

Công và năng lượng

Lê Quang Nguyên

www4.hcmut.edu.vn/~leqnguyen

nguyenquangle59@yahoo.com

Nội dung

1. Công và công suất
2. Động năng
3. Thế năng
4. Cơ năng

[cuu duong than cong . com](http://cuuduongthancong.com)

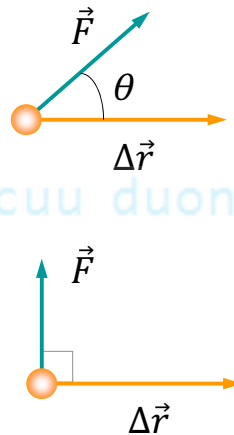
1a. Công của lực không đổi

- Công là năng lượng cơ học do một lực tác động trao đổi với vật.
- Công do lực không đổi thực hiện trong dịch chuyển $\Delta \vec{r}$:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F |\Delta r| \cos \theta$$

$$\text{Joule (J)} = \text{N.m}$$

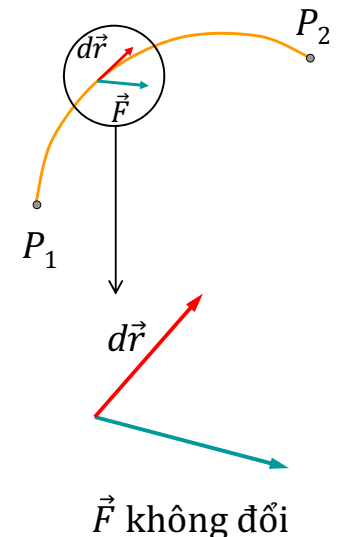
- $W = 0$ khi lực vuông góc với độ dịch chuyển.



1b. Công của một lực thay đổi

- Trong dịch chuyển nhỏ lực \vec{F} coi như không đổi.
- Công do \vec{F} thực hiện trong dịch chuyển nhỏ:
 $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$
- Công thực hiện trong dịch chuyển từ P_1 tới P_2 :

$$W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$



1c. Công suất

- Công suất là công thực hiện trong một giây.
- Công do một lực bất kỳ thực hiện trong một dịch chuyển nhỏ:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- Dịch chuyển diễn ra trong thời gian dt , do đó công suất của lực là:

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$\text{Watt (W)} = \text{J/s}$$

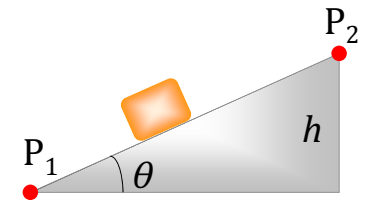
Bài tập 1

Đưa vật m lên một mặt nghiêng độ cao h và góc nghiêng θ . Hệ số ma sát trượt giữa vật và mặt nghiêng là μ .

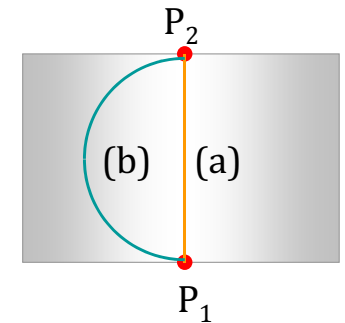
Tìm công của trọng lực, phản lực vuông góc và lực ma sát khi quỹ đạo là:

(a) một đường thẳng.

(b) một nửa đường tròn.



Nhìn trên xuống



Trả lời bài tập 1 - 1

- Phản lực vuông góc với mọi quỹ đạo trên mặt nghiêng: $W_N = 0$

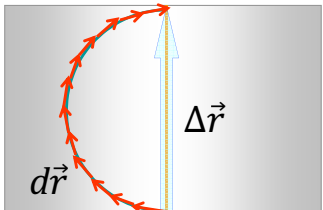
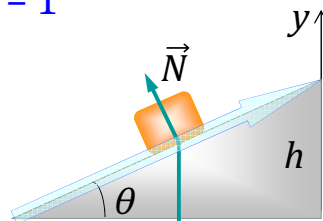
- Công của trọng lực:

$$W_{mg} = \int_{P_1}^{P_2} m\vec{g} \cdot d\vec{r} = m\vec{g} \cdot \int_{P_1}^{P_2} d\vec{r}$$

- Trong mọi trường hợp:

$$\int_{P_1}^{P_2} d\vec{r} = \Delta\vec{r} \Rightarrow W_{mg} = m\vec{g} \cdot \Delta\vec{r}$$

$$W_{mg} = -mg\Delta y = -mgh < 0 : \text{lực cản}$$



Trả lời bài tập 1 - 2

- Ma sát \vec{f} ngược chiều $d\vec{r}$:

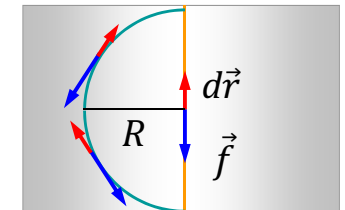
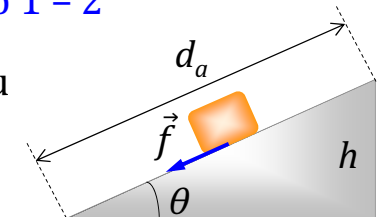
$$dW_f = \vec{f} \cdot d\vec{r} = -f|d\vec{r}|$$

$$W_f = -f \int |d\vec{r}| = -fd < 0$$

- Chiều dài quỹ đạo:

$$d_a = \frac{h}{\sin \theta}$$

$$d_b = \pi R \quad R = ?$$



Bài tập 1 – Ghi nhớ

$$W_N = 0$$

$$W_{mg} = -mg\Delta y \quad \begin{cases} y \text{ hướng lên} \\ \text{Không phụ thuộc} \\ \text{đường đi} \end{cases}$$

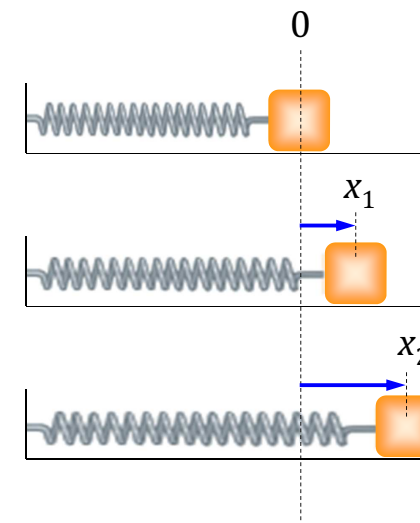
$$W_{ms} = -f_{ms}d \quad d : \text{chiều dài quãng đường}$$

Bài tập 2

Một vật được đặt trên một mặt ngang không ma sát, nối với lò xo có độ đàn hồi k .

Kéo vật từ vị trí x_1 đến vị trí x_2 (so với khi lò xo không co dãn).

Tìm công do lực đàn hồi thực hiện.



cuu duong than cong . com

Trả lời bài tập 2

- Công của lực lò xo trong một dịch chuyển nhỏ:

$$dW = -k\vec{x} \cdot d\vec{x}$$

$$dW = -kx dx = -\frac{k}{2} d(x^2)$$

- Do đó:

$$W = -\frac{k}{2} \int_{x_1}^{x_2} d(x^2)$$

$$W = -\frac{k}{2} (x_2^2 - x_1^2)$$

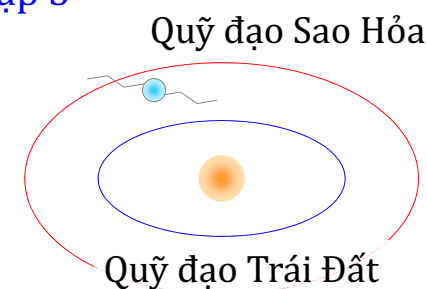
Không phụ thuộc đường đi!!

Bài tập 3

Một trạm thăm dò khối lượng m được phóng từ Trái Đất để đi vào quỹ đạo Sao Hỏa.

Tìm công thực hiện bởi lực hấp dẫn từ Mặt Trời.

Khối lượng Mặt Trời M .



r_1 : khoảng cách MT - TĐ

r_2 : khoảng cách MT - SH

Trả lời câu 3

- Công sơ cấp:

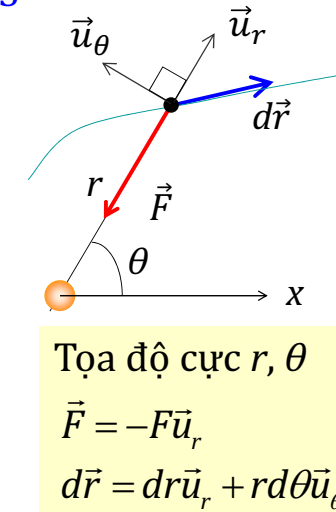
$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$dW = -Fdr = -G \frac{Mm}{r^2} dr$$

$$W = -GMm \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2}$$

- Do đó:

$$W = GMm \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$$



không phụ thuộc đường đi!!

1d. Lực bảo toàn

- Lực bảo toàn \Leftrightarrow công không phụ thuộc đường đi.
 - Trọng lực đều, lực hấp dẫn và lực đàn hồi của lò xo là các lực bảo toàn.
 - Lực ma sát không phải là lực bảo toàn.
- Lực bảo toàn $\Leftrightarrow W = 0$ khi đường đi khép kín.
 - đối với trọng lực chẳng hạn, khi quỹ đạo khép kín thì $y_1 = y_2, \Delta y = 0, W = 0$.

2a. Động năng

- Động năng là dạng năng lượng gắn liền với chuyển động.
- Động năng của một chất điểm khối lượng m chuyển động với vận tốc v là:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Đơn vị Joule (J)

2b. Định lý động năng

$$\vec{v}dt \cdot m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{tot} \cdot \vec{v}dt = d\vec{r}$$

$$m\vec{v} \cdot d\vec{v} = \vec{F}_{tot} \cdot d\vec{r} = dW_{tot}$$

$$\frac{m}{2}dv^2 = d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = dW_{tot}$$

$$dv^2 = d\vec{v}^2 = 2\vec{v} \cdot d\vec{v}$$

$$\Rightarrow \vec{v} \cdot d\vec{v} = \frac{1}{2}dv^2$$

Độ biến thiên động năng = công toàn phần

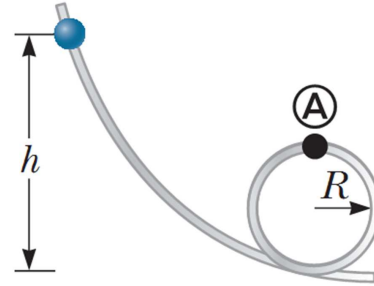
$$dK = dW_{tot}$$

$$\Delta K = W_{tot}$$

Bài tập 4

Một vật khối lượng m trượt không ma sát, vận tốc ban đầu bằng không, từ đỉnh một máng trượt như hình vẽ.

Tìm chiều cao tối thiểu h_{min} để vật không bị rơi khỏi máng trượt ở A.



Trả lời bài tập 4

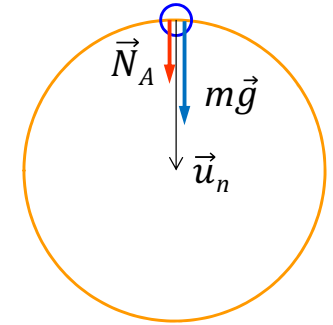
- Định luật Newton 2 trên phương pháp tuyến tại A cho ta:

$$m \frac{v_A^2}{R} = mg + N_A$$

- Để vật không bị rơi khỏi máng trượt tại A ta phải có: $N_A \geq 0$

- Suy ra:

$$v_A^2 \geq gR \quad (1)$$



cuu duong than cong . com

Trả lời bài tập 4 (tt)

$$K_A - K_S = W_{mg}$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 - 0 = mg(h - 2R)$$

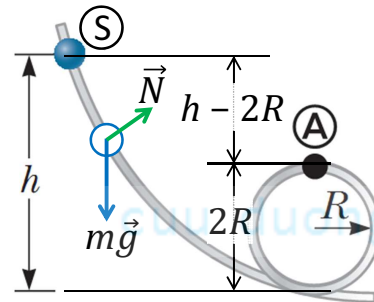
$$v_A^2 = 2g(h - 2R) \quad (2)$$

$$v_A^2 \geq gR \quad (1)$$

Từ (1) và (2):

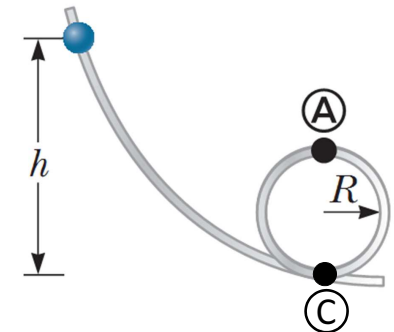
$$2g(h - 2R) \geq gR \Rightarrow 2gh \geq 5gR \quad h \geq \frac{5}{2}R$$

$$h_{min} = \frac{5}{2}R$$



Bài tập 4 - mở rộng

- Khi $h = h_{min}$, tìm phản lực vuông góc tại C.
- Trả lời: $N_C = 6mg$
- N lớn như thế rất nguy hiểm.
- Để giảm N , các máng trượt tròn thường được thiết kế lệch một chút khỏi mặt phẳng thẳng đứng.



3a. Thế năng - 1

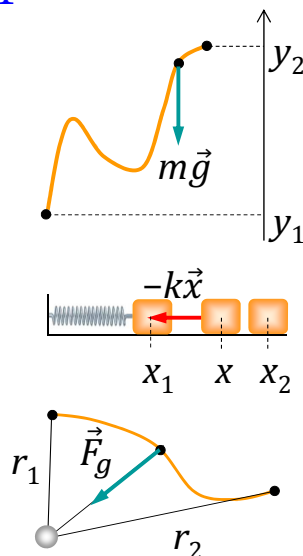
- Công của lực bảo toàn:

$$W = mgy_1 - mgy_2$$

$$W = \frac{k}{2}x_1^2 - \frac{k}{2}x_2^2$$

$$W = -GMm\frac{1}{r_1} - \left(-GMm\frac{1}{r_2}\right)$$

- mgy , $kx^2/2$, $-GMm/r$ đều là các hàm của vị trí.



3a. Thế năng - 2

U : thế năng

$$\text{Công của lực bảo toàn: } W_{1 \rightarrow 2} = U_1 - U_2$$

Độ giảm thế năng

Công của lực bảo toàn = độ giảm thế năng

$$W_{\text{bảo toàn}} = -\Delta U$$

$$dW_{\text{bảo toàn}} = -dU$$

$$U_2 - U_1 = \Delta U : \text{độ biến thiên}$$

$$U_1 - U_2 = -\Delta U : \text{độ giảm}$$

đơn vị thế năng: J

3a. Thế năng - 3

$$W_{1 \rightarrow 2} = U_1 - U_2 = (U + C)_1 - (U + C)_2$$

Nếu U là thế năng thì $U + C$ cũng là thế năng

Thế năng được xác định sai khác một hằng số

$$U = mgy + C \quad \text{trọng lực đều}$$

$$U = -G \frac{Mm}{r} + C \quad \text{lực hấp dẫn}$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 + C \quad \text{lực đàn hồi lò xo}$$

3b. Tìm hằng số C - 1

$$U = mgy + C \quad y \text{ hướng lên}$$

Chọn **gốc thế năng** ở vị trí $y_0 \Leftrightarrow$ Đặt $U(y_0) = 0$

$$U(y_0) = mgy_0 + C \equiv 0$$

$$\Rightarrow C = -mgy_0$$

$$U = mgy - mgy_0$$

Nếu gốc thế năng ở vị trí $y_0 = 0 \Rightarrow C = 0$

3b. Tìm hằng số C - 2

$$U = -G \frac{Mm}{r} + C \quad \text{Đặt } U(r_0) = 0$$

Chọn **gốc thế năng** ở khoảng cách r_0

$$U(r_0) = -G \frac{Mm}{r_0} + C \equiv 0 \Rightarrow C = G \frac{Mm}{r_0}$$

$$U = -G \frac{Mm}{r} + G \frac{Mm}{r_0}$$

Nếu gốc thế năng ở $r_0 = \infty \Rightarrow C = 0$

3b. Tìm hằng số C - 3

$$U = \frac{1}{2} kx^2 + C$$

Chọn **gốc thế năng** ở vị trí $x_0 \Leftrightarrow$ Đặt $U(x_0) = 0$

$$U(x_0) = \frac{1}{2} kx_0^2 + C \equiv 0$$

$$\Rightarrow C = -\frac{1}{2} kx_0^2$$

$$U = \frac{1}{2} kx^2 - \frac{1}{2} kx_0^2$$

Nếu gốc thế năng ở vị trí $x_0 = 0 \Rightarrow C = 0$

cuu duong than cong . com

4a. Cơ năng - 1

Lực bảo toàn: $W_{tot} = -\Delta U$

Định lý động năng: $W_{tot} = \Delta K$

$$\Delta K = -\Delta U \Rightarrow \Delta(K + U) = 0$$

↓ cơ năng E

Khi lực là bảo toàn thì cơ năng cũng bảo toàn:

$$\Delta E = \Delta(K + U) = 0$$

4a. Cơ năng - 2

$$W_{tot} = W_{bảo\ toàn} + W_{không\ bảo\ toàn} = -\Delta U + W_{không\ bảo\ toàn}$$

Định lý động năng: $W_{tot} = \Delta K$

$$\Delta K = -\Delta U + W_{không\ bảo\ toàn} \Rightarrow \Delta(K + U) = W_{không\ bảo\ toàn}$$

$$\Delta E = \Delta(K + U) = W_{không\ bảo\ toàn}$$

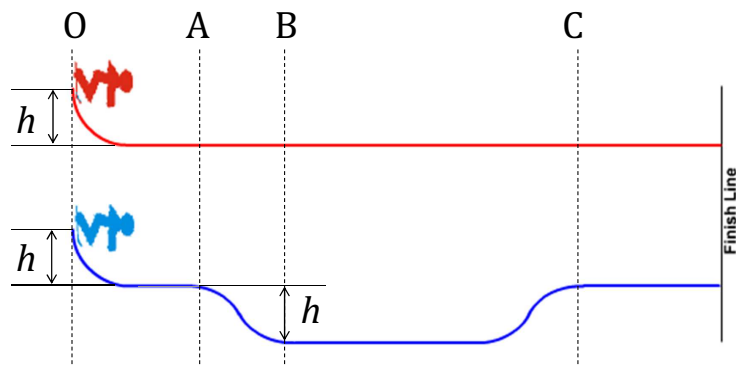
Nếu mọi lực đều bảo toàn: $W_{không\ bảo\ toàn} = 0$

thì cơ năng cũng bảo toàn: $\Delta E = 0$

Bài tập 7

Hai vận động viên trượt tuyết trượt không vận tốc đầu trên hai đường không ma sát.

Hãy so sánh vận tốc của họ ở vị trí A, B, và C.



Trả lời bài tập 7

- Không có ma sát \Rightarrow cơ năng bảo toàn.

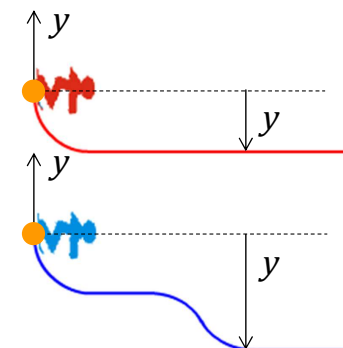
- Cơ năng ban đầu :

$$E_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgy_0 = 0$$

$$E_0 = 0$$

- và ở một vị trí bất kỳ y:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgy \quad y < 0$$



cuu duong than cong . com

Trả lời bài tập 7 (tt)

- Cơ năng bảo toàn: $E_0 = E \Leftrightarrow 0 = \frac{1}{2}mv^2 + mgy$

- Vận tốc ở vị trí y: $v = \sqrt{2g|y|}$

- Ở A và C: $|y_1| = |y_2| = h \Rightarrow v_1 = v_2$

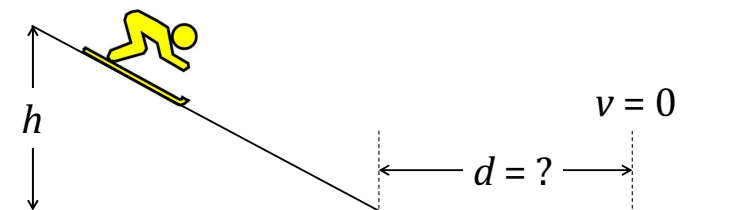
- Ở vị trí B: $|y_1| = h, |y_2| = 2h \Rightarrow v_1 < v_2$

- Ai sẽ về đích trước? [Minh họa](#)

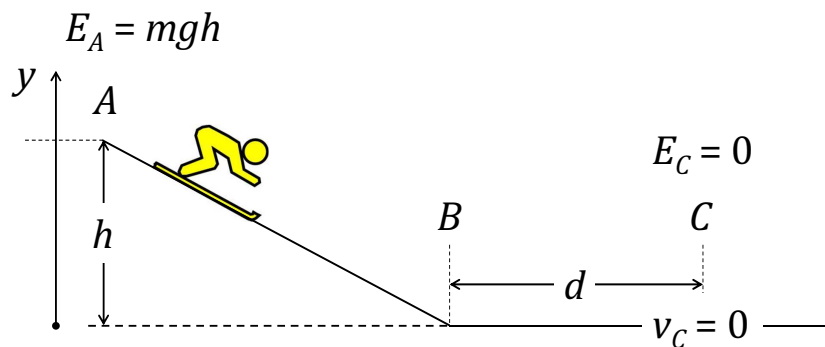
Bài tập 8

Một người trượt không vận tốc đầu xuống một dốc tuyết không ma sát có độ cao 20m. Ở cuối dốc là một mặt phẳng ngang có hệ số ma sát trượt 0,21.

Tìm quãng đường người ấy đi được trên mặt ngang cho đến khi dừng lại.



Trả lời bài tập 8



$$E_C - E_A = W_{ms} \quad W_{ms} = -f_{ms}d = -\mu mgd$$

$$-mgh = -\mu mgd \quad d = h/\mu = 95,2 \text{ m}$$

Tóm tắt – Công và năng lượng

Công $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad W = \int dW$

Động năng $dK = dW_{tot}$

$$\Delta K = W_{tot}$$

Thế năng $dW_{bảo\ toàn} = -dU$

$$W_{bảo\ toàn} = -\Delta U$$

Cơ năng $\Delta E = \Delta(K + U) = W_{không\ bảo\ toàn}$

cuu duong than cong . com

Tóm tắt – Công của các loại lực

Ma sát: $W = -f_{ms}d$

Lực bảo toàn: $W = -\Delta U$

$U = mgy + C$ trọng lực đều, $y \uparrow$

$U = -G \frac{Mm}{r} + C$ lực hấp dẫn

$U = \frac{1}{2}kx^2 + C$ lực đàn hồi lò xo

cuu duong than cong . com