

Toán Rời Rạc
Thực hành 9

Có n chàng trai và n cô gái. Mỗi chàng trai m xếp hạng các cô gái dưới dạng một dãy

$$w_1, w_2, \dots, w_n.$$

Ta nói rằng chàng trai m thích cô w_i hơn cô w_j nếu cô w_i đứng trước cô w_j trong dãy này. Ta gọi dãy này là danh sách ưu tiên của m . Tương tự, mỗi cô gái cũng có một danh sách ưu tiên của mình.

Cần tìm cách ghép cặp mỗi chàng trai với một cô gái để tổ chức đám cưới sao cho không tồn tại hai người khác giới thích nhau hơn vợ/chồng của họ. Những cuộc hôn nhân như vậy gọi là "bền vững".

- *Dữ liệu vào gồm:*
 - Dòng đầu tiên là số n .
 - n dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm n số nguyên là danh sách ưu tiên của mỗi chàng trai.
 - n dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm một dãy n số nguyên là danh sách ưu tiên của mỗi cô gái.
- *Dữ liệu ra gồm:* n cặp i, j thể hiện sẽ tổ chức đám cưới cho chàng trai i và cô gái j đảm bảo họ có cuộc hôn nhân bền vững.

Ví dụ: Xét bảng dữ liệu vào và ra như sau:

Dữ liệu vào					Dữ liệu ra	
5						
3	2	5	1	4	5	1
1	2	5	3	4	2	2
4	3	2	1	5	4	3
1	3	4	2	5	3	4
1	2	4	5	3	1	5
3	5	2	1	4		
5	2	1	4	3		
4	3	5	1	2		
1	2	3	4	5		
2	3	4	1	5		

- Dòng đầu tiên ở cột Dữ liệu vào chỉ ra rằng có 5 chàng trai và 5 cô gái.
- 5 dòng tiếp theo lần lượt là danh sách ưu tiên của chàng trai 1, 2, ..., 5 đối với các cô gái. Ví dụ, bảng trên chỉ ra rằng: chàng 1 thích
 - cô 3 *hơn* cô 2,
 - cô 2 *hơn* cô 5,
 - cô 5 *hơn* cô 1,
 - cô 1 *hơn* cô 4.
- 5 dòng tiếp theo lần lượt là danh sách ưu tiên của cô 1, cô 2,..., cô 5 đối với các chàng trai. Ví dụ, bảng trên chỉ ra rằng: cô 1 thích
 - chàng 3 *hơn* chàng 5,
 - chàng 5 *hơn* chàng 2,
 - chàng 2 *hơn* chàng 1,
 - chàng 1 *hơn* chàng 4.
- Còn cột Dữ liệu ra chỉ ra rằng ta có thể ghép chàng 5 với cô 1, chàng 2 với cô 2, chàng 4 với cô 3, chàng 3 với cô 4, và chàng 1 với cô 5 để các cuộc hôn nhân đều bền vững.

Algorithm 1: Thuật toán Gale-Shapley

Khởi tạo mọi chàng trai $m \in M$ và mọi cô gái $w \in W$ là độc thân;
while có một chàng trai m độc thân và vẫn chưa đính hôn với cô gái nào **do**
 Chọn chàng trai m này;
 Xét w là cô gái m thích nhất trong danh sách những cô mà m chưa đề nghị cưới;
 if w là độc thân **then**
 (m, w) đính hôn;
 else /* w hiện tại đang đính hôn với m' */
 if w thích m' hơn m **then**
 m lại trở thành độc thân;
 else /* w thích m hơn m' */
 (m, w) đính hôn với nhau;
 m' trở thành độc thân;
return tập S gồm các cặp đính hôn;
