

Điện thế

Lê Quang Nguyên
www4.hcmut.edu.vn/~leqnguyen
nguyenquangle@zenbe.com

Nội dung

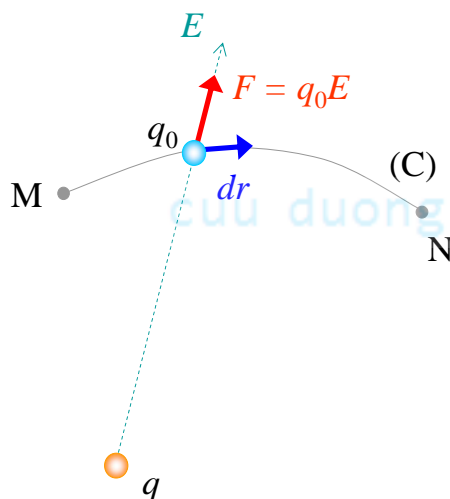
1. Công của lực tĩnh điện
2. Thế năng tĩnh điện
3. Điện thế
4. Lưu số của trường tĩnh điện
5. Bài tập áp dụng

cuu duong than cong . com

1. Công của lực tĩnh điện – 1

- Xét điện tích thử q_0 chuyển động trong điện trường tạo bởi q , từ M đến N, theo đường cong (C).
- Công của lực tĩnh điện là:

$$W_{MN} = q_0 \int_{(C)M \rightarrow N} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

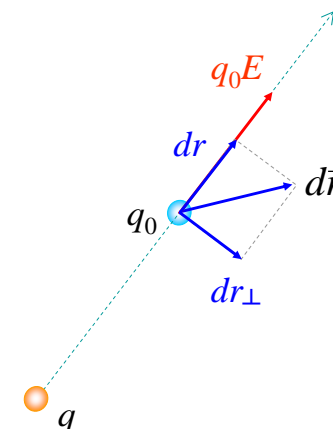


1. Công của lực tĩnh điện – 2

- Phân tích vectơ dịch chuyển $d\vec{r}$ thành hai thành phần vuông góc và song song với điện trường (phương bán kính r).
- Chỉ có thành phần song song có đóng góp vào công:

$$\delta W = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{r} = q_0 E dr$$

$$\delta W = q_0 k \frac{q}{r^2} dr = k q_0 q \frac{dr}{r^2}$$



1. Công của lực tĩnh điện – 3

- Ta có thể viết lại biểu thức trên như sau:

$$\delta W = -d\left(k \frac{q_0 q}{r}\right)$$

- Suy ra:

$$W_{MN} = \int \delta W = -\Delta\left(k \frac{q_0 q}{r}\right) = k \frac{q_0 q}{r_M} - k \frac{q_0 q}{r_N}$$

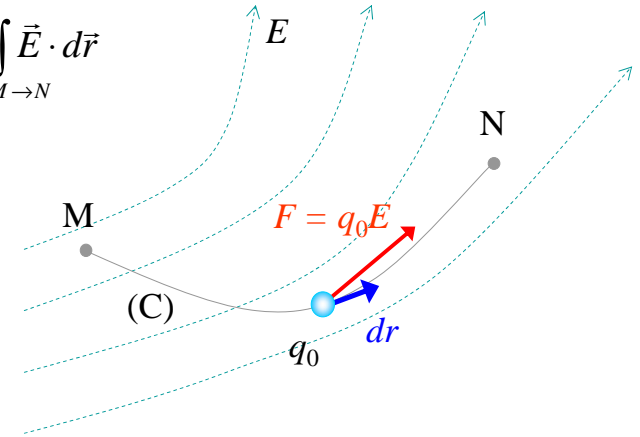
- Công của lực tĩnh điện không phụ thuộc đường đi,
- chỉ phụ thuộc vị trí đầu và cuối.
- Kết quả trên cũng đúng với một điện trường bất kỳ.

cuu duong than cong . com

2a. Thế năng tĩnh điện – 1

- Cho điện tích thử q_0 chuyển động trong một điện trường từ M đến N, theo đường cong (C).
- Công của lực tĩnh điện là:

$$W_{MN} = q_0 \int_{(C)M \rightarrow N} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$



2a. Thế năng tĩnh điện – 2

- Công của lực tĩnh điện không phụ thuộc đường đi, chỉ phụ thuộc vào vị trí đầu và vị trí cuối.
- Do đó người ta có thể định nghĩa thế năng tĩnh điện U của hệ (điện tích thử + điện trường):

$$U_M - U_N = q_0 \int_M^N \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

- U là một hàm của vị trí; tích phân được thực hiện theo một đường cong bất kỳ nối M và N.
- $U_M - U_N = -\Delta U$ là độ giảm thế năng tĩnh điện giữa M và N. Thế năng biến đổi thành công.

2a. Thế năng tĩnh điện – 3

- Nếu chọn thế năng tại một điểm P nào đó bằng không (chọn P làm gốc thế năng) thì thế năng tĩnh điện tại điểm M là:

$$U_M = q_0 \int_M^P \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

- Tích phân được thực hiện theo một đường cong bất kỳ nối M và P.

2b. Thế năng của hai điện tích điểm – 1

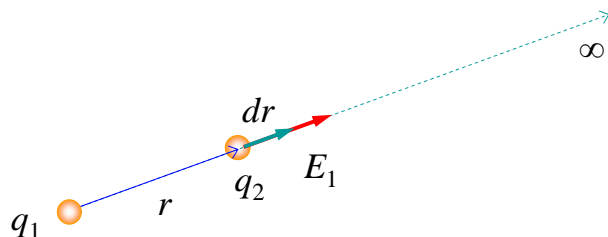
- Xét hai điện tích điểm q_1 and q_2 cách nhau một khoảng r .

- Theo công thức trên thế năng tĩnh điện của hệ là:

$$U = q_2 \int_r^{\infty} \vec{E}_1 \cdot d\vec{r}$$

Gốc thế năng ở ∞ , tích phân thực hiện trên đường qua hai điện tích, từ r tới ∞ .

- E_1 là điện trường tạo bởi q_1 .



cuu duong than cong . com

2b. Thế năng của hai điện tích điểm – 2

- Suy ra:

$$U = kq_1q_2 \int_r^{\infty} \frac{\vec{r} \cdot d\vec{r}}{r^3} = kq_1q_2 \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2}$$

$$U = k \frac{q_1q_2}{r}$$

- Để tạo nên một hệ hai điện tích điểm, **năng lượng cần cung cấp ít nhất phải bằng thế năng tĩnh điện của hệ.**

2c. Thế năng tĩnh điện của một hệ điện tích điểm

- Xét một hệ điện tích điểm bất kỳ.
- Năng lượng tĩnh điện của hệ bằng tổng năng lượng tĩnh điện của tất cả các cặp điện tích thuộc hệ.

$$U = \sum_{(i,j)} k \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

- (i, j) chỉ cặp điện tích q_i, q_j , cách nhau một khoảng r_{ij} .
- U là **năng lượng tối thiểu cần cung cấp để tạo nên hệ.**

3a. Điện thế

- Điện thế tại M được định nghĩa là:

$$V_M = \frac{U_M}{q_0} = \int_M^P \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Đơn vị điện thế là J/C hay Volt (V)

- Điện thế chỉ phụ thuộc vào điện trường chứ không phụ thuộc vào điện tích thử.
- Độ giảm điện thế giữa hai vị trí M và N trong điện trường là:

$$V_M - V_N = -\Delta V = \int_M^N \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

3b. Điện thế tạo bởi một điện tích điểm

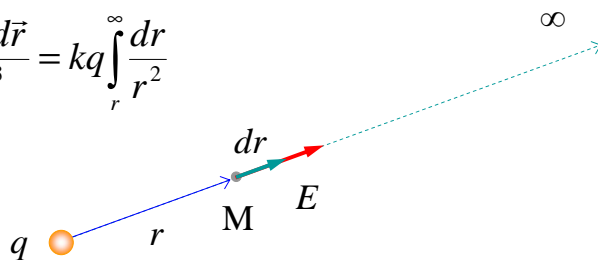
- Điện trường do điện tích điểm q tạo ra:

$$\vec{E} = k \frac{q\vec{r}}{r^3}$$

- Nếu gốc thế năng P ở vô cùng và đường lấy tích phân là đường thẳng thì:

$$V_M = kq \int_M^P \frac{\vec{r} \cdot d\vec{r}}{r^3} = kq \int_r^\infty \frac{dr}{r^2}$$

$$V_M = k \frac{q}{r}$$



cuu duong than cong . com

3c. Điện thế tạo bởi hệ điện tích điểm

- Điện thế tạo bởi một hệ điện tích điểm bằng tổng điện thế của tất cả các điện tích điểm thuộc hệ.
- Nếu hệ là một phân bố điện tích liên tục,
- ta chia hệ làm nhiều phần nhỏ vi phân, sao cho mỗi phần được coi như một điện tích điểm.
- Tổng sẽ được thay thế bằng tích phân.

3d. Tìm điện trường từ điện thế

- Độ giảm điện thế giữa hai điểm rất gần nhau:
 $-dV = \vec{E} \cdot d\vec{r} = E_x dx + E_y dy + E_z dz$
- Mặt khác ta có:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz = \text{grad} V \cdot d\vec{r}$$

- Suy ra:

$$\vec{E} = -\text{grad} V$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

3e. Mặt đẳng thế – Định nghĩa

- Mặt đẳng thế là tập hợp các điểm có cùng một điện thế trong điện trường.

$$V(x, y, z) = \text{const}$$

- Ví dụ, mặt đẳng thế trong điện trường do một điện tích điểm q tạo ra là các mặt cầu có tâm đặt tại q :

$$V = k \frac{q}{r} = \text{const} \Leftrightarrow r = \text{const}$$

- Minh họa.

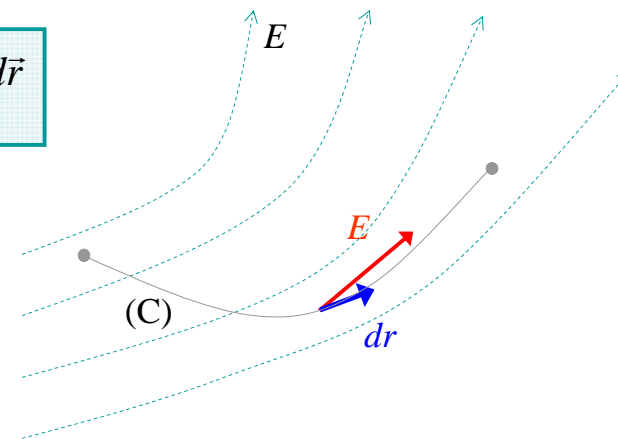
3e. Mặt đẳng thế – Tính chất

- Điện trường vuông góc với mặt đẳng thế,
- và hướng theo chiều giảm của điện thế.
- Khi một điện tích điểm dịch chuyển trên một mặt đẳng thế thì công của lực tĩnh điện bằng không.

4a. Lưu số của trường tĩnh điện - 1

- Cho một đường cong (C) trong không gian có điện trường, lưu số của điện trường trên (C) được định nghĩa là:

$$\Gamma_C = \int_{(C)} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$



cuu duong than cong . com

4a. Lưu số của trường tĩnh điện - 2

- Công thức hiện khi điện tích dịch chuyển trên một đường kín (C) thì bằng không.
- Vậy lưu số điện trường theo một đường kín luôn luôn bằng không:
- Trường tĩnh điện là một trường không có xoáy: đường sức không khép kín.
- So sánh với dòng chảy: [minh họa](#).

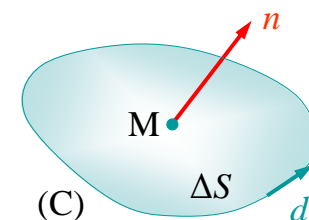
$$q_0 \oint_{(C)} \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$

$$\oint_{(C)} \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$

4b. Rotation – Định nghĩa

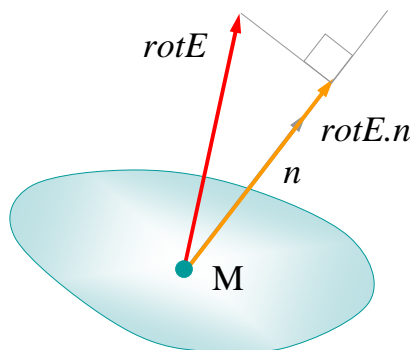
- Xét một đường cong kín (C) nhỏ bao quanh một điểm M(x, y, z).
- Gọi diện tích giới hạn trong (C) là ΔS , pháp vector của mặt phẳng trong (C) là n , và lưu số của điện trường trên (C) là $\Delta \Gamma$.
- Rotation của điện trường ở M, ký hiệu là $\text{rot} E$, được định nghĩa như sau:

$$\text{rot} \vec{E} \cdot \vec{n} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \Gamma}{\Delta S}$$



4b. Rotation – Tính chất

- Hình chiếu của $\text{rot}E$ trên một phương n là:
- Mật độ lưu số trên một đường khép kín nhỏ vuông góc với phương đó.



4b. Rotation – Tính chất (tt)

- Đối với trường tĩnh điện thì lưu số trên một đường kín luôn luôn bằng không, nên:

$$\text{rot}\vec{E} = 0$$

- Người ta chứng tỏ được là $\text{rot}E$ có dạng:

$$\text{rot}\vec{E} = \vec{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right)$$

cuu duong than cong . com

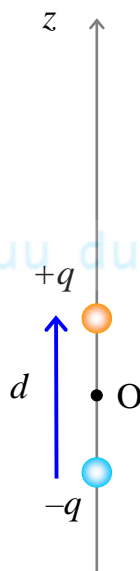
5a. Bài tập 1

Lưỡng cực điện là một hệ gồm hai điện tích điểm $+q$ và $-q$, đặt cách nhau một khoảng d .

Chọn trục z là trục đi qua hai điện tích điểm và đặt gốc tọa độ O ở điểm giữa của chúng.

Định nghĩa vector momen lưỡng cực điện: $\vec{p} = q\vec{d}$

Vector \vec{d} hướng từ $-q$ đến $+q$.



cuu duong than cong . com

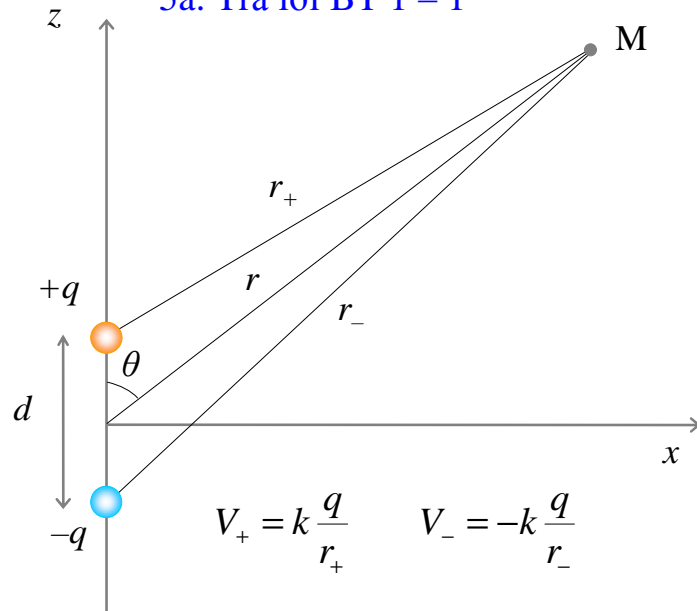
5a. Bài tập 1 (tt)

Hãy tìm:

(a) Điện thế do lưỡng cực điện tạo ra ở khoảng cách r lớn hơn nhiều so với d . Viết kết quả thu được qua momen lưỡng cực điện.

(b) Điện trường từ biểu thức của điện thế.

5a. Trả lời BT 1 – 1



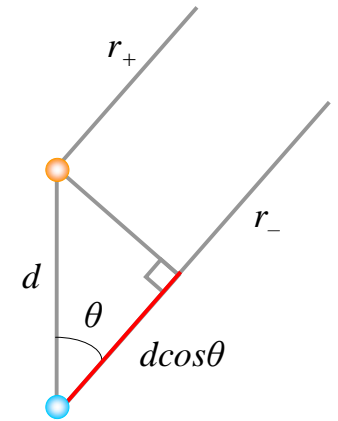
5a. Trả lời BT 1 – 2

- Điện thế ở điểm $M(r, \theta)$:

$$V = kq \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right) = kq \left(\frac{r_- - r_+}{r_+ r_-} \right)$$

- Khi $r \gg d$ ta có gần đúng:
 $r_- - r_+ \approx d \cos \theta$ $r_+ r_- \approx r^2$
- Suy ra:

$$V = kq \frac{d \cos \theta}{r^2} = k \frac{p \cos \theta}{r^2}$$



cuu duong than cong . com

5a. Trả lời BT 1 – 3

- Trở lại tọa độ Descartes:

$$r^2 = x^2 + z^2 \quad \cos \theta = z/r$$

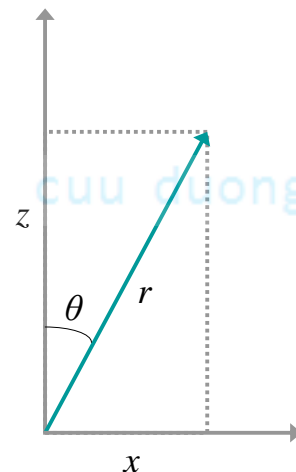
- Suy ra:

$$V = kp \frac{z}{r^3} = kp \frac{z}{(x^2 + z^2)^{3/2}}$$

- Vậy:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = 3kp \frac{xz}{r^5}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} = kp \frac{3z^2 - r^2}{r^5}$$



5a. Trả lời BT 1 – 4

- Suy ra độ lớn của điện trường:

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_z^2} = \frac{kp}{r^4} \sqrt{r^2 + 3z^2}$$

$$E = \frac{kp}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}$$

- Minh họa

5b. Bài tập 2

Đặt một lưỡng cực điện có momen lưỡng cực \vec{p} trong một điện trường đều \vec{E} . Hãy tìm:

- (a) Thế năng tĩnh điện của lưỡng cực điện.
- (b) Momen lực tĩnh điện tác động lên lưỡng cực điện.

5b. Trả lời BT 2 – 1

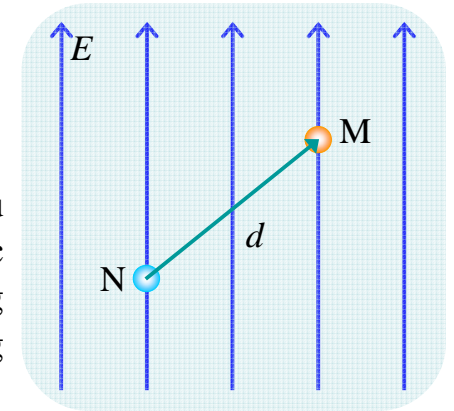
- Thế năng tĩnh điện:

$$U = qV_M - qV_N = q(V_M - V_N) = -q \int_N^M \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$U = -q\vec{E} \cdot \int_N^M d\vec{r} = -q\vec{E} \cdot \vec{d}$$

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

- Thế năng này cực tiểu khi momen lưỡng cực điện song song cùng chiều với điện trường ngoài.



cuu duong than cong . com

5b. Trả lời BT 2 – 2

- Momen lực lên q và $-q$:

$$\vec{\tau}_+ = \vec{r}_M \times q\vec{E}$$

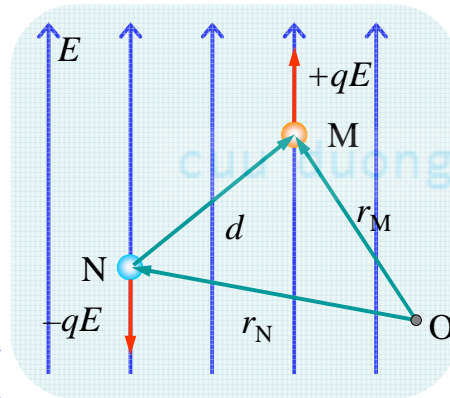
$$\vec{\tau}_- = \vec{r}_N \times (-q\vec{E})$$

- Momen lực toàn phần:

$$\vec{\tau} = q(\vec{r}_M - \vec{r}_N) \times \vec{E}$$

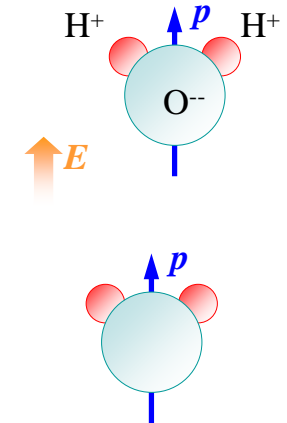
$$\vec{\tau} = q\vec{d} \times \vec{E} = \vec{p} \times \vec{E}$$

- Momen lực này có xu hướng quay dipole điện sao cho \vec{p} song song với \vec{E} .



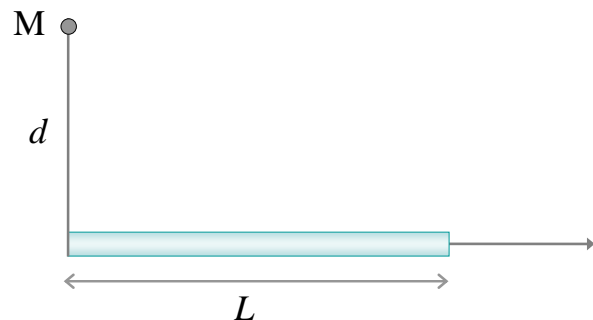
5b. Bài tập 2 – Lò vi sóng

- Các phân tử nước trong thức ăn là những lưỡng cực điện.
- Trong một điện trường xoay chiều (tần số radio), các phân tử nước dao động để luôn luôn định hướng momen lưỡng cực của chúng theo điện trường.
- Sự ma sát giữa chúng với môi trường chung quanh tạo nên nhiệt làm chín thức ăn.
- Minh họa



5c. Bài tập 3

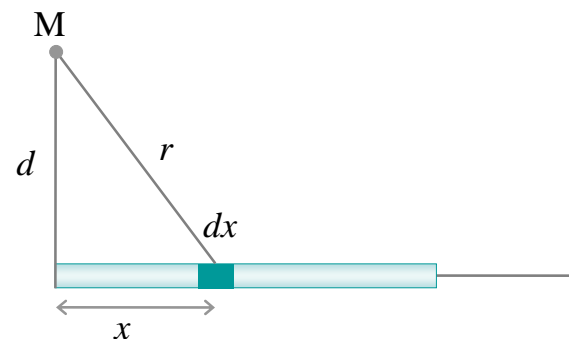
- Một dây không dẫn điện, chiều dài L được tích điện đều với mật độ $\lambda > 0$. Tìm điện thế do thanh tạo ra ở điểm M cách dây một khoảng d , nằm trên đường đi qua một đầu dây và vuông góc với dây.



5c. Trả lời BT 3 – 1

- Điện thế do một đoạn vi phân dx ở tọa độ x tạo ra ở M:

$$dV = k \frac{dq}{r} = k \frac{\lambda dx}{\sqrt{x^2 + d^2}}$$



cuu duong than cong . com

5c. Trả lời BT 3 – 2

- Điện thế toàn phần ở M:

$$V = \int dV = k\lambda \int_0^L \frac{dx}{\sqrt{x^2 + d^2}}$$

$$V = k\lambda \left[\ln(x + \sqrt{x^2 + d^2}) \right]_0^L$$

$$V = k\lambda \ln \left(\frac{L + \sqrt{L^2 + d^2}}{d} \right)$$

cuu duong than cong . com