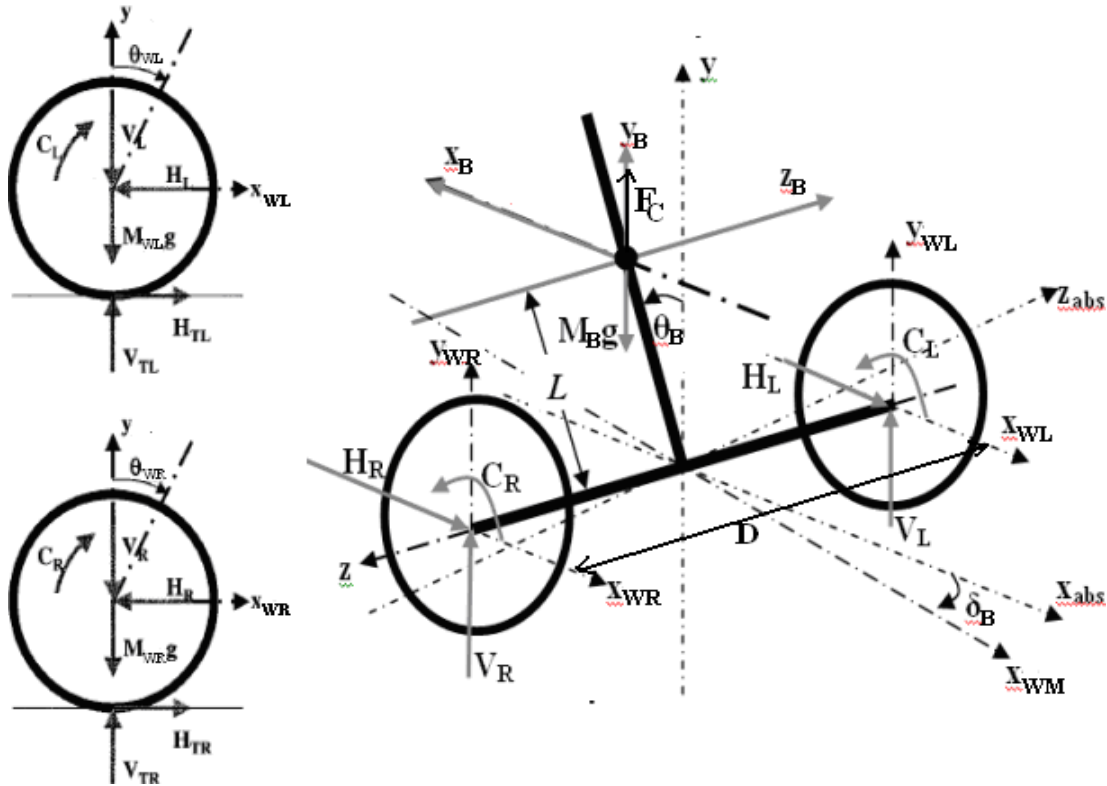


CHƯƠNG 3. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN CHO ROBOT HAI BÁNH TỰ CÂN BẰNG

3.1. Mô hình hóa robot hai bánh tự cân bằng. [1],[10],[11]

Mô hình hệ thống của robot hai bánh tự cân bằng được phân tích ở Hình 3.1.



Hình 3.1: Mô hình phân tích của robot hai bánh tự cân bằng

Bảng 3.1: Bảng ký hiệu và giá trị các thông số của robot hai bánh tự cân bằng

Ký hiệu	Thông số	Giá trị [đơn vị]
x_W, y_W	Vị trí của bánh xe theo hướng trục x, trục y	[m]
x_B, y_B	Vị trí của trọng tâm thân robot theo hướng trục x và hướng trục y	[m]

$M_{WL} = M_{WR} = M_w$	Khối lượng bánh xe, bánh xe trái và bánh xe phải có khối lượng bằng nhau	0.5 [kg]
M_B	Khối lượng qui đổi tại trọng tâm của thân robot	7 [kg]
$\theta = \theta_B$	Góc lật ở thân robot.	[rad]
δ	Góc quay	[rad]
R_w	Bán kính bánh xe	0.075 [m]
L	Khoảng cách từ trọng tâm thân robot đến trục z của hai bánh xe	0.36 [m]
D	Khoảng cách giữa hai bánh xe	0.35 [m]
C_L, C_R	Moment tác dụng của động cơ kết nối với bánh xe trái, bánh xe phải	[Nm]
g	Gia tốc trọng trường	9.8 [ms ⁻²]
H_L, H_R, V_L, V_R	Lực, phản lực tương tác giữa thân robot và hai bánh xe trái, phải	[Nm]
V_{TL}, V_{TR}	Phản lực của mặt đất tương tác lên hai bánh xe trái, phải	[Nm]
H_{TL}, H_{TR}	Lực ma sát giữa bánh xe trái, phải với mặt đường	[Nm]

- Xét ở bánh xe bên trái (bánh xe bên phải cũng tương tự)

Sử dụng định luật 2 Newton lần lượt theo các trục x, trục y và trục quay của bánh xe.

$$M_w \ddot{x}_{wL} = H_{TL} - H_L \quad (3.1)$$

$$M_w \ddot{y}_{wL} = V_{TL} - V_L - M_w g \quad (3.2)$$

$$J_{WL} \ddot{\theta}_{WL} = C_L - H_{TL} R \quad (3.3)$$

- *Vị trí của bánh xe và thân robot.*

$$x_{WL} = \theta_{WL} R \quad (3.4)$$

$$\rightarrow \dot{x}_{WL} = \dot{\theta}_{WL} R \quad (3.5)$$

$$\rightarrow \ddot{x}_{WL} = \ddot{\theta}_{WL} R \quad (3.6)$$

$$x_B = L \sin \theta_B + \left(\frac{x_{WL} + x_{WR}}{2} \right) \quad (3.7)$$

$$\rightarrow \dot{x}_B = L (\cos \theta_B) \dot{\theta}_B + \left(\frac{\dot{x}_{WL} + \dot{x}_{WR}}{2} \right) = L (\cos \theta_B) \dot{\theta}_B + \dot{x}_{WM} \quad (3.8)$$

$$\rightarrow \ddot{x}_B = L (\cos \theta_B) \ddot{\theta}_B - L (\sin \theta_B) (\dot{\theta}_B)^2 + \ddot{x}_{WM} \quad (3.9)$$

$$y_B = -L (1 - \cos \theta_B) \quad (3.10)$$

$$\rightarrow \dot{y}_B = -L (\sin \theta_B) \dot{\theta}_B \quad (3.11)$$

$$\rightarrow \ddot{y}_B = -L (\sin \theta_B) \ddot{\theta}_B - L (\cos \theta_B) (\dot{\theta}_B)^2 \quad (3.12)$$

- *Xét ở thân robot*

Sử dụng định luật 2 Newton lần lượt theo các trục x, trục y và trục quay tại điểm trọng tâm của thân robot.

$$M_B \ddot{x}_B = H_L + H_R \quad (3.13)$$

$$M_B \ddot{y}_B = V_L + V_R - M_B g + F_C = V_L + V_R - M_B g + \frac{(C_L + C_R)}{L} \sin \theta_B \quad (3.14)$$

$$J_B \ddot{\theta}_B = (V_L + V_R) L \sin \theta_B - (H_L + H_R) L \cos \theta_B - (C_L + C_R) \quad (3.15)$$

$$J_\delta \ddot{\delta} = (H_L - H_R) \frac{D}{2} \quad (3.16)$$

Thế (3.15) , (3.14) vào (3.13), ta có:

$$J_B \ddot{\theta}_B = \left(M_B \ddot{y}_B + M_B g - \frac{(C_L + C_R)}{L} \sin \theta_B \right) L \sin \theta_B - M_B L \cos \theta_B \ddot{x}_B - (C_L + C_R) \quad (3.17)$$

Rút gọn (3.17) ta có :

$$J_B \ddot{\theta}_B = M_B L \left(\ddot{y}_B \sin \theta_B - (\cos \theta_B) \ddot{x}_B \right) + M_B g L \sin \theta_B - \left(1 + (\sin \theta_B)^2 \right) (C_L + C_R) \quad (3.18)$$

Từ (3.9) và (3.12), ta có:

$$\ddot{y}_B \sin \theta_B - (\cos \theta_B) \ddot{x}_B = -L \ddot{\theta}_B - (\cos \theta_B) \left(\frac{\ddot{x}_{WL} + \ddot{x}_{WR}}{2} \right) = -L \ddot{\theta}_B - (\cos \theta_B) \ddot{x}_W \quad (3.19)$$

Thế (3.19) vào (3.18) ta có:

$$J_B \ddot{\theta}_B = -M_B L (\cos \theta_B) \ddot{x}_W - M_B L^2 \ddot{\theta}_B + M_B g L \sin \theta_B - \left(1 + (\sin \theta_B)^2 \right) (C_L + C_R) \quad (3.20)$$

Từ (3.1) suy ra:

$$M_W \ddot{x}_{WL} + M_W \ddot{x}_{WR} = H_{TL} - H_L + H_{TR} - H_R = -(H_L + H_R) + (H_{TL} + H_{TR}) \quad (3.21)$$

Từ (3.3) suy ra : $H_{TL} = \frac{C_L - J_{WL} \ddot{\theta}_{WL}}{R}$; $H_{TR} = \frac{C_R - J_{WR} \ddot{\theta}_{WR}}{R}$ (3.21.b)

Thế (3.13), (3.21.b) vào (3.21), ta có:

$$M_W (\ddot{x}_{WL} + \ddot{x}_{WR}) = -M_B \ddot{x}_B + \frac{C_L + C_R - (J_{WL} \ddot{\theta}_{WL} + J_{WR} \ddot{\theta}_{WR})}{R} \quad (3.22)$$

Ta có: $\ddot{x}_{WL} + \ddot{x}_{WR} = 2\ddot{x}_{WM}$; $J_{WL} \ddot{\theta}_{WL} = J_{WR} \ddot{\theta}_{WR} = J_W \ddot{\theta}_W$; đặt $C = C_L + C_R$

Biểu thức (3.22) sẽ trở thành: $2M_W \ddot{x}_{WM} = -M_B \ddot{x}_B + \frac{C - J_W (\ddot{\theta}_{WL} + \ddot{\theta}_{WR})}{R}$

Mà: $\frac{1}{2}(\theta_{WL} + \theta_{WR}) = \theta_B$, suy ra : $2M_W \ddot{x}_{WM} = -M_B \ddot{x}_B + \frac{C - 2J_W \ddot{\theta}_B}{R}$ (3.23)

Thế (3.9) và (3.23) ta có:

$$2M_W \ddot{x}_{WM} = -M_B L (\cos \theta_B) \ddot{\theta}_B + M_B L (\sin \theta_B) (\dot{\theta}_B)^2 - \frac{2J_W \ddot{\theta}_B}{R} - M_B \ddot{x}_{WM} + \frac{C}{R} \quad (3.24)$$

Từ phương trình (3.20), (3.24) và thay : θ_B bởi θ , x_{WM} bởi x ; ta có hệ phương trình mô tả hệ thống như sau:

$$\begin{cases} J_B \ddot{\theta} = -M_B L (\cos \theta) \ddot{x} - M_B L^2 \ddot{\theta} + M_B g L \sin \theta - \left(1 + (\sin \theta)^2\right) C \\ 2M_w \ddot{x} = -M_B L (\cos \theta) \ddot{\theta} + M_B L (\sin \theta) (\dot{\theta})^2 - \frac{2J_w \ddot{\theta}}{R} - M_B \ddot{x} + \frac{C}{R} \end{cases} \quad (3.25)$$

- Xem moment quán tính của thân robot là một thanh có chiều dài L, khối lượng M_B ,

$$\text{quay quanh trục } z - \text{là trục nối giữa hai bánh xe: } J_B = \frac{1}{3} M_B L^2 \quad (3.26)$$

- Xem moment quán tính của bánh xe robot là đĩa tròn xoay có bán kính R, khối

$$\text{lượng } M_w, \text{ quay quanh trục } z - \text{trục nối giữa hai bánh xe: } J_w = \frac{1}{2} M_w R^2 \quad (3.27)$$

Thế (3.26) và (3.27) vào hệ phương trình (3.25), ta có:

$$\begin{cases} \frac{4}{3} M_B L^2 \ddot{\theta} = -M_B L (\cos \theta) \ddot{x} + M_B g L \sin \theta - \left(1 + (\sin \theta)^2\right) C \\ (2M_w + M_B) \ddot{x} = M_B L (\sin \theta) (\dot{\theta})^2 - (M_w R + M_B L (\cos \theta)) \ddot{\theta} + \frac{C}{R} \end{cases} \quad (3.28)$$

Giải hệ phương trình (3.28), ta có:

$$\begin{cases} \left(\frac{0,75(M_w R + M_B L (\cos \theta)) (\cos \theta)}{(2M_w + M_B) L} - 1 \right) \ddot{\theta} = \\ \frac{0,75 M_B L (\sin \theta) (\cos \theta)}{(2M_w + M_B) L} (\dot{\theta})^2 - \frac{0,75 g (\sin \theta)}{L} + \left(\frac{0,75 (1 + (\sin \theta)^2)}{M_B L^2} + \frac{0,75 (\cos \theta)}{(2M_w + M_B) R L} \right) C \\ \left(2M_w + M_B - \frac{0,75 (M_w R + M_B L (\cos \theta)) (\cos \theta)}{L} \right) \ddot{x} = \\ M_B L (\sin \theta) (\dot{\theta})^2 - \frac{0,75 g (M_w R + M_B L (\cos \theta)) (\sin \theta)}{L} + \left(\frac{0,75 (M_w R + M_B L (\cos \theta)) (1 + (\sin \theta)^2)}{M_B L^2} + \frac{1}{R} \right) C \end{cases} \quad (3.29)$$

Đặt biến trạng thái như sau: $x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$, $x_3 = x$, $x_4 = \dot{x}$. Hệ phương trình trạng thái mô tả robot (3.29) được viết lại như sau:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(x_1) + f_2(x_1, x_2) + g_1(x_1)C \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = f_3(x_1) + f_4(x_1, x_2) + g_2(x_1)C \end{cases} \quad (3.30)$$

Với:

$$C = C_L + C_R$$

$$f_1(x_1) = \frac{\left(\frac{-0.75g(\sin x_1)}{L} \right)}{\left(\frac{0.75(M_w R + M_B L(\cos x_1))(\cos x_1)}{(2M_w + M_B)L} - 1 \right)}$$

$$f_2(x_1, x_2) = \frac{\left(\frac{0.75M_B L(\sin x_1)(\cos x_1)}{(2M_w + M_B)L} (x_2)^2 \right)}{\left(\frac{0.75(M_w R + M_B L(\cos x_1))(\cos x_1)}{(2M_w + M_B)L} - 1 \right)}$$

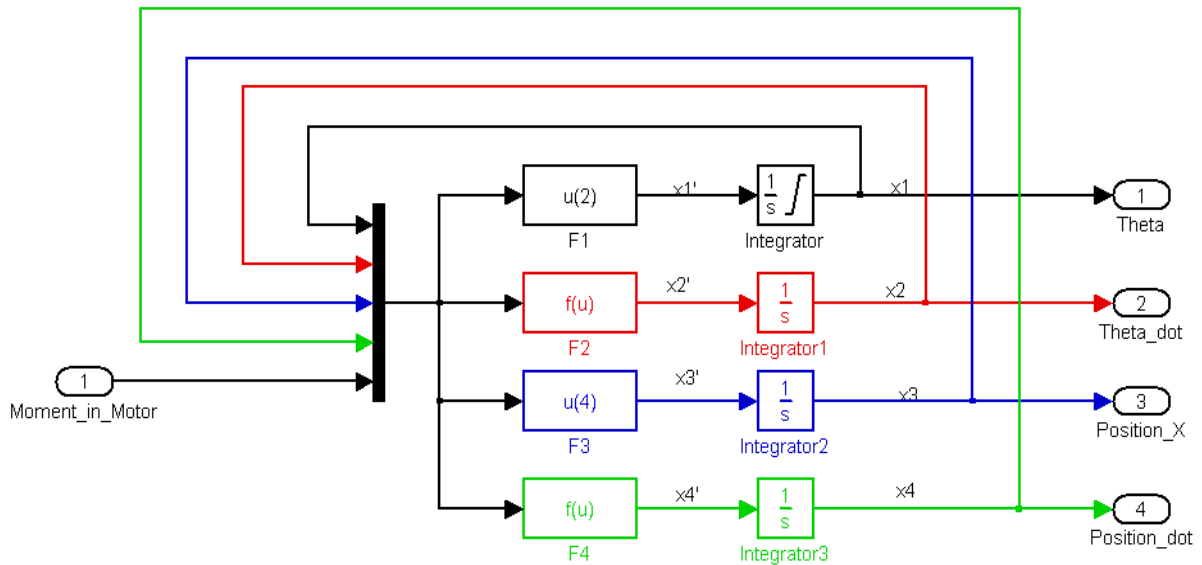
$$g_1(x_1) = \frac{\left(\frac{0.75(1 + (\sin x_1)^2)}{M_B L^2} + \frac{0.75(\cos x_1)}{(2M_w + M_B)RL} \right)}{\left(\frac{0.75(M_w R + M_B L(\cos x_1))(\cos x_1)}{(2M_w + M_B)L} - 1 \right)}$$

$$f_3(x_1) = \frac{\left(\frac{-0.75g(M_w R + M_B L(\cos x_1))(\sin x_1)}{L} \right)}{\left(2M_w + M_B - \frac{0.75(M_w R + M_B L(\cos x_1))(\cos x_1)}{L} \right)}$$

$$f_4(x_1, x_2) = \frac{(M_B L (\sin x_1) (x_2)^2)}{\left(2M_w + M_B - \frac{0,75(M_w R + M_B L (\cos x_1)) (\cos x_1)}{L} \right)}$$

$$g_2(x_1) = \frac{\left(\frac{0,75(M_w R + M_B L (\cos x_1)) (1 + (\sin x_1)^2)}{M_B L^2} + \frac{1}{R} \right)}{\left(2M_w + M_B - \frac{0,75(M_w R + M_B L (\cos x_1)) (\cos x_1)}{L} \right)}$$

- Từ hệ phương trình (3.30) ta thực hiện mô phỏng mô hình robot hai bánh tự cân bằng trong Matlab/Simulink như *Hình 3.2*.



Hình 3.2: Sơ đồ mô phỏng mô hình robot hai bánh trong MatLab/Simulink