậc 1của X chính là giá trị kỳ vọng của nó, moment trung tâm bậc 1 của X thì luôn bằng 0, moment trung tâm bậc 2 của X chính là phương sai của nó, và nó có thể được biểu diễn qua các moment của X theo công thức:

$$E((X - E(X))^2) = E(X^2) - E(X)^2$$

Tương tự như vậy, các moment trung tâm bậc cao hơn của X cũng có thể khai triển dưới dạng đa thức của các moment của X.

- Nếu X là biến ngẫu nhiên rời rạc với phân phối xác suất như sau

X	x_1	x_2	...	x_n	...
$P(X = x_k)$	p_1	p_2	...	p_n	...

Thì moment bậc k của X được tính theo công thức

$$E(X^k) = \sum_i x_i^k p_i.$$

- Nếu X là biến ngẫu nhiên có phân bố xác suất liên tục với hàm mật độ $\rho_X(x)$ thì :

$$E(X^k) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k \rho_X(x) dx.$$

Các moment của một biến ngẫu nhiên cho ta các thông tin về dáng điệu của phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên đó. Ví dụ, nếu moment trung tâm bậc 2 nhỏ, thì có nghĩa là các giá trị của X nói chung ít bị sai lệch so với giá trị kỳ vọng của nó, hay nói cách khác phần lớn xác suất của phân bố xác suất của X tập trung trong một khoảng nhỏ xung quanh điểm giá trị kỳ vọng. Ngược lại, nếu moment trung tâm bậc 2 lớn, thì phân bố xác suất của X nói chung sẽ "dàn trải"hơn ra xa điểm giá trị kỳ vọng.

Moment trung tâm bậc 3 của X được gọi là hệ số bất đối xứng (skewness), hay còn có thể gọi là độ xiên của phân bố xác suất của X: Nếu X có phân bố xác suất đối xứng quanh điểm giá trị kỳ vọng (có nghĩa là X và 2E(X) - X có cùng phân bố xác suất), thì moment trung tâm bậc 3 của nó bằng 0. Nếu như moment trung tâm bậc 3 lớn hơn 0 thì phân bố xác suất của X được gọi là xiên về bên phải, còn nếu moment trung tâm bậc 3 nhỏ hơn 0 thì phân bố xác suất của X được gọi là xiên về bên trái.

Bài tập.

1) Giả sử N_t là số hạt phóng xạ trong khoảng thời gian $(0, t)$ có phân phối Poisson với tham số $\lambda = \frac{1}{2}$. Tính kỳ vọng và phương sai của N_t.

2) Gieo 120 hạt giống. xác suất nảy mầm của mỗi hạt là 0,6. Gọi X là số hạt không nảy mầm trong 120 hạt. Tính kỳ vọng và phương sai của X.

3) Biến ngẫu nhiên X chỉ nhận 2 giá trị x_1 và x_2 $(x_1 < x_2)$. Xác suất để X nhận giá trị x_1 là 0.6. Tìm phân phối xác suất của X và các giá trị x_1, x_2 mà biến ngẫu nhiên có thể nhận nếu như biết kỳ vọng $E(X) = 1/4$ và phương sai $var(X) = 0.24$.

4) Lấy lô hàng có 500 đơn vị hàng hóa. Tỉ lệ hàng kém phẩm chất là $5^{0/0}$. Lấy ngẫu nhiên 50 đơn vị hàng hóa. Gọi X là số hàng kếm phẩm chất trong 50 đơn vị hàng chọn ra. Tìm kỳ vọng và phương sai của X.

5) xác suất bắn trúng đích của một khẩu súng là p. Tiến hành bắn liên tiếp trong điều kiện không đổi cho đến khi có k phát trúng đích thì ngừng bắn. Tìm kỳ vọng của số lần bắn cần thiết.

6) Biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ là $f_X(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{a^2-x^2}}$ nếu $x \in (-a, a)$ và $f_X(x) = 0$ nếu $x \notin (-a, a)$. Tính kỳ vọng và phương sai của X.

7) Biến ngẫu nhiên X có hàm phân phối là $F_X(x) = 1 - \frac{x_0^3}{x^3}$ nếu $x > x_0$ $(x_0 > 0)$ và $F_X(x) = 0$ nếu $x \leq x_0$. Tính kỳ vọng và phương sai của X.

8) Biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ là $f_X(x) = \frac{1}{2}\sin x$ nếu $x \in (0, \pi)$ và $f_X(x) = 0$ nếu $x \notin (0, \pi)$. Tính kỳ vọng và phương sai của X.

Kiểm tra giữa kì

Kiểm tra giữa kì

Bài 1 (5đ). Xét 1 thùng bóng đèn trong đó số bóng đèn do xưởng I sản xuất chiếm $30^{0/0}$, xưởng II sản xuất chiếm $50^{0/0}$, xưởng III sản xuất chiếm $20^{0/0}$. Xác suất bóng hỏng của xưởng I là 0.005, xưởng II là 0.006, xưởng III là 0.001. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 bóng hỏng.

Bài 2(5đ). Một hộp có 6 bi đỏ được trộn lẫn với 3 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên lần lượt từ hộp ra 2 bi. Biết bi lấy ra ở lần hai là bi đỏ. Tìm xác suất để bi lấy ra ở làn một cũng là bi đỏ.

1.1 Tổng thể và mẫu Khi nghiên cứu một vấn đề thường thì người ta khảo sát trên các dấu hiệu định tính hay định lượng nào đó, các dấu hiệu này thể hiện trên nhiều phần tử.

1.1 Tổng thể và mẫu Khi nghiên cứu một vấn đề thường thì người ta khảo sát trên các dấu hiệu định tính hay định lượng nào đó, các dấu hiệu này thể hiện trên nhiều phần tử. Ví dụ: Nếu muốn điều tra thu nhập bình quân của các gia đình ở Hà Nội thì dấu hiệu mà ta khảo sát là thu nhập của từng mỗi gia đình, các hộ gia đình ở Hà Nội là những phần tử mang dấu hiệu.

1.1 Tổng thể và mẫu Khi nghiên cứu một vấn đề thường thì người ta khảo sát trên các dấu hiệu định tính hay định lượng nào đó, các dấu hiệu này thể hiện trên nhiều phần tử. Ví dụ: Nếu muốn điều tra thu nhập bình quân của các gia đình ở Hà Nội thì dấu hiệu mà ta khảo sát là thu nhập của từng mỗi gia đình, các hộ gia đình ở Hà Nội là những phần tử mang dấu hiệu. Tập hợp toàn bộ các phần tử đồng nhất theo một dấu hiệu nghiên cứu định tính hay định lượng nào đó được gọi là tổng thể hay đám đông.

1.1 Tổng thể và mẫu Khi nghiên cứu một vấn đề thường thì người ta khảo sát trên các dấu hiệu định tính hay định lượng nào đó, các dấu hiệu này thể hiện trên nhiều phần tử. Ví dụ: Nếu muốn điều tra thu nhập bình quân của các gia đình ở Hà Nội thì dấu hiệu mà ta khảo sát là thu nhập của từng mỗi gia đình, các hộ gia đình ở Hà Nội là những phần tử mang dấu hiệu. Tập hợp toàn bộ các phần tử đồng nhất theo một dấu hiệu nghiên cứu định tính hay định lượng nào đó được gọi là tổng thể hay đám đông.

Ta dùng các kí hiệu sau

- N là số phần tử của tổng thể, gọi là kích thước của tổng thể.
- X^* là dấu hiệu mà ta khảo sát.
- x_i $(i = 1, 2, ...)$ là giá trị của X^* đo được trên phần tử của tổng thể
- Tần số của x_i (số phần tử có chung giá trị x_i) là N_i.
- $p = \frac{N_i}{N}$ là tần suất của x_i.

Giả sử dấu hiệu X^* nhận các giá trị x_1, x_2,..., x_k với các tần suất tương ứng p_1, p_2,..., p_k, thế thì ta có bảng sau gọi là bảng cơ cấu tổng thể.

Giá trị của X^*	x_1	x_2	...	x_k
Tần suất P_i	p_1	p_2	...	p_k

Giả sử dấu hiệu X^* nhận các giá trị x_1, x_2,..., x_k với các tần suất tương ứng p_1, p_2,..., p_k, thế thì ta có bảng sau gọi là bảng cơ cấu tổng thể.

Giá trị của X^*	x_1	x_2	...	x_k
Tần suất P_i	p_1	p_2	...	p_k

Ta có các đặc trưng của tổng thể

- Trung bình của tổng thể: $m = \sum_{i=1}^{k} x_i p_i$.
- Phương sai của tổng thể: $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{k} (x_i - m)^2 p_i$.
- Độ lệch tiêu chuẩn: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} (x_i - m)^2 p_i}$.

Giả sử dấu hiệu X^* nhận các giá trị x_1, x_2,..., x_k với các tần suất tương ứng p_1, p_2,..., p_k, thế thì ta có bảng sau gọi là bảng cơ cấu tổng thể.

Giá trị của X^*	x_1	x_2	...	x_k
Tần suất P_i	p_1	p_2	...	p_k

Ta có các đặc trưng của tổng thể

- Trung bình của tổng thể: $m = \sum_{i=1}^{k} x_i p_i$.
- Phương sai của tổng thể: $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{k} (x_i - m)^2 p_i$.
- Độ lệch tiêu chuẩn: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} (x_i - m)^2 p_i}$.

Việc chọn ra từ tổng thể một tập con nào đó gọi là phép lấy mẫu. Tập hợp con này được gọi là một mẫu.

Giả sử dấu hiệu X^* nhận các giá trị x_1, x_2,..., x_k với các tần suất tương ứng p_1, p_2,..., p_k, thế thì ta có bảng sau gọi là bảng cơ cấu tổng thể.

Giá trị của X^*	x_1	x_2	...	x_k
Tần suất P_i	p_1	p_2	...	p_k

Ta có các đặc trưng của tổng thể

- Trung bình của tổng thể: $m = \sum_{i=1}^{k} x_i p_i$.
- Phương sai của tổng thể: $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{k} (x_i - m)^2 p_i$.
- Độ lệch tiêu chuẩn: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} (x_i - m)^2 p_i}$.

Việc chọn ra từ tổng thể một tập con nào đó gọi là phép lấy mẫu. Tập hợp con này được gọi là một mẫu. Số phần tử của mẫu gọi là kích thước của mẫu.

Giả sử dấu hiệu X^* nhận các giá trị x_1, x_2,..., x_k với các tần suất tương ứng p_1, p_2,..., p_k, thế thì ta có bảng sau gọi là bảng cơ cấu tổng thể.

Giá trị của X^*	x_1	x_2	...	x_k
Tần suất P_i	p_1	p_2	...	p_k

Ta có các đặc trưng của tổng thể
- Trung bình của tổng thể: $m = \sum_{i=1}^{k} x_i p_i$.
- Phương sai của tổng thể: $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{k} (x_i - m)^2 p_i$.
- Độ lệch tiêu chuẩn: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} (x_i - m)^2 p_i}$.

Việc chọn ra từ tổng thể một tập con nào đó gọi là phép lấy mẫu. Tập hợp con này được gọi là một mẫu. Số phần tử của mẫu gọi là kích thước của mẫu.Mẫu đại diện cho tổng thể nên việc lấy mẫu phải tiến hành khách quan. Có hai phương lấy mẫu: lấy mẫu có hoàn lại và lấy mẫu không hoàn lại.

1.2 Mô hình xác suất của tổng thể và mẫu

1.2 Mô hình xác suất của tổng thể và mẫu Lấy ngẫu nhiên từ tổng thể ra một phần tử. Gọi X là giá trị của X^* đo được trên phần tử đó, thế thì X là một biến ngẫu nhiên. Biến ngẫu nhiên này gọi là biến ngẫu nhiên gốc và phân phối xác suất của nó được gọi là phân phối ngẫu nhiên gốc.

1.2 Mô hình xác suất của tổng thể và mẫu Lấy ngẫu nhiên từ tổng thể ra một phần tử. Gọi X là giá trị của X^* đo được trên phần tử đó, thế thì X là một biến ngẫu nhiên. Biến ngẫu nhiên này gọi là biến ngẫu nhiên gốc và phân phối xác suất của nó được gọi là phân phối ngẫu nhiên gốc. Nếu dấu hiệu X^* nhận các giá trị x_1, x_2,..., x_k với các tần suất tương ứng p_1, p_2,..., p_k thì phân phối xác suất của X là

X	x_1	x_2	...	x_k
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	...	p_k

1.2 Mô hình xác suất của tổng thể và mẫu Lấy ngẫu nhiên từ tổng thể ra một phần tử. Gọi X là giá trị của X^* đo được trên phần tử đó, thế thì X là một biến ngẫu nhiên. Biến ngẫu nhiên này gọi là biến ngẫu nhiên gốc và phân phối xác suất của nó được gọi là phân phối ngẫu nhiên gốc. Nếu dấu hiệu X^* nhận các giá trị x_1, x_2,..., x_k với các tần suất tương ứng p_1, p_2,..., p_k thì phân phối xác suất của X là

X	x_1	x_2	...	x_k
$P(X = x_i)$	p_1	p_2	...	p_k

Ta có:

- $E(X) = \sum_{i=1}^{k} x_i p_i$.
- $Var(X) = \sum_{i=1}^{k}(x_i - E(X))^2 p_i$.

Ta nói rằng một mẫu là mẫu ngẫu nhiên nếu trong phép lấy mẫu đó mỗi phần tử của tổng thể được chọn một cách độc lập và có xác suất được chọn như nhau.

Ta nói rằng một mẫu là mẫu ngẫu nhiên nếu trong phép lấy mẫu đó mỗi phần tử của tổng thể được chọn một cách độc lập và có xác suất được chọn như nhau. Giả sử mẫu có kích thước là n, gọi X_i là giá trị của X^* đo được trên phần tử thứ i $(i = \overline{1, n})$. Khi đó $X_1, X_2, ..., X_n$ là các biến ngẫu nhiên độc lập có cùng phân phối xác suất với biến ngẫu nhiên gốc X.

Ta nói rằng một mẫu là mẫu ngẫu nhiên nếu trong phép lấy mẫu đó mỗi phần tử của tổng thể được chọn một cách độc lập và có xác suất được chọn như nhau. Giả sử mẫu có kích thước là n, gọi X_i là giá trị của X^* đo được trên phần tử thứ i $(i = \overline{1,n})$. Khi đó $X_1, X_2, ..., X_n$ là các biến ngẫu nhiên độc lập có cùng phân phối xác suất với biến ngẫu nhiên gốc X. Bộ $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ được gọi là mẫu ngẫu nhiên kích thước n.

Ta nói rằng một mẫu là mẫu ngẫu nhiên nếu trong phép lấy mẫu đó mỗi phần tử của tổng thể được chọn một cách độc lập và có xác suất được chọn như nhau. Giả sử mẫu có kích thước là n, gọi X_i là giá trị của X^* đo được trên phần tử thứ i $(i = \overline{1,n})$. Khi đó $X_1, X_2, ..., X_n$ là các biến ngẫu nhiên độc lập có cùng phân phối xác suất với biến ngẫu nhiên gốc X. Bộ $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ được gọi là mẫu ngẫu nhiên kích thước n. Nếu X_i nhận giá trị x_i $(i = \overline{1,n})$ thì $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là một giá trị cụ thể của mẫu ngẫu nhiên W_X, nó được gọi là mẫu cụ thể.

Ta nói rằng một mẫu là mẫu ngẫu nhiên nếu trong phép lấy mẫu đó mỗi phần tử của tổng thể được chọn một cách độc lập và có xác suất được chọn như nhau. Giả sử mẫu có kích thước là n, gọi X_i là giá trị của X^* đo được trên phần tử thứ i $(i = \overline{1, n})$. Khi đó $X_1, X_2, ..., X_n$ là các biến ngẫu nhiên độc lập có cùng phân phối xác suất với biến ngẫu nhiên gốc X. Bộ $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ được gọi là mẫu ngẫu nhiên kích thước n. Nếu X_i nhận giá trị x_i $(i = \overline{1, n})$ thì $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là một giá trị cụ thể của mẫu ngẫu nhiên W_X, nó được gọi là mẫu cụ thể.

Ví dụ Kết quả điểm thi môn XSTK của 100 SV cho bởi bảng sau

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10
Số SV tương ứng	8	7	35	18	15	7	6	4

Ta nói rằng một mẫu là mẫu ngẫu nhiên nếu trong phép lấy mẫu đó mỗi phần tử của tổng thể được chọn một cách độc lập và có xác suất được chọn như nhau. Giả sử mẫu có kích thước là n, gọi X_i là giá trị của X^* đo được trên phần tử thứ i $(i = \overline{1,n})$. Khi đó $X_1, X_2, ..., X_n$ là các biến ngẫu nhiên độc lập có cùng phân phối xác suất với biến ngẫu nhiên gốc X. Bộ $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ được gọi là mẫu ngẫu nhiên kích thước n. Nếu X_i nhận giá trị x_i $(i = \overline{1,n})$ thì $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là một giá trị cụ thể của mẫu ngẫu nhiên W_X, nó được gọi là mẫu cụ thể.

Ví dụ Kết quả điểm thi môn XSTK của 100 SV cho bởi bảng sau

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10
Số SV tương ứng	8	7	35	18	15	7	6	4

Gọi X là điểm môn XSTK của một SV được chọn ngẫu nhiên thì X có PPXS

X	3	4	5	6	7	8	9	10
P$(X = X_i)$	0.08	0.07	0.35	0.18	0.15	0.07	0.06	0.04

X	3	4	5	6	7	8	9	10
P($X = X_i$)	0.08	0.07	0.35	0.18	0.15	0.07	0.06	0.04

Chọn ngẫu nhiên 6 SV để xem điểm. Gọi X_i là điểm của SV thứ i. Ta có mẫu ngẫu nhiên kích thước $n = 6$ được xây dựng từ X: $W_X = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6)$.

X	3	4	5	6	7	8	9	10
P($X = X_i$)	0.08	0.07	0.35	0.18	0.15	0.07	0.06	0.04

Chọn ngẫu nhiên 6 SV để xem điểm. Gọi X_i là điểm của SV thứ i. Ta có mẫu ngẫu nhiên kích thước $n = 6$ được xây dựng từ X: $W_X = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6)$. Giả sử SV thứ nhất được 3đ, thứ hai được 7đ, thứ ba được 5đ, thứ tư được 10đ, thứ năm được 8đ, thứ sáu được 3đ. Ta có mẫu cụ thể $w_x = (3, 7, 5, 10, 8, 3)$.

X	3	4	5	6	7	8	9	10
P($X = X_i$)	0.08	0.07	0.35	0.18	0.15	0.07	0.06	0.04

Chọn ngẫu nhiên 6 SV để xem điểm. Gọi X_i là điểm của SV thứ i. Ta có mẫu ngẫu nhiên kích thước $n = 6$ được xây dựng từ X: $W_X = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6)$. Giả sử SV thứ nhất được 3đ, thứ hai được 7đ, thứ ba được 5đ, thứ tư được 10đ, thứ năm được 8đ, thứ sáu được 3đ. Ta có mẫu cụ thể $w_x = (3, 7, 5, 10, 8, 3)$.

1.3 Thống kê

X	3	4	5	6	7	8	9	10
P$(X = X_i)$	0.08	0.07	0.35	0.18	0.15	0.07	0.06	0.04

Chọn ngẫu nhiên 6 SV để xem điểm. Gọi X_i là điểm của SV thứ i. Ta có mẫu ngẫu nhiên kích thước $n = 6$ được xây dựng từ X: $W_X = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6)$. Giả sử SV thứ nhất được 3đ, thứ hai được 7đ, thứ ba được 5đ, thứ tư được 10đ, thứ năm được 8đ, thứ sáu được 3đ. Ta có mẫu cụ thể $w_x = (3, 7, 5, 10, 8, 3)$.

1.3 Thống kê Một thống kê của mẫu là một hàm của các biến ngẫu nhiên thành phần của mẫu. Thống kê của mẫu ngẫu nhiên $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ có dạng $G = G(X_1, X_2, ..., X_n)$.

X	3	4	5	6	7	8	9	10
P($X = X_i$)	0.08	0.07	0.35	0.18	0.15	0.07	0.06	0.04

Chọn ngẫu nhiên 6 SV để xem điểm. Gọi X_i là điểm của SV thứ i. Ta có mẫu ngẫu nhiên kích thước $n = 6$ được xây dựng từ X: $W_X = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6)$. Giả sử SV thứ nhất được 3đ, thứ hai được 7đ, thứ ba được 5đ, thứ tư được 10đ, thứ năm được 8đ, thứ sáu được 3đ. Ta có mẫu cụ thể $w_x = (3, 7, 5, 10, 8, 3)$.

1.3 Thống kê Một thống kê của mẫu là một hàm của các biến ngẫu nhiên thành phần của mẫu. Thống kê của mẫu ngẫu nhiên $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ có dạng $G = G(X_1, X_2, ..., X_n)$.

Thống kê G cũng là một biến ngẫu nhiên tuân theo một quy luật phân bố xác suất nhất định và có các số đặc trưng như kỳ vọng, phương sai, . . .

X	3	4	5	6	7	8	9	10
P$(X = X_i)$	0.08	0.07	0.35	0.18	0.15	0.07	0.06	0.04

Chọn ngẫu nhiên 6 SV để xem điểm. Gọi X_i là điểm của SV thứ i. Ta có mẫu ngẫu nhiên kích thước $n = 6$ được xây dựng từ X: $W_X = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6)$. Giả sử SV thứ nhất được 3đ, thứ hai được 7đ, thứ ba được 5đ, thứ tư được 10đ, thứ năm được 8đ, thứ sáu được 3đ. Ta có mẫu cụ thể $w_x = (3, 7, 5, 10, 8, 3)$.

1.3 Thống kê Một thống kê của mẫu là một hàm của các biến ngẫu nhiên thành phần của mẫu. Thống kê của mẫu ngẫu nhiên $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ có dạng $G = G(X_1, X_2, ..., X_n)$.

Thống kê G cũng là một biến ngẫu nhiên tuân theo một quy luật phân bố xác suất nhất định và có các số đặc trưng như kỳ vọng, phương sai, ... Khi mẫu nhận giá trị cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ thì G nhận giá trị cụ thể là $G(x_1, x_2, ..., x_n)$.

1.3.1 Trung bình mẫu

1.3.1 Trung bình mẫu Trung bình mẫu của mẫu ngẫu nhiên $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ là một thống kê, kí hiệu $\overline{X}$, được xác định bởi

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i.$$

<u>1.3.1 Trung bình mẫu</u> Trung bình mẫu của mẫu ngẫu nhiên $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ là một thống kê, kí hiệu $\overline{X}$, được xác định bởi

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i.$$

Giá trị trung bình mẫu cụ thể của mẫu ngẫu nhiên cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$.

1.3.1 Trung bình mẫu Trung bình mẫu của mẫu ngẫu nhiên $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ là một thống kê, kí hiệu $\overline{X}$, được xác định bởi

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i.$$

Giá trị trung bình mẫu cụ thể của mẫu ngẫu nhiên cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$.

Nếu biến ngẫu nhiên gốc X có kỳ vọng và phương sai hữu hạn thì áp dụng các công thức tính kỳ vọng và phương sai của tổng các biến ngẫu nhiên độc lập ta có $E(\overline{X}) = E(X)$, $D(\overline{X}) = \frac{D(X)}{n}$.

1.3.1 Trung bình mẫu Trung bình mẫu của mẫu ngẫu nhiên $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ là một thống kê, kí hiệu $\overline{X}$, được xác định bởi

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i.$$

Giá trị trung bình mẫu cụ thể của mẫu ngẫu nhiên cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$.

Nếu biến ngẫu nhiên gốc X có kỳ vọng và phương sai hữu hạn thì áp dụng các công thức tính kỳ vọng và phương sai của tổng các biến ngẫu nhiên độc lập ta có $E(\overline{X}) = E(X)$, $D(\overline{X}) = \frac{D(X)}{n}$.

1.3.2 Phương sai mẫu

1.3.1 Trung bình mẫu Trung bình mẫu của mẫu ngẫu nhiên $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ là một thống kê, kí hiệu $\overline{X}$, được xác định bởi

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i.$$

Giá trị trung bình mẫu cụ thể của mẫu ngẫu nhiên cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$.

Nếu biến ngẫu nhiên gốc X có kỳ vọng và phương sai hữu hạn thì áp dụng các công thức tính kỳ vọng và phương sai của tổng các biến ngẫu nhiên độc lập ta có $E(\overline{X}) = E(X)$, $D(\overline{X}) = \frac{D(X)}{n}$.

1.3.2 Phương sai mẫu Phương sai mẫu của mẫu ngẫu nhiên $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ là một thống kê, kí hiệu S^2, được xác định bởi

$$S^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2.$$

trong đó $\overline{X}$ là trung bình của mẫu ngẫu nhiên.

Phương sai mẫu cụ thể của mẫu ngẫu nhiên cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$.

Phương sai mẫu cụ thể của mẫu ngẫu nhiên cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$.

Nếu biến ngẫu nhiên gốc X có phương sai hữu hạn thì ta có $E(S^2) = \frac{n-1}{n}Var(X)$.

Phương sai mẫu cụ thể của mẫu ngẫu nhiên cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$.

Nếu biến ngẫu nhiên gốc X có phương sai hữu hạn thì ta có $E(S^2) = \frac{n-1}{n}Var(X)$.

Đại lượng $S'^2 = \frac{n}{n-1}S^2$ được gọi là phương sai điều chỉnh của mẫu ngẫu nhiên W_X. Phương sai điều chỉnh của mẫu cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $s'^2 = \frac{n}{n-1}s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$.

Phương sai mẫu cụ thể của mẫu ngẫu nhiên cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$.

Nếu biến ngẫu nhiên gốc X có phương sai hữu hạn thì ta có $E(S^2) = \frac{n-1}{n}Var(X)$.

Đại lượng $S'^2 = \frac{n}{n-1}S^2$ được gọi là phương sai điều chỉnh của mẫu ngẫu nhiên W_X. Phương sai điều chỉnh của mẫu cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $s'^2 = \frac{n}{n-1}s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$.

1.3.3 Độ lệch tiêu chuẩn mẫu

Phương sai mẫu cụ thể của mẫu ngẫu nhiên cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$.

Nếu biến ngẫu nhiên gốc X có phương sai hữu hạn thì ta có $E(S^2) = \frac{n-1}{n}Var(X)$.

Đại lượng $S'^2 = \frac{n}{n-1}S^2$ được gọi là phương sai điều chỉnh của mẫu ngẫu nhiên W_X. Phương sai điều chỉnh của mẫu cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $s'^2 = \frac{n}{n-1}s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$.

<u>1.3.3 Độ lệch tiêu chuẩn mẫu</u>

- Độ lệch tiêu chuẩn mẫu của mẫu ngẫu nhiên W_X là $S = \sqrt{S^2}$.

Phương sai mẫu cụ thể của mẫu ngẫu nhiên cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$.

Nếu biến ngẫu nhiên gốc X có phương sai hữu hạn thì ta có $E(S^2) = \frac{n-1}{n}Var(X)$.

Đại lượng $S'^2 = \frac{n}{n-1}S^2$ được gọi là phương sai điều chỉnh của mẫu ngẫu nhiên W_X. Phương sai điều chỉnh của mẫu cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $s'^2 = \frac{n}{n-1}s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$.

1.3.3 Độ lệch tiêu chuẩn mẫu

- Độ lệch tiêu chuẩn mẫu của mẫu ngẫu nhiên W_X là $S = \sqrt{S^2}$.
- Độ lệch tiêu chuẩn mẫu của mẫu cụ thể w_x là $s = \sqrt{s^2}$.

Phương sai mẫu cụ thể của mẫu ngẫu nhiên cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$.

Nếu biến ngẫu nhiên gốc X có phương sai hữu hạn thì ta có $E(S^2) = \frac{n-1}{n}Var(X)$.

Đại lượng $S'^2 = \frac{n}{n-1}S^2$ được gọi là phương sai điều chỉnh của mẫu ngẫu nhiên W_X. Phương sai điều chỉnh của mẫu cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $s'^2 = \frac{n}{n-1}s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$.

1.3.3 Độ lệch tiêu chuẩn mẫu

- Độ lệch tiêu chuẩn mẫu của mẫu ngẫu nhiên W_X là $S = \sqrt{S^2}$.
- Độ lệch tiêu chuẩn mẫu của mẫu cụ thể w_x là $s = \sqrt{s^2}$.
- Độ lệch tiêu chuẩn điều chỉnh của mẫu ngẫu nhiên W_X là $S' = \sqrt{S'^2}$.

Phương sai mẫu cụ thể của mẫu ngẫu nhiên cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$.

Nếu biến ngẫu nhiên gốc X có phương sai hữu hạn thì ta có $E(S^2) = \frac{n-1}{n}Var(X)$.

Đại lượng $S'^2 = \frac{n}{n-1}S^2$ được gọi là phương sai điều chỉnh của mẫu ngẫu nhiên W_X. Phương sai điều chỉnh của mẫu cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ là $s'^2 = \frac{n}{n-1}s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$.

1.3.3 Độ lệch tiêu chuẩn mẫu

- Độ lệch tiêu chuẩn mẫu của mẫu ngẫu nhiên W_X là $S = \sqrt{S^2}$.
- Độ lệch tiêu chuẩn mẫu của mẫu cụ thể w_x là $s = \sqrt{s^2}$.
- Độ lệch tiêu chuẩn điều chỉnh của mẫu ngẫu nhiên W_X là $S' = \sqrt{S'^2}$.
- Độ lệch tiêu chuẩn điều chỉnh của mẫu cụ thể w_x là $s' = \sqrt{s'^2}$.

1.4 Sắp xếp số liệu

1.4 Sắp xếp số liệu Quá trình nghiên cứu thống kê thường qua hai giai đoạn: Thu thập các số liệu liên quan đến nghiên cứu và xử lý số liệu. Để việc xử lý thuận lợi ta phải sắp xếp số liệu.

1.4 Sắp xếp số liệu Quá trình nghiên cứu thống kê thường qua hai giai đoạn: Thu thập các số liệu liên quan đến nghiên cứu và xử lý số liệu. Để việc xử lý thuận lợi ta phải sắp xếp số liệu.

1.4.1 Trường hợp mẫu điều tra có kích thước nhỏ

1.4 Sắp xếp số liệu Quá trình nghiên cứu thống kê thường qua hai giai đoạn: Thu thập các số liệu liên quan đến nghiên cứu và xử lý số liệu. Để việc xử lý thuận lợi ta phải sắp xếp số liệu.

1.4.1 Trường hợp mẫu điều tra có kích thước nhỏ Giả sử mẫu có kích thước n, biến ngẫu nhiên gốc có các giá trị có thể nhận là x_i $(i = \overline{1,k})$ với các tần số tương ứng n_i $(i = \overline{1,k})$. Khi đó ta lập bảng số liệu như sau (Bảng này gọi là bảng phân bố tần số thực nghiệm).

x_i	n_i
x_1	n_1
x_2	n_2
...	...
x_k	n_k

Chú ý: $\sum_{i=1}^{k} n_i = n$.

Ví dụ. Tiến hành cân một số sản phẩm ta có số liệu sau (đơn vị là kg): 2 ; 3 ; 2 ; 4 ; 1 ; 4 ; 2 ; 2 ; 3 ; 1. Sắp xếp lại số liệu ta có bảng sau

khối lượng sản phẩm	n_i
1	2
2	4
3	2
4	2

Bài tập. Thu thập dữ liệu số trẻ em ở lứa tuổi đến trường của 30 gia đình ở một xã ta có kết quả sau : 0; 3; 0; 0; 3; 0; 2; 2; 0; 1; 2; 1; 0; 0; 1; 2; 4; 0; 4; 2; 1; 0; 1; 0; 0; 2; 0; 1; 3; 2. Hãy sắp xếp lại số liệu.

1.4.2 Trường hợp mẫu điều tra có kích thước lớn

1.4.2 Trường hợp mẫu điều tra có kích thước lớn Ta chia mẫu thành các khoảng, trong mỗi khoảng chọn một giá trị đại diện. Việc chọn số khoảng và độ rộng khoảng là tuỳ thuộc vào kinh nghiệm của người nghiên cứu. Ngoài ra độ rộng các khoảng cũng không nhất thiết phải bằng nhau (Chẳng hạn khi muốn thống kê về tỉ lệ người nghiện thuốc lá thì ta tập trung nhiều vào độ tuổi thanh niên và trung niên). Tuy vậy không nên chia quá ít khoảng, và người ta thường chia thành các khoảng đều nhau và chọn giá trị đại diện là giá trị trung tâm của khoảng.

1.4.2 Trường hợp mẫu điều tra có kích thước lớn Ta chia mẫu thành các khoảng, trong mỗi khoảng chọn một giá trị đại diện. Việc chọn số khoảng và độ rộng khoảng là tuỳ thuộc vào kinh nghiệm của người nghiên cứu. Ngoài ra độ rộng các khoảng cũng không nhất thiết phải bằng nhau (Chẳng hạn khi muốn thống kê về tỉ lệ người nghiện thuốc lá thì ta tập trung nhiều vào độ tuổi thanh niên và trung niên). Tuy vậy không nên chia quá ít khoảng, và người ta thường chia thành các khoảng đều nhau và chọn giá trị đại diện là giá trị trung tâm của khoảng.

Ví dụ. Một mẫu về chiều cao của 400 cây được trình bày trong bảng phân sau:

khoảng chiều cao	tần số n_i	Độ dài của khoảng
5.5 - 8.5	18	3
8.5 - 12.5	58	4
12.5 - 16.5	62	4
16.5 - 20.5	72	4
20.5 - 24.5	57	4
24.5 - 28.5	42	4
28.5 - 32.5	36	4
32.5 - 36.5	10	4

1.5 Cách tính giá trị cụ thể của trung bình mẫu và phương sai mẫu $\overline{x}$, s^2

1.5 Cách tính giá trị cụ thể của trung bình mẫu và phương sai mẫu $\overline{x}$, s^2

1.5.1 Tính trực tiếp

1.5 Cách tính giá trị cụ thể của trung bình mẫu và phương sai mẫu $\overline{x}$, s^2

1.5.1 Tính trực tiếp Nếu mẫu nhận các giá trị x_1, x_2,...,x_k với các tần số tương ứng n_1, n_2,...,n_k thì giá trị trung bình mẫu và phương sai mẫu cụ thể được tính theo công thức

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i; \quad s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2 - (\overline{x})^2.$$

1.5 Cách tính giá trị cụ thể của trung bình mẫu và phương sai mẫu $\overline{x}$, s^2

1.5.1 Tính trực tiếp Nếu mẫu nhận các giá trị x_1, x_2,...,x_k với các tần số tương ứng n_1, n_2,...,n_k thì giá trị trung bình mẫu và phương sai mẫu cụ thể được tính theo công thức

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i; \quad s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2 - (\overline{x})^2.$$

Ví dụ. Số sản phẩm bán được trung bình trong một tuần ở 45 đại lý cho bởi

số SP bán được trong tuần/đại lý	n_i	số SP bán được trongtuần/đại lý	n_i
1	15	4	5
2	12	5	3
3	9	6	1

Ta lập bảng tính như sau

x_i	n_i	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
1	15	15	15
2	12	24	48
3	9	27	81
4	5	20	80
5	3	15	75
6	1	6	36
$\sum$	$n = 45$	107	335

Vậy $\overline{x} = \frac{107}{45} = 2.38$, $s^2 = \frac{335}{45} - (2.38)^2 = 1.78$.

Ví dụ. Gọi X là khoảng thời gian giữa hai lần tàu vào bến cảng liên tiếp. Theo dõi 336 trường hợp tàu cập cảng, người ta thấy khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai lần tàu vào bến cảng liên tiếp là 4 giờ, thời gian dài nhất là 8 giờ. Tính $\overline{x}$, s^2.

Ở đây số liệu nhiều, ta sắp xếp thành từng khoảng có độ dài 8 và lấy giá trị trung tâm $x_i^0 = \frac{x_{i+1} - x_i}{2}$

$x_i - x_{i+1}$	x_i^0	n_i	$n_i x_i^0$	$n_i (x_i^0)^2$	
4-12	8	143	1144	9152	
12-20	16	75	1200	19200	
20-28	24	53	1272	30528	
28-36	32	27	864	27648	
36-44	40	14	560	22400	
44-52	48	9	432	20736	
52-60	56	5	280	15680	$\overline{x} = \frac{6458}{336} = 19.22$
60-68	64	4	256	16384	$s^2 = \frac{195532}{336} - (19.22)^2$
68-76	72	3	216	15552	$=212.532$
76 -80	78	3	234	18252	
$\sum$		336	6458	195532	

1.5.1 Tính theo phương pháp đổi biến

<u>1.5.1 Tính theo phương pháp đổi biến</u> Khi x_i hoặc giá trị trung tâm x_i^0 khá lớn, ta đặt $u_i = \frac{x_i - x_0}{h}$, trong đó x_i là giá trị của dấu hiệu X^*, x_0 và h là những giá trị tùy ý. Ta thường chọn x_0 là giá trị của x_i (hoặc x_i^0) ứng với tần số lớn nhất và h là độ dài của khoảng. Khi đó

$$\overline{x} x_0 + h\overline{u}, \quad s^2 = h^2\Big[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i u_i^2 - (\overline{u})^2\Big].$$

1.5.1 Tính theo phương pháp đổi biến Khi x_i hoặc giá trị trung tâm x_i^0 khá lớn, ta đặt $u_i = \frac{x_i - x_0}{h}$, trong đó x_i là giá trị của dấu hiệu X^*, x_0 và h là những giá trị tùy ý. Ta thường chọn x_0 là giá trị của x_i (hoặc x_i^0) ứng với tần số lớn nhất và h là độ dài của khoảng. Khi đó

$$\overline{x} x_0 + h\overline{u}, \quad s^2 = h^2 \Big[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i u_i^2 - (\overline{u})^2\Big].$$

Ví dụ. Gọi X là khoảng thời gian giữa hai lần tàu vào bến cảng liên tiếp. Theo dõi 336 trường hợp tàu cập cảng, người ta thấy khoảng thời gian ngắn nhất giữa hai lần tàu vào bến cảng liên tiếp là 4 giờ, thời gian dài nhất là 8 giờ. Tính $\overline{x}$, s^2.

Chọn $x_0 = 8$ (ứng với $n_i = 143$ lớn nhất), $h = 8$ (độ dài của khoảng)

$x_i - x_{i+1}$	x_i^0	n_i	u_i	$n_i u_i$	$n_i u_i^2$
4-12	8	143	0	0	0
12-20	16	75	1	75	75
20-28	24	53	2	106	212
28-36	32	27	3	81	243
36-44	40	14	4	56	224
44-52	48	9	5	45	225
52-60	56	5	6	30	180
60-68	64	4	7	28	196
68-76	72	3	8	24	192
76 -80	78	3	8.75	26.25	229.6875
$\sum$		336		471.25	1176.6875

$\overline{x} = 8.\frac{471.25}{336} + 8 = 19.22$, $s^2 = 8^2[\frac{1176.6875}{336}$ - $(\frac{471.25}{336})^2] = 212.5229.$

Bài tập. 1) Chiều cao của 40 học sinh trong một trường học được cho bởi bảng sau. Hãy sắp xếp các số liệu thành bảng bằng cách chia các số liệu thành các khoảng thích hợp.

52	68	60	48	55	45	59	61	57	64	54	55	49	58	60	66	70	48	52	73
67	51	62	69	56	73	53	57	51	61	54	59	66	57	49	64	60	70	73	67

2) Theo dõi năng suất 100ha lúa ở một vùng, người ta thu được kết quả sau

Năng suất (tạ/ha)	D. tích (ha)	Năng suất (tạ/ha)	D.tích (ha)
30-35	7	50-55	20
35-40	12	55-60	8
40-45	18	60-65	5
45-50	27	65-70	3

Tính giá trị trung bình, phương sai, phương sai điều chỉnh của mẫu cụ thể này.

3) Tính giá trị trung bình, phương sai của các mẫu sau.
a) Quan sát về thời gian cần thiết để sản xuất một chi tiết máy ta thu được các số liệu cho ở bảng sau

thời gian(phút)	số quan sát	thời gian(phút)	số quan sát
20-25	2	40-45	14
25-30	14	45-50	8
30-35	26	50-55	4
35-40	32		

b) Thống kê số hàng bán được trong 1 ngày (m) và số ngày bán được lượng hàng tương ứng(n_i) ta có bảng sau

m	n_i	m	n_i
110-222	5	400-450	70
200-250	12	450-500	35
250-300	56	500-550	30
300-350	107	550-700	10
350-400	75		

Giả sử tham số θ (kì vọng, phương sai,...) của biến ngẫu nhiên X chưa biết. Ước lượng θ là dựa vào mẫu ngẫu nhiên $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ đưa ra thống kê $\widehat{\theta} = \widehat{\theta}(X_1, X_2, ..., X_n)$ để ước lượng θ.

Giả sử tham số θ (kì vọng, phương sai,...) của biến ngẫu nhiên X chưa biết. Ước lượng θ là dựa vào mẫu ngẫu nhiên $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ đưa ra thống kê $\widehat{\theta} = \widehat{\theta}(X_1, X_2, ..., X_n)$ để ước lượng θ. Có hai phương pháp ước lượng θ

Giả sử tham số θ (kì vọng, phương sai,...) của biến ngẫu nhiên X chưa biết. Ước lượng θ là dựa vào mẫu ngẫu nhiên $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ đưa ra thống kê $\widehat{\theta} = \widehat{\theta}(X_1, X_2, ..., X_n)$ để ước lượng θ.
Có hai phương pháp ước lượng θ
1) Phương pháp ước lượng điểm: ước lượng điểm chủ trương dùng một giá trị để thay cho giá trị của tham số θ chưa biết của tổng thể, tức là ta chỉ ra $\theta = \theta_0$ nào đó.

Giả sử tham số θ (kì vọng, phương sai,...) của biến ngẫu nhiên X chưa biết. Ước lượng θ là dựa vào mẫu ngẫu nhiên $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ đưa ra thống kê $\widehat{\theta} = \widehat{\theta}(X_1, X_2, ..., X_n)$ để ước lượng θ.
Có hai phương pháp ước lượng θ
1) Phương pháp ước lượng điểm: ước lượng điểm chủ trương dùng một giá trị để thay cho giá trị của tham số θ chưa biết của tổng thể, tức là ta chỉ ra $\theta = \theta_0$ nào đó.
2) Phương pháp ước lượng khoảng tin cậy: từ mẫu ngẫu nhiên chỉ khoảng $[a, b]$ chứa tham số θ với xác suất β đủ lớn cho trước (β được gọi là độ tin cậy và thường được chọn là 0,95 hay 0,99).

Giả sử tham số θ (kì vọng, phương sai,...) của biến ngẫu nhiên X chưa biết. Ước lượng θ là dựa vào mẫu ngẫu nhiên $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$ đưa ra thống kê $\widehat{\theta} = \widehat{\theta}(X_1, X_2, ..., X_n)$ để ước lượng θ.
Có hai phương pháp ước lượng θ
1) Phương pháp ước lượng điểm: ước lượng điểm chủ trương dùng một giá trị để thay cho giá trị của tham số θ chưa biết của tổng thể, tức là ta chỉ ra $\theta = \theta_0$ nào đó.
2) Phương pháp ước lượng khoảng tin cậy: từ mẫu ngẫu nhiên chỉ khoảng $[a, b]$ chứa tham số θ với xác suất β đủ lớn cho trước (β được gọi là độ tin cậy và thường được chọn là 0,95 hay 0,99).

2.1 Phương pháp ước lượng điểm. Giả cần ước lượng tham số θ của biến ngẫu nhiên X. Từ X lập mẫu ngẫu nhiên $W_X = (X_1, X_2, ..., X_n)$. Chọn một thống kê $\widehat{\theta} = \widehat{\theta}(X_1, X_2, ..., X_n)$ ($\widehat{\theta}$ gọi là hàm ước lượng của X). Sau đó thực hiện phép lấy mẫu ta có mẫu cụ thể $w_x = (x_1, x_2, ..., x_n)$. Giá trị $\theta_0 = \widehat{\theta}(x_1, x_2, ..., x_n)$ là ước lượng điểm của θ.

Cùng một mẫu ngẫu nhiên có thể đưa ra nhiều thống kê $\widehat{\theta}$ để ước lượng cho θ . Ta cần lựa chọn thống kê tốt nhất để ước lượng cho θ dựa vào các tiêu chuẩn sau:

Cùng một mẫu ngẫu nhiên có thể đưa ra nhiều thống kê $\widehat{\theta}$ để ước lượng cho θ . Ta cần lựa chọn thống kê tốt nhất để ước lượng cho θ dựa vào các tiêu chuẩn sau:

a) *Ước lượng không chệch (ƯLKC).* *Thống kê $\widehat{\theta} = \widehat{\theta}(X_1, X_2, ..., X_n)$ được gọi là ƯLKC của θ nếu $E(\widehat{\theta}) = \theta$.* Nếu $E(\widehat{\theta}) \neq \theta$ thì $\widehat{\theta} = \widehat{\theta}(X_1, X_2, ..., X_n)$ được gọi là ước lượng chệch của θ.

Giả sử $\widehat{\theta}$ là ƯLKC của θ, ta có: $E(\widehat{\theta} - \theta) = E(\widehat{\theta}) - E(\theta)$ $=\theta$ - θ $=$0. Vậy ƯLKC là ước lượng có trung bình sai số bằng 0.

Cùng một mẫu ngẫu nhiên có thể đưa ra nhiều thống kê $\widehat{\theta}$ để ước lượng cho θ . Ta cần lựa chọn thống kê tốt nhất để ước lượng cho θ dựa vào các tiêu chuẩn sau:

a) *Ước lượng không chệch (ƯLKC). Thống kê $\widehat{\theta} = \widehat{\theta}(X_1, X_2, ..., X_n)$ được gọi là ƯLKC của θ nếu $E(\widehat{\theta}) = \theta$.* Nếu $E(\widehat{\theta}) \neq \theta$ thì $\widehat{\theta} = \widehat{\theta}(X_1, X_2, ..., X_n)$ được gọi là ước lượng chệch của θ.

Giả sử $\widehat{\theta}$ là ƯLKC của θ, ta có: $E(\widehat{\theta} - \theta) = E(\widehat{\theta}) - E(\theta)$ $=\theta$ - θ $=$0. Vậy ƯLKC là ước lượng có trung bình sai số bằng 0.

b) *Ước lượng hiệu quả (ƯLHQ).* ƯLKC có nghĩa rằng trung bình các giá trị của $\widehat{\theta}$ bằng θ. Từng giá trị của $\widehat{\theta}$ có thể sai lệch rất lớn so với θ. Vì vậy ta tìm ƯLKC sao cho độ sai lệch trên bé nhất. *ƯLKC có phương sai nhỏ nhất so với mọi ƯLKC khác được xây dựng trên cùng một mẫu ngẫu nhiên gọi là ƯLHQ.*

Nếu X có hàm mật độ xác suất $f(x, \theta)$ và $\widehat{\theta}$ là ƯLHQ của θ thì $Var(\widehat{\theta}) = 1 \Big/ nE(\frac{\partial \ln f(x,\theta)}{\partial \theta})^2$. Mọi ƯLKC khác đều có phương sai lớn hơn giá trị này.

c) *Ước lượng vững (ƯLV).* *Thống kê $\widehat{\theta} = \widehat{\theta}(X_1, X_2, ..., X_n)$ gọi là ƯLV của tham số θ nếu $\forall \epsilon > 0$, $\lim_{n\to\infty} P(|\widehat{\theta} - \theta| < \epsilon) = 1$.*

Nếu $\widehat{\theta}$ là ƯLKC của θ và $\lim_{n\to\infty} Var(\widehat{\theta}) = 0$ thì $\widehat{\theta}$ là ƯLV của θ.

Ta có kết quả sau

• Trung bình mẫu $\overline{X}$ là ước lượng không chệch, hiệu quả và vững của kỳ vọng μ của biến ngẫu nhiên gốc X của tổng thể.

• Tần suất mẫu f là ước lượng không chệch, hiệu quả và vững của tần suất p của tổng thể.

• Phương sai mẫu điều chỉnh S'^2 là ước lượng không chệch và vững của phương sai σ^2 của biến ngẫu nhiên gốc của tổng thể.

Ví dụ Chiều cao l của 50 cây trong khu vườn cho bởi bảng sau

l(mét)	n_i	l(mét)	n_i	l(mét)	n_i
6,25-6,75	1	7,75-8,25	11	9,25-9,75	3
6,75-7,25	2	8,25-8,75	18	9,75-10,2	1
7,25-7,75	5	8,75-9,25	9		

Gọi X là chiều cao của một cây trong khu vườn.
a) Hãy chỉ ra ƯL điểm cho chiều cao trung bình của các cây.
b) Hãy chỉ ra ƯL điểm cho độ tản mát của chiều của các cây so với chiều cao trung bình. c) Gọi $p = P(7,75 \leq X \leq 8,75)$. Hãy chỉ ra ƯL điểm cho p.

Ta tính $\overline{x}$, s^2, s'^2. Chọn $x_0 = 8.5$, $h = 0.5$

l(mét)	x_i^0	n_i	u_i	$n_i u_i$	$n_i u_i^2$
6,25-6,75	6,5	1	-4	-4	16
6,75-7,25	7	2	-3	-6	18
7,25-7,75	7,5	5	-2	-10	20
7,75-8,25	8	11	-1	-11	11
8,25-8,75	8,5	18	0	0	0
8,75-9,25	9	9	1	9	9
9,25-9,75	9,5	3	2	6	12
9,75-10,2	10	1	3	3	9
$\sum$		50		-13	95

$\overline{x} = 8,5 + 0,5\frac{-13}{50} = 8,37$, $s^2 = (0,5)^2\left[\frac{96}{50} - (\frac{-13}{50})^2\right] = 0,4581.$

Chiều cao trung bình được ƯL là $8,37$ mét.

Độ tản mát được ƯL là $s' = \sqrt{\frac{50}{50-1}0,4581} = 0,684$.

Trong 50 quan sát thấy có 11 +18 $=$ 29 cây có chiều cao thuộc khoảng [7,5, 8,5). Vậy ước lượng điểm cho p là $f = \frac{29}{50} = 0,58.$

2.2 . Phương pháp ước lượng bằng khoảng tin cậy

Khoảng $[a, b]$ có hai đầu mút là hai thống kê $a = a(X_1,\ X_2,...,\ X_n)$, $b = b(X_1,\ X_2,...,\ X_n)$ phụ thuộc MNN $W_X = (X_1,\ X_2,...,\ X_n)$ của BNN gốc X, gọi là khoảng tin cậy của tham số θ với độ tin cậy β nếu: $P\Big(a(X_1, X_2, ..., X_n) \leq \theta \leq b(X_1, X_2, ..., X_n)\Big) = \beta.$

Tiến hành một phép thử với MNN W_X ta thu được một mẫu cụ thể $w_x = (x_1,\ x_2,...,\ x_n)$, tính giá trị cụ thể $a = a(x_1,\ x_2,...,\ x_n)$, $b = b(x_1,\ x_2,...,\ x_n)$. Lúc đó có thể kết luận là: Qua mẫu cụ thể với độ tin cậy β tham số θ của BNN gốc X sẽ nằm trong khoảng $[a, b]$ tức là $a \leq \theta \leq b$.

2.2.1 Ước lượng trung bình(ƯLTB) của biến ngẫu nhiên phân bố theo quy luật chuẩn

Giả sử tổng thể biến ngẫu nhiên gốc X có phân bố chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$ nhưng chưa biết trung bình tổng thể $m = \mu$. Từ tổng thể rút ra một mẫu ngẫu nhiên kích thước n: $W_X = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$, ta tìm khoảng tin cậy của m trong các trường hợp sau:

a) Trường hợp phương sai σ^2 đã biết. Khoảng tin cậy của m với độ tin cậy β có dạng: $\left[\overline{X} - u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \overline{X} + u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$, trong đó: $\alpha = 1 - \beta$, $u_{\frac{\alpha}{2}}$ là giá trị tới hạn mức $\frac{\alpha}{2}$ của phân bố chuẩn tắc $N(0,1)$ $(u_{\frac{\alpha}{2}} = \Phi^{-1}(1 - \frac{\alpha}{2}) = \Phi^{-1}(\frac{1+\beta}{2}))$.

$\epsilon = u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ gọi là độ chính xác của ước lượng.

Với độ chính xác ϵ_0 và độ tin cậy β cho trước, thì kích thước mẫu cần thiết là số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn: $n \geq \frac{\sigma^2 u^2_{\alpha/2}}{\epsilon_0^2}$.

Ví dụ : Trọng lượng của một loại sản phẩm là một biến ngẫu nhiên phân bố theo quy luật chuẩn với độ lệch tiêu chuẩn 1 gram. Cần thử 25 sản phẩm loại này ta thu được kết quả:

Trọng lượng (gram)	18	19	20	21
Số SP tương ứng	3	5	15	2

Với độtin cậy $95^{0/0}$
a. Hãy tìm khoảng tin cậy của trọng lượng trung bình của loại sản phẩm trên.
b. Nếu muốn độ chính xác của ước lượng không vượt quá 0,3 thì cần cân thử ít nhất bao nhiêu sản phẩm.

Gọi X là trọng lượng sản phẩm, theo giả thiết Xc ó phân bố chuẩn với $\sigma = 1$. Trọng lượng trung bình của sản phẩm là tham số m.

Với độ tin cậy $\beta = 0.95$ ta có $\alpha/2 = 0.025$, $u_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$.

a. Từ bảng số liệu tìm được trung bình mẫu cụ thể

$\overline{x} = \frac{3.18+5.19+15.20+2.21}{25} = 19,64$
Độ chính xác của ước lượng: $\epsilon = u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \frac{1}{\sqrt{25}} = 0,392$.
Vậy với độ tin cậy $95^{0/0}$ qua mẫu cụ thể này, khoảng tin cậy của tham số m là: $[\overline{x} - \epsilon, \overline{x} + \epsilon] = [19,64 - 0,392, 19,64 + 0,392]$ hay là $19,248 \leq m \leq 20,032$.

b. Nếu muốn độ chính xác của ước lượng không vượt quá 0,3 thì cần cân thử ít nhất n sản phẩm sao cho: $n \geq \frac{\sigma^2 u^2_{\alpha/2}}{\epsilon_0^2} = \frac{1.1{,}96^2}{0{,}3^2} =$ 42,86. Chọn $n = 43$.

b) Trường hợp phương sai σ^2 chưa biết, kích thước mẫu $n >$30. Khoảng tin cậy của m với độ tin cậy β có dạng:

$$\left[\overline{X} - u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S'}{\sqrt{n}}, \overline{X} + u_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S'}{\sqrt{n}}\right],$$

trong đó S' là phương sai hiệu chỉnh.

Ví dụ: Để xác định chiều cao trung bình của các cây bạch đàn trong khu rừng rộng trồng bạch đàn, ta tiến hành đo ngẫu nhiên 35 cây và có kết quả cho trong bảng sau:

Khoảng	n_i	Khoảng	n_i	Khoảng	n_i
6,5-7	2	7,5-8	10	8,5-9	5
7-7,5	4	8-8,5	11	9-9,5	3

Hãy ước lượng chiều cao trung bình với độ tin cậy $\beta = 0.95$

Ta tính $\overline{x}$, s^2, s'^2. Chọn $x_0 = 8.25$, $h = 0.5$

Khoảng	x_i^0	n_i	u_i	n_iu_i	$n_iu_i^2$
6,5-7	6,75	2	-3	-6	18
7-7,5	7,25	4	-2	-8	16
7,5-8	7,75	10	-1	-10	10
8-8,5	8,25	11	0	-0	0
8,5-9	8,75	5	1	5	5
9-9,5	9,25	3	2	6	12
$\sum$		35		-13	61

$\overline{x} = 8,25 + 0,5\frac{-13}{35} = 8,06,$

$s'^2 = \frac{35}{35-1}s^2 = \frac{35}{34}.(0,5)^2.\left[\frac{61}{35} - (\frac{-13}{35})^2\right] = 0,413,$

$s' = \sqrt{0,413} = 0,64.$

Với độ tin cậy $\beta = 0.95$ ta có $\alpha/2 = 0.025$, $u_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96.$

Độ chính xác của ước lượng: $\epsilon = u_{\frac{\alpha}{2}}\frac{s'}{\sqrt{n}} = 1,96\frac{0,64}{\sqrt{35}} = 0,21.$

Vậy khoảng tin cậy cho chiều cao trung bình m của các cây bạch đàn là: $[\overline{x} - \epsilon, \overline{x} + \epsilon] = [7,87; 8,29]$.

c) Trường hợp phương sai σ^2 chưa biết, kích thước mẫu n <30. Khoảng tin cậy của m với độ tin cậy β có dạng:

$$\left[\overline{X} - t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).\frac{S'}{\sqrt{n}}, \quad \overline{X} + t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).\frac{S'}{\sqrt{n}}\right],$$

trong đó: $\alpha = 1 - \beta$, $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ là giá trị tới hạn mức $\frac{\alpha}{2}$ của phân bố Student n-1 bậc tự do (xem bảng tính các giá trị tới hạn t_α).

Độ chính xác của ước lượng $\epsilon = t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).\frac{S'}{\sqrt{n}}.$

Với độ chính xác ϵ_0 và độ tin cậy β cho trước, thì kích thước mẫu cần thiết là số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn: $n \geq \frac{S'^2 t^2_{\alpha/2}(n-1)}{\epsilon_0^2}$.

Ví dụ: Năng suất của một loại giống mới là một biến ngẫu nhiên có quy luật phân bố chuẩn. Gieo thử giống hạt này trên 16 mảnh vườn thí nghiệm thu được như sau (đơn vị kg/ha): 172, 173, 173, 174, 174, 175, 176, 166, 166, 167, 165, 173, 171, 170, 171, 170. Hãy tìm khoảng tin cậy cho năng suất trung bình của loại hạt giống này với độ tin cậy $\beta = 95^{0/0}$.

Năng suất trung bình của hạt giống là m. Từ các số liệu trên ta tính được: $\overline{x} = 171$, $s' = 3,4254$, $\alpha = 0,05$, $\frac{\alpha}{2} = 0,025$. Tra bảng phân bố Student với 15 bậc tựdo ta tìm được $t_{\alpha/2}(n-1) = t_{0,025}(15) =$ 2,131. Độ chính xác $\epsilon = t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).\frac{S'}{\sqrt{n}} = 2,131.\frac{3,4254}{\sqrt{16}}$ $=$ 1,885. Vậy khoảng tin cậy cho năng suất trung bình của loại hạt giống này là: $169,115 \leq m \leq 172,885$.

2.2.2 Ước lượng tỷ lệ (tần suất) Khoảng tin cậy cho tỷ lệ p của tổng thể với độ tin cậy β là

$$\left[f - u_{\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}, \quad f + u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}\right],$$

với điều kiện $nf > 10$ và $n(1-f) > 10$.

Độ chính xác của ước lượng $\epsilon = u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}$.

Với độ chính xác ϵ_0 và độ tin cậy β cho trước, thì kích thước mẫu cần thiết là số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn: $n \geq f(1-f)\left(\frac{u_{\frac{\alpha}{2}}}{\epsilon_0}\right)^2$, trong đó f là tần suất mẫu của một mẫu ngẫu nhiên nào đó.

Ví dụ: Trong đợt vận động bầu cử tổng thống ở một nước nọ, người ta phỏng vấn ngẫu nhiên 1600 cử tri, được biết có 960 người trong số đó sẽ bỏ phiếu cho ứng cử viên A. Với độ tin cậy $\beta = 95^{0/0}$ tối thiếu ứng cử viên A sẽ chiếm được bao nhiêu ${}^0/0$ số phiếu bầu.

Gọi p là tỉ lệ số phiếu sẽ bầu cho ứng cử viên A. Tổng thể nghiên cứu là tập hợp tất cả các cử tri. Dấu hiệu nghiên cứu là cử tri sẽ bỏ phiếu cho A.
Từ mẫu cụ thể trên ta có $f = \frac{960}{1600} = 0,6$ thỏa $nf = 960 > 10$ và $n(1-f) = 640 > 10$.
Độchính xác của ước lượng $\epsilon = u_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 1,96\sqrt{\frac{0{,}6.0{,}4}{1600}} = 0,024$.
Khoảng tin cậy $0,576 \le p \le 0,624$.
Vậy với độ tin cậy $95^{0/0}$ thì tối thiểu có 57,6$^{0/0}$ cử tri sẽ bỏ phiếu cho ứng cử viên A.

Bài tập. 1) Trong đợt vận động bầu cử tổng thống ở một nước nọ, người ta phỏng vấn ngẫu nhiên 2000 cử tri thì được biết có 1082 người trong số đó sẽ bỏ phiếu cho ứng cử viên A. Với độ tin cậy $98^{0/0}$ tối thiểu ứng cử viên A sẽ chiếm được bao nhiêu $^{0/0}$ số phiếu bầu? Cho biết phân vị mức 0,975 của phân bố chuẩn tắc N(0;1) là 1,96.
2) Để xác định sản lượng khai thác điện thoại của đơn vị mình, một đơn vị đã tiến hành thống kê ngẫu nhiên 35 ngày và thu được kết quả sau với đơn vị 100.000 phút/ngày: 0,84; 0,96 ; 1,02; 1,08; 0,88; 0,80; 0,91; 0,97; 1,07; 0,98; 1,04; 1,13; 0,87; 0,82; 1,01; 0,93; 1,03; 1,10; 0,97; 1,05; 0,83; 0,76; 0,95; 1,15; 1,00; 1,05; 1,14; 0,89; 0,81; 0,95; 1,20; 1,16; 1,24; 0,79; 0,77. Tìm khoảng tin cậy $95^{0/0}$ cho sản lượng điện thoại trung bình mỗi ngày.

3) Muốn ước lượng số cá trong hồ, người ta bắt 2000 con cá trong hồ đánh dấu rồi thả lại xuống hồ. Sau đó bắt lại 400 con và thấy có 53 con có dấu. Hãy ước lượng số cá trong hồ với độ tin cậy là 0,95.
4) Để xác định chiều cao trung bình của các cây con trong một vườn ươm người ta tiến hành đo ngẫu nhiên 40 cây. Kết quả đo được như sau:

Khoảng (cm)	n_i	Khoảng(cm)	n_i	Khoảng(cm)	n_i
16,5-17	3	17,5-18	11	18,5-19	6
17-17,5	5	18-18,5	12	19-19,5	3

a) Tìm khoảng tin cậy $90^{0/0}$ cho chiều cao trung bình của vườn cây con.
b) Nếu muốn khoảng ước lượng có độ chính xác $\epsilon = 0,1$ thì cần lấy mẫu bao nhiêu cây.

5) Trọng lượng của một loại sản phẩm A là một biến ngẫu nhiên có phân bốtheo quy luật chuẩn với độ lệch chuẩn là 1 gam. Cân thử 27 bao loại này ta thu được kết quả:

Trọng lượng(g)	n_i	Trọng lượng(g)	n_i	Trọng lượng(g)	n_i
47,5-48,5	3	49,5-50,5	15	51,5-52,5	1
48,5-49,5	6	50,5-51,5	2		

a) Tìm khoảng tin cậy 95$^{0/0}$ của trọng lượng trung bình của loại sản phẩm trên.
b) Nếu muốn độ chính xác $\epsilon = 0,1$ thì kích thước mẫu cần thiết là bao nhiêu.