

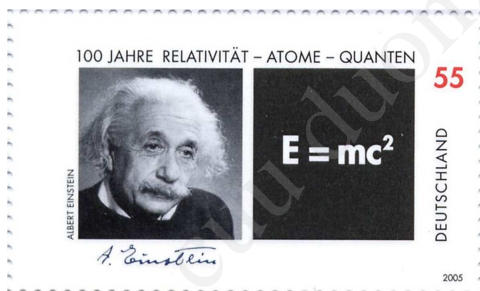
Thuyết tương đối

Biên soạn: Lê Quang Nguyên
www4.hcmut.edu.vn/~leqnguyen
nguyenquangle59@yahoo.com

Nội dung

1. Hai tiên đề
2. Các hệ quả
 - a. Thời gian giãn ra
 - b. Chiều dài co ngắn lại
 - c. Tính tương đối của sự đồng thời
3. Phép biến đổi Lorentz
4. Các hệ quả khác
 - a. Quan hệ nhân quả
 - b. Sự bất biến của khoảng không-thời gian
 - c. Phép cộng vận tốc mới
5. Động lượng và năng lượng

1. Hai tiên đề – 1



- Các hiện tượng vật lý diễn ra như nhau trong mọi hệ quy chiếu quán tính.
- Vận tốc của ánh sáng trong chân không là một hằng số ($c = 3.10^8$ m/s), không phụ thuộc vào hệ quy chiếu và phương truyền.

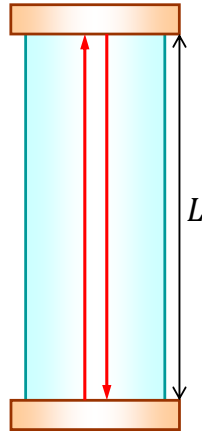
1. Hai tiên đề – 2

- Nguyên lý tương đối Galilei: các hiện tượng cơ học diễn ra như nhau trong mọi hệ quy chiếu quán tính.
- Tiên đề 1 mở rộng nguyên lý tương đối cho mọi hiện tượng vật lý.
- Thí nghiệm Michelson-Morley (1887): đo sự phụ thuộc của vận tốc ánh sáng vào trạng thái chuyển động của nguồn nhưng thất bại.
- Do đó đã xác nhận tiên đề 2.

2a. Thời gian dẫn ra – 1

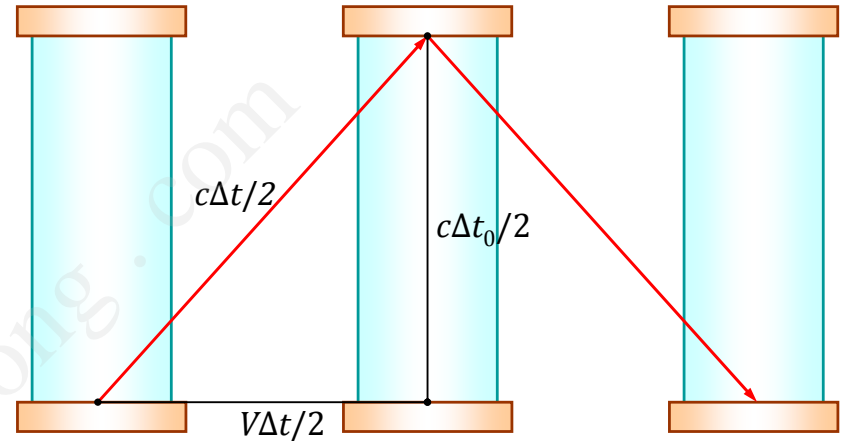
- Xét một đồng hồ ánh sáng,
- Một “tích tắc” là một lần ánh sáng đi từ dưới lên trên và phản xạ trở về.
- Trong *hệ quy chiếu gắn liền với đồng hồ*,
- thời gian của một “tích tắc” là:

$$\Delta t_0 = \frac{2L}{c}$$



2a. Thời gian dẫn ra – 2

- Trong hqc nhìn thấy đồng hồ chuyển động với vận tốc V : $(c\Delta t)^2 = (V\Delta t)^2 + (c\Delta t_0)^2$



2a. Thời gian dẫn ra – 3

- Vậy đối với quan sát viên nhìn thấy đồng hồ chuyển động, một tích tắc của đồng hồ là:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} > 1$$

$$\Delta t > \Delta t_0$$

- Theo quan sát viên nhìn thấy đồng hồ chuyển động, đồng hồ có nhịp điệu dẫn ra.
- Mọi đồng hồ khác cũng vậy. (Theo tiên đề 1)

2a. Thời gian dẫn ra – 4

- Khi hai biến cố xảy ra tại cùng một nơi trong một hệ quy chiếu quán tính,
- khoảng thời gian giữa chúng, đo trong hqc ấy, được gọi là *thời gian riêng* (Δt_0).
- Khoảng thời gian giữa hai biến cố đó, đo trong mọi hệ quy chiếu khác, đều lớn hơn thời gian riêng:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \equiv \gamma \Delta t_0$$

Minh họa.

- v là vận tốc giữa hai hệ quy chiếu.

2a. Thời gian dẫn ra – 5

- Chuyện Từ Thức thời hiện đại.
- Từ Thức du hành đến một ngôi sao xa với vận tốc $V = 0,9996c$. Sau 3 năm thì trở về.
- Theo người trên Trái Đất thì thời gian của chuyến du hành là: $\Delta t = \gamma \Delta t_0$

$$\gamma = 1 / \sqrt{1 - (0,9996)^2} = 35,36$$

$$\Delta t = (35,36)(3n) = 106,1n$$

- Đã hơn 100 năm trôi qua trên Trái Đất!

2a. Thời gian dẫn ra – 6

- Hạt *muon* đứng yên có thời gian sống là $\Delta t_0 = 2,200 \mu s$.
- Khi chuyển động với vận tốc $V = 0,9994c$, thời gian sống của muon sẽ dài ra.

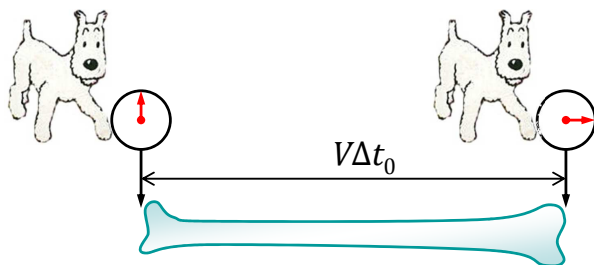
$$\beta = V/c = 0,9994 \quad \gamma = 1 / \sqrt{1 - \beta^2} = 28,87$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 = (28,87)(2,200 \mu s) = 63,51 \mu s$$

- Điều này đã được thực nghiệm kiểm chứng.

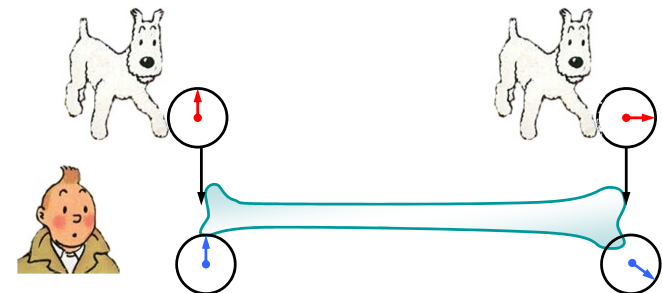
2b. Chiều dài co ngắn lại – 1

- Chó Milou đang chạy chơi với vận tốc V thì thấy một khúc xương, và muốn đo chiều dài của nó.
- Milou đo thời gian Δt_0 giữa hai lần đi qua hai đầu khúc xương.
- Và suy ra chiều dài khúc xương là: $L = V \Delta t_0$



2b. Chiều dài co ngắn lại – 2

- Tuy nhiên, theo Tintin thì thời gian giữa hai biến cố là: $\Delta t = \gamma \Delta t_0 > \Delta t_0$
- Do đó chiều dài khúc xương là: $L_0 = V \Delta t > L$
- Suy ra: $L = L_0 \sqrt{1 - V^2/c^2}$
- Chiều dài vật chuyển động co ngắn lại.



2b. Chiều dài co ngắn lại – 3

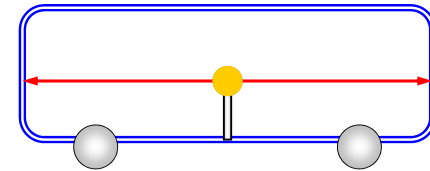
- Chiều dài của một vật đo trong hq quán tính gắn liền với vật được gọi là *chiều dài riêng* (L_0).
- Chiều dài của cùng vật đó, đo trong mọi hệ quy chiếu khác, đều nhỏ hơn chiều dài riêng:

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} \equiv \frac{L_0}{\gamma}$$

- v là vận tốc giữa hai hệ quy chiếu.

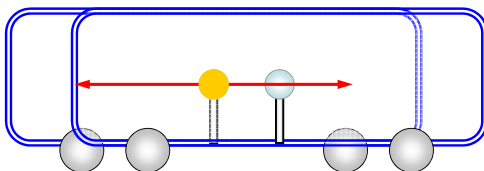
2c. Tính tương đối của sự đồng thời – 1

- Một xung sáng được phát ra từ giữa một toa tàu đang đi vào ga, và truyền về hai đầu toa.
- Theo hành khách trên toa, hai tia sáng đạt tới hai đầu toa cùng một lúc.



2c. Tính tương đối của sự đồng thời – 2

- Theo người đứng dưới sân ga, tia sáng đi ngược chiều chuyển động của tàu đạt tới vách trước.
- Vì vận tốc ánh sáng là không đổi về cả hai phía, và vì vách này tiến lại gặp tia sáng.
- Hai biến cố xảy ra đồng thời trong một hq, lại không đồng thời trong một hq khác.



Bài tập áp dụng 1

Một hạt không bền đi vào một máy dò và để lại một vết dài 1,05 mm trước khi phân rã. Vận tốc hạt đối với máy dò là $0,992c$.

Thời gian sống riêng của hạt là bao nhiêu?

Trả lời BT 1

- Thời gian sống của hạt đối với máy dò là:

$$\Delta t = d/V \quad d \text{ là chiều dài của vật}$$

$$\Delta t = \frac{1,05 \times 10^{-3} m}{0,992 \times 3 \times 10^8 m/s} = 3,53 ps$$

- Thời gian sống riêng luôn luôn ngắn hơn và xác định từ:

$$\Delta t_0 = \frac{\Delta t}{\gamma} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,992^2}} = 7,92$$

$$\Delta t_0 = \frac{3,53 ps}{7,92} = 0,45 ps$$

Bài tập áp dụng 2

Trong một đời người, liệu có thể du hành đến một thiên hà ở cách xa Trái Đất 23.000 năm ánh sáng hay không?

Trả lời BT 2 - 1

- Gọi $V = \beta c$ là vận tốc phi hành gia.
- Ánh sáng mất 23.000 năm để bay đến thiên hà thì phi hành gia phải mất $23.000/\beta$ năm, theo thời gian trên Trái Đất.
- Giả sử tuổi thọ trung bình của con người là 80 năm.
- Phi hành gia muốn thực hiện chuyến bay trong 80 năm (thời gian riêng). Do đó:

$$\gamma = \Delta t / \Delta t_0 = (23.000n / \beta) / 80n$$

$$\Rightarrow \gamma \beta = 23.000 / 80 = 287,5$$

Trả lời BT 2 - 2

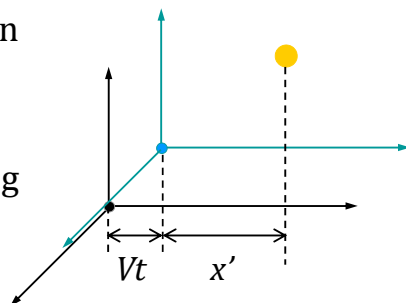
- Hay: $\beta / \sqrt{1 - \beta^2} = 287,5$
- Giải phương trình trên ta được:
- $\beta = 0,998265393$
- Cũng có thể lập luận như sau.
- Phi hành gia phải chuyển động sao cho đối với ông ta khoảng cách 23.000 nas (chiều dài riêng) co lại còn 80β nas:

$$\gamma = L_0 / L = 23.000 nas / 80\beta nas$$

$$\Rightarrow \gamma \beta = 23.000 / 80 = 287,5$$

3a. Phép biến đổi Galilei

- Học K' chuyển động theo trục x của học K với vận tốc V .
- Lúc $K \equiv K'$ thì $t = t' = 0$.
- Một biến cố xảy ra trong K' có tọa độ (x', y', z', t')
- đối với K sẽ có tọa độ:

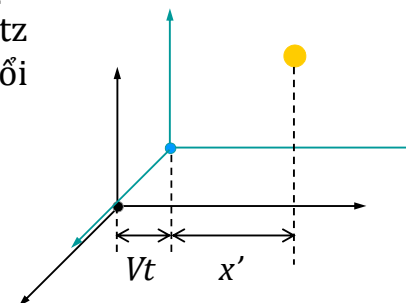


$$\begin{aligned}x &= x' + Vt \\y &= y' \\z &= z' \\t &= t'\end{aligned}$$

3b. Phép biến đổi Lorentz

- Để phù hợp với các hiệu ứng tương đối, Lorentz đưa ra các phép biến đổi mới:

$$\begin{aligned}x &= \gamma(x' + Vt') \\y &= y' \\z &= z' \\t &= \gamma\left(t' + \frac{V}{c^2}x'\right)\end{aligned}$$



Khi $V \ll c$,
 $\gamma \rightarrow 1$, $V/c^2 \rightarrow 0$
 Lorentz \rightarrow Galilei.

4a. Quan hệ nhân quả – 1

- Xét hai biến cố xảy ra trong học K' , ở cách nhau một khoảng $\Delta x'$, lệch nhau một khoảng thời gian $\Delta t'$.
- Từ phép biến đổi Lorentz ta có độ lệch thời gian giữa hai biến cố trong học K :

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{V}{c^2}\Delta x'\right)$$

- Nếu $\Delta t' > 0$ và $\Delta x' < 0$, và $\frac{V}{c^2}|\Delta x'| > \Delta t'$

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' - \frac{V}{c^2}|\Delta x'|\right) < 0$$

- Thứ tự của hai biến cố đã bị đảo ngược!

4a. Quan hệ nhân quả – 2

- Phải chăng trong một học chuyển động đối với Trái Đất người ta có thể thấy
- chú vịt cồ trẻ dần thành vịt con, rồi chui lại vào vỏ trứng !?
- Thật ra, không thể đảo ngược thứ tự của các biến cố trên đây,
- vì chúng có quan hệ nhân quả với nhau.



4a. Quan hệ nhân quả – 3

- Phải có thông tin được truyền đi từ nguyên nhân đến kết quả,
- Do đó: $|\Delta x'| = v \Delta t'$ v : tốc độ truyền thông tin

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \left(1 - \frac{V}{c^2} \frac{|\Delta x'|}{\Delta t'} \right) = \gamma \Delta t' \left(1 - \frac{Vv}{c^2} \right)$$

$$\frac{Vv}{c^2} < 1 \Rightarrow \Delta t > 0$$

- Không thể đảo ngược thứ tự của hai biến cố có quan hệ nhân quả.

4b. Sự bất biến của khoảng không-thời gian

- Khoảng cách không-thời gian Δs giữa hai biến cố được định nghĩa bởi:

$$\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2)$$

- Từ phép biến đổi Lorentz, ta có thể chứng minh là khoảng Δs không thay đổi khi chuyển hệ quy chiếu:

$$\Delta s^2 = \Delta s'^2$$

4c. Công thức cộng vận tốc mới

- Xét một chất điểm chuyển động trong hq K' với vận tốc:

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} \quad v'_y = \frac{dy'}{dt'} \quad v'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

- Từ phép biến đổi Lorentz, ta tìm được vận tốc của chất điểm đối với hq K :

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{v'_x + V}{1 + v'_x V / c^2}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\gamma v'_y}{1 + v'_x V / c^2}$$

tương tự cho v_z

Bài tập áp dụng 3

Một nhà thực nghiệm thực hiện một mạch điện giúp ông ta bật cùng một lúc hai bóng đèn, bóng màu đỏ ở gốc hệ quy chiếu và bóng màu vàng ở khoảng cách $x = 30$ km.

Đối với quan sát viên chuyển động theo trục x dương với vận tốc $0,250c$:

- Khoảng thời gian giữa hai biến cố là bao nhiêu?
- Bóng nào được bật sáng trước?

Trả lời BT 3 - 1

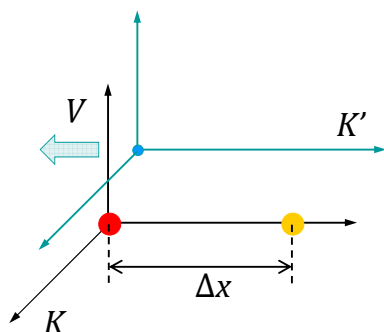
- Theo qsv K' thì K chuyển động với vận tốc $V = 0,250c$ **theo chiều âm** của trục x ,

- Biến đổi Lorentz cho ta:

$$t' = \gamma \left(t - \frac{V}{c^2} x \right)$$

- Thời gian giữa hai biến cố là:

$$\Delta t' = \gamma \left(\Delta t - \frac{V}{c^2} \Delta x \right) \quad \Delta t' = -\gamma \frac{V}{c^2} \Delta x$$



Trả lời BT 3 - 2

- Hay:

$$\Delta t' = -\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\beta}{c} \Delta x \quad \beta = 0,250$$

- Ta có: $\Delta x = x_{\text{vang}} - x_{\text{do}} = 30 \text{ km}$

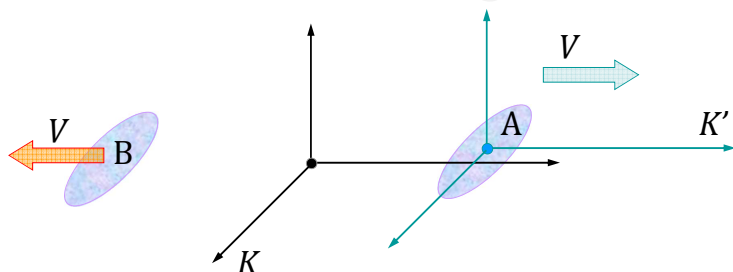
- Do đó: $\Delta t' = t'_{\text{vang}} - t'_{\text{do}} = -2,58 \times 10^{-5} \text{ s}$

- Theo K' thì đèn vàng bật sáng trước một khoảng thời gian là $25,8 \mu\text{s}$.

Bài tập áp dụng 4

Hai thiên hà A và B đang đi ra xa khỏi chúng ta ở hai phía đối diện với cùng vận tốc $0,55c$.

Tìm vận tốc của thiên hà B đối với thiên hà A.

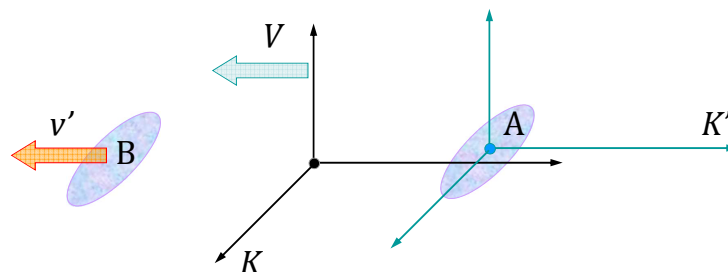


Trả lời BT 4 - 1

- Đối với thiên hà A chúng ta có vận tốc $-V$, do đó thiên hà B có vận tốc cho bởi:

$$v'_x = \frac{v_x - V}{1 - v_x V / c^2}$$

- Vận tốc của thiên hà B đối với chúng ta: $v_x = -V$



Trả lời BT 4 – 2

- Suy ra:

$$v'_x = \frac{-V - V}{1 + V^2/c^2} = -\frac{2 \times 0,55c}{1 + 0,55^2} = -0,84c$$

- Khác với kết quả theo cơ học cổ điển ($1,10c$).
- Công thức cộng vận tốc của thuyết tương đối đảm bảo rằng vận tốc tổng hợp luôn nhỏ hơn c .

5a. Khối lượng tương đối tính

- Khối lượng của một chất điểm:
- đo trong hệ quy chiếu gắn liền với chất điểm đó, là *khối lượng nghỉ* m_0 của nó.
- đo trong một hệ quy chiếu khác, trong đó chất điểm chuyển động với vận tốc v , thì lớn hơn khối lượng nghỉ:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \equiv \gamma m_0$$

5b. Động lượng tương đối tính

- Động lượng của một chất điểm trong thuyết tương đối là:

$$\vec{p} = m\vec{v} = \gamma m_0 \vec{v}$$

- Phương trình động lực học:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(\gamma m_0 \vec{v})}{dt} = \vec{F}$$

5c. Năng lượng tương đối tính

- Năng lượng của một chất điểm chuyển động:

$$E = mc^2$$

- Năng lượng nghỉ:

$$E_0 = m_0 c^2$$

- Động năng:

$$K = (m - m_0)c^2$$

- Hệ thức giữa động lượng và năng lượng:

$$E^2 = (pc)^2 + (m_0 c^2)^2$$

$$(pc)^2 = K^2 + 2Km_0 c^2$$

Bài tập 5.1

Một hạt pion ($m_\pi = 273m_e$) đang đứng yên phân rã thành một muon ($m_\mu = 207m_e$) và một phản neutrino ($m_{\bar{\nu}} \approx 0$) theo phản ứng:

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$$

Tìm (bằng eV):

(a) Động năng của muon.

(b) Động năng của phản neutrino.

Trả lời BT 5.1 – 1

- Năng lượng được bảo toàn trong phản ứng:

$$m_\pi c^2 = K_\mu + m_\mu c^2 + K_{\bar{\nu}} + m_{\bar{\nu}} c^2$$

$$(m_\pi - m_\mu) c^2 = K_\mu + K_{\bar{\nu}} \quad \approx 0$$

Độ hụt khối Δm
của phản ứng

$$K_\mu + K_{\bar{\nu}} = \Delta m c^2 \quad (1)$$

- Động lượng được bảo toàn:

$$0 = \vec{p}_\mu + \vec{p}_{\bar{\nu}} \quad \Rightarrow (p_\mu c)^2 = (p_{\bar{\nu}} c)^2$$

Trả lời BT 5.1 – 2

- Biểu diễn qua động năng:

$$K_\mu^2 + 2K_\mu m_\mu c^2 = K_{\bar{\nu}}^2 \quad (2)$$

- Thay $K_{\bar{\nu}}$ từ (1):

$$K_\mu^2 + 2K_\mu m_\mu c^2 = (\Delta m c^2 - K_\mu)^2$$

$$= (\Delta m c^2)^2 - 2K_\mu \Delta m c^2 + K_\mu^2$$

$$\Rightarrow 2K_\mu (\Delta m + m_\mu) c^2 = (\Delta m c^2)^2$$

$$K_\mu = \frac{\Delta m^2 c^2}{m_\pi}$$

Trả lời BT 5.1 – 2

- $\Delta m = (273 - 207)m_e = 66m_e$

$$K_\mu = \frac{66^2 m_e^2 c^2}{273 m_e} = \frac{4356}{273} m_e c^2$$

- $m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$
- $K_\mu = 4,07 \text{ MeV}$
- $K_{\bar{\nu}} = 29,6 \text{ MeV}$