

UNIVERSITETET I OSLO

Det matematisk-naturvitenskapelige fakultet

Eksamen i: AST4220

Eksamensdag: Onsdag 10. desember 2008

Tid for eksamen: 1430-1730

Oppgavesettet er på 2 sider

Vedlegg: Ingen

Tillatte hjelpemidler: Alle ikke-kommuniserende hjelpemidler

*Kontroller at oppgavesettet er komplett
før du begynner å besvare spørsmålene.*

Oppgave 1

- a) Vi skal se på en universmodell med kosmologisk konstant og romlig krumning $k=+1$.
Vis at løsningen av Friedmannligningene kan skrives

$$a(t) = a_{\Lambda} \cosh\left(\frac{ct}{a_{\Lambda}}\right)$$

der $a_{\Lambda} = \sqrt{3c^2/\Lambda}$. Hva er betydningen av a_{Λ} ?

- b) Etter hvor lang tid har universet utvidet seg 10 e-foldinger siden $t=0$? Hvor stort er krumningsleddet i den første Friedmannligningen i forhold til kosmologisk konstantleddet da?
- c) Kan en universmodell der den totale tettheten ved et gitt tidspunkt er større enn den kritiske tettheten ved et senere tidspunkt ha total tetthet *mindre* enn den kritiske tettheten? Begrunn svaret.

Oppgave 2

- a) Forklar kvalitativt, med utgangspunkt i Friedmannligningene, hvorfor det må finnes et tidspunkt der skalafaktoren er lik null i modeller der den totale tettheten og trykket oppfyller $\rho + 3p/c^2 > 0$, tettheten avtar raskere enn $1/a^2$, og $H_0 > 0$.
- b) Vi ser ut til å leve i et univers med akselerert ekspansjon der $\Omega_{m0} = 0.3$ og $\Omega_{\Lambda0} = 0.7$. Finnes det noe tidspunkt i denne modellen der $a = 0$? Begrunn svaret.

Oppgave 3

Det er ingen sammenheng mellom de to delspørsmålene i denne oppgaven.

- a) En typisk nøytronstjerne har radius lik 10 kilometer. Det observerbare univers har en radius på omtrent 15 milliarder lysår. Ved hvilken rødforskyvning var det observerbare univers på størrelse med en nøytronstjerne? Hva var strålingstemperaturen da? Hvor lang tid hadde det gått etter Big Bang?
- b) Se på inflasjon i et potensial $V(\phi) = \lambda\phi^p$, der λ og p er positive konstanter. Vis at dersom slow-roll-betingelsene er oppfylt, så er vi garantert at totalt antall e-foldinger i løpet av inflasjonsfasen er mye større enn 1.

Oppgave 4

- a) Forklar kort hvilken betydning Jeansbølglengden har i kosmologisk perturbasjonsteori.
- b) Vi skal se på perturbasjoner i et Einstein-de Sitter-univers. Det kan vises at lydhastigheten i mediet er gitt ved

$$c_s = c_{s0}(1+z)^{3/2}$$

Vis at løsningene av likningen for tidsutviklingen til en Fouriermode med bølgetall k (k kan antas å være konstant) av tetthetsperturbasjonene i denne modellen er gitt ved $\Delta_k \propto t^n$ der

$$n = \frac{1}{6} \left(-1 \pm \sqrt{25 - 36k^2 c_{s0}^2 t_0^2} \right)$$

(t_0 er universets alder i dag i EdS-modellen).

- c) Diskuter oppførselen til løsningene.