Chương 5:
LỌC SỐ FIR & IIR

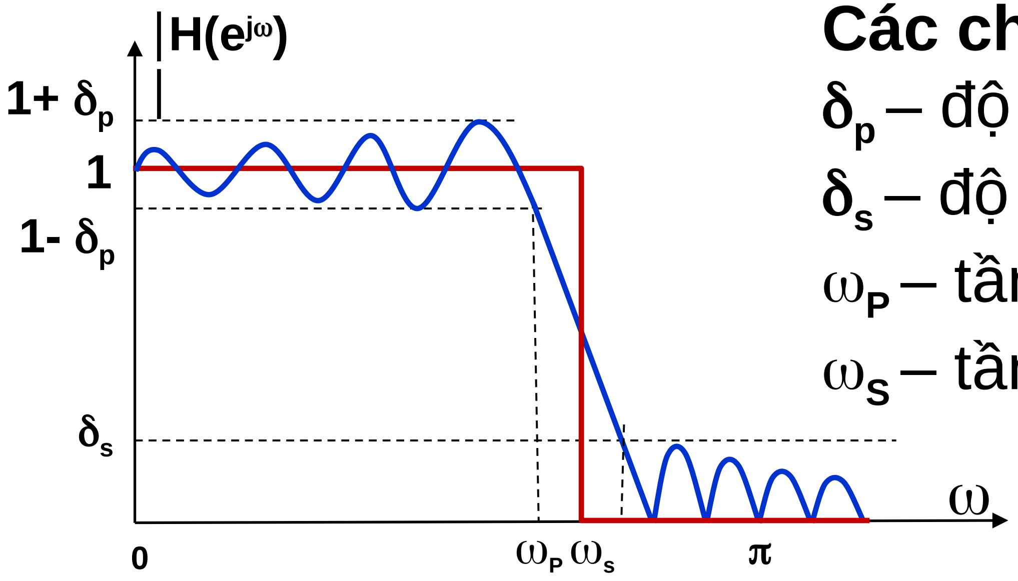
5.1 KHÁI NIỆM VỀ LỌC SỐ

5.2 BỘ LỌC SỐ FIR

5.3 BỘ LỌC SỐ IIR

5.1 KHÁI NIỆM VỀ LỌC SỐ

- ***Lọc số*** *là hệ thống làm biến dạng sự phân bố tần số các thành phần của tín hiệu theo các chỉ tiêu cho trước.*



Các chỉ tiêu kỹ thuật:

δ_p – độ gợn sóng dải thông

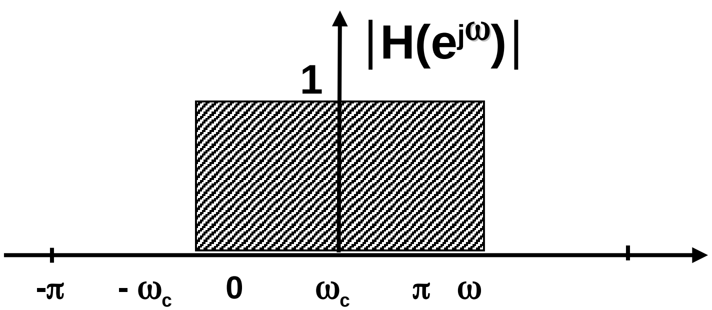
δ_s – độ gợn sóng dải chắn

ω_P – tần số giới hạn dải thông

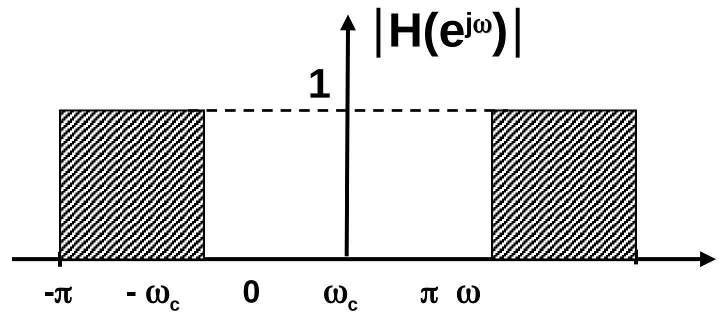
ω_S – tần số giới hạn dải chắn

Đáp ứng biên độ của bộ lọc số thông thấp

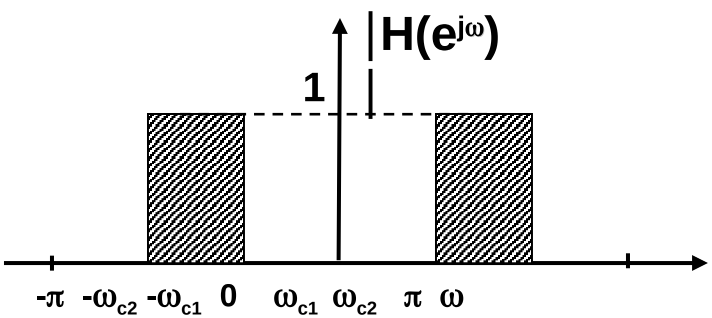
ĐÁP ỨNG BIÊN ĐỘ CÁC LỌC SỐ LÝ TƯỞNG



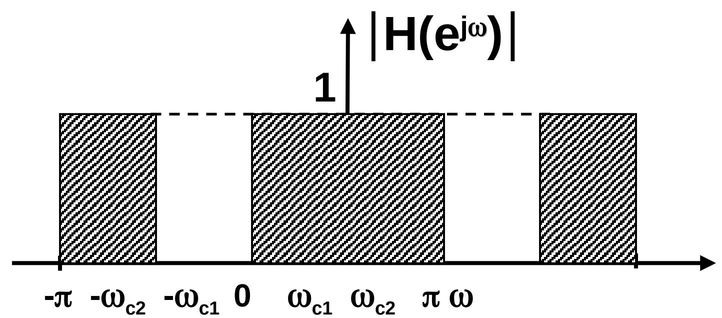
a) Lọc thông thấp lý tưởng



a) Lọc thông cao lý tưởng



a) Lọc thông dải lý tưởng



a) Lọc chắn dải lý tưởng

Ký hiệu: : Dải thông : Dải chắn

5.2 BỘ LỌC SỐ FIR (Finite Impulse Response)

- ✓ Hàm truyền đạt bộ lọc FIR
- ✓ Cấu trúc của bộ lọc FIR
- ✓ Các tính chất của bộ lọc FIR
- ✓ Các đặc trưng bộ lọc FIR có pha tuyến tính
- ✓ Các phương pháp tổng hợp bộ lọc FIR

5.2.1 HÀM TRUYỀN ĐẠT BỘ LỌC SỐ FIR

Phương trình sai phân bộ lọc FIR:

$$y(n) = \sum_{r=0}^{M} b_r x(n-r) = \sum_{r=0}^{M} h(r) x(n-r)$$

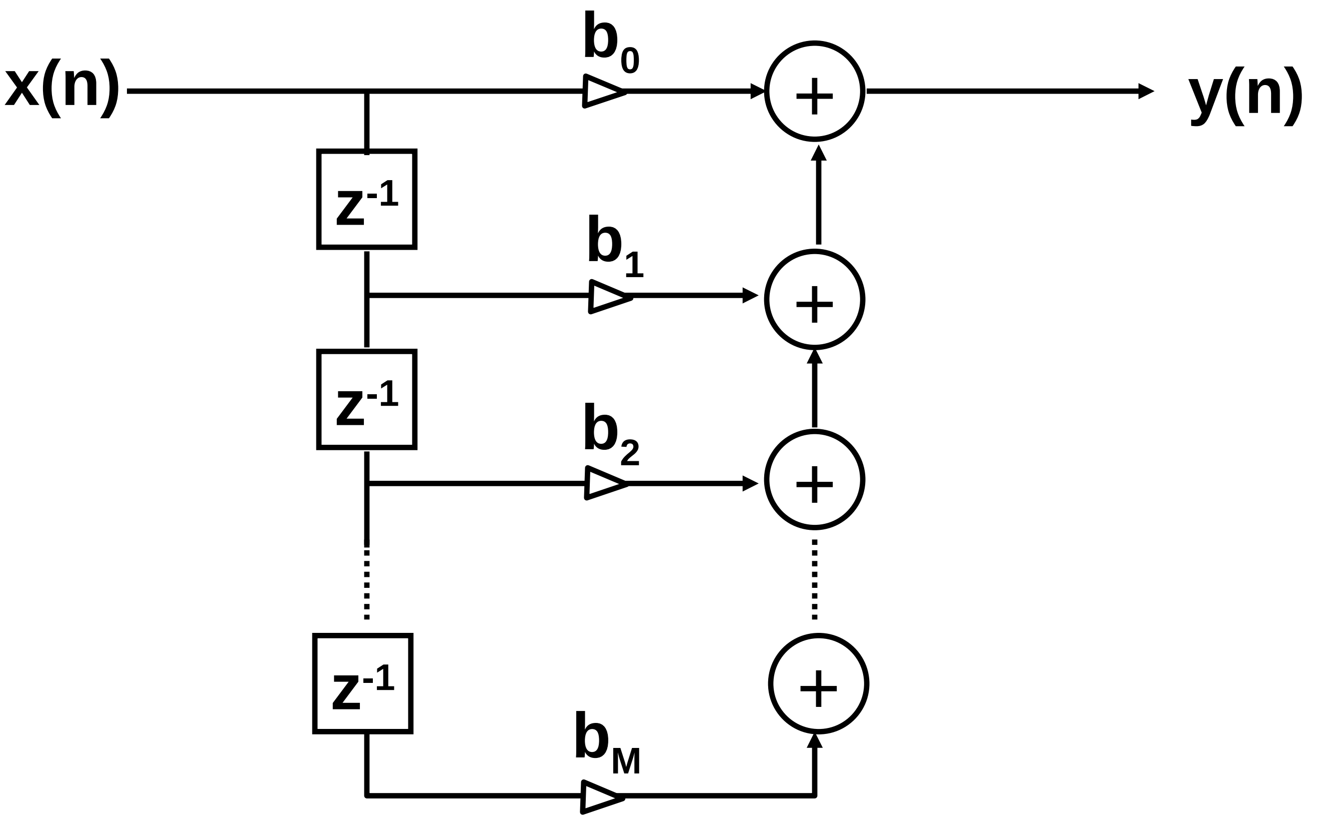
Hàm truyền đạt bộ lọc FIR:

$$H(z) = \sum_{r=0}^{M} b_r z^{-r} = b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_M z^{-M}$$

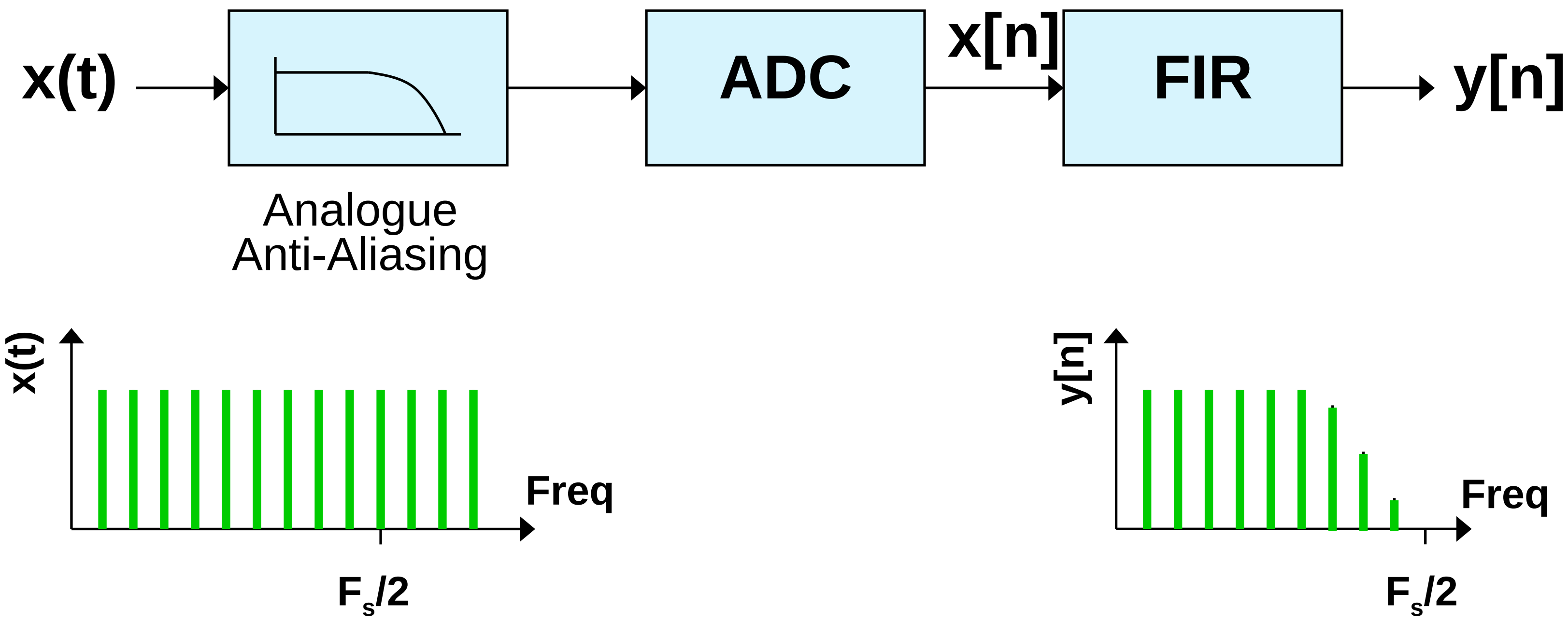
Đáp ứng tần số bộ lọc FIR:

$$H(e^{j\omega}) = H(z)\big|_{z=e^{j\omega}} = \left|H(e^{j\omega})\right| \angle \arg\left\{H(e^{j\omega})\right\}$$

5.2.2 CẤU TRÚC BỘ LỌC SỐ FIR



LỌC SỐ FIR


x(t)
Analogue
Anti-Aliasing
ADC
x[n]
FIR
y[n]
x(t)
Freq
F_s/2
y[n]
Freq
F_s/2

5.2.3 CÁC TÍNH CHẤT BỘ LỌC SỐ FIR

a. Bộ lọc số FIR luôn ổn định do độ dài L[h(n)]=N:

$$\sum_{n=-\infty}^{-\infty} |h(n)| = \sum_{n=0}^{N-1} |h(n)| < \infty$$

b. Nếu h(n) không nhân quả, dịch h(n) sang phải n_0 đơn vị thành h(n-n_0), nhưng đáp ứng biên độ vẫn không đổi:

$$h(n) \xleftrightarrow{F} H(e^{j\omega}) = \left|H(e^{j\omega})\right| e^{j\arg H(e^{j\omega})}$$

$$h(n-n_0) \xleftrightarrow{F} e^{-jn_0\omega} H(e^{j\omega}) = \left|H(e^{j\omega})\right| e^{j[\arg H(e^{j\omega}) - n_0\omega]}$$

5.2.4 CÁC ĐẶC TRƯNG CỦA BỘ LỌC SỐ FIR CÓ PHA TUYẾN TÍNH

- Đáp ứng tần số của bộ lọc: $H(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega})e^{j\theta(\omega)}$

- Thời gian lan truyền tín hiệu: $\tau = \dfrac{-d\lfloor\theta(\omega)\rfloor}{d\omega} = \alpha$

- Để thời gian lan truyền **τ** không phụ thuộc vào **ω** thì: $\theta(\omega) = -\alpha\omega + \beta$

Trường hợp 1: $\beta = 0$, $\theta(\omega) = -\alpha\omega$

- Đáp ứng tần số của bộ lọc:

$$H(e^{j\omega}) = A(e^{j\omega})e^{j\theta(\omega)} = A(e^{j\omega})e^{-j\alpha\omega} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)e^{-j\omega n}$$

$$A(e^{j\omega})\left[\cos\alpha\omega - j\sin\alpha\omega\right] = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\left[\cos\omega n - j\sin\omega n\right]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A(e^{j\omega})\cos\alpha\omega = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\cos\omega n \\ A(e^{j\omega})\sin\alpha\omega = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin\omega n \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\sin\alpha\omega}{\cos\alpha\omega} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin\omega n}{\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\cos\omega n}$$

$$\Leftrightarrow \quad \sin\alpha\omega \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\cos\omega n = \cos\alpha\omega \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin\omega n$$

$$\Leftrightarrow \quad \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\left[\sin\alpha\omega\cos\omega n - \cos\alpha\omega\sin\omega n\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin\left[(\alpha - n)\omega\right] = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{cases} \boldsymbol{\alpha} = \dfrac{\mathbf{N-1}}{2} \\ \mathbf{h(n) = h(N-1-n)} \end{cases}}$$

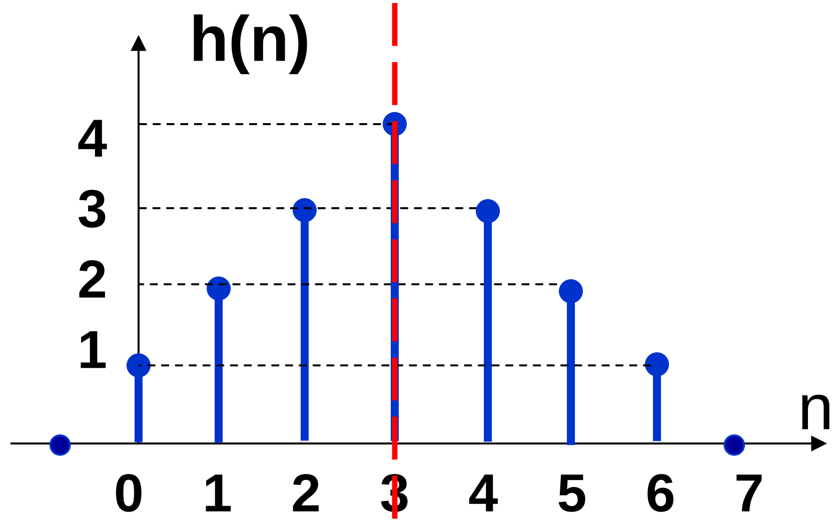
<u>Ví dụ 5.2.1</u>: Hãy vẽ đồ thị h(n) của lọc số FIR có pha tuyến tính $\varphi(\omega) = -\alpha\omega$:

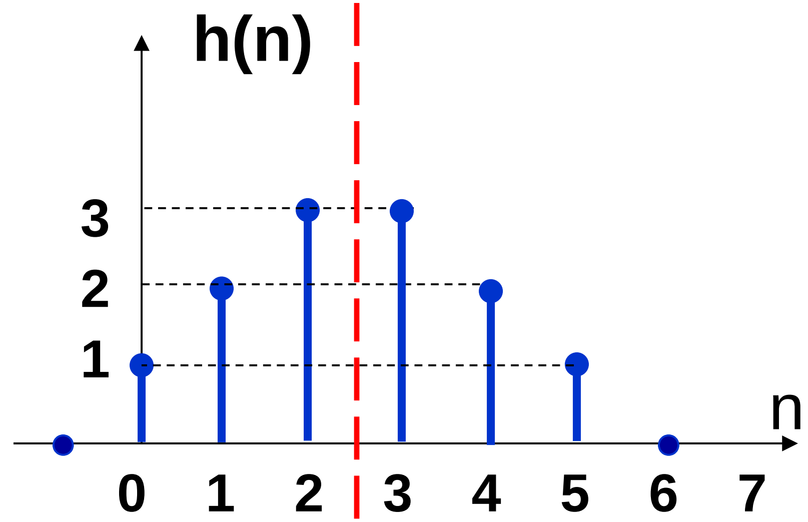
a) N=7; h(0)=1; h(1)=2; h(2)=3; h(3)=4

b) N=6; h(0)=1; h(1)=2; h(2)=3

- Tâm đối xứng: $\alpha=(N-1)/2=3$
- h(n) = h(6-n)
- h(0)=h(6)=1; h(1)=h(5)= 2
- h(2)=h(4)=3

- Tâm đối xứng: $\alpha=(N-1)/2=2.5$
- h(n) = h(5-n)
- h(0)=h(5)=1; h(1)=h(4)=2;
- h(2)=h(3)=3





Trường hợp 2: $\beta \neq 0$, $\theta(\omega) = -\alpha\omega + \beta$

- Tương tự trường hợp 1, ta được:

$$\sum_{n=0}^{N-1} h(n)\sin\left[\beta + (\alpha - n)\omega\right] = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \alpha = \dfrac{N-1}{2} \\ h(n) = -h(N-1-n) \end{cases}$$

Bộ lọc loại 1: h(n) đối xứng, N lẽ

Bộ lọc loại 2: h(n) đối xứng, N chẵn

Bộ lọc loại 3: h(n) phản đối xứng, N lẽ

Bộ lọc loại 4: h(n) phản đối xứng, N chẵn

5.2.5 KHÁI NIỆM TỔNG HỢP BỘ LỌC SỐ FIR

❖ **Tổng hợp lọc số cần thực hiện các giai đoạn:**

- Xác định h(n) sao cho thỏa mãn các chỉ tiêu kỹ thuật đề ra
- Lượng tử hóa các thông số bộ lọc
- Kiểm tra, chạy thử trên máy tính

- ***Tổng hợp Lọc số*** trong nội dung ở đây chỉ xét đến giai đọan đầu, tức là xác định h(n) sao cho thỏa mãn các chỉ tiêu kỹ thuật đề ra, thông thường các chỉ tiêu cho trước là các thông số của *Đáp ứng tần số*.

➢ **Các phương pháp tổng hợp lọc số FIR:**

Phương pháp cửa sổ

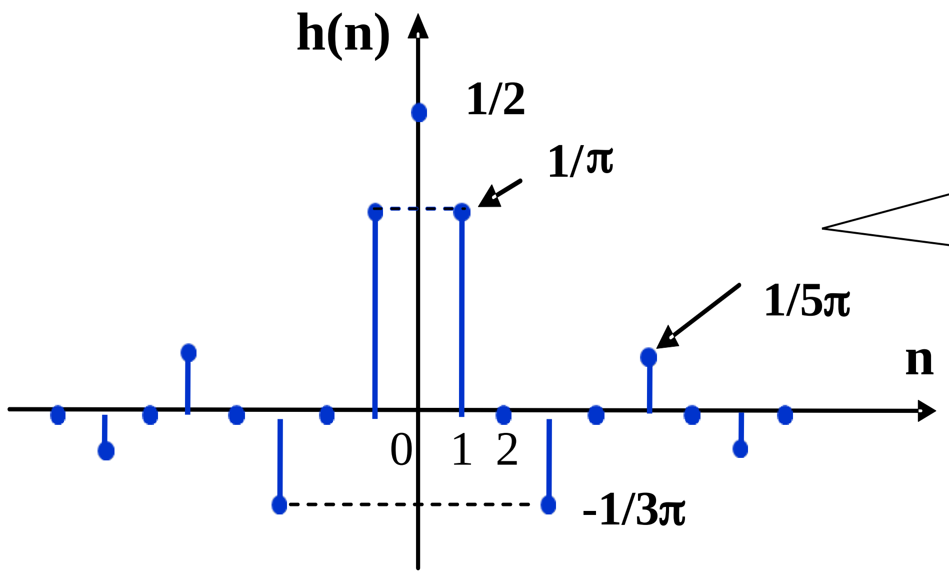
Phương pháp lấy mẫu tần số

Phương pháp tối ưu

Ví dụ 5.2.2: Tìm h(n) của lọc thông thấp lý tưởng, biết:

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1: -\omega_c \le \omega \le \omega_c = \dfrac{\pi}{2} \\ 0: \quad \omega \text{ khác} \end{cases}$$

$$h(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega n}d\omega = \frac{1}{2}\frac{\sin\omega_c n}{\omega_c n}$$



Đáp ứng xung của lọc số lý tưởng:
- Có độ dài vô hạn
- Không nhân quả

Không thể thực hiện về mặt vật lý

5.2.6 PHƯƠNG PHÁP CỬA SỔ

A. KHÁI NIỆM

- Đáp ứng xung **h(n)** của lọc số lý tưởng là không nhân quả và có độ dài vô hạn ⇒ không thể thực hiện được về mặt vật lý.

- Để bộ lọc thiết kế được thì đáp ứng xung $\mathbf{h_d(n)}$ phải là nhân quả và hệ ổn định, bằng cách:

  - Dịch h(n) đi $\mathbf{n_0}$ đơn vị -> $\mathbf{h(n-n_0)}$: nhân quả

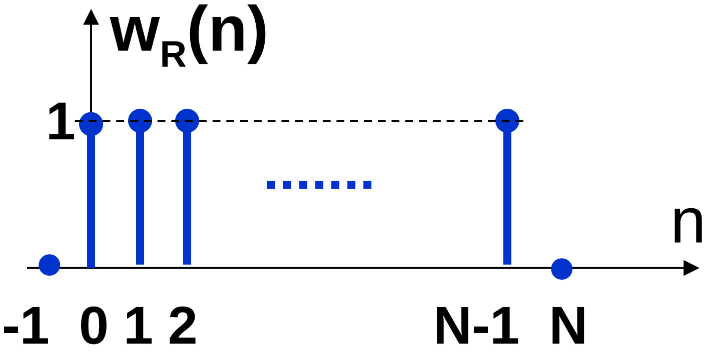
  - Giới hạn số mẫu của h(n): $\mathbf{h_d(n)= h(n-n_0).\ w(n)_N}$

    -> hệ ổn định.

B. MỘT SỐ HÀM CỬA SỔ

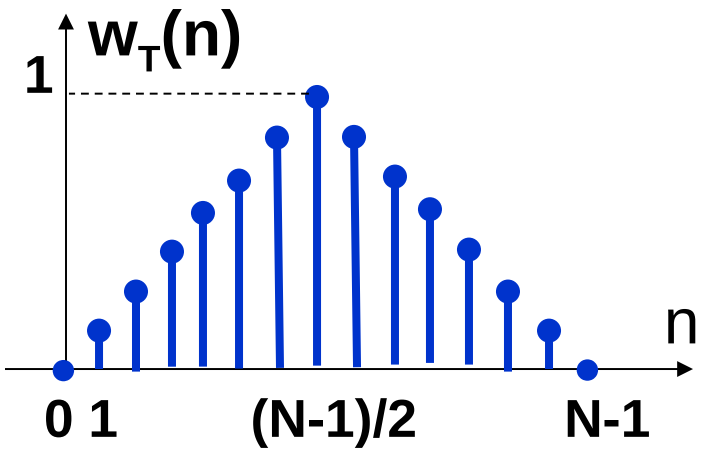
- **<u>Cửa sổ chữ nhật</u>:**

$$w_R(n) = \begin{cases} 1: & N-1 \geq n \geq 0 \\ 0: n & \text{còn lại} \end{cases}$$



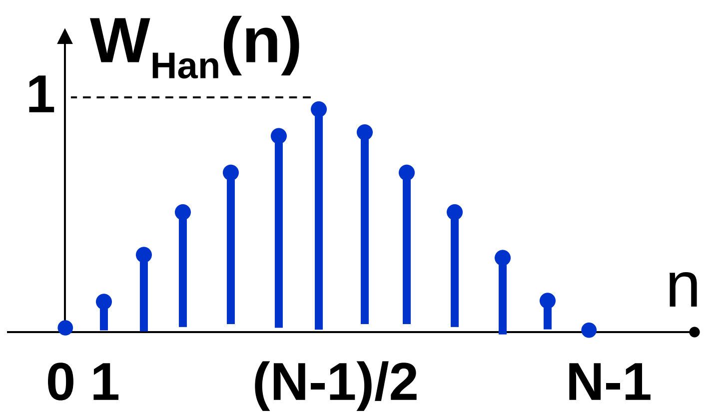
- **<u>Cửa sổ tam giác (Bartlett)</u>:**

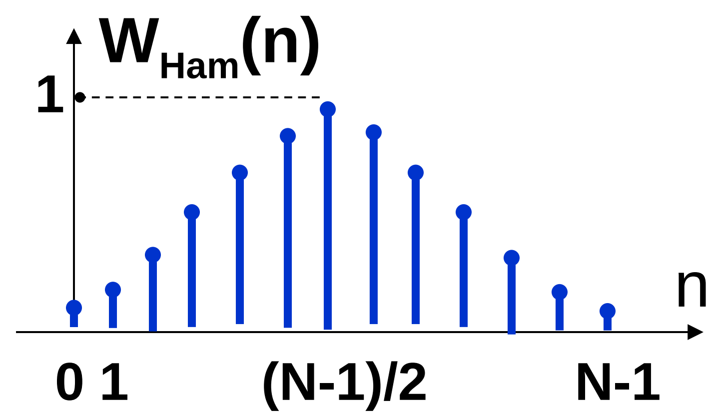
$$w_T(n) = \begin{cases} \dfrac{2n}{N-1}: & 0 \leq n \leq \dfrac{N-1}{2} \\ 2 - \dfrac{2n}{N-1}: & \dfrac{N-1}{2} \leq n \leq N-1 \\ 0: & \text{còn lại} \end{cases}$$



❖ <u>**Cửa sổ Hanning**</u>:

$$w_{Han}(n) = \begin{cases} 0{,}5 - 0{,}5\cos\left(\dfrac{2\pi n}{N-1}\right) & : \ 0 \le n \le N-1 \\ 0 & : n \text{ còn lại} \end{cases}$$



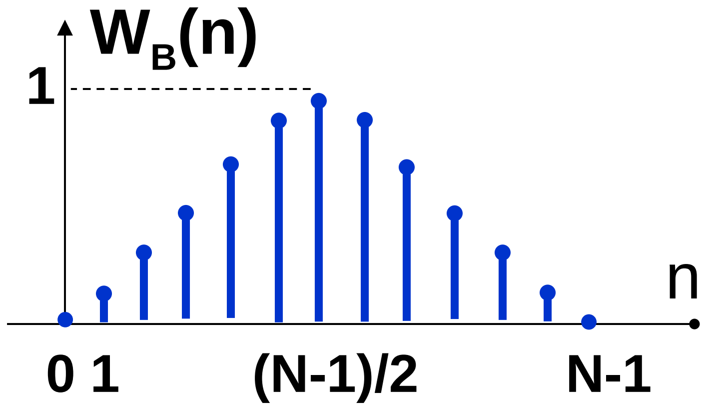


❖ <u>**Cửa sổ Hamming**</u>:

$$w_{Ham}(n) = \begin{cases} 0{,}54 - 0{,}46\cos\left(\dfrac{2\pi n}{N-1}\right) & : \ 0 \le n \le N-1 \\ 0 & : n \text{ còn lại} \end{cases}$$

❖ **Cửa sổ Blackman:**

$$w_B(n) = \begin{cases} 0{,}42 - 0{,}5\cos\left(\dfrac{2\pi n}{N-1}\right) + 0{,}08\cos\left(\dfrac{4\pi n}{N-1}\right) & : 0 \le n \le N-1 \\ 0 & : n \text{ còn lại} \end{cases}$$



C. CÁC BƯỚC TỔNG HỢP LỌC FIR PHA TUYẾN TÍNH BẰNG P² CỬA SỔ

- Chọn 4 chỉ tiêu kỹ thuật: $\delta_p, \delta_s, \omega_P, \omega_S$
- Chọn hàm cửa sổ $\mathbf{w(n)_N}$ và độ dài N
- Chọn đáp ứng xung **h(n)** của lọc số lý tưởng có tâm đối xứng $\alpha = \frac{N-1}{2}$ và dịch h(n) đi $n_0 = \frac{N-1}{2}$ đơn vị để được $h'(n)=h(n-n_0)$ nhân quả.
- Nhân hàm cửa sổ $\mathbf{w(n)_N}$ với h(n): $\mathbf{h_d(n)= h(n- n_0). w(n)_N}$
- Kiểm tra lại các chỉ tiêu kỹ thuật có thỏa mãn không, nếu không thì tăng N hoặc thay đổi hàm cửa sổ.

<u>Ví dụ 5.2.3</u>: Hãy tổng hợp bộ lọc thông thấp FIR có pha tuyến tính $\varphi(\omega)= -\alpha\omega = -\omega(N-1)/2$ với các chỉ tiêu kỹ thuật:

$\delta_p= \delta_{p0}$; $\delta_s= \delta_{s0}$; $\omega_p= \omega_{p0}$; $\omega_s= \omega_{s0}$; $\omega_c= (\omega_{p0}+ \omega_{s0})/2=\pi/2$ và vẽ sơ đồ bộ lọc.

- Chọn 4 chỉ tiêu kỹ thuật: $\delta_p=\delta_{p0}$; $\delta_s=\delta_{s0}$; $\omega_p= \omega_{p0}$; $\omega_s= \omega_{s0}$
- Chọn hàm cửa sổ chữ nhật $W_R(n)_9$ với độ dài N=9:

$$W_R(n) = \begin{cases} 1: 8 \geq n \geq 0 \\ 0: n \ \text{còn lại} \end{cases}$$

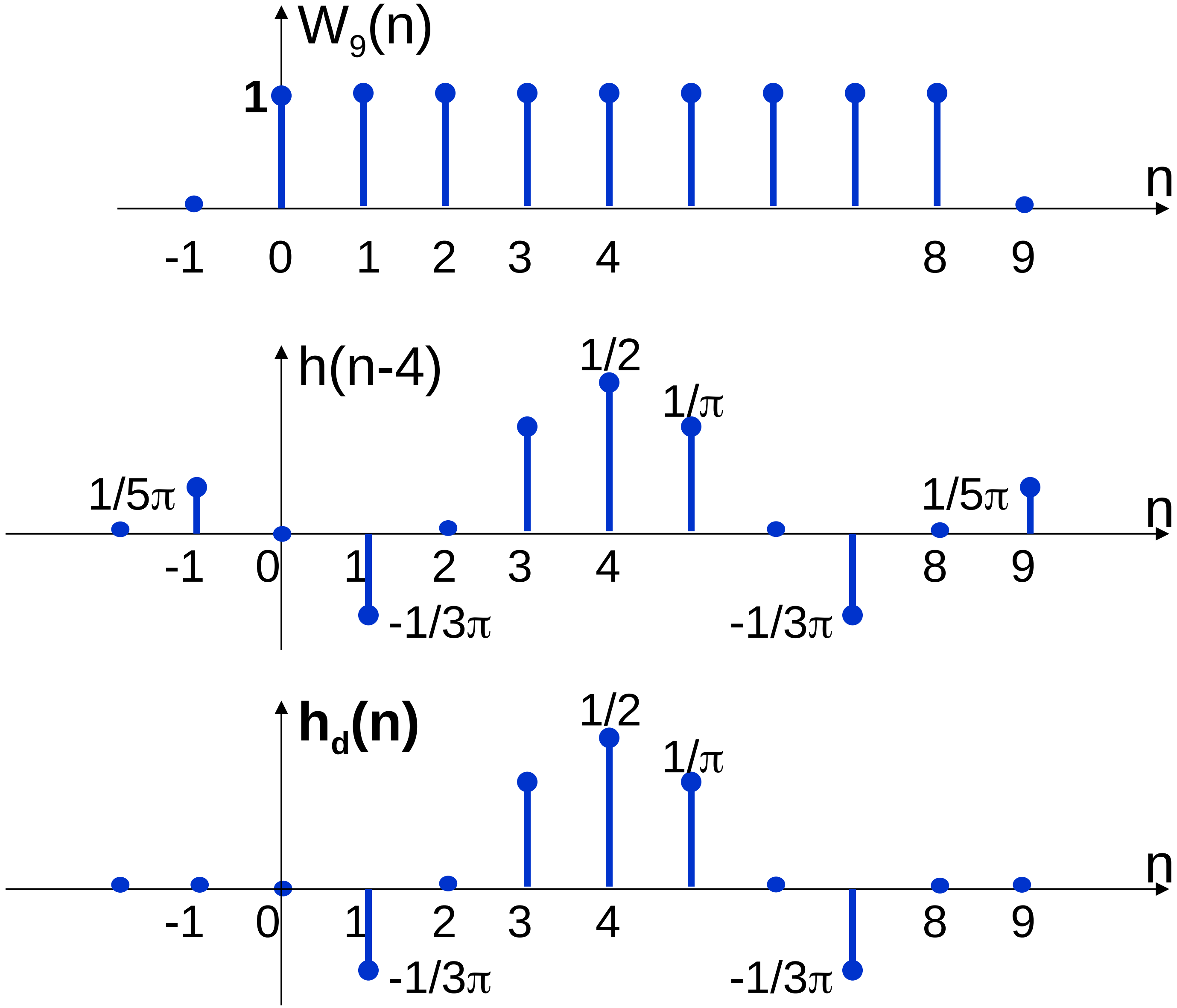
- Chọn bộ lọc thông thấp lý tưởng có tần số cắt $\omega_c= \pi/2$ và đáp ứng xung h(n) có tâm đối xứng tại $\alpha = (N-1)/2 = 4$.

- Theo ví dụ 5.2.2, h(n) của lọc thông thấp lý tưởng có tâm đối xứng n=0 và $h(n) = \frac{1}{2}\frac{\sin \pi n/2}{\pi n/2}$

- Do pha tuyến tính $\varphi(\omega)= -\alpha\omega = -\omega(N-1)/2$ nên h(n) sẽ có tâm đối xứng tại $\alpha = (N-1)/2=4$, bằng cách dịch h(n) sang phải n_0=4 đơn vị: $h'(n) = h(n-4) = \frac{1}{2}\frac{\sin \pi(n-4)/2}{\pi(n-4)/2}$

- Nhân cửa sổ chữ nhật $W_9(n)$ với h(n-4) ta được $\mathbf{h_d(n)}$:

$h_d(n)=h(n-4)\,W_9(n)$



W9(n)
1
n
-1
0
1
2
3
4
8
9
h(n-4)
1/2
1/π
1/5π
1/5π
n
-1
0
1
2
3
4
8
9
-1/3π
-1/3π
hd(n)
1/2
1/π
n
-1
0
1
2
3
4
8
9
-1/3π
-1/3π

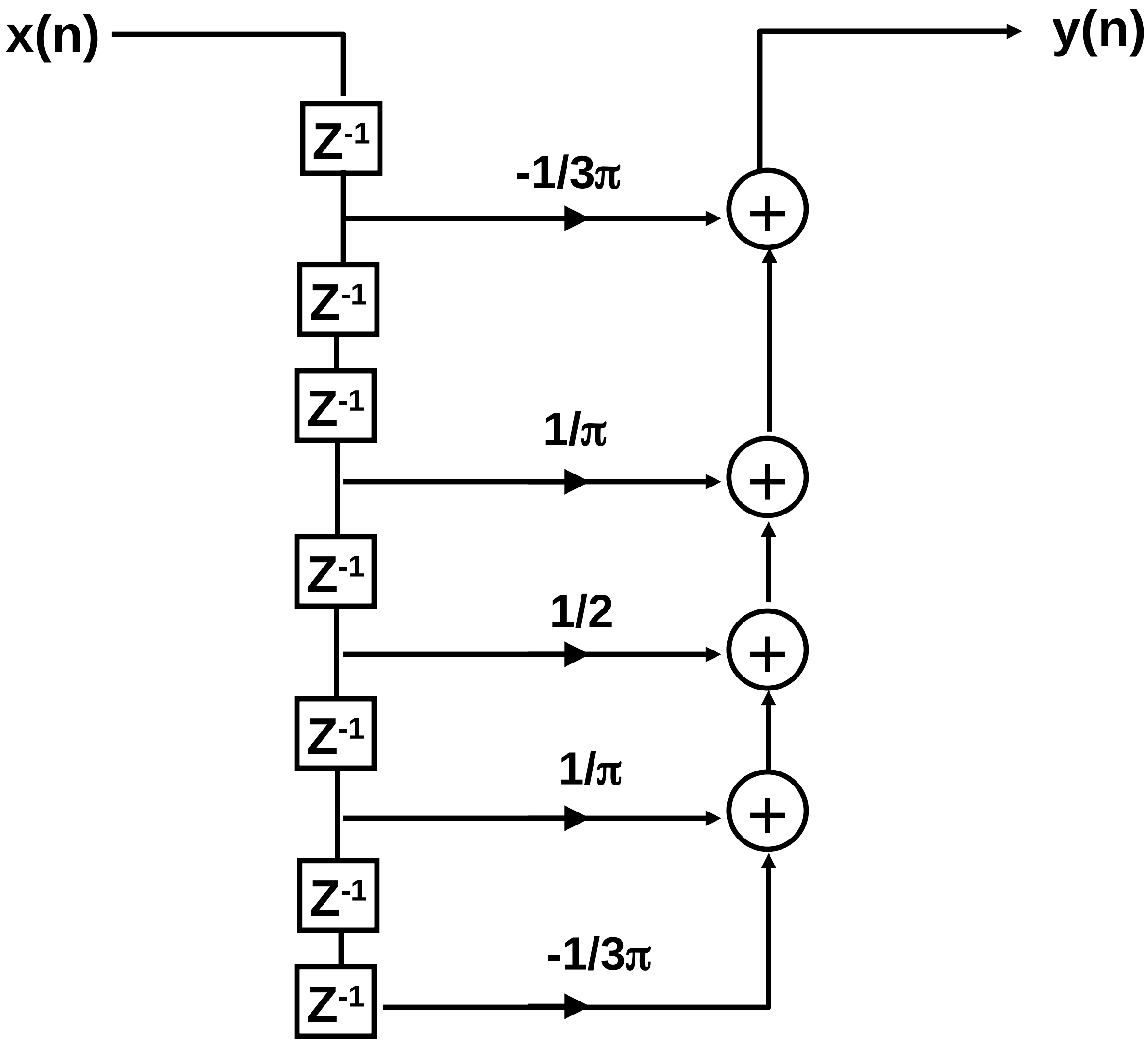
- Thử lại xem $H_d(e^{j\omega})$ có thỏa các chỉ tiêu kỹ thuật không?

$$H_d(e^{j\omega}) = H'(e^{j\omega}) * W_R(e^{j\omega}) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H'(e^{j\omega'}) W_R(e^{j(\omega-\omega')}) d\omega'$$

- Nếu không, ta cần tăng N và làm lại các bước từ đầu.
- Nếu tăng độ dài N mà không thỏa mãn thì chúng ta cần thay đổi hàm cửa sổ.
- Giả sử với N=9, các chỉ tiêu kỹ thật đã thỏa mãn, ta có:

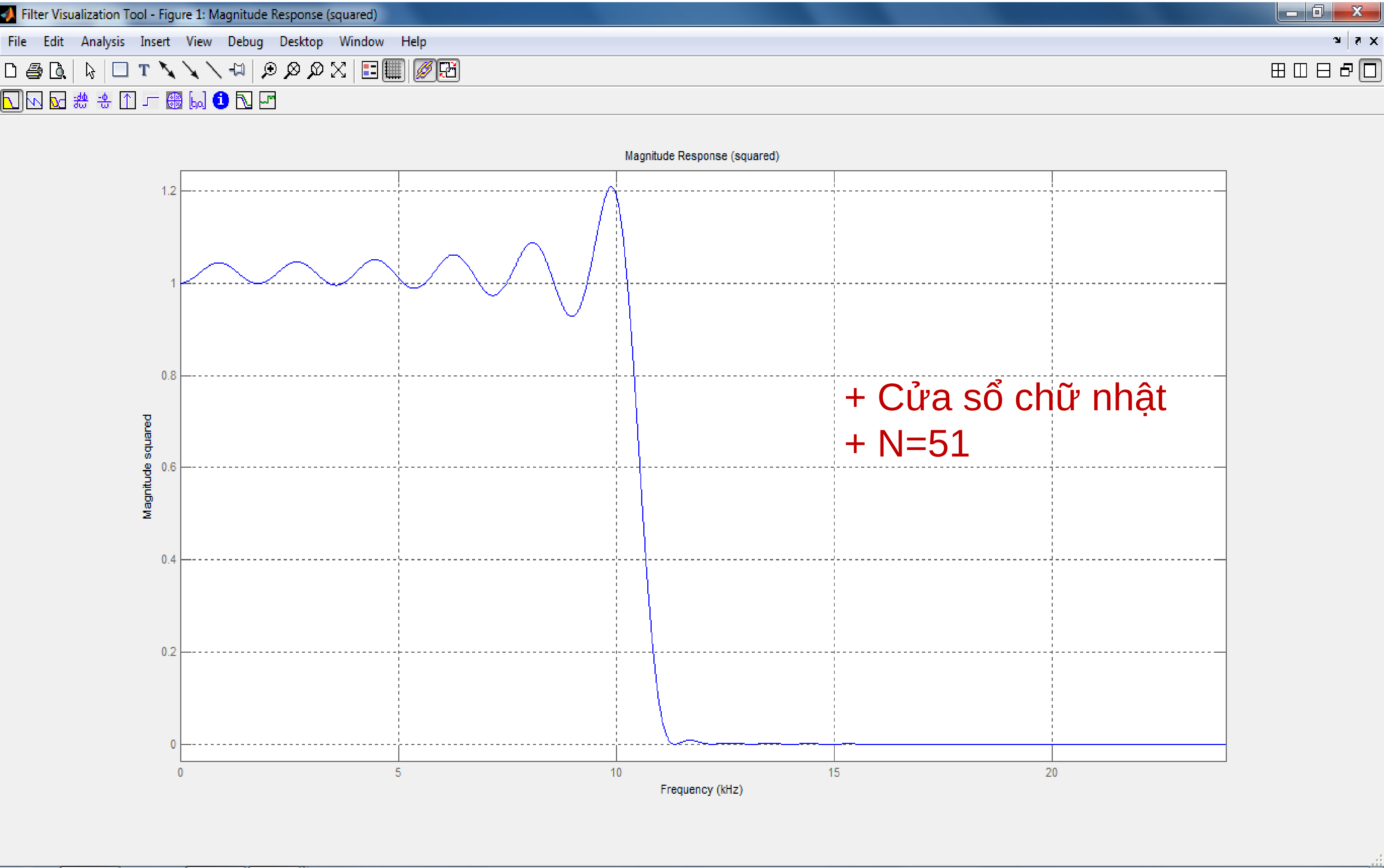
$$h_d(n) = \frac{-1}{3\pi}\delta(n-1) + \frac{1}{\pi}\delta(n-3) + \frac{1}{2}\delta(n-4) + \frac{1}{\pi}\delta(n-5) + \frac{-1}{3\pi}\delta(n-7)$$

$$y(n) = \frac{-1}{3\pi}x(n-1) + \frac{1}{\pi}x(n-3) + \frac{1}{2}x(n-4) + \frac{1}{\pi}x(n-5) + \frac{-1}{3\pi}x(n-7)$$



$$y(n) = \frac{-1}{3\pi}x(n-1) + \frac{1}{\pi}x(n-3) + \frac{1}{2}x(n-4) + \frac{1}{\pi}x(n-5) + \frac{-1}{3\pi}x(n-7)$$

Đáp ứng biên độ của bộ lọc thông thấp



D. SO SÁNH CÁC HÀM CỬA SỔ

❖ **Các thông số đặc trưng cho phổ các hàm cửa sổ**

- *Bề rộng đỉnh trung tâm của phổ cửa sổ* $\Delta\omega$:

  tỷ lệ với bề rộng dải quá độ

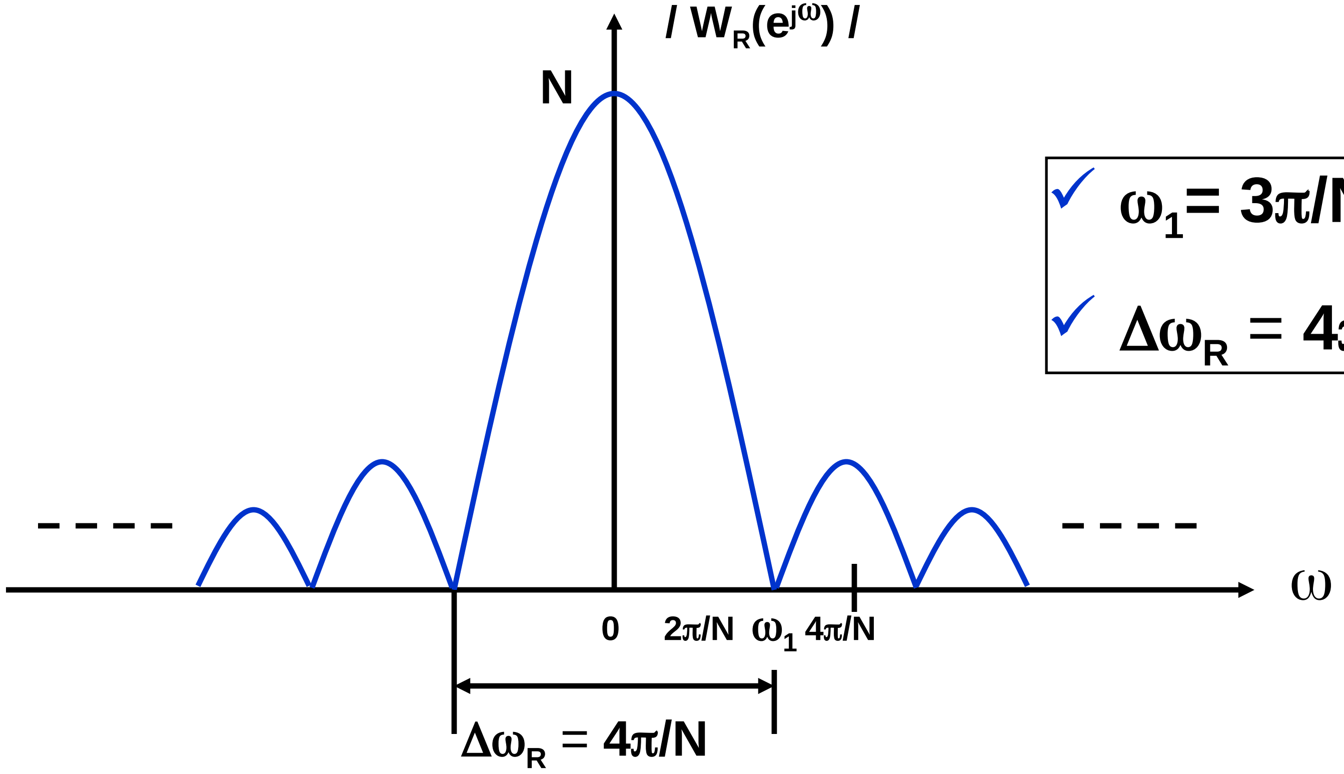
- *Tỷ số biên độ đỉnh thứ cấp đầu tiên và đỉnh trung tâm:*

  tỷ lệ với độ gợn sóng dải thông và dải chắn.

$$\lambda = 20\log_{10}\left|\frac{W(e^{j\omega_1})}{W(e^{j0})}\right|, \text{dB}$$

✓ Xét với cửa sổ chữ nhật: $W_R(n) = \begin{cases} 1: & \text{N} - 1 \geq n \geq 0 \\ 0: n & \text{còn lại} \end{cases}$

$$w_R(n) \overset{F}{\longleftrightarrow} W_R(e^{j\omega}) = \frac{\sin\frac{\omega N}{2}}{\sin\frac{\omega}{2}} e^{-j\omega\frac{N-1}{2}}$$



- ✓ $\omega_1 = 3\pi/N$
- ✓ $\Delta\omega_R = 4\pi/N$

CÁC THÔNG SỐ ĐẶC TRƯNG PHỔ CÁC HÀM CỬA SỔ

Loại cửa sổ	Bề rộng đỉnh trung tâm $\Delta\omega$	Tỷ số λ
Chữ nhật	$4\pi/N$	-13
Tam giác	$8\pi/N$	-27
Hanning	$8\pi/N$	-32
Hamming	$8\pi/N$	-43
Blackman	$12\pi/N$	-58

✓ Để mạch lọc làm việc tốt thì cả 2 thông số **$\Delta\omega$ và λ** đều cần phải nhỏ, nhưng theo bảng ở trên thì thường 2 thông số này là tỉ lệ nghịch, nên chúng ta cần chọn hàm cửa sổ nào cho phù hợp với yêu cầu đề ra.

5.2.7 PHƯƠNG PHÁP LẤY MẪU TẦN SỐ

- Phương pháp cửa sổ có hạn chế là thường độ dài N của bộ lọc lớn, hơn nữa để tìm hàm cửa sổ thỏa các chỉ tiêu kỹ thuật là không đơn giản.

- Gọi: $\boldsymbol{h_d(n)}$ - đáp ứng xung của lọc số thiết kế

  $\boldsymbol{H_d(e^{j\omega})}$ - đáp ứng tần số của lọc số thiết kế

  $\boldsymbol{H_d(k)}$ - DFT của $h_d(n)$

- Theo mối quan hệ giữa FT và DFT:

$$H_d(e^{j\omega}) = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} H_d(k)_N \frac{\sin\dfrac{\omega N}{2}}{\sin\left(\dfrac{\omega}{2} - \dfrac{\pi}{N}k\right)} e^{-j\left(\omega\frac{N-1}{2} + \frac{\pi}{N}k\right)}$$

$$H_d(e^{j\omega}) = e^{-j\left(\omega\frac{N-1}{2}\right)} \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} H_d(k)_N \frac{\sin\frac{\omega N}{2}}{\sin(\frac{\omega}{2}-\frac{\pi}{N}k)} e^{-j\frac{\pi}{N}k} = A_d(e^{j\omega})e^{j\theta(\omega)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_d(e^{j\omega}) = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{k=0}^{N-1} H_d(k)_N \dfrac{\sin\frac{\omega N}{2}}{\sin(\frac{\omega}{2}-\frac{\pi}{N}k)} e^{-j\frac{\pi}{N}k} \\ \theta(\omega) = -\omega\dfrac{N-1}{2} \end{cases}$$

- Trong phương pháp lấy mẫu tần số, chúng ta sẽ làm gần đúng **H(e$^{j\omega}$)** của lọc số lý tưởng bằng 1 hàm **H$_d$(e$^{j\omega}$)** của lọc số thiết kế, **H$_d$(e$^{j\omega}$)** nhận được từ các mẫu **H(k)** bằng cách lấy mẫu **H(e$^{j\omega}$)** tại các tần số **ω_k=2πk/N**

5.2.8 PHƯƠNG PHÁP LẶP (TỐI ƯU)

A. KHÁI NIỆM

- Phương pháp lặp cho phép chúng ta thiết kế bộ lọc với bậc N tối thiểu, nhờ phép tính gần đúng các hệ số của đáp ứng xung.

- Độ lớn của đáp ứng tần số bộ lọc thiết kế có thể được biểu diễn bởi tích của 2 hàm:

$$A_d(e^{j\omega}) = Q(e^{j\omega}).P(e^{j\omega})$$

- Trong đó: ***$Q(e^{j\omega})$ -*** là 1 hàm cố định

  $P(e^{j\omega})$ - đối với các bộ lọc FIR có dạng sau:

$$P(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{R} \alpha(n)\cos(\omega n)$$

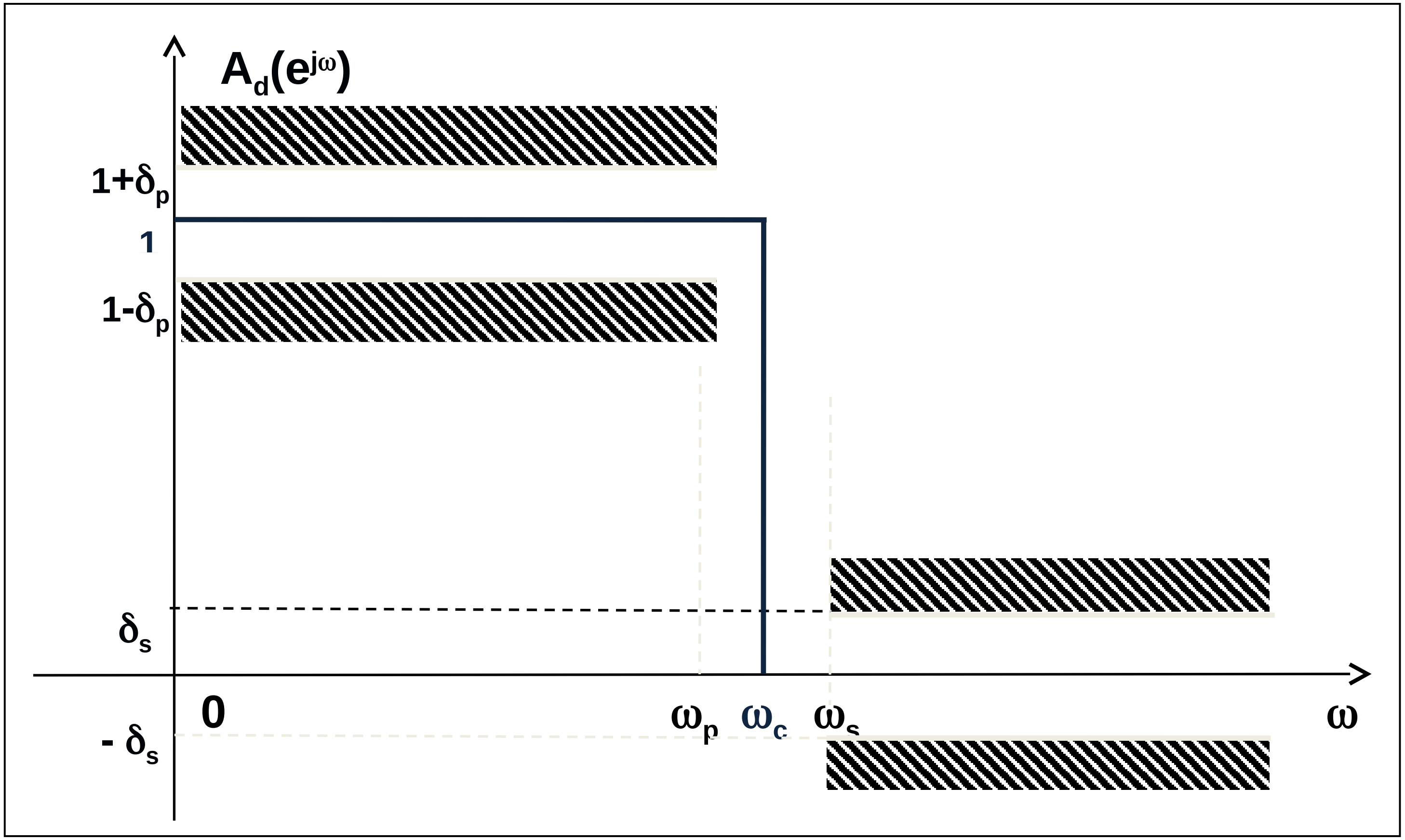
Độ lớn đáp ứng tần số của 4 loại lọc số FIR

$$A_d(e^{j\omega}) = Q(e^{j\omega}).P(e^{j\omega})$$

Loại bộ lọc	$Q(e^{j\omega})$	$P(e^{j\omega})$
1	1	$\sum_{n=0}^{(N-1)/2} a'(n)\cos(\omega n)$
2	$\cos(\omega/2)$	$\sum_{n=0}^{(N/2)-1} b'(n)\cos(\omega n)$
3	$\sin(\omega)$	$\sum_{n=0}^{[(N-1)/2]-1} c'(n)\cos(\omega n)$
4	$\sin(\omega/2)$	$\sum_{n=0}^{(N/2)-1} d'(n)\cos(\omega n)$

B. TỐI ƯU THEO CHEBYSHEV

- Theo Chebyshev, cần tìm các hệ số $\alpha(n)$ của $P(e^{j\omega})$ sao cho sai số giữa (độ lớn) đáp ứng biên độ của bộ lọc thiết kế và bộ lọc lý tưởng là nhỏ nhất



- Sai số giữa bộ lọc thiết kế và lý tưởng được đánh giá:

$$E(e^{j\omega}) = W(e^{j\omega})\left[A(e^{j\omega}) - A_d(e^{j\omega})\right]$$

Trong đó: ***E(e^{jω})*** – Hàm sai số

W(e^{jω}) – Hàm trọng số

A(e^{jω}) – Độ lớn đáp ứng tần số của lọc lý tưởng

A_d(e^{jω}) – Độ lớn đáp ứng tần số của lọc thiết kế

- Nếu thay ***$A_d(e^{j\omega}) = Q(e^{j\omega}).P(e^{j\omega})$*** vào hàm sai số, ta được:

$$E(e^{j\omega}) = \hat{W}(e^{j\omega})\left[\hat{A}(e^{j\omega}) - P(e^{j\omega})\right]$$

Với: $\hat{W}(e^{j\omega}) = W(e^{j\omega}).Q(e^{j\omega})$ và $\hat{A}(e^{j\omega}) = \dfrac{A(e^{j\omega})}{Q(e^{j\omega})}$

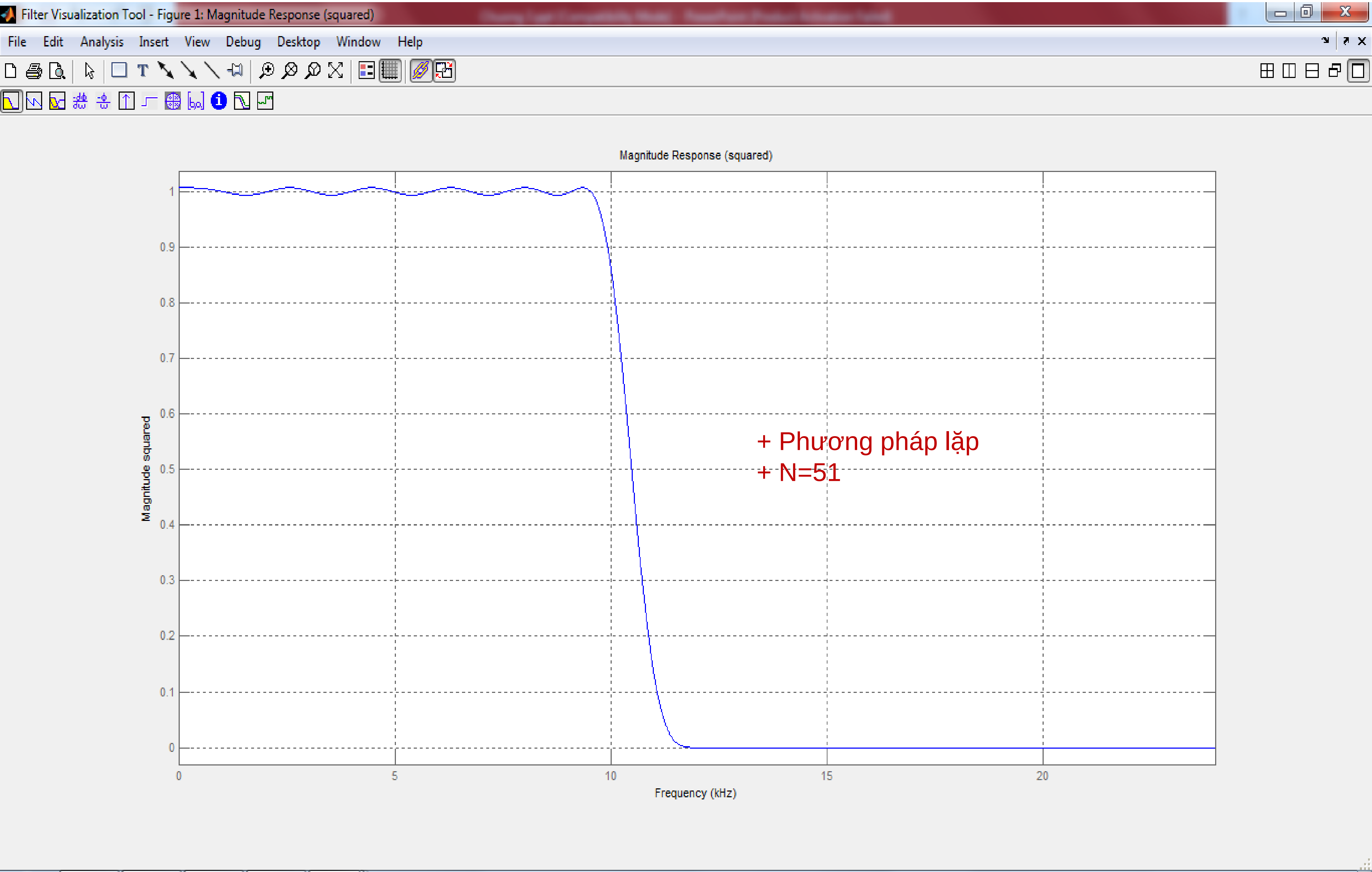
- Tối ưu theo Chebyshev là tìm các hệ số $\alpha(n)$ sao cho tối thiểu hóa giá trị sai số tuyệt đối lớn nhất theo biểu thức:

$$\left\| E(e^{j\omega}) \right\| = min\left\{ max\left| E(e^{j\omega}) \right| \right\}$$

Trong đó: $|E(e^{j\omega})|$ – Sai số tuyệt đối

$\|E(e^{j\omega})\|$ – Giá trị nhỏ nhất của sai số tuyệt đối cực đại

Đáp ứng biên độ của bộ lọc thông thấp



5.3 BỘ LỌC SỐ IIR (Infinite Impulse Response)

- ✓ Hàm truyền đạt bộ lọc IIR
- ✓ Cấu trúc bộ lọc IIR
- ✓ Khái niệm tổng hợp bộ lọc IIR
- ✓ Các phương pháp tổng hợp lọc số từ bộ lọc tương tự
- ✓ Các bộ lọc tương tự thông thấp
- ✓ Biến đổi tần số

5.3.1 HÀM TRUYỀN ĐẠT BỘ LỌC SỐ IIR

Phương trình sai phân bộ lọc IIR:

$$y(n)+\sum_{k=1}^{N}a_k y(n-k)=\sum_{r=0}^{M}b_r x(n-r)$$

Hàm truyền đạt bộ lọc FIR:

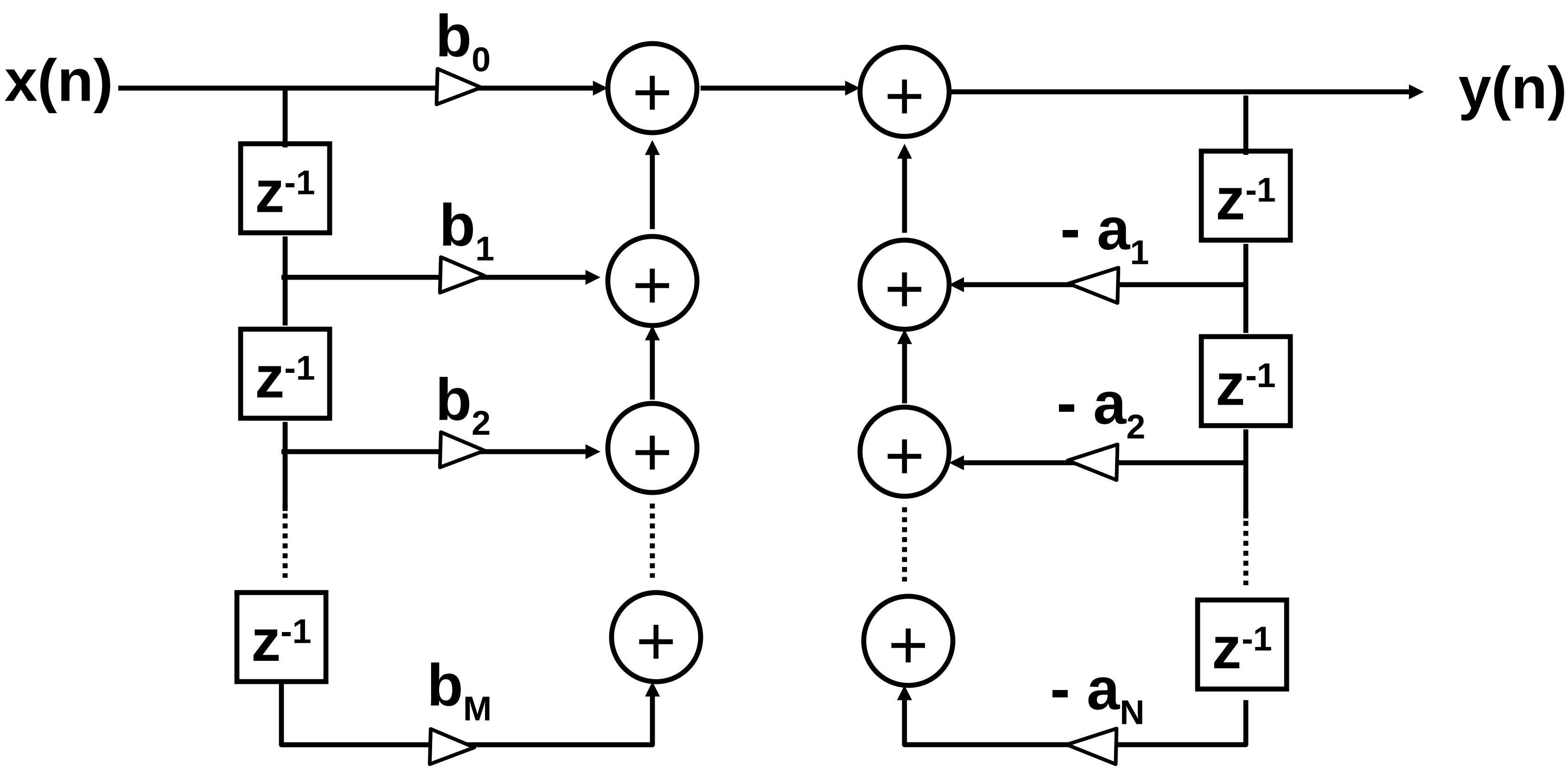
$$H(z)=\frac{\sum_{r=0}^{M}b_r z^{-r}}{1+\sum_{k=1}^{N}a_k z^{-k}}=\frac{b_0+b_1 z^{-1}+\ldots+b_M z^{-M}}{1+a_1 z^{-1}+\ldots+a_N z^{-N}}=K+\sum_{i=1}^{L}H_i(z)$$

Đáp ứng tần số bộ lọc FIR:

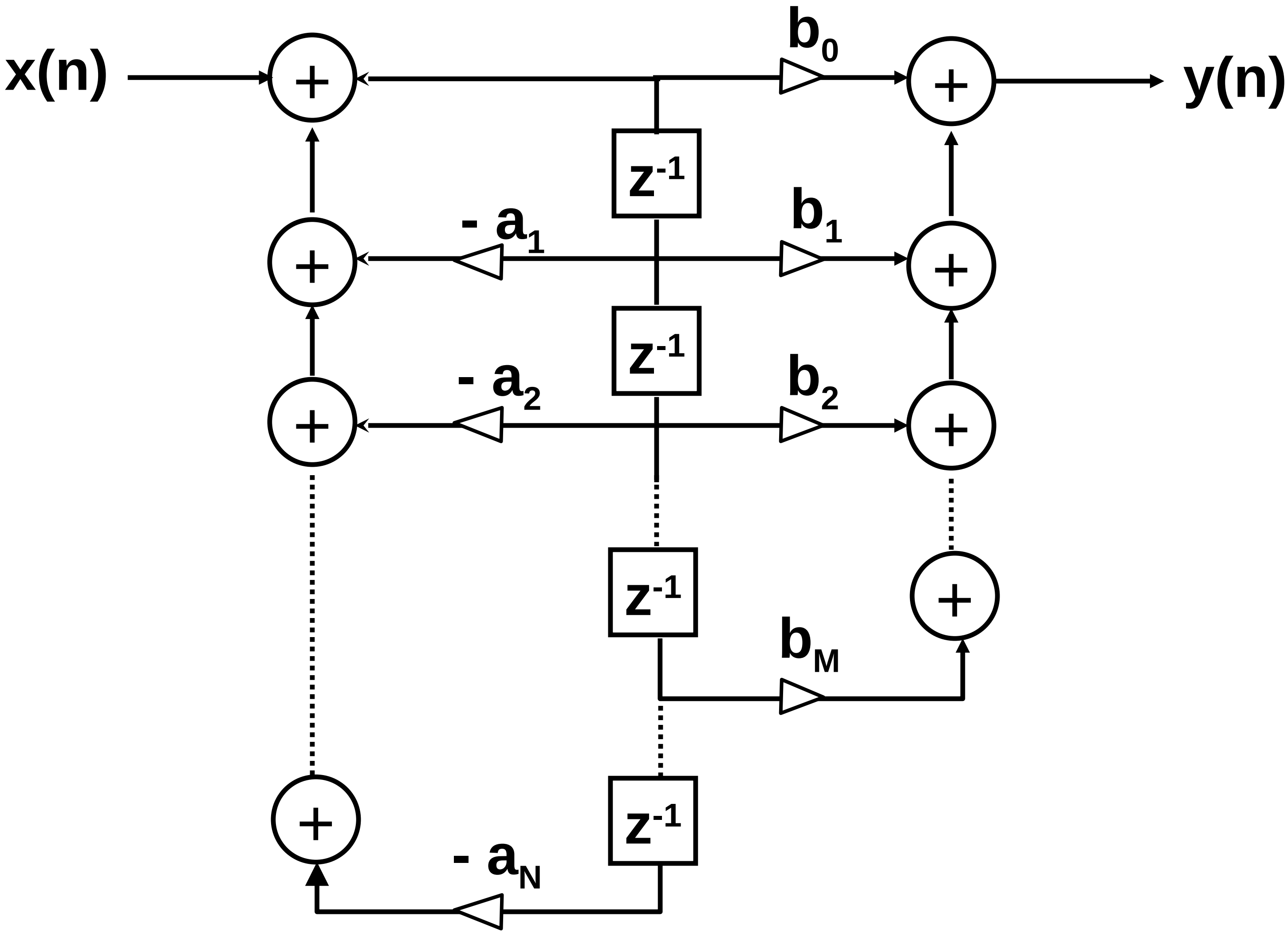
$$H(e^{j\omega})=H(z)\Big|_{z=e^{j\omega}}=\left|H(e^{j\omega})\right|\angle\arg\left\{H(e^{j\omega})\right\}$$

5.3.2 CẤU TRÚC BỘ LỌC IIR

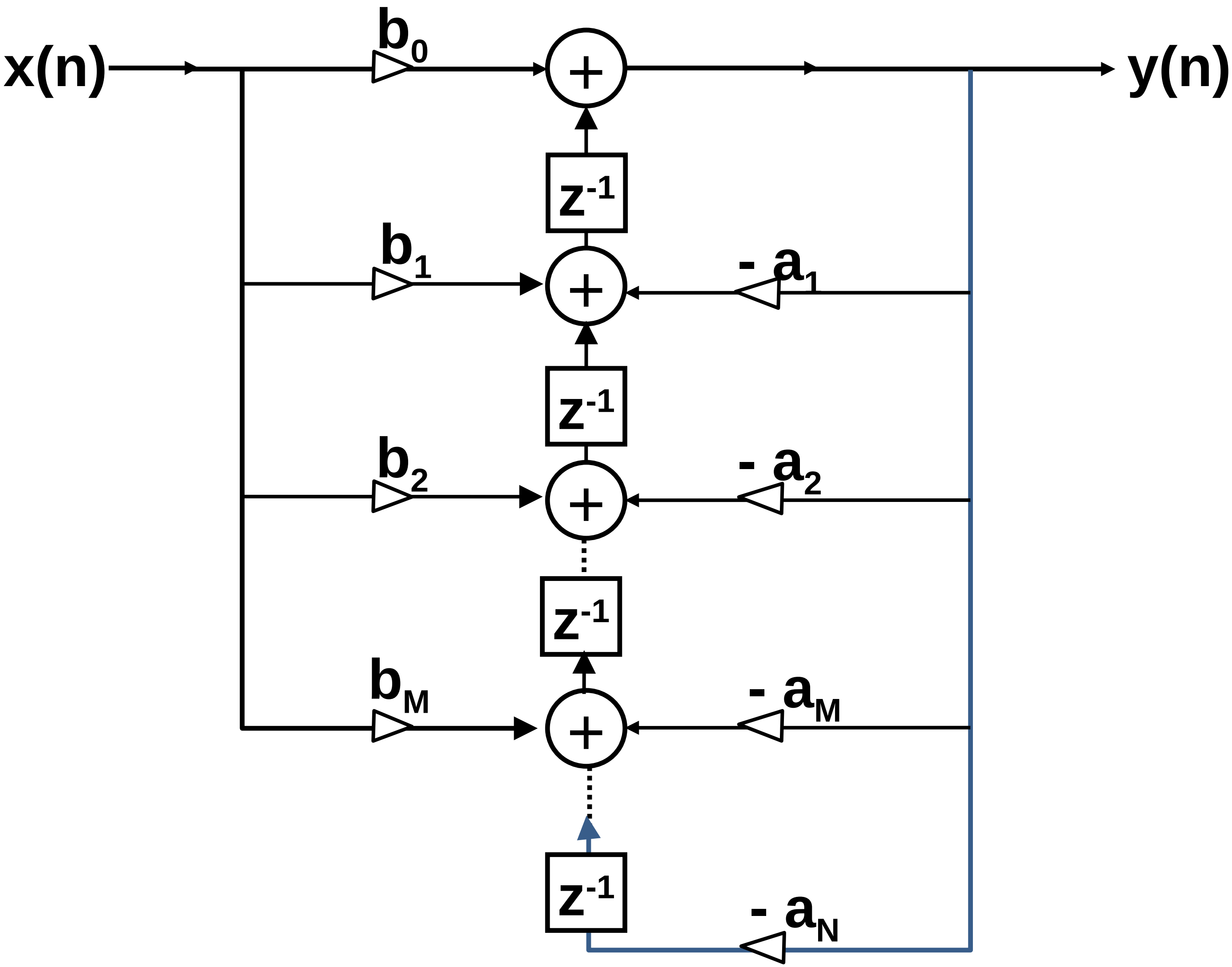
CẤU TRÚC BỘ LỌC IIR DẠNG TRỰC TIẾP



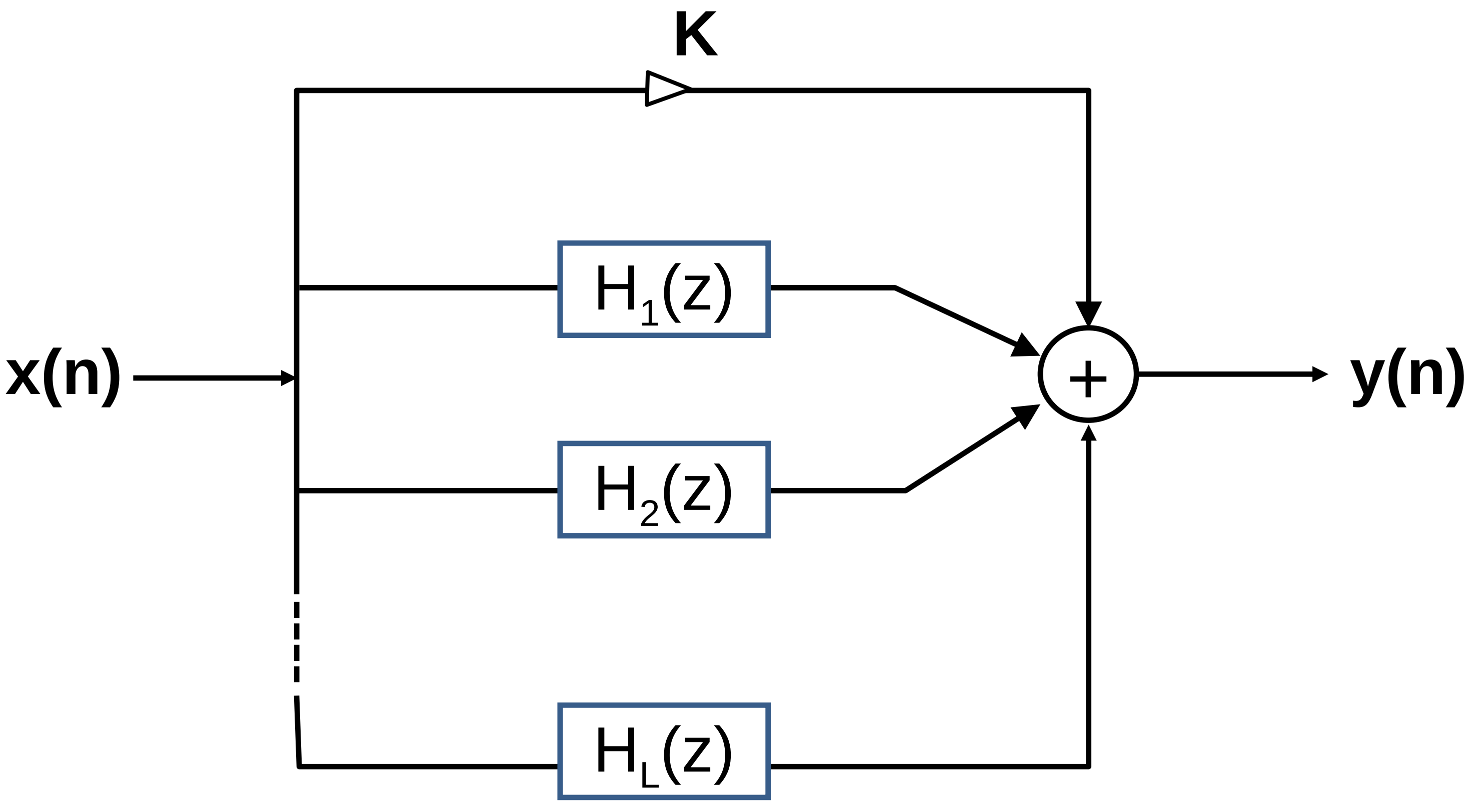
CẤU TRÚC BỘ LỌC IIR DẠNG CHUẨN TẮC



CẤU TRÚC BỘ LỌC IIR DẠNG CHUẨN TẮC CHUYỂN VỊ



CẤU TRÚC BỘ LỌC IIR DẠNG SONG SONG



$$H(z) = K + \sum_{i=1}^{L} H_i(z)$$

5.3.3 KHÁI NiỆM TỔNG HỢP BỘ LỌC SỐ IIR

- Nội dung các phương pháp để tổng hợp bộ lọc số IIR trên cơ sở bộ lọc tương tự, tức là tổng hợp bộ lọc tương tự trước, sau đó dùng các phương pháp chuyển đổi tương đương một cách gần đúng từ bộ lọc tương tự sang bộ số. Nội dung tổng hợp các bộ lọc tương tự xem như đã được học trong các học phần trước.

- Các phương pháp chính để chuyển từ lọc tương tự sang số:

  + Phương pháp bất biến xung

  + Phương pháp biến đổi song tuyến

  + Phương pháp tương đương vi phân

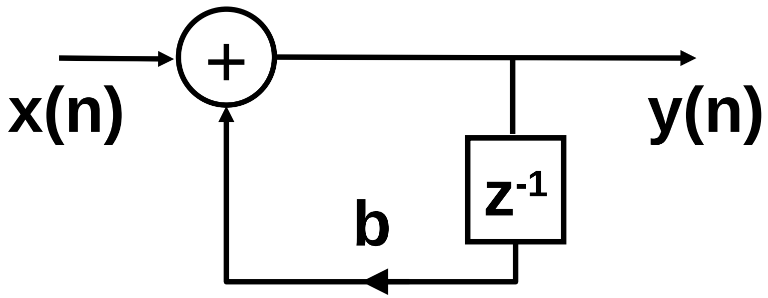
- Có 3 phương pháp tổng hợp bộ lọc tương tự:

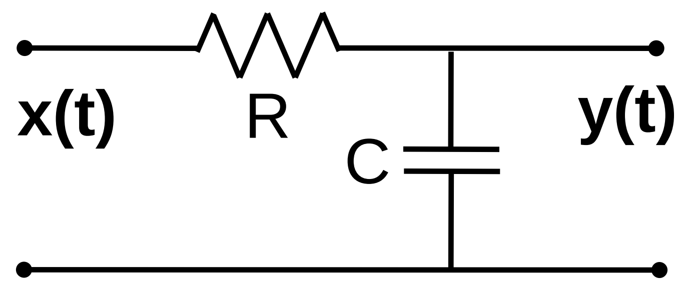
✓ Butterworth

✓ Chebyshev

✓ Elliptic

Ví dụ về cấu trúc mạch lọc số và mạch lọc tương tự





▪ ***Bộ lọc số thông thấp:***

✓ Biến thời gian rời rạc

✓ Phương trình sai phân:

$$y(n) - by(n-1) = x(n)$$

✓ Mô tả trong mặt phẳng **Z**

▪ ***Bộ lọc thông thấp analog:***

✓ Biến thời gian liên tục

✓ Phương trình vi phân:

$$y(t) + RC.dy(t)/dt = x(t)$$

✓ Mô tả trong mặt phẳng **S**

5.3.4 CÁC PHƯƠNG PHÁP TỔNG HỢP LỌC SỐ TỪ LỌC TƯƠNG TỰ

A. PHƯƠNG PHÁP BẤT BiẾN XUNG

Nội dung phương pháp là xác định đáp ứng xung **h(n)** của bộ lọc số bằng cách lấy mẫu đáp ứng xung của bộ lọc tương tự **h_a(t):**

$$h(nT_s) = h_a(t)\Big|_{t=nTs}$$

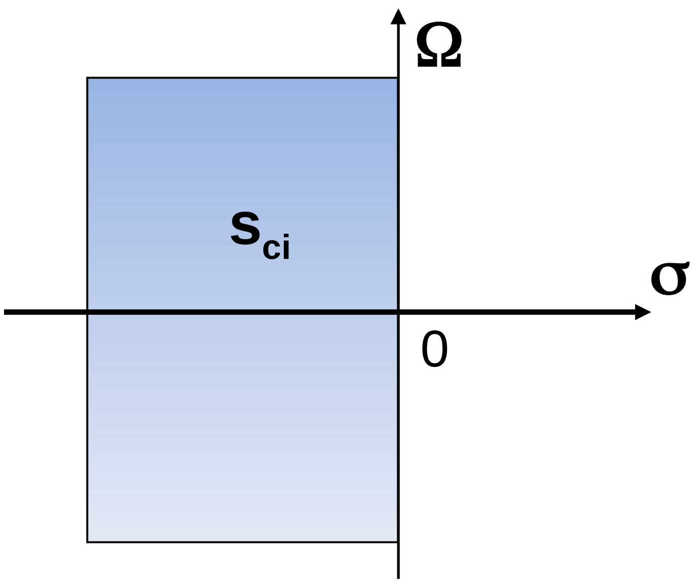
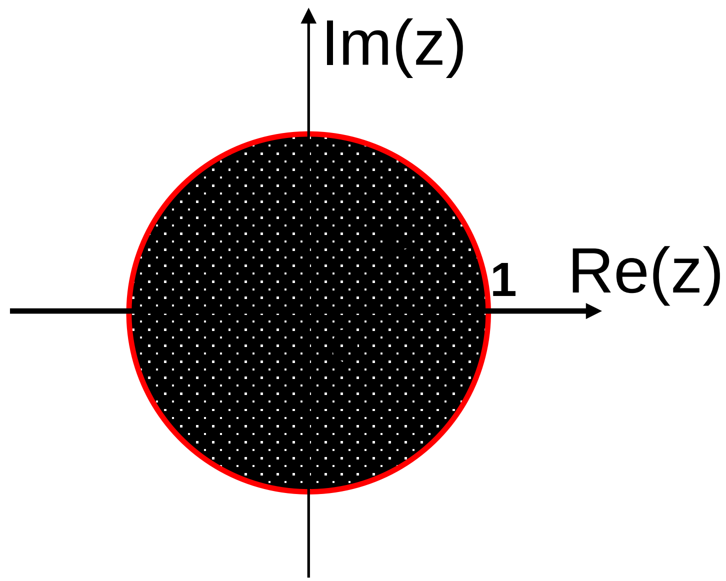
Giả thiết hàm truyền đạt **H_a(s)** của bộ lọc tương tự có dạng:

$$H_a(s) = \sum_{i=1}^{N} \frac{k_i}{(s - s_{ci})}$$

Hàm truyền đạt **H(z)** của bộ lọc số được chuyển tương đương theo phương pháp bất biến xung sẽ là:

$$\boxed{H(z) = \sum_{i=1}^{N} \frac{k_i}{(1 - e^{s_{ci}T_s} z^{-1})}}$$

❖ Tính ổn định của bộ lọc

SO SÁNH TÍNH ỔN ĐỊNH	
Bộ lọc tương tự	**Bộ lọc số**
• Nếu tất cả các điểm cực của $H_a(s)$ nằm bên trái mặt phẳng s thì hệ sẽ ổn định	• Nếu tất cả các điểm cực của H(z) nằm bên trong vòng tròn đơn vị thì hệ sẽ ổn định
	

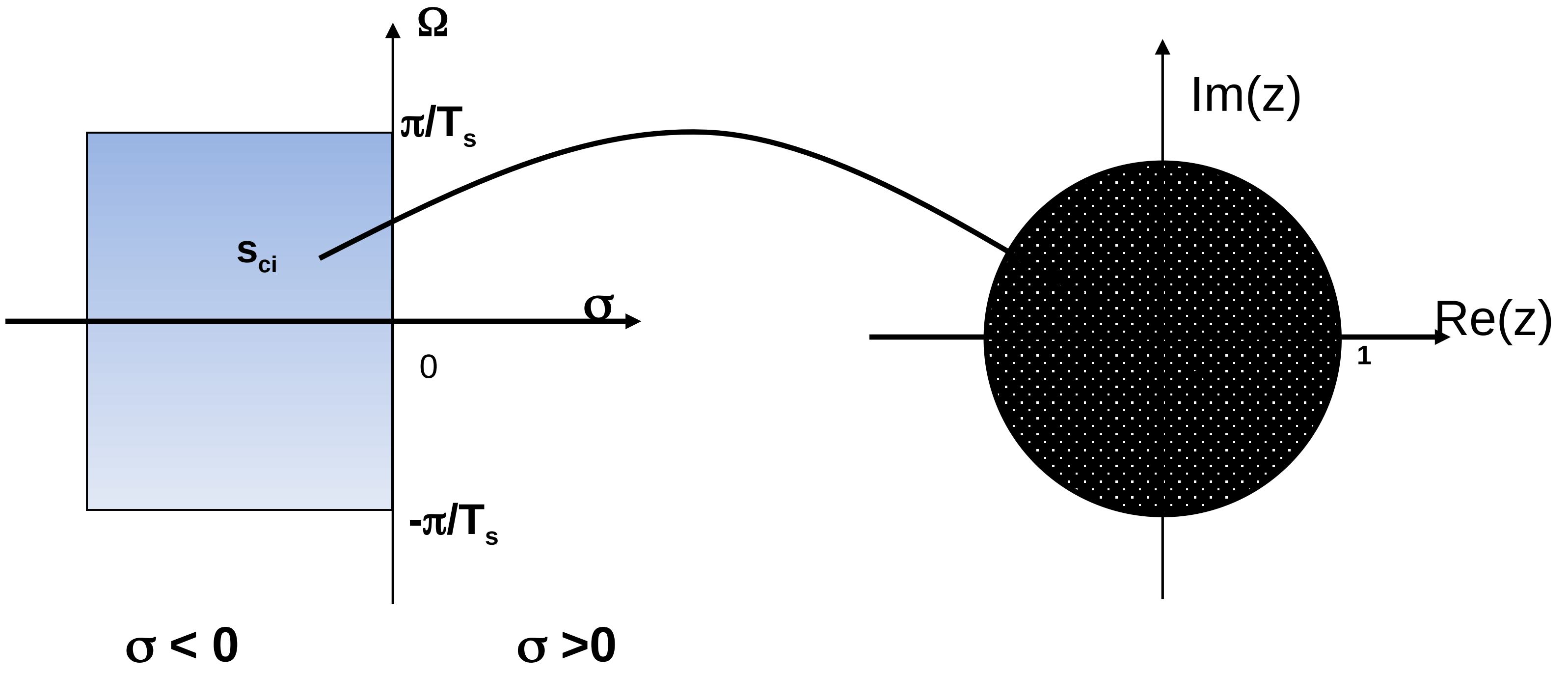
Các điểm cực của **H_a(s)** cũng chính là các điểm cực H(z):

$$H_a(s) = \sum_{i=1}^{N} \frac{k_i}{(s - s_{ci})} \quad \Leftrightarrow \quad H(z) = \sum_{i=1}^{N} \frac{k_i}{(1 - e^{s_{ci}T_s} z^{-1})}$$

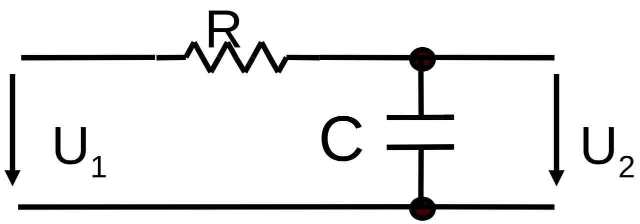
Hay các điểm cực **s_{ci}= σ + jω** của **H_a(s)** lọc tương tự được chuyển thành các điểm cực **z_{ci}= $e^{s_{ci}T_s}$** của H(z) lọc số:

$$z_{ci} = e^{s_{ci}T_s} = e^{(\sigma + j\Omega)T_s} = e^{\sigma T_s} e^{j\Omega T_s} = |z_{ci}| e^{j\omega} \quad \text{với:} \quad \begin{cases} |z_{ci}| = e^{\sigma T_s} \\ \omega = \Omega T_s \end{cases}$$

- Nếu: **σ** <0 hay các điểm cực của **H_a(s)** sẽ nằm bên trái mặt phẳng s ⇒ /**z_{ci} /** <1 hay các điểm cực của H(z) sẽ nằm bên trong vòng tròn đơn vị. Như vậy điều kiện ổn định vẫn được đảm bảo khi chuyển **H_a(s)** thành **H(z)**


Ω
π/Ts
sci
σ
0
-π/Ts
Im(z)
Re(z)
1
σ < 0
σ >0

Ví dụ 5.3.1: Hãy chuyển sang mạch số bằng phương pháp bất biến xung, biết mạch điện tương tự cho như sau:



Hàm truyền đạt của mạch tương tự:

$$\mathbf{H_a(s)} = \frac{\mathbf{U_2(s)}}{\mathbf{U_1(s)}} = \frac{1/\mathbf{RC}}{(\mathbf{s} + 1/\mathbf{RC})} = \frac{\mathbf{k}_1}{(\mathbf{s} - \mathbf{s}_{c1})}$$

- Với: $\mathbf{k}_1 = \dfrac{1}{\mathbf{RC}};\ \mathbf{s}_{c1} = -\dfrac{1}{\mathbf{RC}}$

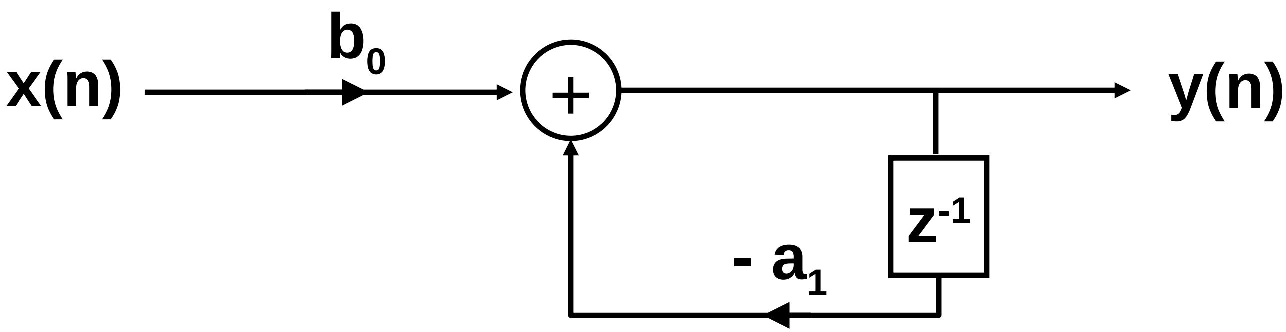
⇒ hàm truyền đạt của mạch số tương ứng là:

$$\mathbf{H(z)} = \frac{\mathbf{k}_1}{(1 - \mathbf{e}^{\mathbf{s}_{c1}\mathbf{T_s}}\mathbf{z}^{-1})} = \frac{1/\mathbf{RC}}{(1 - \mathbf{e}^{-\frac{1}{\mathbf{RC}}\mathbf{T_s}}\mathbf{z}^{-1})}$$

$$H(z) = \frac{1/RC}{(1 - e^{-\frac{1}{RC}T_s} z^{-1})} = \frac{b_0}{(1 + a_1 z^{-1})}$$ Với: $b_0 = \frac{1}{RC}$; $a_1 = -e^{-\frac{1}{RC}T_s}$

- Phương trình sai phân: $y(n) + a_1 y(n-1) = b_0 x(n)$

- Sơ đồ thực hiện hệ thống:



B. PHƯƠNG PHÁP BiẾN ĐỔI SONG TUYẾN

Nội dung phương pháp là phép ánh xạ mặt phẳng s của bộ lọc tương tự sang mặt phẳng z của bộ lọc số.

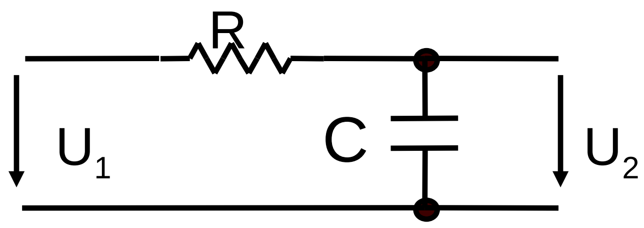
Hàm truyền đạt của bộ lọc số **H(z)** có thể nhận được từ hàm truyền đạt bộ lọc tương tự **H_a(s),** nếu ta thay:

$$\boxed{\mathbf{s} = \frac{2}{\mathbf{T_s}} \cdot \frac{(1 - \mathbf{z}^{-1})}{(1 + \mathbf{z}^{-1})}}$$

Hay quan hệ giữa các hàm truyền đạt **H_a(s)** và **H(z)** là:

$$\boxed{\mathbf{H(z)} = \mathbf{H_a(s)}\Big|_{\mathbf{s} = \frac{2}{\mathbf{T_s}} \cdot \frac{(1 - \mathbf{z}^{-1})}{(1 + \mathbf{z}^{-1})}}}$$

<u>Ví dụ 5.3.2</u>: Hãy chuyển sang mạch số bằng phương pháp biến đổi song tuyến, biết mạch điện tương tự cho:



Hàm truyền đạt của mạch tương tự:

$$\mathbf{H_a(s)} = \frac{\mathbf{U_2(s)}}{\mathbf{U_1(s)}} = \frac{1}{\mathbf{RCs}+1} = \frac{\boldsymbol{I(s)}.\left(1/\boldsymbol{SC}\right)}{\boldsymbol{I(s)}.\left(\boldsymbol{R}+1/\boldsymbol{SC}\right)} = \frac{1}{\boldsymbol{SC}\left(\boldsymbol{R}+1/\boldsymbol{SC}\right)}$$

⇒ hàm truyền đạt của mạch số tương ứng là:

$$\mathbf{H(z)} = \frac{1}{\mathbf{RC}.\dfrac{2}{\mathbf{T_s}}\dfrac{(1-\mathbf{z}^{-1})}{(1+\mathbf{z}^{-1})}+1} = \frac{\dfrac{\mathbf{T_s}}{\mathbf{K}}+\dfrac{\mathbf{T_s}}{\mathbf{K}}\mathbf{z}^{-1}}{1+\left(\dfrac{\mathbf{T_s}-2\mathbf{RC}}{\mathbf{K}}\right)\mathbf{z}^{-1}}$$

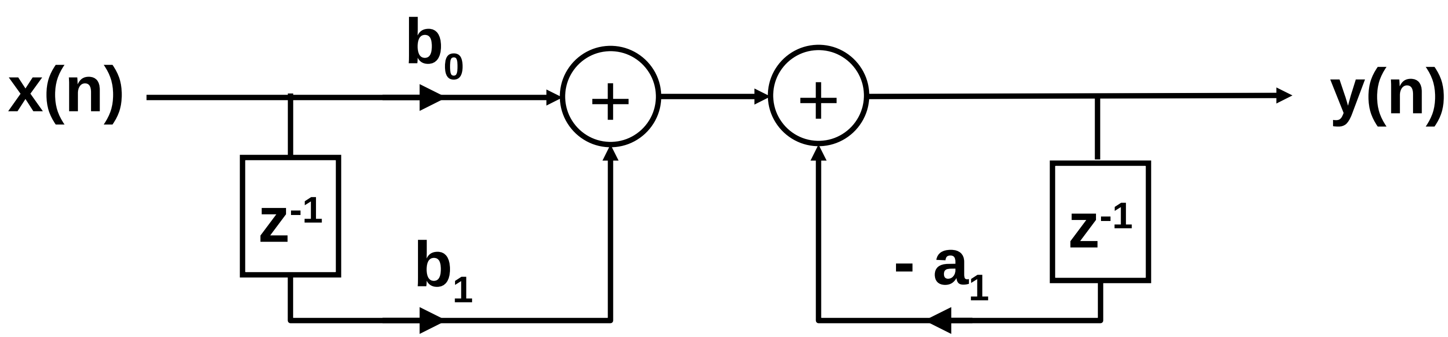
- Với: $\mathbf{K} = 2\mathbf{RC}+\mathbf{T_s}$

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}}$$

Với: $b_0 = \frac{T_s}{K};\ b_1 = \frac{T_s}{K};\ a_1 = \frac{T_s - 2RC}{K}$

- Phương trình sai phân: $y(n) + a_1 y(n-1) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1)$

- Sơ đồ thực hiện hệ thống:



C. PHƯƠNG PHÁP TƯƠNG ĐƯƠNG VI PHÂN

Nội dung phương pháp là chuyển phương trình vi phân của bộ lọc tương tự tương đương thành phương trình sai phân của bộ lọc số.

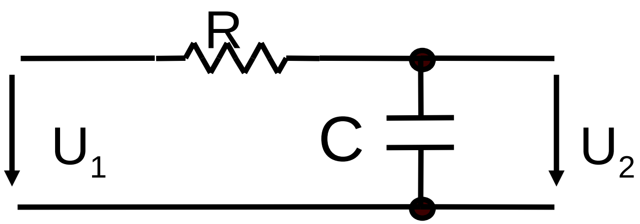
Hàm truyền đạt của bộ lọc số **H(z)** có thể nhận được từ hàm truyền đạt bộ lọc tương tự **H_a(s),** nếu ta thay:

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{T_s}$$

Hay quan hệ giữa các hàm truyền đạt **H_a(s)** và **H(z)** là:

$$H(z) = H_a(s)\Big|_{s = \frac{1 - z^{-1}}{T_s}}$$

<u>Ví dụ 5.3.3</u>: Hãy chuyển sang mạch số bằng phương pháp tương đương vi phân, biết mạch điện tương tự cho:



Hàm truyền đạt của mạch tương tự:

$$H_a(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{RCs + 1}$$

⇒ hàm truyền đạt của mạch số tương ứng là:

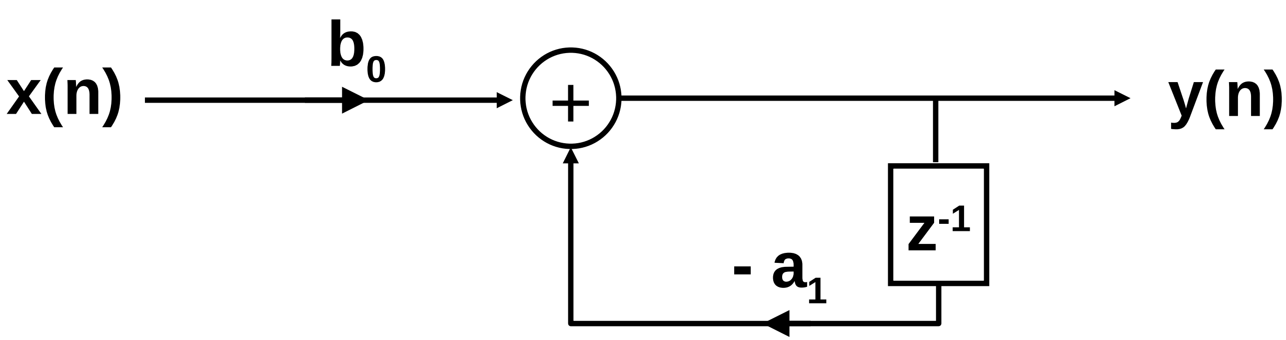
$$H(z) = \frac{1}{RC.\dfrac{(1 - z^{-1})}{T_s} + 1} = \frac{T_s / K}{1 - \dfrac{RC}{K} z^{-1}}$$

- Với: $K = RC + T_s$

$$H(z) = \frac{b_0}{1 + a_1 z^{-1}}$$ Với: $b_0 = \frac{T_s}{K}$; $a_1 = \frac{RC}{K}$

- Phương trình sai phân: $y(n) + a_1 y(n-1) = b_0 x(n)$

- Sơ đồ thực hiện hệ thống:



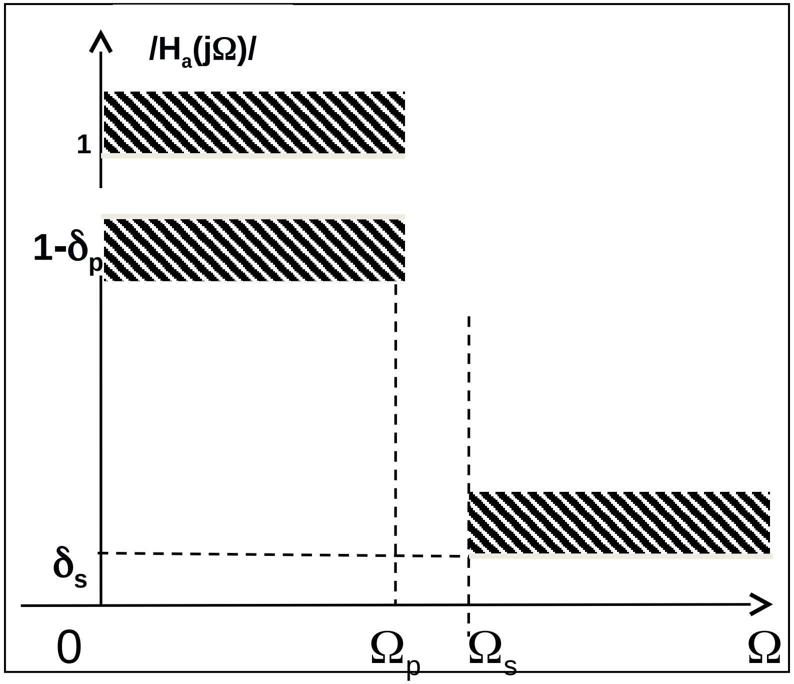
5.3.5 CÁC BỘ LỌC TƯƠNG TỰ THÔNG THẤP

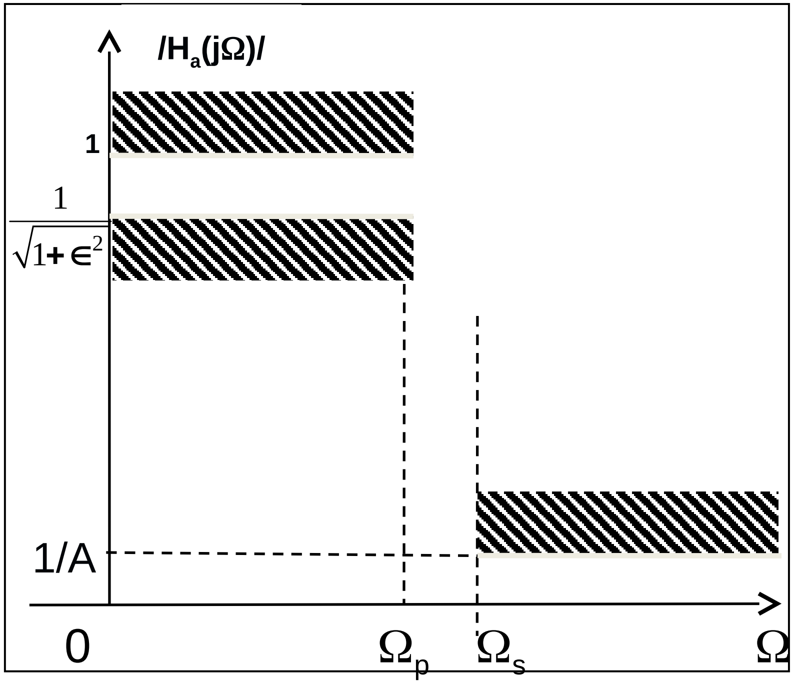
A. QUI ĐỊNH ĐỐI VỚI CÁC BỘ LỌC THÔNG THẤP TƯƠNG TỰ

Đáp ứng biên độ phải thỏa mãn điều kiện:

Trong dải thông: $\mathbf{1-\delta \le /H(j\Omega)/ \le 1}$ hay $\mathbf{1/(1+\epsilon^2)^{1/2} \le /H(j\Omega)/ \le 1}$

Trong dải chắn: $\mathbf{/H(j\Omega)/ \le \delta_p}$ hay $\mathbf{/H(j\Omega)/ \le 1/A}$





B. BỘ LỌC BUTTERWORTH

Bộ lọc tương tự Butterworth là bộ lọc thông thấp có đáp ứng biên độ giảm đơn điệu trong dải thông và dải chắn. Bình phương đáp ứng biên độ được định nghĩa:

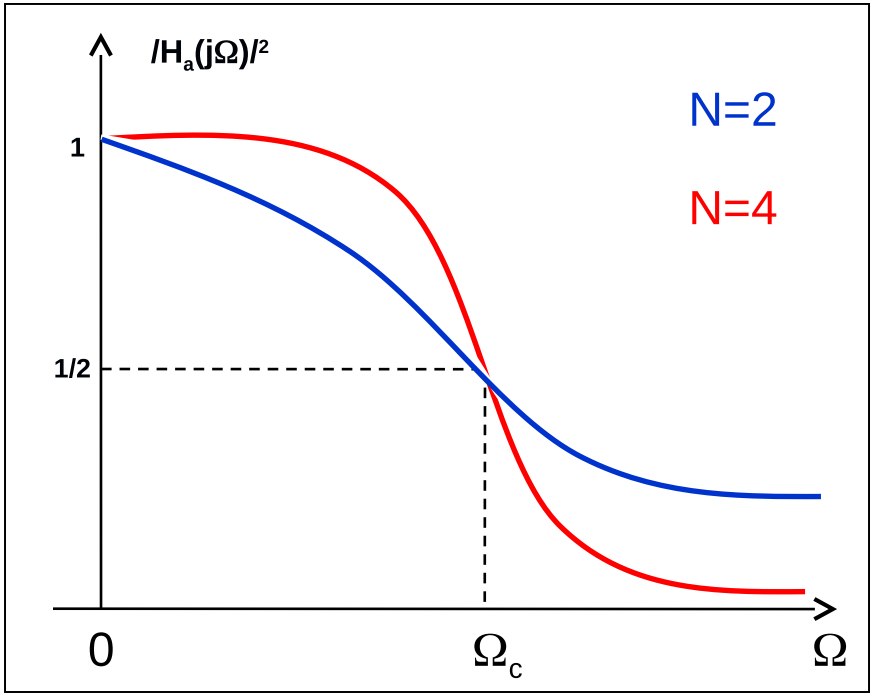
$$\left|H_a(j\Omega)\right|^2 = \frac{1}{1+\left(\Omega/\Omega_c\right)^{2N}}$$

$$\begin{cases} \textbf{N} \text{ - bậc của bộ lọc} \\ \boldsymbol{\Omega_c} \text{ - tần số cắt} \end{cases}$$

+ $/H(0)/^2 = 1$

+ $/H(\Omega_c)/^2 = 1/2$

+ $/H(\Omega)/^2 \to 0$ khi $N \to \infty$



C. BỘ LỌC CHEBYSHEV

Bộ lọc tương tự Chebyshev có 2 loại:

Loại 1: đáp ứng biên độ gợn sóng trong dải thông, giảm đơn điệu trong dải chắn

Loại 2: đáp ứng biên độ giảm đơn điệu trong dải thông, gợn sóng trong dải chắn

a. Bộ lọc Chebyshev loại 1

Bình phương đáp ứng biên độ được định nghĩa:

$$\left|H_a(j\Omega)\right|^2 = \frac{1}{1+\in^2 T_N^2(\Omega/\Omega_c)}$$

$\in$ - Thông số xác định độ gợn sóng trong dải thông

$T_N(\Omega/\Omega_p)$ - Đa thức Chebyshev bậc N

Ω_c - Tần số cắt

Đa thức Chebyshev $\mathbf{T_N(\Omega/\Omega_p)}$ bậc N được định nghĩa:

$$T_N(\Omega/\Omega_p) = \begin{cases} \cos\left(\mathrm{N}\, arccos\left(\Omega/\Omega_p\right)\right): & |\Omega| \le \Omega_p \\ \mathrm{ch}\left(\mathrm{N}\, arcch\mathrm{x}\left(\Omega/\Omega_p\right)\right): & |\Omega| > \Omega_p \end{cases}$$

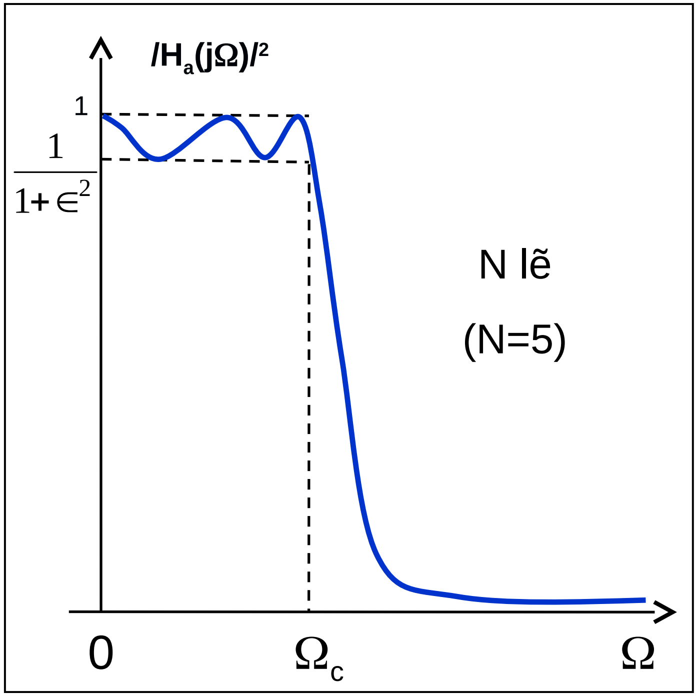
Do $\begin{cases} \mathbf{/T_N(\Omega/\Omega_p\,/\ \le 1} \text{ khi } /\Omega/ \le \Omega_p \\ \mathbf{/T_N(\Omega/\Omega_p)/} \text{ tăng đơn điệu khi } /\Omega/>\Omega_p \end{cases}$

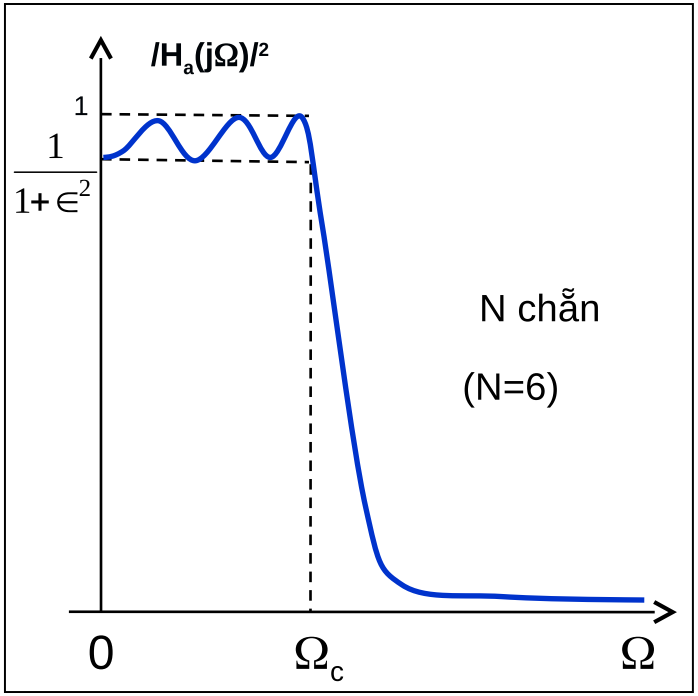
$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{1+\in^2} \le \left|H_a(\Omega)\right|^2 \le 1 \text{ : gợn sóng khi } /\Omega/ \le \Omega_p \\ \mathbf{/H_a(\Omega\,/} \text{ giảm đơn điệu khi } /\Omega/>\Omega_p \end{cases}$

Thông số ∈ liên quan đến độ gợn trong dải thông:

$$\in^2 = \frac{1}{\left(1-\delta_1\right)^2} - 1$$

Đáp ứng biên độ của bộ lọc Chebyshev loại 1





b. Bộ lọc Chebyshev loại 2

Bình phương đáp ứng biên độ được định nghĩa:

$$\left|H_a(j\Omega)\right|^2 = \frac{1}{1+\in^2\left[T_N\left(\Omega_s/\Omega_c\right)/T_N\left(\Omega_s/\Omega\right)\right]^2}$$

N - Bậc của bộ lọc

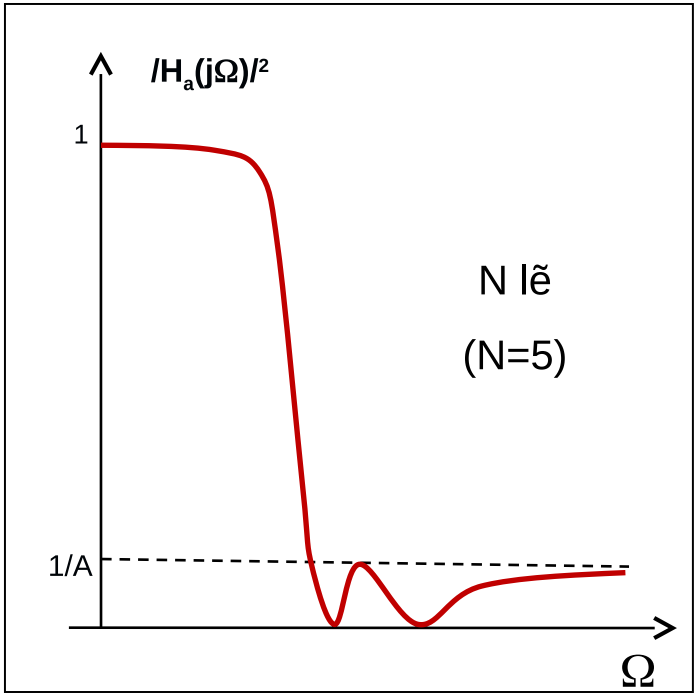
$\in$ - Thông số xác định độ gợn sóng trong dải thông

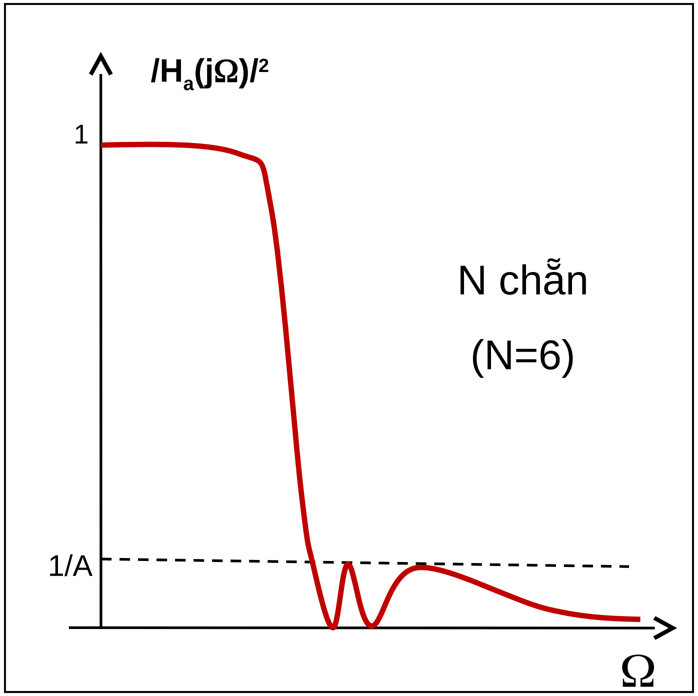
T_N - đa thức Chebyshev bậc N.

Ω_c - Tần số cắt

Ω_s - Tần số giới hạn dải chắn

Đáp ứng biên độ của bộ lọc Chebyshev loại 2



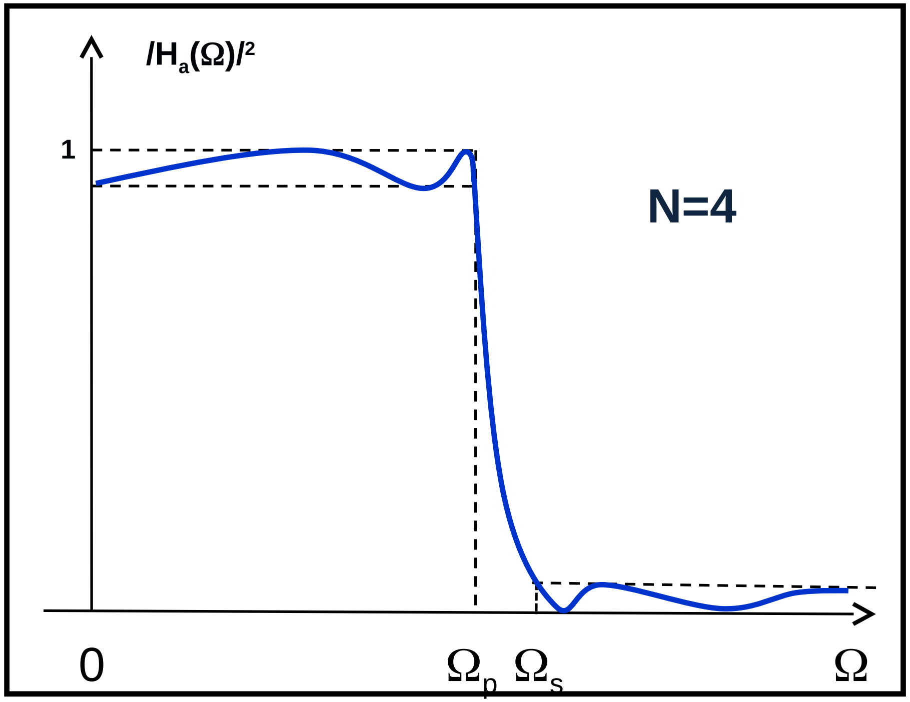


D. BỘ LỌC ELLIPTIC

Bộ lọc Elliptic là bộ lọc thông thấp có đáp ứng biên độ gợn sóng trong dải thông và dải chắn.

Bình phương đáp ứng biên độ được định nghĩa:

$$\left|H_a(\Omega)\right|^2 = \frac{1}{1+\epsilon^2 U_N^2(\Omega/\Omega_c)}$$



Ω_c - Tần số cắt

$U_N(\Omega/\Omega_p)$ - Hàm Jacobian elliptic

5.3.6 BIẾN ĐỔI TẦN SỐ

A. BIẾN ĐỔI TẦN SỐ TRONG MIỀN TƯƠNG TỰ

Ở phần trước chúng ta đã xem xét các dạng bộ lọc tương tự thông thấp mà chưa đề cập đến các bộ lọc thông cao, thông dải, chắn dải.

Thực chất chúng ta không cần phương pháp riêng để tổng hợp các bộ lọc này mà chỉ cần dùng phương pháp biến đổi tần số để chuyển gần đúng từ bộ lọc thông thấp ban đầu sang thông thấp, thông cao, thông dải và chắn dải với các chỉ tiêu mong muốn.

Gọi: $H_a(s)$ – Hàm truyền đạt của lọc tương tự thông thấp

$H_a(s')$ – Hàm truyền đạt của lọc tương tự mong muốn

Nghĩa là sẽ thay thế biến s bởi 1 hàm theo biến số s'

$$s = f(s')$$

Bảng biến đổi tần số từ bộ lọc thông thấp cơ bản

Biến đổi tần số	***s = f(s')***	***Tần số cắt mới***
Thông thấp	$s = \frac{\Omega_c}{\Omega_c^{'}} s'$	$\Omega_c^{'}$
Thông cao	$s = \frac{\Omega_c \Omega_c^{'}}{s'}$	$\Omega_c^{'}$
Thông dải	$s = \Omega_c \frac{s'^2 + \Omega_{c1}^{'}\Omega_{c2}^{'}}{s'(\Omega_{c2}^{'} - \Omega_{c1}^{'})}$	$\Omega_{c1}^{'}\ ,\ \Omega_{c2}^{'}$
Chắn dải	$s = \Omega_c \frac{s'(\Omega_{c2}^{'} - \Omega_{c1}^{'})}{s'^2 + \Omega_{c1}^{'}\Omega_{c2}^{'}}$	$\Omega_{c1}^{'}\ ,\ \Omega_{c2}^{'}$

B. BIẾN ĐỔI TẦN SỐ TRONG MIỀN SỐ

Cũng giống như các bộ lọc tương tự, các bộ lọc số thông thấp, thông cao, thông dải, chắn dải mong muốn sẽ nhận được bằng cách biến đổi tần số từ mạch lọc số thông thấp.

Gọi: $H_a(z^{-1})$ – Hàm truyền đạt của lọc số thông thấp

$H_a(z'^{-1})$ – Hàm truyền đạt của lọc số mong muốn

Nghĩa là sẽ thay thế biến z^{-1} bởi 1 hàm theo biến số z'^{-1}

$$z^{-1} = f(z'^{-1})$$

Bảng biến đổi tần số từ bộ lọc thông thấp cơ bản

Biến đổi tần số	***$z^{-1} = f(z'^{-1})$***	***Các thông số thiết kế***
Thông thấp	$z^{-1} = \dfrac{z'^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z'^{-1}}$	$\alpha = \dfrac{\sin[(\omega_c - \omega'_c)/2]}{\sin[(\omega_c + \omega'_c)/2]}$ ω'_c - tần số cắt mới
Thông cao	$z^{-1} = \dfrac{z'^{-1} - \alpha}{1 - \alpha z'^{-1}}$	$\alpha = \dfrac{\cos[(\omega_c + \omega'_c)/2]}{\cos[(\omega_c - \omega'_c)/2]}$ ω'_c - tần số cắt mới

Bảng biến đổi tần số từ bộ lọc thông thấp cơ bản

Biến đổi tần số	***$z^{-1} = f(z'^{-1})$ và các thông số thiết kế***
Thông dải	$z^{-1} = \dfrac{z'^{-2} - \left[2\alpha\beta/(\beta+1)\right]z'^{-1} + \left[(\beta-1)/(\beta+1)\right]}{\left[(\beta-1)/(\beta+1)\right]z'^{-2} - \left[2\alpha\beta/(\beta+1)\right]z'^{-1} + 1}$ $\alpha = \dfrac{\cos[(\omega'_{c2} + \omega'_{c1})/2]}{\cos[(\omega'_{c2} - \omega'_{c1})/2]}$ $\beta = \cot g[(\omega'_{c2} - \omega'_{c1})/2].tg(\omega_c/2)$ **ω'_{c1} và ω'_{c2} – các tần số cắt mới**
Chắn dải	$z^{-1} = \dfrac{z'^{-2} - \left[2\alpha/(\beta+1)\right]z'^{-1} + \left[(1-\beta)/(1+\beta)\right]}{\left[(1-\beta)/(1+\beta)\right]z'^{-2} - \left[2\alpha/(\beta+1)\right]z'^{-1} + 1}$ $\alpha = \dfrac{\cos[(\omega'_{c1} + \omega'_{c2})/2]}{\cos[(\omega'_{c1} - \omega'_{c2})/2]}$ $\beta = tg[(\omega'_{c2} - \omega'_{c1})/2].tg(\omega_c/2)$ **ω'_{c1} và ω'_{c2} – các tần số cắt mới**