

Tên học phần: **Giải tích**

Mã học phần: **TOA1053** Số tín chỉ: **3**

Thời gian làm bài: **120 phút** (Không kể phát đề)

Loại đề: **Không được sử dụng tài liệu**

**Đề số 1**

**Câu 1** (2 điểm). Cho dãy  $(x_n)$  được xác định như sau:

$$\begin{cases} x_1 = 3, \\ x_{n+1} = \frac{x_n + 5}{6}, \end{cases} \quad n \geq 1.$$

(a) Chứng minh  $(x_n)$  là dãy giảm và bị chặn dưới.

(b) Suy ra  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  tồn tại và tìm giới hạn đó.

**Câu 2** (2 điểm). (a) Tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - x}{x - \sin(x)}.$$

(b) Tìm  $a$  và  $b$  để hàm số

$$f(x) = \begin{cases} (x+a)e^{-bx}, & x \geq 0 \\ ax^2 + bx + 1, & x < 0 \end{cases}$$

có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 3** (2 điểm). Giả sử  $f(x) = f_2(x) + o(x^2)$  là khai triển Maclaurin đến cấp 2 của hàm số  $f(x) = e^{2x}$ .

(a) Tìm  $f_2(x)$ .

(b) Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ các đồ thị của  $y = f(x)$  và  $y = f_2(x)$  với  $x \in [0; 2]$ .

**Câu 4** (2 điểm). (a) Khảo sát sự hội tụ của tích phân suy rộng

$$\int_1^{+\infty} \sqrt{\frac{x+1}{x^4+1}} dx.$$

(b) Minh họa bằng hình học và từ đó suy ra giá trị của tích phân sau (không cần tính toán chi tiết):

$$I = \int_{-R}^R \sqrt{R^2 - x^2} dx \quad (\text{với } R > 0 \text{ cho trước}).$$

**Câu 5** (2 điểm). (a) Khảo sát cực trị của hàm số  $z = xy + \frac{8}{x} + \frac{1}{y}$ .

(b) Tính tích phân

$$\iint_D xy dx dy,$$

trong đó  $D$  là miền giới hạn bởi các đường  $y = x - 4$  và  $y^2 = 2x$ .