

- Tên học phần: Cơ sở toán
- Mã học phần: TOA1012 - Số tín chỉ: 2
- Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian chép/phát đề)
- Loại đề: Không được sử dụng tài liệu

Câu 1 (2 điểm):

a) (1 điểm) Chứng tỏ công thức sau là hằng đúng:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)] \Rightarrow [(p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge s)].$$

b) (1 điểm) Cho các tập hợp A, B, C . Chứng minh rằng:

$$A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C).$$

Câu 2 (2 điểm): Cho ánh xạ $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ xác định bởi:

$$f(n) = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$$

(với kí hiệu $[x]$ để chỉ số nguyên lớn nhất không vượt quá x , gọi là phần nguyên của x).
Khảo sát các tính chất đơn ánh, toàn ánh, song ánh của f . Tìm $f^{-1}(\{0; 1; 2\})$.

Câu 3 (2 điểm): Cho S là một quan hệ hai ngôi trên \mathbb{R} xác định bởi:

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, a S b \Leftrightarrow a^2 - b^2 = a - b.$$

a) (1 điểm) Chứng minh S là một quan hệ tương đương trên \mathbb{R} .

b) (1 điểm) Xác định lớp tương đương \bar{a} , với $a \in \mathbb{R}$.

Câu 4 (2 điểm):

a) (1 điểm) Cho dãy số (u_n) xác định bởi:

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 3^n - n, \forall n \geq 2 \end{cases}$$

Chứng minh rằng:

$$u_n = -11 \cdot 2^{n-1} + 3^{n+1} + n + 2, \forall n \geq 1$$

b) (1 điểm) Tìm các căn bậc năm của đơn vị 1.

Câu 5 (2 điểm): Cho hai đa thức:

$$P(x) = x^4 + x^3 - x^2 + x - 2, Q(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1.$$

a) Tìm ước số chung lớn nhất $S(x)$ của hai đa thức $P(x)$ và $Q(x)$

b) Tìm hai đa thức $U(x)$ và $V(x)$ sao cho $U(x)P(x) + V(x)Q(x) = S(x)$

(Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm)