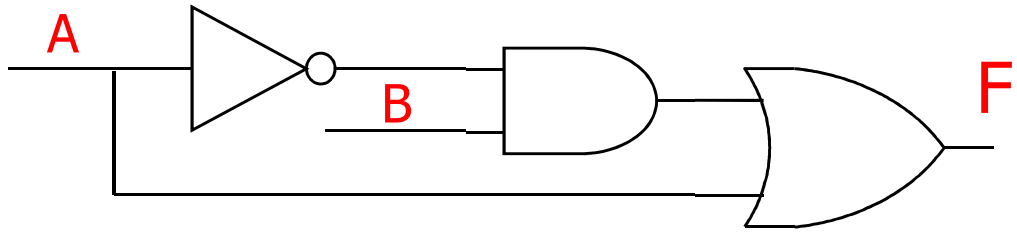
Lecture 4: MẠCH TỔ HỢP

Biên soạn:Th.S Bùi Quốc Bảo

(Base on Floyd, Pearson Ed.)

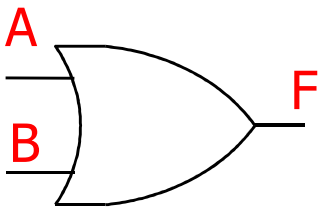
RÚT GỌN HÀM BOOLEAN

$$F(A,B) = A + \overline{A}B$$



$$F = A + \overline{A}B = A(B + \overline{B}) + \overline{A}B$$

$$= AB + A\overline{B} + AB + \overline{A}B = A + B$$



RÚT GỌN HÀM BOOLEAN

- Hai hàm Boolean bằng nhau khi với cùng ngõ vào chúng cho ngõ ra giống nhau.
- Khi thực hiện mạch, ta nên đưa hàm Boolean về dạng tối ưu nhất
- Điều đó giúp thực hiện hàm Boolean với số cổng ít nhất, giảm chi phí thực hiện và tăng tốc độ của mạch.

DẠNG CHÍNH TẮC SOP

a	b	c	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Condition that a is 0, b is 0, c is 1.

$\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet c$

$\bar{a} \bullet b \bullet \bar{c}$

$\bar{a} \bullet b \bullet c$

$a \bullet \bar{b} \bullet c$

$a \bullet b \bullet \bar{c}$

Function F is true if any of these and-terms are true!

OR

$$F = (\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet c) + (\bar{a} \bullet b \bullet \bar{c}) + (\bar{a} \bullet b \bullet c) + (a \bullet \bar{b} \bullet c) + (a \bullet b \bullet \bar{c})$$

Sum-of-Products form (SOP)

CÁC DẠNG CHÍNH TẮC

a	b	c	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet \bar{c} = m_0$

$\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet c = m_1$

$\bar{a} \bullet b \bullet \bar{c} = m_2$

$\bar{a} \bullet b \bullet c = m_3$

$a \bullet \bar{b} \bullet \bar{c} = m_4$

$a \bullet \bar{b} \bullet c = m_5$

$a \bullet b \bullet \bar{c} = m_6$

$a \bullet b \bullet c = m_7$

Một minterm là một tích của các biến ngõ vào, các biến ở dạng bình thường hoặc là bù.

Note: Binary ordering

Dạng chính tắc 1 (SOP) gồm các minterm OR lại với nhau

$$F = (\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet c) + (\bar{a} \bullet b \bullet \bar{c}) + (\bar{a} \bullet b \bullet c) + (a \bullet \bar{b} \bullet c) + (a \bullet b \bullet \bar{c})$$

$$F = m_1 + m_2 + m_3 + m_5 + m_6$$

$$F = \sum_m (1,2,3,5,6)$$

Two variables:

a	b	minterm
0	0	a'b' = m_0
0	1	a'b = m_1
1	0	a b' = m_2
1	1	a b = m_3

Three variables:

a	b	c	minterm
0	0	0	a'b'c' = m_0
0	0	1	a'b'c = m_1
0	1	0	a'b c' = m_2
0	1	1	a'b c = m_3
1	0	0	a b'c' = m_4
1	0	1	a b'c = m_5
1	1	0	a b c' = m_6
1	1	1	a b c = m_7

Four variables:

a	b	c	d	minterm
0	0	0	0	a'b'c'd' = m_0
0	0	0	1	a'b'c'd = m_1
0	0	1	0	a'b'c d' = m_2
0	0	1	1	a'b'c d = m_3
0	1	0	0	a'b c'd' = m_4
0	1	0	1	a'b c'd = m_5
0	1	1	0	a'b c d' = m_6
0	1	1	1	a'b c d = m_7
1	0	0	0	a b'c'd' = m_8
1	0	0	1	a b'c'd = m_9
1	0	1	0	a b'c d' = m_{10}
1	0	1	1	a b'c d = m_{11}
1	1	0	0	a b c'd' = m_{12}
1	1	0	1	a b c'd = m_{13}
1	1	1	0	a b c d' = m_{14}
1	1	1	1	a b c d = m_{15}

RÚT GỌN HÀM Ở DẠNG SOP

F ở dạng SOP :

$$F = (\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet c) + (\bar{a} \bullet b \bullet \bar{c}) + (\bar{a} \bullet b \bullet c) + (a \bullet \bar{b} \bullet c) + (a \bullet b \bullet \bar{c})$$

Sử dụng các định lý của đại số Boolean để rút gọn

Nhóm các phần tử giống nhau lại với nhau

$$F = (\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet c) + (a \bullet \bar{b} \bullet c) + (\bar{a} \bullet b \bullet \bar{c}) + (\bar{a} \bullet b \bullet c) + (a \bullet b \bullet \bar{c}) + (\bar{a} \bullet b \bullet \bar{c})$$

$$F = (\bar{a} + a)(\bar{b} \bullet c) + (\bar{c} + c)(\bar{a} \bullet b) + (a + \bar{a})(b \bullet \bar{c})$$

Ta có *x'+x = 1*

$$F = (\bar{b} \bullet c) + (\bar{a} \bullet b) + (b \bullet \bar{c})$$

DẠNG CHÍNH TẮC POS

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

A	B	C	
0	0	0	$A + B + \overline{C} = M_0$
0	0	1	$A + \overline{B} + \overline{C} = M_1$
0	1	0	$A + \overline{B} + \overline{C} = M_2$
0	1	1	$\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} = M_3$
1	0	0	$\overline{A} + B + \overline{C} = M_4$
1	0	1	$\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} = M_5$
1	1	0	$\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} = M_6$
1	1	1	$\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} = M_7$

F ở dạng chuẩn 2 (POS):

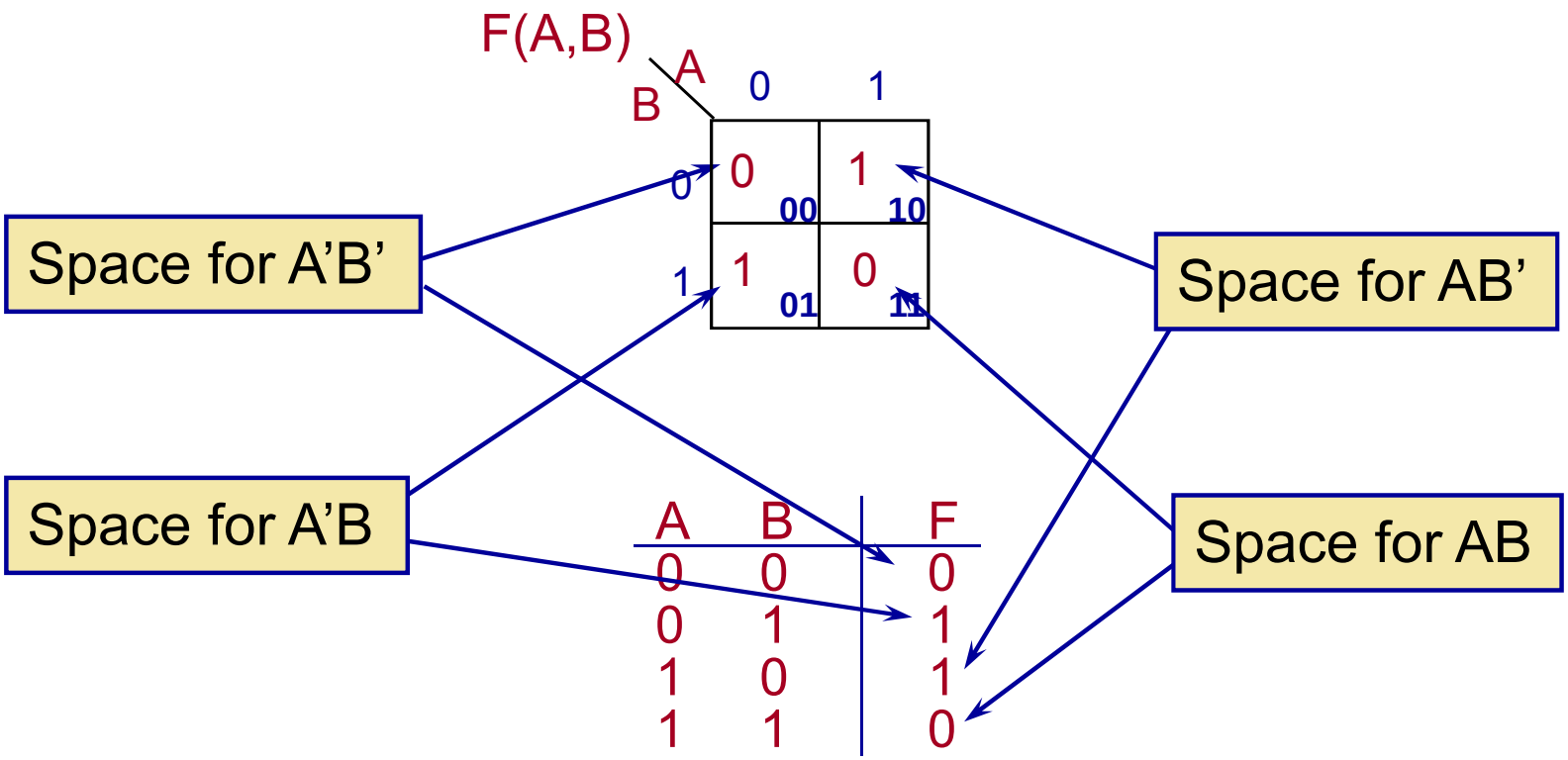
$$F = (A + B + C) \bullet (A + B + \overline{C}) \bullet (A + \overline{B} + C)$$
$$F = M_0 \bullet M_1 \bullet M_2$$
$$F = \prod \mathrm{M}(0,\ 1,\ 2)$$

BẢN ĐỒ KARNAUGH (BÌA K)

- Ngoài 3 phương pháp biểu diễn hàm Boolean đã nói, ta còn dùng bìa K để biểu diễn hàm Boolean.
- Bìa K là 1 bảng các ô, mỗi ô ứng với một tổ hợp các ngõ vào của hàm Boolean, và chứa giá trị của hàm Boolean tại giá trị ngõ vào đó
- Thực chất, bìa K là một bảng chân trị

BẢN ĐỒ KARNAUGH

2-variable K-map



A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Bản đồ Karnaugh có thể mở rộng đến 4 biến

f(A,B,C)

BC \ A	0	1
00	000 m_0	100 m_4
01	001 m_1	101 m_5
11	011 m_3	111 m_7
10	010 m_2	110 m_6

A

B

C

3-variable K-map

f(A,B,C,D)

CD \ AB	00	01	11	10
00	0000 m_0	0100 m_4	1100 m_{12}	1000 m_8
01	0001 m_1	0101 m_5	1101 m_{13}	1001 m_9
11	0011 m_3	0111 m_7	1111 m_{15}	1011 m_{11}
10	0010 m_2	0110 m_6	1110 m_{14}	1010 m_{10}

A

B

C

D

4-variable K-map

F(A,B,C,D) = A'B'CD + AB'CD' + A'BCD + ABCD' + ABC'D

F (A,B,C) = A'B'C' + A'BC + AB'C' + ABC'

f(A,B,C)

BC \ A	0	1
00	1	1
01	0	0
11	1	0
10	0	1

3-variable K-map

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	1	1	0	0
10	0	0	1	1

4-variable K-map

- Trên bìa K, chỉ cần ghi hoặc giá trị 1, hoặc giá trị 0

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01			1	
11	1	1		
10			1	1

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0		0
11			0	0
10	0	0		

- Dùng bìa K để rút gọn hàm Boolean:

A \ B	0	1
0	0	1
1	0	1

We can combine A'B and AB

F = A'B + AB
= B

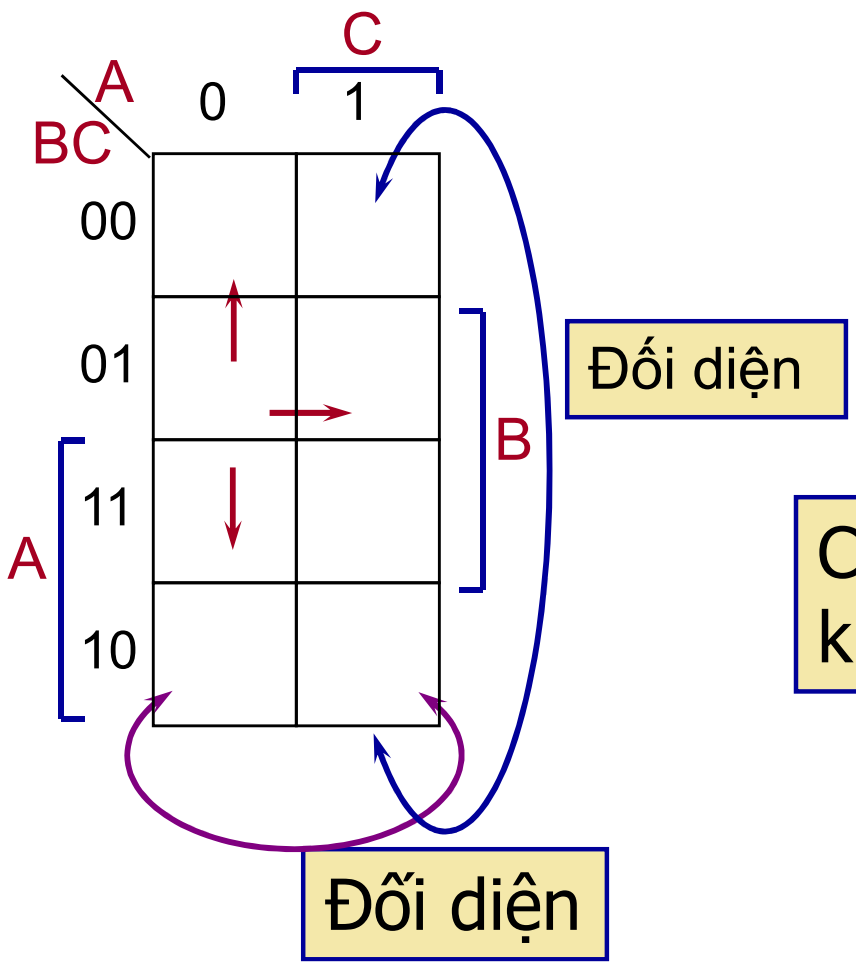
A \ B	0	1
0	1	1
1	0	0

We can combine A'B' and A'B

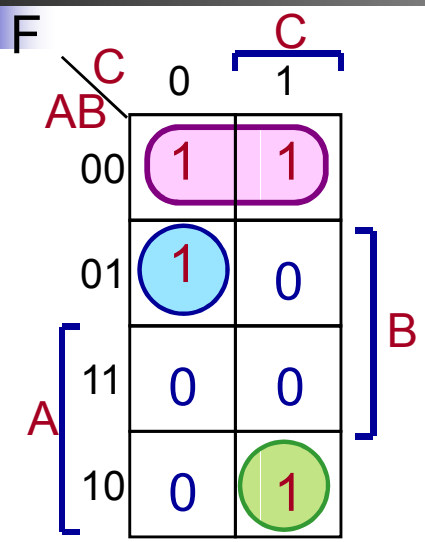
G = A'B' + A'B
= A'

Các ô trong vòng khuyên như trên là các ô kế cận

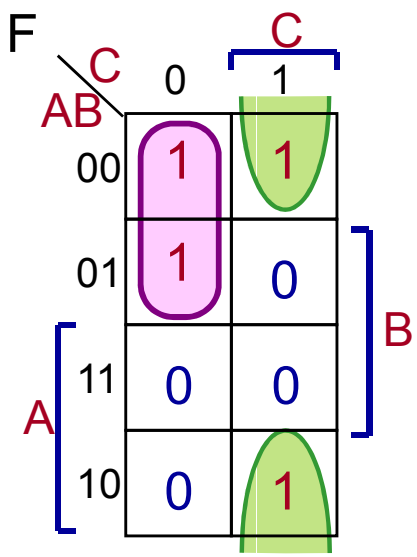
Các ô kế cận:



Các ô kế cận là các ô chỉ khác nhau ở một biến



F(C,B,A) = A'BC' + AB'C + A'B'



In the K-map, adjacency wraps from left to right and from top to bottom

F(C,B,A) = A'C' + B'C

Same function, alternative "circling"
Note: Larger circles are better

Để rút gọn hàm Boolean bằng bìa K:

- Biểu diễn hàm lên bìa K
- Nhóm các ô kế cận mang cùng giá trị 1 (hoặc 0) thành các nhóm bằng các vòng khuyên
- Số phần tử trong mỗi vòng khuyên là 2^n
- Một phần tử có thể nằm trong nhiều vòng khuyên
- Số vòng khuyên là ít nhất, số phần tử là nhiều nhất.
- Viết biểu thức rút gọn.