

Bài tập Luồng trên mạng

Trần Vĩnh Đức

HUST

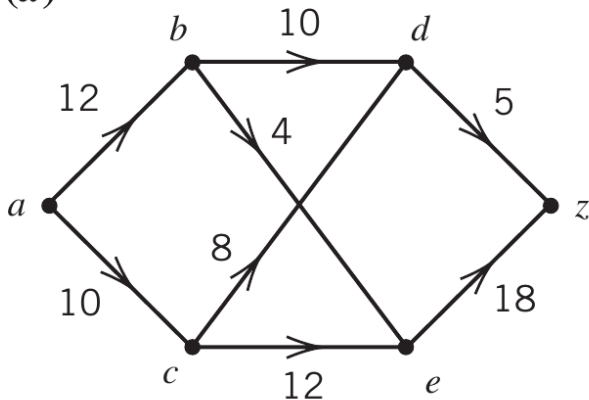
Ngày 21 tháng 11 năm 2019

Tài liệu Tham khảo

- ▶ Nguyễn Đức Nghĩa, Slides Toán rời rạc, Fall 2005.
- ▶ Jeff Erickson, *Algorithms*, 2015.

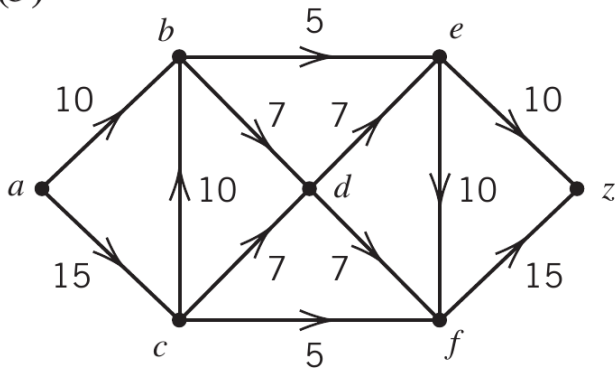
Tìm luồng cực đại và lát cắt cực tiểu

(a)

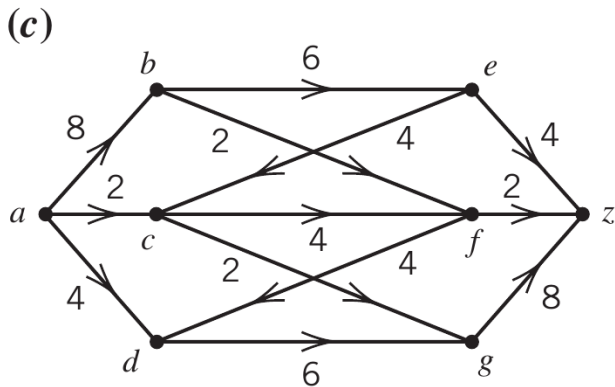


Tìm luồng cực đại và lát cắt cực tiểu 2

(b)

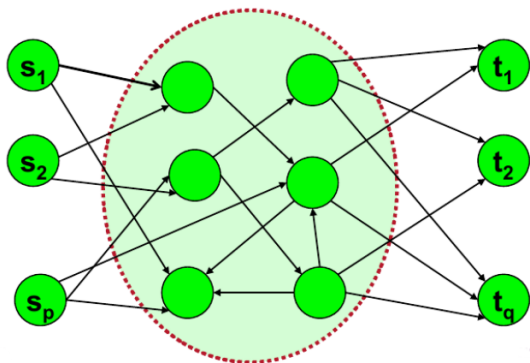


Tìm luồng cực đại và lát cắt cực tiểu 3

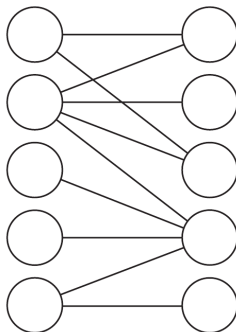


Mạng với nhiều điểm phát và nhiều điểm thu

- ▶ Mạng với p điểm phát s_1, \dots, s_p và q điểm thu t_1, \dots, t_q .
- ▶ Tìm luồng cực đại từ các điểm phát đến các điểm thu.

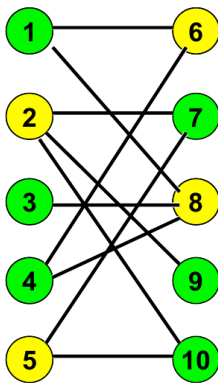


Tìm ghép cặp cực đại trên đồ thị hai phần



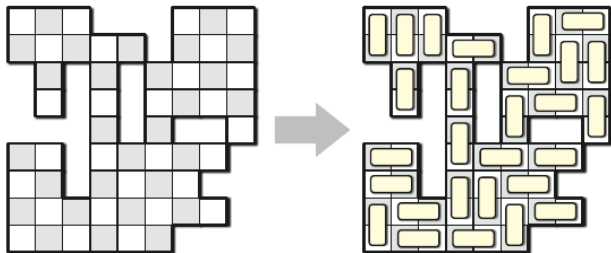
Tìm tập đỉnh phủ tối tiểu của đồ thị hai phần

Tập đỉnh phủ là một tập đỉnh $C \subseteq V$ sao cho **mọi cạnh** của đồ thị đều có ít nhất một đầu mút trong C .



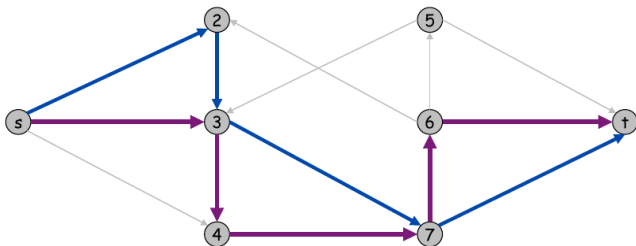
Phủ bàn cờ

- ▶ Cho bàn cờ $n \times n$ đã bị xóa đi một số ô.
- ▶ Tìm thuật toán để xác định xem liệu có thể phủ kín bàn cờ này bằng các quân dominos biết rằng mỗi quân domino chỉ phủ đúng hai ô trên bàn cờ.



Tìm số đường đi không chung cạnh lớn nhất

Cho đồ thị có hướng $G = (V, E)$ và hai đỉnh s, t . Hãy tìm **số lượng lớn nhất** các đường đi không chung cạnh từ s đến t .

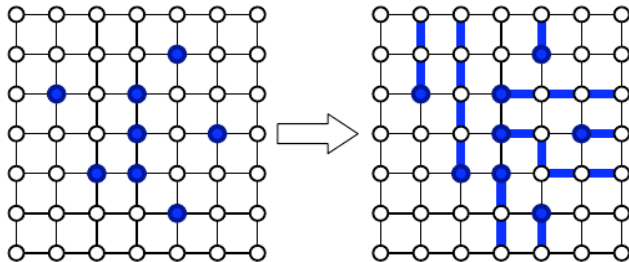


Bài toán vượt ngục

Cho một lưới $m \times n$ và m đỉnh phân biệt

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m).$$

Hãy xác định xem liệu có hay không m đường đi không chung đỉnh nối m điểm này với các biên.



Xếp lịch thi học kỳ

- ▶ Mỗi học kỳ có n lớp học, có r phòng học và t ca thi.
- ▶ Bạn có danh sách hai danh sách

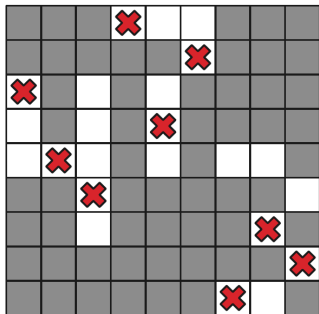
$E[i]$: số sinh viên đăng ký học lớp i

$S[j]$: số chỗ ngồi của phòng j

- ▶ Lớp i có thể thi ở phòng j nếu $E[i] < S[j]$.
- ▶ Trong mỗi ca thi, mỗi phòng chỉ có một lớp thi.
- ▶ Hãy mô tả thuật toán ghép phòng và ca thi cho từng lớp.

Đặt camera

Người ta muốn đặt camera quan sát lên một một số ô có màu trắng trên lưới $n \times n$. Hãy mô tả thuật toán xác định liệu có thể đặt camera sao cho mỗi hàng có đúng một camera và mỗi cột có đúng một camera.



Biến đổi ma trận

- ▶ Cho một ma trận thực không âm $A[1..m][1..n]$. Ta muốn làm tròn nó thành ma trận nguyên bằng cách thay mỗi phần tử x bởi $\lceil x \rceil$ hoặc $\lfloor x \rfloor$
- ▶ mà không thay đổi tổng mỗi hàng hay tổng mỗi cột.
- ▶ Hãy thiết kế thuật toán để làm tròn ma trận A hoặc thông báo là không thể.

$$\begin{bmatrix} 1.2 & 3.4 & 2.4 \\ 3.9 & 4.0 & 2.1 \\ 7.9 & 1.6 & 0.5 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 2 \\ 8 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

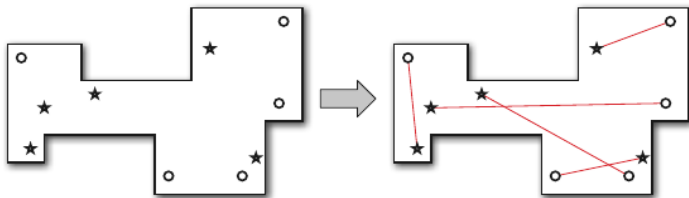
Sắp xếp ma trận

- ▶ Cho ma trận $n \times n$ với các phần tử chỉ là 0 hoặc 1.
- ▶ Ma trận được gọi là sắp xếp được nếu có thể hoán đổi một số lần hàng hoặc cột của ma trận để được ma trận mà các phần tử trên đường chéo đều bằng 1.
- ▶ Hãy tìm thuật toán sắp xếp ma trận hoặc thông báo ma trận không thể sắp xếp được.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Đánh golf

- ▶ Sân golf là một đa giác khép kín bao bởi m đoạn thẳng ngang và n đoạn thẳng dọc.
- ▶ Trên sân có đánh dấu n điểm và có n lỗ.
- ▶ Hãy tìm thuật toán ghép cặp mỗi điểm với một lỗ sao cho người chơi có thể đánh bóng theo đường thẳng từ mỗi điểm tới lỗ tương ứng mà không ra ngoài biên.

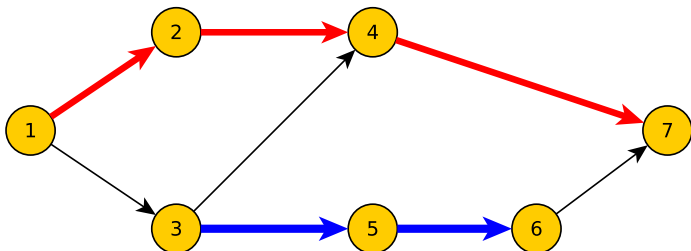


Bà mối

- ▶ Có m chàng trai, n cô gái và k bà mối. Mỗi bà mối p có một danh sách L_p gồm các chàng trai và cô gái là khách hàng của bà ta.
- ▶ Bà mối p có thể se duyên cho bất cứ cặp trai-gái nào là khách hàng của bà ta, nhưng không đủ sức tổ chức quá d_p đám cưới.
- ▶ Hãy xây dựng thuật toán căn cứ vào danh sách L_p, d_p đưa ra cách tổ chức nhiều nhất các đám cưới giữa m chàng trai và n cô gái với sự giúp đỡ của các bà mối.

Phủ đường

- ▶ Cho đồ thị có hướng phi chu trình $G = (V, E)$. Một **phủ đường** là một tập P các đường đi không chung đỉnh phủ hết các đỉnh của G . Đường đi có thể bắt đầu ở bất cứ đâu, kể cả đường độ dài 0.
- ▶ Hãy tìm phủ đường gồm ít đường đi nhất.



Nhát cắt cực tiểu duy nhất

Hãy tìm thuật toán quyết định xem liệu nhất cắt cực tiểu của mạng cho trước có duy nhất không.