

ĐỒ HỌA 2D

CÁC THUẬT TOÁN XÉN HÌNH

Giảng viên : Bùi Tiến Lên

Xén đoạn thẳng

Thuật toán Liang-Barsky

Phương trình tham số

Cho hai điểm P_1, P_2 .

Phương trình tham số đường thẳng :

$$\begin{cases} x = P_{1x} + (P_{2x} - P_{1x})t \\ y = P_{1y} + (P_{2y} - P_{1y})t \end{cases} \text{ với } t \in (-\infty, \infty)$$

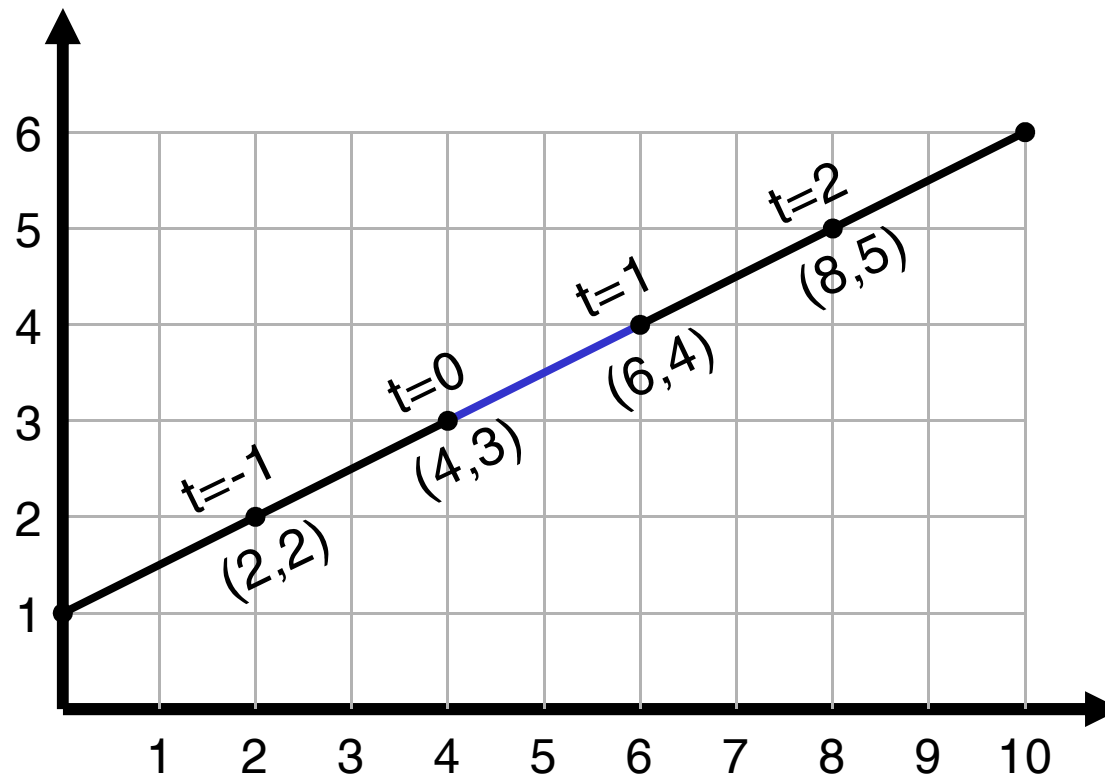
Phương trình tham số đoạn thẳng :

$$\begin{cases} x = P_{1x} + (P_{2x} - P_{1x})t \\ y = P_{1y} + (P_{2y} - P_{1y})t \end{cases} \text{ với } t \in [0, 1]$$

Ví dụ

Cho 2 điểm A(4,3), B(6,4). Phương trình tham số đường thẳng :

$$\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$$



Thuật toán Liang-Barsky

Thuật toán

bước 1 Lập hệ bất phương trình

bước 2 Giải hệ bất phương trình

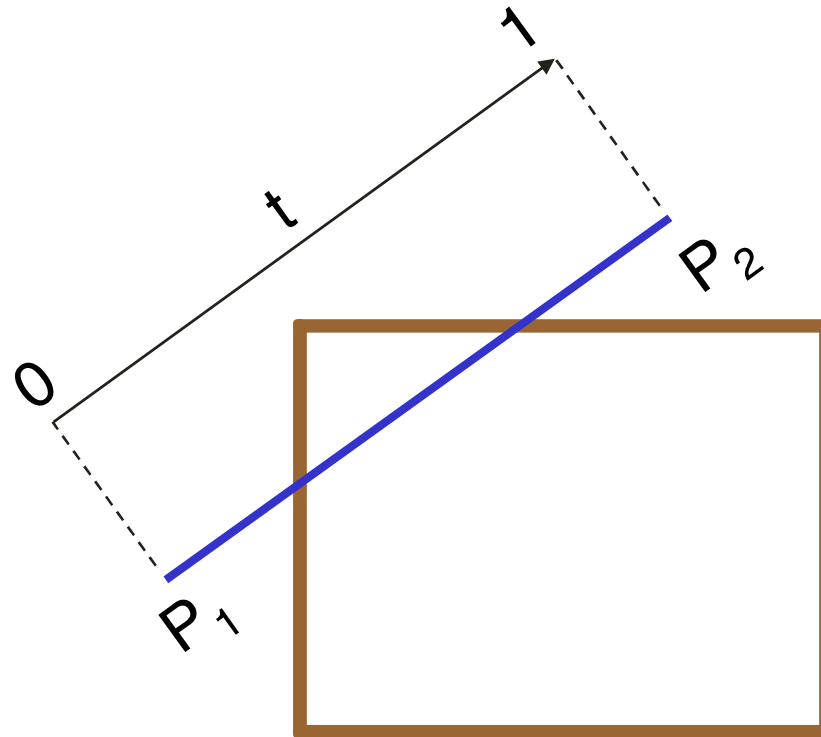
bước 3 Nhận xét nghiệm

Bước 1

$$W_l \leq P_{1x} + (P_{2x} - P_{1x})t \leq W_r$$

$$W_b \leq P_{1y} + (P_{2y} - P_{1y})t \leq W_t$$

$$t \in [0,1]$$



Bước 2

Đặt

$$\begin{aligned} p_1 &= -(P_{2x} - P_{1x}) & q_1 &= P_{1x} - W_l \\ p_2 &= P_{2x} - P_{1x} & q_2 &= W_r - P_{1x} \\ p_3 &= -(P_{2y} - P_{1y}) & q_3 &= P_{1y} - W_b \\ p_4 &= P_{2y} - P_{1y} & q_4 &= W_t - P_{1y} \end{aligned}$$

Hệ phương trình

$$\begin{aligned} p_1 t &\leq q_1 \\ p_2 t &\leq q_2 \\ p_3 t &\leq q_3 \\ p_4 t &\leq q_4 \\ t &\in [0,1] \end{aligned}$$

Bước 2 : tiếp

Bất phương trình $p.t \leq q$

$$\text{th}_1 \quad p = 0$$

Nếu $q < 0$ thì
vô nghiệm

Nếu $q \geq 0$ thì
 $t \in [-\infty, \infty]$

$$\text{th}_2 \quad p > 0 \text{ thì}$$

$$t \in \left[-\infty, \frac{q}{p} \right]$$

$$\text{th}_3 \quad p < 0 \text{ thì}$$

$$t \in \left[\frac{q}{p}, \infty \right]$$

Bước 2 : tiếp

Hệ bất phương trình

$$\begin{cases} p \cdot t \leq q \\ t \in [t_1, t_2] \end{cases}$$

th₁ $p = 0$

Nếu $q < 0$ thì
vô nghiệm

Nếu $q \geq 0$ thì

$$\begin{cases} t_{1\text{moi}} = t_1 \\ t_{2\text{moi}} = t_2 \end{cases}$$

th₂ $p > 0$ thì

$$\begin{cases} t_{1\text{moi}} = t_1 \\ t_{2\text{moi}} = \min(t_2, q/p) \end{cases}$$

th₃ $p < 0$ thì

$$\begin{cases} t_{1\text{moi}} = \max(t_1, q/p) \\ t_{2\text{moi}} = t_2 \end{cases}$$

Bước 3

Nếu hệ vô nghiệm

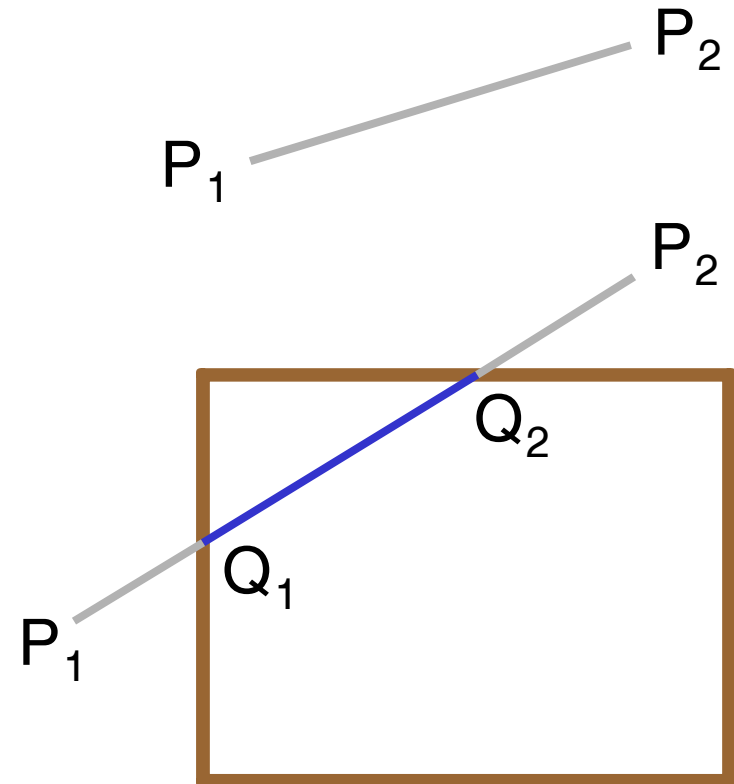
Đoạn thẳng P_1P_2 ở ngoài

Nếu hệ có nghiệm

$$t \in [t_1, t_2]$$

$$\begin{cases} Q_{1x} = P_{1x} + (P_{2x} - P_{1x})t_1 \\ Q_{1y} = P_{1y} + (P_{2y} - P_{1y})t_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q_{2x} = P_{1x} + (P_{2x} - P_{1x})t_2 \\ Q_{2y} = P_{1y} + (P_{2y} - P_{1y})t_2 \end{cases}$$



Tóm tắt
