

MT2013 - Xác suất và thống kê - Học kỳ 211

KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ (CA 1)

Ngày thi: 09/10/2021. Giờ thi: 9:00

Thời gian: 40 phút

HƯỚNG DẪN:

- Sinh viên được dùng tài liệu giấy, được dùng máy tính để vào trang BKEX làm bài thi và vào 2 trang Google Meet để điểm danh và ghi màn hình. Ngoài ra, sinh viên không được dùng máy tính cho bất cứ mục đích nào khác (kể cả xem tài liệu điện tử) và cũng không được dùng các thiết bị điện tử khác. Bảng thống kê được đính kèm trong đề thi.
- Sinh viên không làm tròn kết quả trung gian. Chỉ làm tròn khi điền đáp số và làm tròn đến 4 chữ số thập phân (ví dụ: 5.1234). Lưu ý dùng dấu chấm "." để mô tả số thập phân.
- Sinh viên chỉ được làm mỗi câu một lần và lưu ý không nộp bài trễ hạn. Số điểm tối đa: 100 điểm.

Question 1

0 pts 1 Details

Tôi xin cam đoan rằng, với tất cả lòng tự trọng của mình, tôi sẽ tuân thủ các quy định của trường, khoa, và bộ môn và tôi sẽ không gian lận hay đồng lõa với việc gian lận dưới bất kỳ hình thức nào trong kỳ thi này.

Tôi hiểu rằng, nhằm đảm bảo tính toàn vẹn của kỳ thi, giảng viên có thể yêu cầu tôi giải thích cách làm và đáp số của mình cho các câu hỏi của kỳ thi. Nếu tôi không thể giải thích hay giải thích không rõ ràng cách làm và đáp số của mình, bài thi của tôi có thể bị trừ điểm.

Họ và tên:

Mã số sinh viên:

Dưới đây là các bảng thống kê. Sinh viên nhấp chuột vào dấu cộng để xem chi tiết.

[table_1.pdf](#) [\[+\]](#)

Question 2

30 pts 1 Details

Giả sử rằng mỗi kiện hàng của một công ty gồm 4 sản phẩm và số sản phẩm bị lỗi trong một kiện hàng có phân phối như sau:

X	0	1	2	3	4
P	0.17	0.25	0.15	0.25	c

1. Tìm c.

Đáp số: $c =$ 0.18

2. Tính trung bình và độ lệch chuẩn số sản phẩm bị lỗi trong một kiện hàng.

Đáp số: $E(X) =$ 2.02

Đáp số: $\sigma(X) =$ 1.3782597723216

3. Giả sử rằng số sản phẩm bị lỗi trong các kiện hàng là độc lập với nhau. Tính xác suất để tổng số sản phẩm bị lỗi trong 146 kiện hàng là nhiều hơn 272 sản phẩm.

Đáp số: [0.906,0.916]

● Question 3

30 pts 1 Details

Một nhà máy có 4 dây chuyền cùng sản xuất một loại sản phẩm. Bảng số liệu sau thống kê kết quả kiểm tra tại nhà máy đó, bao gồm tỷ lệ sản phẩm của nhà máy được sản xuất bởi các dây chuyền và tỷ lệ thành phẩm (đạt) cho từng loại dây chuyền.

Tỷ lệ sản phẩm được sản xuất bởi các dây chuyền	Dây chuyền	Tỷ lệ thành phẩm (đạt) của từng dây chuyền
24 %	D1	85 %
33 %	D2	84 %
26 %	D3	83 %
17 %	D4	91 %

1. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm, tính xác suất để sản phẩm này là một thành phẩm (đạt).

Đáp số: 0.8517

2. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm. Nếu kết quả kiểm tra cho thấy đây là một phế phẩm (không đạt), thì xác suất để sản phẩm này được sản xuất bởi dây chuyền D1 là bao nhiêu?

Đáp số: 0.24275118004046

3. Chọn ngẫu nhiên 13 sản phẩm được sản xuất bởi dây chuyền D3. Tính xác suất có đúng 5 phế phẩm trong 13 sản phẩm được chọn và số phế phẩm trung bình có trong mẫu.

Xác suất: 0.041157396318087

Số phế phẩm trung bình: 2.21

● Question 4

20 pts 1 Details

Giả sử rằng bộ phận chăm sóc khách hàng ở một công ty có hai phương thức để tiếp nhận phản hồi từ khách hàng là email hoặc điện thoại. Giả sử số cuộc gọi đến tổng đài trong một giờ là một biến ngẫu nhiên X có phân phối Poisson với trung bình 26 cuộc gọi mỗi giờ và số email nhận được trong một giờ là một biến ngẫu nhiên Y có phân phối Poisson với trung bình 43 email mỗi giờ.

1. Tính xác suất để bộ phận này nhận được đúng 23 cuộc gọi trong một giờ.

Đáp số: 0.069220709335907

2. Giả sử X và Y là hai biến ngẫu nhiên độc lập. Tính độ lệch chuẩn của tổng số phản hồi (bằng email hay điện thoại) mà bộ phận này nhận được trong 9 phút.

Đáp số: 3.2171415884291

● Question 5

20 pts 1 Details

Cho biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ xác suất thoả $f(x) = cx^2$ với mọi $x \in (0, 3.5)$ và $f(x) = 0$ với mọi $x \notin (0, 3.5)$, trong đó c là hằng số.

1. Tìm c .

Đáp số: 0.06997084548105

2. Tính $E(X^3)$.

Đáp số: 21.4375

3. Tính $P(X < 2.9 | X < 3.4)$.

Đáp số: 0.62052208426623

Submit and End

● Question 2

✓ 30 pts ↺ 1 ⓘ Details

Trong một đợt kiểm tra chất lượng sản phẩm, các sản phẩm được kiểm tra qua hai giai đoạn. Ở mỗi giai đoạn, một sản phẩm được đánh giá là đạt chất lượng nếu điểm đánh giá là 1 hoặc 2, và không đạt chất lượng nếu điểm đánh giá là 0. Bảng phân phối xác suất đồng thời của điểm đánh giá ở hai giai đoạn được cho như sau:

Điểm đánh giá ở giai đoạn 1 (X)				
		0	1	2
Điểm đánh giá ở giai đoạn 2 (Y)	0	0.073	0.247	0.084
	1	0.033	0.094	0.226
	2	0.15	0.048	c

1. Xác định c .

Đáp số: ⚡ 0.045

2. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm trong số các sản phẩm được kiểm tra, tính xác suất để sản phẩm này được đánh giá là đạt ở cả hai giai đoạn.

Đáp số: ⚡ 0.413

3. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm trong số các sản phẩm được kiểm tra, tính xác suất để sản phẩm này được đánh giá là đạt ở giai đoạn 2 nếu biết sản phẩm này được đánh giá là không đạt ở giai đoạn 1.

Đáp số: ⚡ 0.71484375

4. Tính $E(XY)$.

Đáp số: ⚡ 0.822

● Question 3

✓ 30 pts ↺ 1 ⓘ Details

Một doanh nghiệp sản xuất xe máy nhận thấy hiệu suất tiêu thụ nhiên liệu của xe máy dòng A do công ty sản xuất là một biến ngẫu nhiên X_A có phân phối chuẩn với trung bình 2.94 (lít/100km) và độ lệch chuẩn 0.55 (lít/100km). Một chiếc xe máy được gọi là đạt tiêu chuẩn nếu có hiệu suất tiêu thụ nhiên liệu ít hơn 3.49 (lít/100km).

1. Tính tỷ lệ xe máy dòng A đạt tiêu chuẩn.

Đáp số: ⚡ [0.841,0.842]

2. Nếu doanh nghiệp này khảo sát 16 xe máy dòng A, thì xác suất để có ít nhất 15 chiếc đạt tiêu chuẩn là bao nhiêu?

Đáp số: ⚡ [0.252,0.256]

3. Doanh nghiệp này cũng khảo sát hiệu suất tiêu thụ nhiên liệu X_B của xe máy dòng B. Giả sử rằng X_B là một biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với trung bình 2.64 (lít/100km) và độ lệch chuẩn 0.68 (lít/100km). Hơn nữa, hiệu suất tiêu thụ nhiên liệu của hai dòng xe A và B là độc lập với nhau. Gọi $Y = X_A - X_B$, tính độ lệch chuẩn $\sigma(Y)$ và xác suất $P(Y > 0)$.

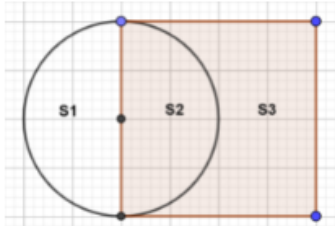
Đáp số:
 $\sigma(Y) =$ ⚡ 0.87458561616345

$P(Y > 0) =$ ⚡ 0.6342

● Question 4

✓ 20 pts ↺ 1 ⓘ Details

Trong một trò chơi, người chơi ném ngẫu nhiên một viên sỏi vào khu vực hình vẽ, gồm một hình tròn bán kính 70 cm và một hình vuông cạnh 140 cm (như trong hình), để bắt đầu lượt chơi của mình. Nếu ném ra ngoài xem như mất lượt. Tùy theo vị trí của viên sỏi mà người chơi nhận được số điểm lần lượt là 5, 2, và 4, tương ứng với các khu vực S_1 , S_2 , và S_3 . Giả sử viên sỏi của người chơi trong một lượt chơi rơi vào khu vực hình vẽ.



1. Tính xác suất viên sỏi rơi vào hình vuông.

Đáp số: 0.71803019987653

2. Tính kỳ vọng của điểm số mà người chơi đạt được.

Đáp số: 3.7180301998765

● Question 5

✓ 20 pts ↺ 1 ⓘ Details

Một công nhân cần ít nhất 6 phút và nhiều nhất 24 phút để hoàn thành một công việc. Gọi X là thời gian người này hoàn thành công việc và giả sử rằng X là một biến ngẫu nhiên có hàm mật độ xác suất thoả:

$f(x) = \frac{c}{x^4}$ với mọi $6 \leq x \leq 24$; trong đó, c là một hằng số.

1. Xác định c .

Đáp số: 658.28571428571

2. Tính $E(X^2)$.

Đáp số: 82.285714285714

3. Tính xác suất để người này hoàn thành công việc trong khoảng thời gian không quá 14 phút.

Đáp số: 0.93590633532324

Submit and End

BỔ SUNG:

1.

Để đánh giá tình hình học tập của sinh viên trong môn học của mình, một giáo viên Toán đã thống kê số buổi nghỉ học (X) của sinh viên và ghi nhận kết quả trong bảng sau:

X	0	1	3	4	5
P	0.02	0.04	0.15	?	?

1. Biết $E(X) = 4.37$, hãy tính các xác suất $P(X = 4)$ và $P(X = 5)$.

Đáp số: $P(X = 4) =$ 0.07 .

Đáp số: $P(X = 5) =$ 0.72 .

2. Tính xác suất để một sinh viên vắng nhiều nhất một buổi học.

Đáp số: 0.06 .

3. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên trong lớp học này. Biết rằng sinh viên này vắng ít hơn 3 buổi học, tính xác suất để sinh viên này vắng đúng 1 buổi học.

Đáp số:

2.

Giả sử tuổi thọ trung bình của một mẫu quạt điện gia dụng là biến ngẫu nhiên có phân phối mũ với kỳ vọng là 7 năm, và nhà sản xuất chỉ bảo hành các sản phẩm trong 2 năm đầu tiên.

1. Tỷ lệ sản phẩm cần bảo hành là bao nhiêu?

Đáp số: 0.24852270692471

2. Trong những sản phẩm không cần bảo hành thì có bao nhiêu phần trăm sản phẩm có tuổi thọ nhỏ hơn 7 năm?

Đáp số: 51.045834044305 (%)

3. Giả sử rằng công ty này đã bán 53 quạt điện thuộc mẫu này, và ghi nhận có 13 quạt điện cần bảo hành. Nếu công ty chọn ngẫu nhiên 51 quạt điện đã bán khác nhau để khảo sát, thì xác suất để có ít nhất 2 quạt điện cần bảo hành là bao nhiêu?

Đáp số:

3.

Người ta thống kê được rằng trong tổng số máy bay hạng nhẹ mất tích do tai nạn trên đường bay thì có 69% được tìm thấy. Trong số các máy bay được tìm thấy, 58% máy bay có bộ định vị khẩn cấp, và trong số những máy bay chưa được tìm thấy, thì chỉ có 15% máy bay là có sử dụng bộ định vị này.

1. Giả sử một máy bay hạng nhẹ bị mất tích trên đường bay, nếu máy bay này có bộ định vị khẩn cấp thì xác suất để nó không được tìm thấy là bao nhiêu?

Đáp số: 0.10409670920081

2. Trong số những máy bay đã mất tích trên đường bay, hãy tính tỷ lệ máy bay có gắn bộ định vị.

Đáp số: 0.4467

4.

Một công ty sản xuất trò chơi điện tử thực hiện một nghiên cứu về thời gian mà người chơi hoàn thành các cấp độ trong một trò chơi mà họ vừa phát hành. Họ ghi nhận rằng thời gian để hoàn thành cấp độ I là một biến ngẫu nhiên X_1 có phân phối chuẩn với trung bình 48.7 phút và độ lệch chuẩn 10.6 phút.

1. Tính xác suất người chơi cần ít hơn 51.2 phút để hoàn thành cấp độ I của trò chơi này.

Đáp số: σ^2 [0.593,0.594]

2. Nhà sản xuất cần tính ngưỡng thời gian t_0 sao cho 90% người chơi sẽ cần ít hơn t_0 phút để hoàn thành cấp độ I của trò chơi này. Tính t_0 .

Đáp số: σ^2 [62.162,62.374]

3. Giả sử trò chơi này gồm 3 cấp độ, trong đó thời gian để hoàn thành các cấp độ II và III lần lượt là các biến ngẫu nhiên $X_2 \sim N(44.7, 14.5^2)$ và $X_3 \sim N(59.7, 17.3^2)$.

Giả sử rằng X_1 , X_2 , và X_3 là các biến ngẫu nhiên độc lập. Tính trung bình và độ lệch chuẩn cho tổng thời gian để người chơi hoàn thành cả 3 cấp độ của trò chơi này.

Trung bình: σ^2 153.1 (phút)

Độ lệch chuẩn: σ^2 24.937922928744 (phút)

