



Forelesning 4 i Fysikk.

Strøm og motstand

Hans Jakob Rivertz
IDI-avdeling-kalvskinnet
5. november 2019

Plan



Læringsmål

Strøm

Resistivitet

Resistans



Strømkilder / spenningskilder

Læringsmål



- Kjenne til definisjonen av strøm og strømtetthet
- Vite hva forskjellen mellom resistans og resistivitet
- Kjenne til begge former av Ohms lov.
- Kjenne til indre motstand
- Kunne finne effektiv motstand til kretser
- Kunne finne effekten levert i en motstand

Plan



Læringsmål

Strøm

Resistivitet

Resistans

Strømkilder / spenningskilder

Lading i bevegelse

- Helt uformelt kan vi si at strøm er ladning i bevegelse, men er det riktig?
- I metaller er det frie elektroner som beveger seg.
- Men alle elektroner beveger seg på grunn av termisk bevegelse.
- Termisk bevegelse: gjenomsnittlig kinetisk energi per elektron

$$\overline{\frac{1}{2}m_e v^2} = \frac{3}{2}k_B T.$$

Boltzmanns konstant: $k_B = 1.38064852 \cdot 10^{-23}$ J/T

Massen til elektronet: $m_e = 9.10938356 \cdot 10^{-31}$ kg

Romtemperatur (20° C): $T = 293.15$ K.

Fart til elektron med gjennomsnittlig kinetisk energi:

$$v = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_e}} = 116.8 \text{ km/s.}$$

N elektroner med fart v_i

$$\overline{\frac{1}{2}m_e v^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{2}m_e v_i^2$$

Gjennomsnitlig fart til elektroner

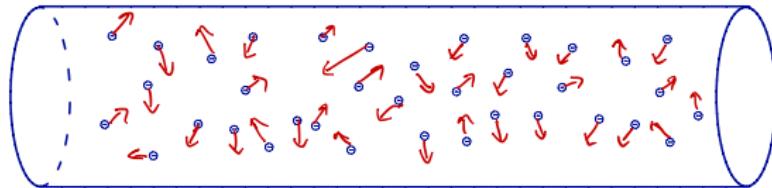
Shocking news:

- Selv om gjennomsnitlig *fart* er formidabel stor:

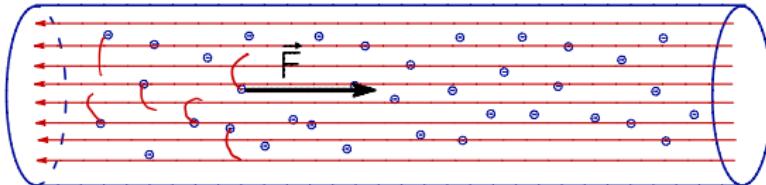
$$v = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_e}} = 116.8 \text{ km/s.}$$

- er den gjennomsnitlige hastigheten lik null

$$\bar{v} = [0, 0, 0].$$



Bevegelse av elektorner i elektrisk felt



- Kraft på ladning fra felt

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = m\mathbf{a}$$

Newton's II. lov $F = ma$

- Bevegelseslikninger

$$\mathbf{v}_i(t) = \mathbf{v}_{i,0} + \mathbf{a}t.$$

Drifthastighet til elektroner i elektrisk felt



- La τ være gjennomsnitlig tid mellom elektron-kollisjoner.
Gjennomsnitlig hastighet er da

$$\mathbf{v}_d = \frac{\tau \mathbf{a}}{2}$$



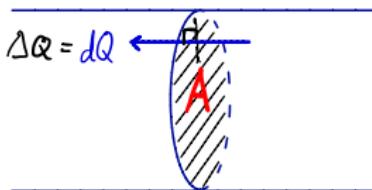
- Gjennomsnitlig hastighet er da

$$\mathbf{v}_d = \frac{-e \mathbf{E} \tau}{2 m_e}$$

$$q = -e$$
$$\vec{F} = -e \vec{E} = m_e \vec{a}$$

Strøm i en ledet

- **Strøm** er definert som netto elektrisk ladning som passerer et tversnitt av en ledet.



- Strømen er lik

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (\text{DEFINISJON}).$$

- Strøm måles i *Ampere* [A]

- **Stømtetthet** er strøm per areal

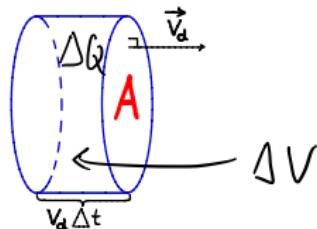
$$J = \frac{I}{A}$$

A står vi heller nett på
V gjennomslitlig
hastighet.

Mer strøm

Gitt materiale med n frie elektroner per volumenhet og q ladning per partikkkel (for elektron er $q = -e$)

- \mathbf{v}_d driftshastighet.



- volum med elektroner per tidsenhet: $\Delta V = v_d \Delta t A$.
- Ladning per tidsenhet: $\Delta Q = n q v_d \underbrace{\Delta t A}_{\Delta V}$.
- Strøm =

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = n q v_d A$$

- Strømtetthet som vektor

$$\mathbf{J} = n q \mathbf{v}_d$$

Eksempel

Eksempel (Drifthastigheten til elektroner i en kobberleder)

I en kobberledning med diameter $d = 2r = 2.0 \text{ mm}$ går en strøm på $I = 2.3 \text{ A}$. Kobber har $n = 8.5 \cdot 10^{28}$ frie elektroner per kubikk meter. Finn drifthastigheten.

$$I = n e v_d A$$

$$e = 1.603 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad r = 1.0 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$A = \pi r^2 = 3.1415 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

Løse for v_d

$$v_d = \frac{I}{n e A} = \frac{2.3 \text{ A}}{8.5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3} \cdot 1.603 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 3.1415 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2}$$

$$= 0.0537 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} = 5.4 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$$



Plan



Læringsmål

Strøm

Resistivitet

Resistans

Strømkilder / spenningskilder

Resistivitet, Ohms lov for strømtetthet.

- Drifthastighet i metall er gitt ved $\mathbf{v}_d = -\frac{e \mathbf{E} \tau}{2 m_e}$.
- Strømtettheten er $\mathbf{J} = n q \mathbf{v}_d = \frac{n e^2 \tau}{2 m_e} \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E}$.
 $q=e$
- $\sigma = \frac{n e^2 \tau}{2 m_e}$ kalles **ledningsevne**.
- $\rho = 1/\sigma$ kalles **resistivitet**.

Lov (Ohms lov for strømtetthet)

Stømtettheten er proposjonal med det elektriske feltet.

$$\mathbf{E} = \mathbf{J} \rho.$$

Merk at gyldigheten av Ohms lov er begrenset. Blant annet vil ρ avhenge av temperaturen.

Typiske verdier for resistivitet



Mange frie ladningsbørrer

- **Ledere:** $10^{-8} \Omega \text{ m} — 10^{-6} \Omega \text{ m}$
- **Halvledere:** $10^{-5} \Omega \text{ m} — 10^2 \Omega \text{ m}$ f.eks. —
- **Isolatorer:** $10^{11} \Omega \text{ m} — 10^{16} \Omega \text{ m}$
nøytral nitrogen —

Temperatur-avhengig resistivitet

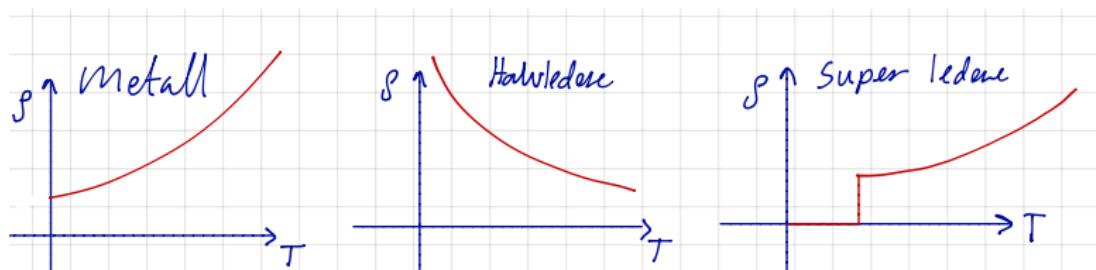
Linear temperature coefficient.

Ved små temperaturvariasjoner:

$$\rho(T) = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

- α kalles **temperatur-koeffisient**
 - $\alpha > 0$ for ledere Resistiviteten øker med økende temperatur.
 - $\alpha < 0$ for halv-ledere — ↘ — anker — ↗ —
 - For store variasjoner er $\rho(T)$ ikke lineær.

Temperatur-avhengig resistivitet



Temperatur i Kelvin.

Plan



Læringsmål

Strøm

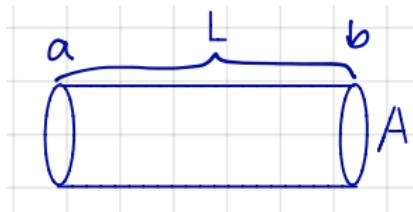
Resistivitet

Resistans

Strømkilder / spenningskilder

Resistans, Ohms lov for strøm.

Gitt en leder med potensial V_{ab} mellom punktene a og b .



- Feltet er $E = V_{ab}/L$
- Strømtettheten er $J = I/A$.
- Ohms lov sier $E = \rho J$. Dvs $V_{ab}/L = \rho I/A$

Lov (Ohms lov for motstand)

$$V_{ab} = R I$$

$$\text{der } R = \frac{L \rho}{A}.$$

Ohms lovs begrensinger



NB! Ohms lov gjelder ikke for

- Kondensatorer,
- Spoler,
- Dioder,
- Transistorer
- Batterier

Plan



Læringsmål

Strøm

Resistivitet

Resistans

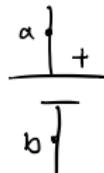
Strømkilder / spenningskilder

Strømkilder / spenningskilder

I et batteri virker kjemiske prosesser slik at polene får forskjellig ladning og derfor potensial ε .

Spennin uten strøm

$$V_{ab} = \varepsilon$$



Indre motstand r i et batteri gir spenningsfall

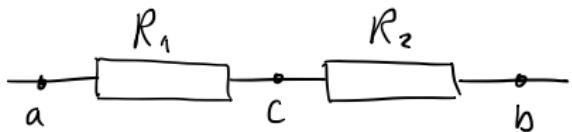
$$V_{ab} = \varepsilon - I r$$



Motstander i serie

Effektiv motstand til to motstander koblet i serie er

$$R_{eff} = R_1 + R_2.$$



Ohms lov for R_1 og R_2

$$V_{ac} = R_1 \cdot I$$

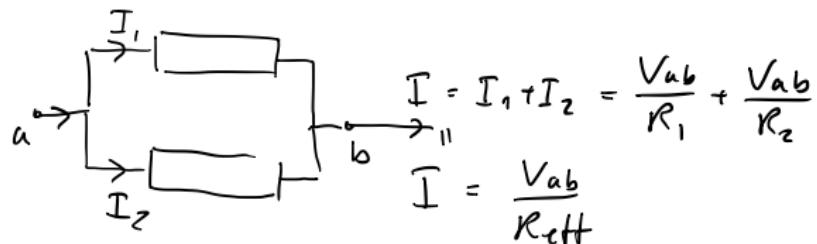
$$V_{cb} = R_2 \cdot I$$

$$\begin{aligned} V_{ab} &= V_{ac} + V_{cb} = R_1 I + R_2 I \\ &= (R_1 + R_2) I \end{aligned}$$

Motstander i parallel

Effektiv motstand til to motstander koblet i parallel er

$$1/R_{eff} = 1/R_1 + 1/R_2.$$



$$V_{ab} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V_{ab}}{R_{eff}} \Rightarrow \frac{1}{R_{eff}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\text{La } R_1 = 20\text{k}\Omega \quad \text{og } R_2 = 10\text{k}\Omega$$

a) Finn effektiv motstand når R_1 og R_2 kobles i serie.

Svar: $R_{\text{eff}} = R_1 + R_2 = 30\text{k}\Omega$.

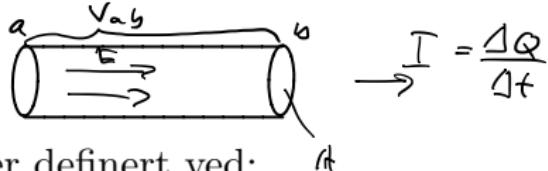
b) Finn effektiv motstand når R_1 og R_2 kobles i parallell.

Svar: $\frac{1}{R_{\text{eff}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{20\text{k}\Omega} + \frac{1}{10\text{k}\Omega} \cdot \cancel{2} = \frac{1+2}{20\text{k}\Omega}$

$$20\text{k}\Omega = 3R_{\text{eff}}$$

$$R_{\text{eff}} = \frac{20}{3} \text{k}\Omega. \quad \underline{\underline{6,7 \text{k}\Omega}}$$

Effekt levert i motstand



Effekt er definert ved:

$$P = \frac{Arbeid}{Tid}$$

Effekt levert i motstand

Erfurt = Arbeid per tid.

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta Q V_{ab}}{\Delta t} = V_{ab} I.$$

Andre formler

$$P = \frac{V_{ab}^2}{R}$$

$$P = R I^2$$

Ohms lov

$$I = \frac{V_{ab}}{R}$$

$$V_{ab} = RI$$

Arbeid = kraft · vei.

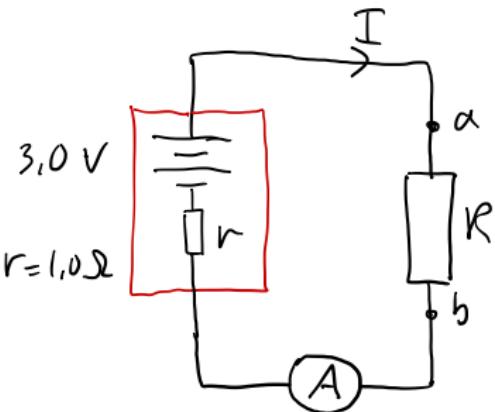
$$F = q E$$

$$F \cdot vei = q \cdot V_{ab}$$

Kobling av elektriske måleaparater

Ampermeter

Vi har en krets



Symbol for
ampere-meter



Veldig
liten motstand

møller vi finner at

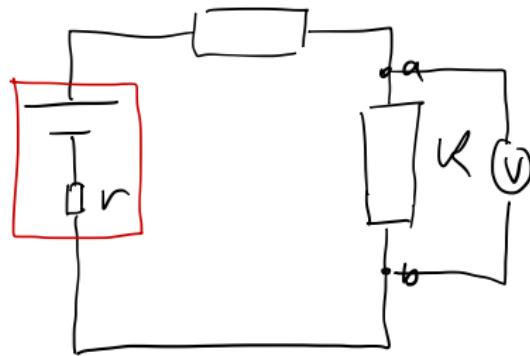
$I = 2,6 \text{ mA}$ hvor er
spenningen over R og
hvor er R .

$$V_{ab} = \mathcal{E} - I \cdot r = 3,0 \text{ V} - 2,6 \text{ mV} = 2,9974 \text{ V} \approx 3,0 \text{ V.}$$

$$V_{ab} = RI \Leftrightarrow R = \frac{V_{ab}}{I} = \frac{3,0 \text{ V}}{2,6 \text{ mA}} = 1,1538 \cdot 10^3 \Omega = \underline{\underline{1,2 \text{ k}\Omega}}$$

Kobling av elektriske måleaparater

Voltmeter



Vi finner spenning
(potensial forskjellen) V_{ab}

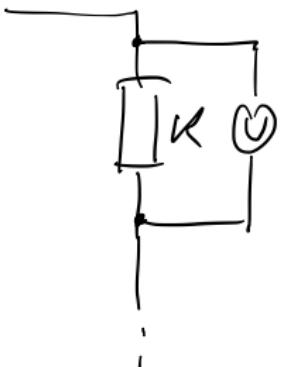
kobles parallelt.

Symbol for
voltmeter



Ved høy stor motstand

Fürne strom am und strom sora
lejt und ljeip aw voltmetre.



$$R = 20 \text{ k}\Omega$$

maßen

$$U_{ab} = 3,7 \text{ V}$$

$$I = \frac{3,7}{20 \cdot 10^3 \Omega}$$

$$= \underline{1,85 \cdot 10^{-4} \text{ A}} = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ A}$$

Ohms low

$$U_{ab} = R \cdot I$$

$$I = \frac{U_{ab}}{R}$$

$$= \underline{0,19 \text{ mA}}$$

