



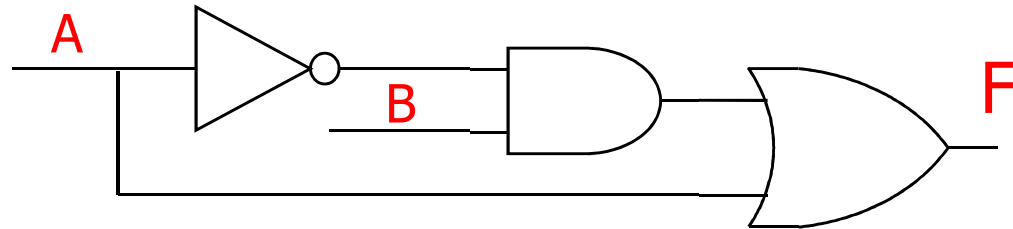
# Lecture 4: MẠCH TỔ HỢP

---

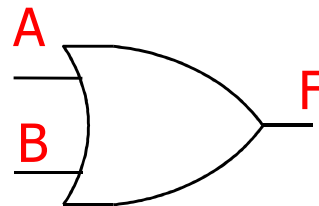
Biên soạn: Th.S Bùi Quốc Bảo  
(Base on Floyd, Pearson Ed.)

# RÚT GỌN HÀM BOOLEAN

$$F(A, B) = A + \bar{A}B$$



$$\begin{aligned} F &= A + \bar{A}B = A(B + \bar{B}) + \bar{A}B \\ &= AB + A\bar{B} + AB + \bar{A}B = A + B \end{aligned}$$





# RÚT GỌN HÀM BOOLEAN

---

- Hai hàm Boolean bằng nhau khi với cùng ngõ vào chúng cho ngõ ra giống nhau.
- Khi thực hiện mạch, ta nên đưa hàm Boolean về dạng tối ưu nhất
- Điều đó giúp thực hiện hàm Boolean với số cổng ít nhất, giảm chi phí thực hiện và tăng tốc độ của mạch.

# DẠNG CHÍNH TẮC SOP

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>F</i>
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Condition that *a* is 0, *b* is 0, *c* is 1.

$$\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet c$$

$$\bar{a} \bullet b \bullet \bar{c}$$

$$\bar{a} \bullet b \bullet c$$

$$a \bullet \bar{b} \bullet c$$

$$a \bullet b \bullet \bar{c}$$

Function *F* is true if **any** of these and-terms are true!

OR

$$F = (\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet c) + (\bar{a} \bullet b \bullet \bar{c}) + (\bar{a} \bullet b \bullet c) + (a \bullet \bar{b} \bullet c) + (a \bullet b \bullet \bar{c})$$

Sum-of-Products form (SOP)

# CÁC DẠNG CHÍNH TẮC

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>F</i>
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$$\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet \bar{c} = m_0$$

$$\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet c = m_1$$

$$\bar{a} \bullet b \bullet \bar{c} = m_2$$

$$\bar{a} \bullet b \bullet c = m_3$$

$$a \bullet \bar{b} \bullet \bar{c} = m_4$$

$$a \bullet \bar{b} \bullet c = m_5$$

$$a \bullet b \bullet \bar{c} = m_6$$

$$a \bullet b \bullet c = m_7$$

Một **minterm** là một tích của các biến ngõ vào, các biến ở dạng bình thường hoặc là bù.

Note: Binary ordering

Dạng chính tắc 1 (SOP) gồm các minterm OR lại với nhau

$$F = (\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet c) + (\bar{a} \bullet b \bullet \bar{c}) + (\bar{a} \bullet b \bullet c) + (a \bullet \bar{b} \bullet c) + (a \bullet b \bullet \bar{c})$$

$$F = m_1 + m_2 + m_3 + m_5 + m_6$$

$$F = \sum_m (1, 2, 3, 5, 6)$$



## Two variables:

a	b	minterm
0	0	$a'b' = m_0$
0	1	$a'b = m_1$
1	0	$a b' = m_2$
1	1	$a b = m_3$

## Three variables:

a	b	c	minterm
0	0	0	$a'b'c' = m_0$
0	0	1	$a'b'c = m_1$
0	1	0	$a'b c' = m_2$
0	1	1	$a'b c = m_3$
1	0	0	$a b'c' = m_4$
1	0	1	$a b'c = m_5$
1	1	0	$a b c' = m_6$
1	1	1	$a b c = m_7$



Four variables:

a	b	c	d	minterm
0	0	0	0	$a'b'c'd' = m_0$
0	0	0	1	$a'b'c'd = m_1$
0	0	1	0	$a'b'c d' = m_2$
0	0	1	1	$a'b'c d = m_3$
0	1	0	0	$a'b c'd' = m_4$
0	1	0	1	$a'b c'd = m_5$
0	1	1	0	$a'b c d' = m_6$
0	1	1	1	$a'b c d = m_7$
1	0	0	0	$a b'c'd' = m_8$
1	0	0	1	$a b'c'd = m_9$
1	0	1	0	$a b'c d' = m_{10}$
1	0	1	1	$a b'c d = m_{11}$
1	1	0	0	$a b c'd' = m_{12}$
1	1	0	1	$a b c'd = m_{13}$
1	1	1	0	$a b c d' = m_{14}$
1	1	1	1	$a b c d = m_{15}$

# RÚT GỌN HÀM Ở DẠNG SOP

F ở dạng SOP :

$$F = (\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet c) + (\bar{a} \bullet b \bullet \bar{c}) + (\bar{a} \bullet b \bullet c) + (a \bullet \bar{b} \bullet c) + (a \bullet b \bullet \bar{c})$$

Sử dụng các định lý của đại số Boolean để rút gọn

Nhóm các phần tử giống nhau lại với nhau

$$F = (\bar{a} \bullet \bar{b} \bullet c) + (a \bullet \bar{b} \bullet c) + (\bar{a} \bullet b \bullet \bar{c}) + (\bar{a} \bullet b \bullet c) + (a \bullet b \bullet \bar{c}) + (\bar{a} \bullet b \bullet \bar{c})$$
$$F = (\bar{a} + a)(\bar{b} \bullet c) + (\bar{c} + c)(\bar{a} \bullet b) + (a + \bar{a})(b \bullet \bar{c})$$

Ta có  $x' + x = 1$

$$F = (\bar{b} \bullet c) + (\bar{a} \bullet b) + (b \bullet \bar{c})$$



# DẠNG CHÍNH TẮC POS

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

A	B	C	
0	0	0	$A + B + C = M_0$
0	0	1	$A + B + \overline{C} = M_1$
0	1	0	$A + \overline{B} + C = M_2$
0	1	1	$A + \overline{B} + \overline{C} = M_3$
1	0	0	$\overline{A} + B + C = M_4$
1	0	1	$\overline{A} + B + \overline{C} = M_5$
1	1	0	$\overline{A} + \overline{B} + C = M_6$
1	1	1	$\overline{A} + \overline{B} + \overline{C} = M_7$

***F ở dạng chuẩn 2 (POS):***

$$F = (A + B + C) \bullet (A + B + \overline{C}) \bullet (A + \overline{B} + C)$$

$$F = M_0 \bullet M_1 \bullet M_2$$

$$F = \prod M(0, 1, 2)$$



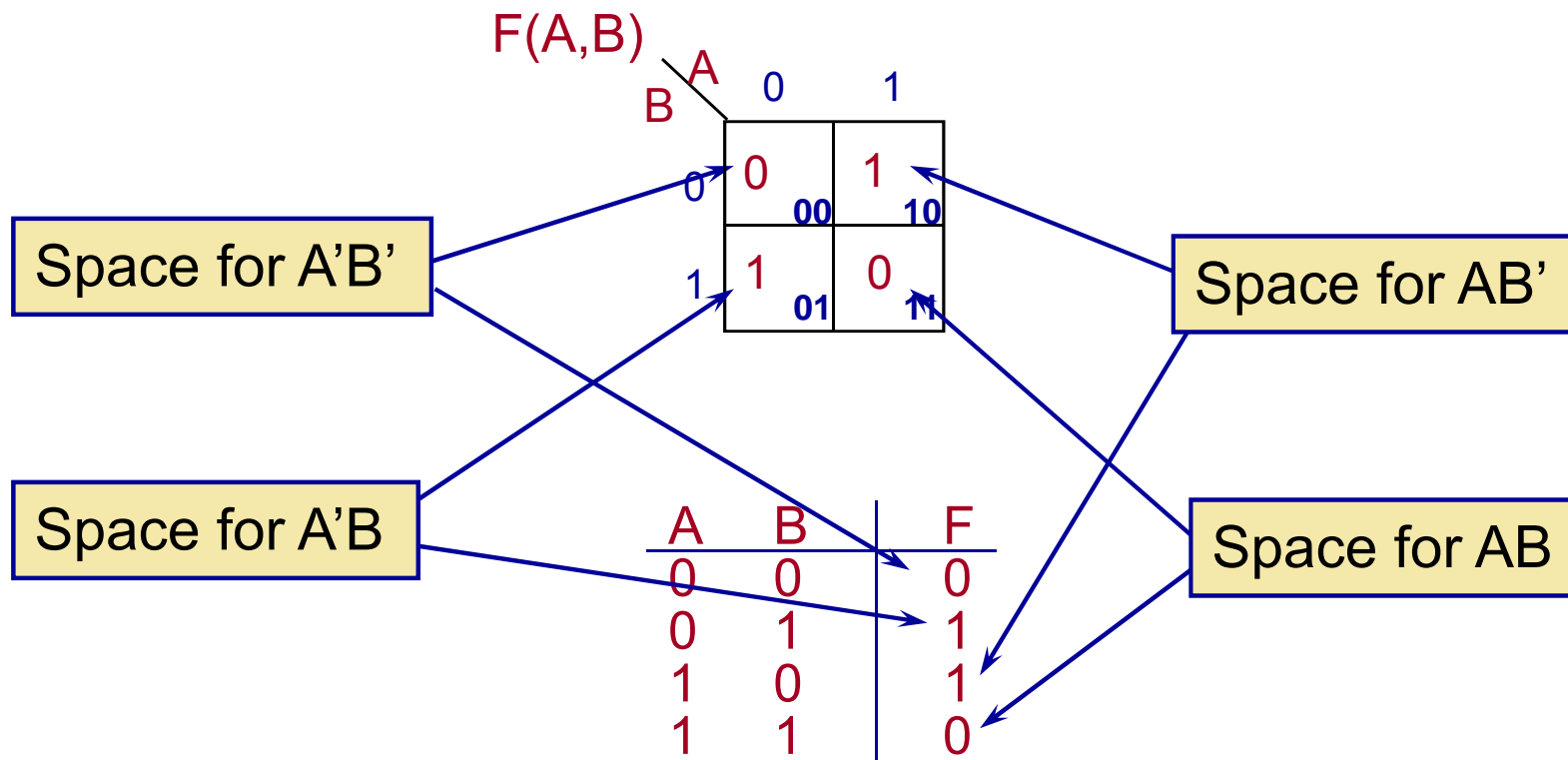
# BẢN ĐỒ KARNAUGH (BÌA K)

---

- Ngoài 3 phương pháp biểu diễn hàm Boolean đã nói, ta còn dùng bì K để biểu diễn hàm Boolean.
- Bì K là 1 bảng các ô, mỗi ô ứng với một tổ hợp các ngõ vào của hàm Boolean, và chứa giá trị của hàm Boolean tại giá trị ngõ vào đó
- Thực chất, bì K là một bảng chân trị

# BẢN ĐỒ KARNAUGH

2-variable K-map





$$F(A,B,C,D) = \underline{A'B'CD} + \underline{AB'CD'} + \underline{A'BCD} + \underline{ABCD'} + \underline{ABC'D}$$

$$F(A,B,C) = \underline{A'B'C'} + \underline{A'BC} + \underline{AB'C'} + \underline{ABC'}$$

$f(A,B,C)$

		A	0	1
	BC			
	00	1	1	
	01	0	0	
	11	1	0	
	10	0	1	

Diagram illustrating a 3-variable K-map for  $f(A,B,C)$ . The map is a 2x4 grid with columns labeled A (0, 1) and rows labeled BC (00, 01, 11, 10). The values are: (A=0, BC=00)=1, (A=1, BC=00)=1, (A=0, BC=01)=0, (A=1, BC=01)=0, (A=0, BC=11)=1, (A=1, BC=11)=0, (A=0, BC=10)=0, (A=1, BC=10)=1. Purple arrows point from the terms in the equation above to the corresponding 1s in the map. A blue bracket labeled 'A' is above the columns, and a red bracket labeled 'C' is to the right of the rows.

3-variable  
K-map

		AB	00	01	11	10
	CD					
	00		0	0	0	0
	01		0	0	1	0
	11		1	1	0	0
	10		0	0	1	1

Diagram illustrating a 4-variable K-map for  $F(A,B,C,D)$ . The map is a 4x4 grid with columns labeled AB (00, 01, 11, 10) and rows labeled CD (00, 01, 11, 10). The values are: (AB=00, CD=00)=0, (AB=01, CD=00)=0, (AB=11, CD=00)=0, (AB=10, CD=00)=0, (AB=00, CD=01)=0, (AB=01, CD=01)=0, (AB=11, CD=01)=1, (AB=10, CD=01)=0, (AB=00, CD=11)=1, (AB=01, CD=11)=1, (AB=11, CD=11)=0, (AB=10, CD=11)=0, (AB=00, CD=10)=0, (AB=01, CD=10)=0, (AB=11, CD=10)=1, (AB=10, CD=10)=1. Purple arrows point from the terms in the equation above to the corresponding 1s in the map. Blue brackets labeled 'A' and 'B' are above the columns, and red brackets labeled 'C' and 'D' are to the left and right of the rows, respectively.

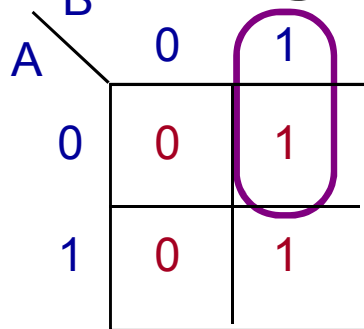
4-variable  
K-map

- 
- Trên bìa K, chỉ cần ghi hoặc giá trị 1, hoặc giá trị 0

AB \ CD		00	01	11	10
CD	00				
	01			1	
	11	1	1		
	10			1	1

AB \ CD		00	01	11	10
CD	00	0	0	0	0
	01	0	0		0
	11			0	0
	10	0	0		

## Dùng bảng K để rút gọn hàm Boolean:



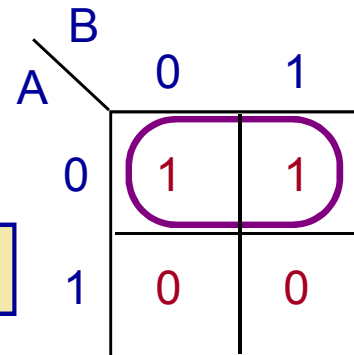
A 2x2 Karnaugh map for function F. The vertical axis is labeled A (0, 1) and the horizontal axis is labeled B (0, 1). The cells contain values: (0,0)=0, (0,1)=1, (1,0)=0, (1,1)=1. A purple oval groups the two cells where B=1.

A \ B	0	1
0	0	1
1	0	1

$$F = A'B + AB \\ = B$$

We can combine  $A'B$  and  $AB$

We can combine  $A'B'$  and  $A'B$



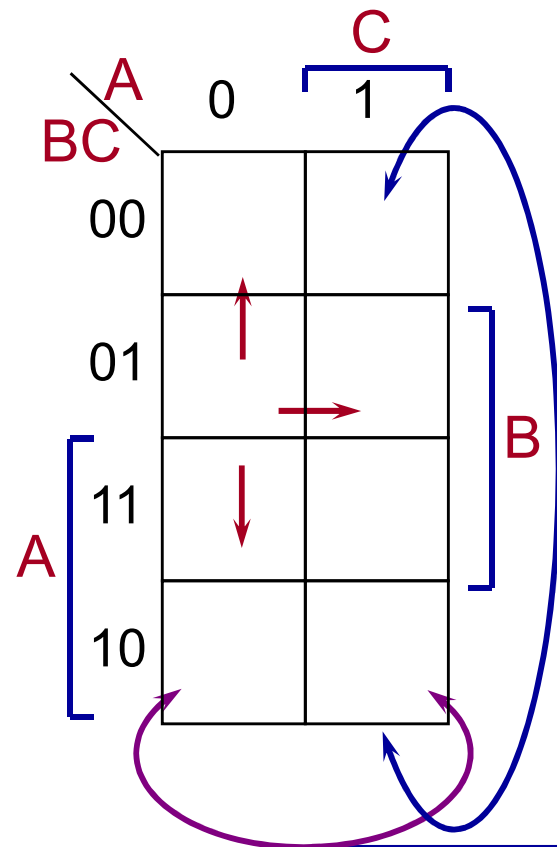
A 2x2 Karnaugh map for function G. The vertical axis is labeled A (0, 1) and the horizontal axis is labeled B (0, 1). The cells contain values: (0,0)=1, (0,1)=1, (1,0)=0, (1,1)=0. A purple oval groups the two cells where A=0.

A \ B	0	1
0	1	1
1	0	0

$$G = A'B' + A'B \\ = A'$$

Các ô trong vòng khuyên như trên là các ô kế cận

Các ô kế cận:

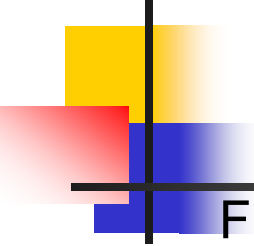


Đối diện

Các ô kế cận là các ô chỉ khác nhau ở một biến

Đối diện





		C	
		0	1
A	AB	1	1
	01	1	0
	11	0	0
	10	0	1

$$F(C,B,A) = A'BC' + AB'C + A'B'$$

		C	
		0	1
A	AB	1	1
	01	1	0
	11	0	0
	10	0	1

In the K-map, adjacency wraps from left to right and from top to bottom

$$F(C,B,A) = A'C' + B'C$$

Same function, alternative “circling”  
Note: Larger circles are better



---

Để rút gọn hàm Boolean bằng bìa K:

- Biểu diễn hàm lên bìa K
- Nhóm các ô kề cận mang cùng giá trị 1 (hoặc 0) thành các nhóm bằng các vòng khuyên
- Số phần tử trong mỗi vòng khuyên là  $2^n$
- Một phần tử có thể nằm trong nhiều vòng khuyên
- Số vòng khuyên là ít nhất, số phần tử là nhiều nhất.
- Viết biểu thức rút gọn.