

# Forelesning 2 i Fysikk

Elektrisk potensial

Hans Jakob Rivertz

IDI-avdeling-kalvskinnet

15. oktober 2019

# Plan



## Læringsmål

Elektrisk fluks og Gauss lov (Kap 22)

Elektrisk potensial (Kap 23)

- Elektrisk potensiell energi

- Definisjon av elektrisk potensial

- Potensial-flater

- Elektrisk felt som gradient  $\rightarrow$  TDA7 2002

# Oversikt



## Læringsmål

Elektrisk fluks og Gauss lov (Kap 22)

Elektrisk potensial (Kap 23)

- Elektrisk potensiell energi

- Definisjon av elektrisk potensial

- Potensial-flater

- Elektrisk felt som gradient

# Læringsmål



- Kunne bruke Gauss Lov og symmetri til å finne enkelte enkle felter.
- Kjenne til begrepet elektrisk potensiell energi.
- Kunne regne med energi til partikler i uniformt felt.
- Kunne regne ut elektrisk potensial for enkle felter.
- Kunne finne elektrisk energi til en testladning i et elektrisk felt fra potentialet.
- Kunne bruke gradient til å finne elektrisk felt fra formel for elektrisk potensial.

# Oversikt



## Læringsmål

Elektrisk fluks og Gauss lov (Kap 22)

Elektrisk potensial (Kap 23)

- Elektrisk potensiell energi

- Definisjon av elektrisk potensial

- Potensial-flater

- Elektrisk felt som gradient

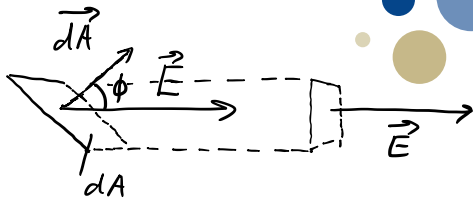
# Elektrisk fluks



- Begrepet fluks kommer fra fluidmekanikk som beskriver bevegelse av væsker.
- Der betyr det hvor mange kubikk enheter væske som passerer per sekund igjennom et areal. For eksempel kubikkmeter per sekund.
- Om hastigheten  $v$  til vannet står vinkelrett på arealet er fluksen gjennom arealet lik  $A v$ .
- Flukstettheten er fluksen delt på areal. Flukstettheten er derfor lik strømhastigheten  $\mathbf{v}$ .
- Et elektrisk felt har **elektrisk flukstetthet**  $\mathbf{E}$ .

## Elektrisk fluksen gjennom et lite areal

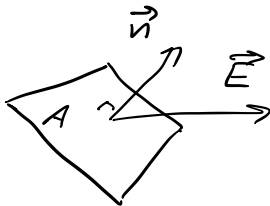
Fluks gjennom et lite areal  $dA$



$$d\Phi_E = E \cos \phi dA.$$

Fluksen til et uniformt felt  $\mathbf{E}$  gjennom et plant areal  $A$  med flate normal  $\mathbf{n}$ .

$$\Phi_E = \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} A.$$



# Fluks med integral



SAMLET FLUKS GJENNOM EN FLATE ER SUMMEN  
AV FLUKSEN GJENNOM DELENE FLATEN BESTÅR AV.

$$\Phi_E = \sum_i \mathbf{E}(x_i, y_i, z_i) \cdot \mathbf{n}_i \Delta A_i \quad \text{for stuff.}$$

IKKE  
PENSUM  $\Phi_E = \iint_A \mathbf{E} \cdot \mathbf{n} dA$  spæint. integrals

Det er ikke forventet at dere skal kunne regne på slike integraler. Det er nok at dere har en overordnet forståelse av hva formlene sier og at dere forstår helt enkle eksempler.



# Gauss lov for elektrisk fluks



## Lov

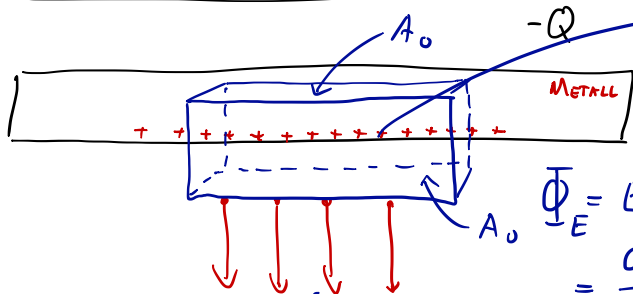
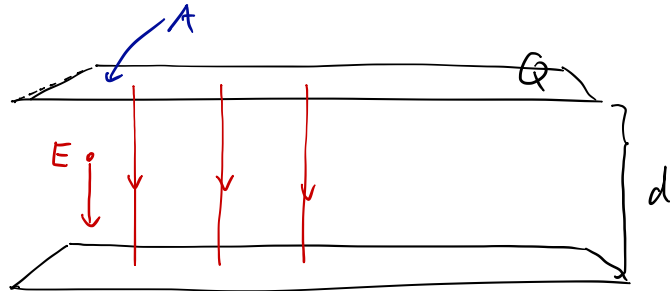
Den samlede fluksen ut gjennom en lukket flate er

$$\Phi_E = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$$

der  $Q_{in}$  er netto indre ladning for den lukkede flaten.

Coulombs lov.  $Q$  ladning i origo.  $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{n}$   
retning fra origo. La flaten være lukket med  
areal  $A = 4\pi r^2$ . radius  $r$ .  $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{n} A =$   
 $4\pi r^2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} = \underline{\underline{\frac{Q}{\epsilon_0}}}$

## Gauss lov: Feltet mellom to plater



$$Q_{in} = \frac{A_0}{A} \cdot Q$$

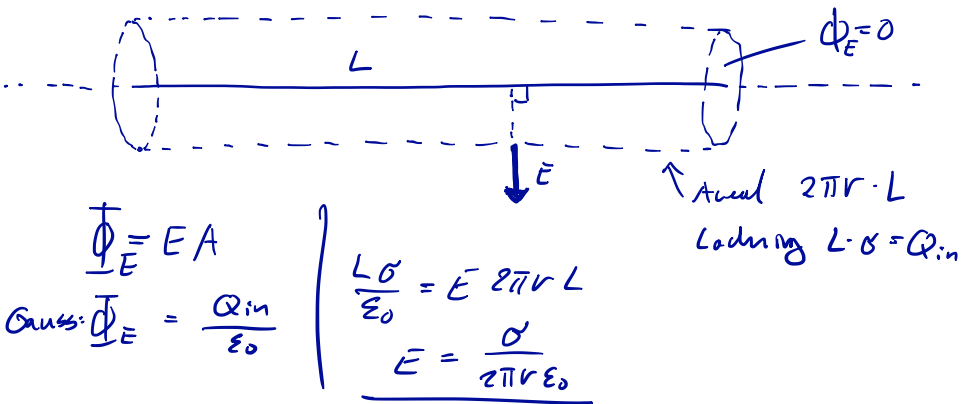
$$\begin{aligned}\Phi_E &= E \cdot A_0 \\ &= \frac{Q \frac{A_0}{A}}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

Losn for E  $E = \frac{Q}{A\epsilon_0}$

Gauss lov: Feltet rundt en uendelig lang ladet tråd.

Vil finne feltet i avstanden  $r$   
fra tråd med ladning  $\sigma$  (sigma)  
Coulomb per meter.

$$\sigma = \frac{Q}{L}$$



Gauss lov for en svært liten boks. Maxwells likning og divergens.

IKKE PENSUM.

For de spesielt interesserte:

Det elektriske feltet  $\mathbf{E} = [E_1, E_2, E_3]$  tilfredstiller følgende differensiallikning:

$$\frac{\partial E_1}{\partial x} + \frac{\partial E_2}{\partial y} + \frac{\partial E_3}{\partial z} = \rho / \epsilon_0$$

der  $\rho$  er netto ladningstetthet. Dvs Coulomb per volumenhet.

## Fluksen gjennom topp og bunn

IKKE PEWSUM.

Gitt en liten boks med ytre mål  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  og  $\Delta z$ . Fluks ned gjennom bunnen og opp gjennom toppen er

$$\begin{aligned}\Phi_{E,3} &= \Delta x \Delta y \left( \underline{E_3(x^*, y^*, z + \Delta z)} - \underline{E_3(x^*, y^*, z)} \right) \\ &= \Delta x \Delta y \left( \frac{\partial E_3}{\partial z}(x^*, y^*, z^*) \Delta z \right)\end{aligned}$$

der  $(x^*, y^*, z^*)$  er et punkt i boksen.

# Oversikt



## Læringsmål

Elektrisk fluks og Gauss lov (Kap 22)

Elektrisk potensial (Kap 23)

Elektrisk potensiell energi

Definisjon av elektrisk potensial

Potensial-flater

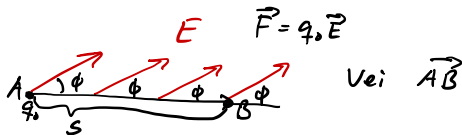
Elektrisk felt som gradient

*ELEKTRISK ARBEID.*



?

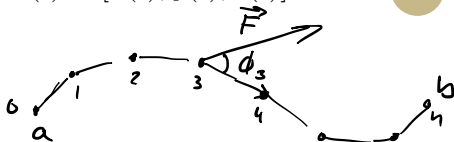
# Elektrisk potensiell energi



- En elektrisk kraft  $q_0 \vec{E}$  som utfører arbeid på en partikkel  $q_0$  som beveger seg fra A til B.       $\text{Arbeid } W = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \cdot s \cos \phi$
- Arbeid: Kraft ganger vei når kraften er den samme langs hele veien og peker i veiens retning.
- Arbeid:  $F s \cos \phi = q_0 E \cdot s \cos \phi$ .
  - $s$  = vei
  - $F$  = størrelsen til kraften
  - $\phi$  = vinkelen mellom kraft og vei.

## Arbeid når vei ikke er rett og/eller kraft ikke er konstant.

- Posisjon som funksjon av tiden  $P(t) = [x(t), y(t), z(t)]$ .
- Startpunkt  $a = P(t_0)$ .
- Stoppunkt  $b = P(t_n)$ .
- Arbeid fra  $P(t_{i-1})$  til  $P(t_i)$ :



$$\Delta W_i = F(x_i, y_i, z_i) \frac{\Delta s_i}{\Delta t} \cos \phi_i \Delta t$$

- Arbeid fra  $a$  til  $b$ :

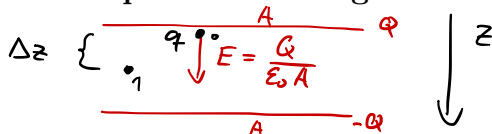
$$W_{a \rightarrow b} = \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{F}(x(t), y(t), z(t)) \cdot \mathbf{v}(t) dt$$

- Elektrisk potensiell energi

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b.$$



## Elektrisk potensiell energi i uniformt felt



$$\mathbf{k} = [0, 0, 1]$$

- Arbeidet et felt  $\mathbf{E}$  gjør på en ladning  $q_0$  er uavhengig av veien:

- $\mathbf{E} = E\mathbf{k}$ .

$$\vec{v} = \left[ \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt} \right]$$

$$\mathbf{k} \cdot \vec{v} = \frac{dz}{dt}$$

$$W = \int_{t_0}^{t_1} q_0 E \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}(t) dt = \int_{t_0}^{t_1} q_0 E \frac{dz}{dt} dt$$

$$= \int_{z(t_0)}^{z(t_1)} q_0 E dz = (z(t_1) - z(t_0)) q_0 E = \Delta z \cdot E \cdot q$$

## Elektrisk potensiell energi til to punkt-ladninger

- Kraften fra  $q_1$  på  $q_2$  er  $q_2 \mathbf{E}$  der  $\mathbf{E} = k \frac{q_1}{r^2}$ .
- $U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$

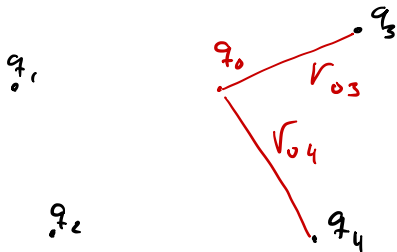
Coulombs lov.

$q_1$



$$\Delta W = \Delta r \cdot F = \Delta r \cdot \frac{k q_1 q_2}{4\pi\epsilon r^2}$$

## Elektrisk potensiell energi til ladning i feltet fra flere punktladninger



$$U_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 \cdot q_i}{r_{0i}}$$

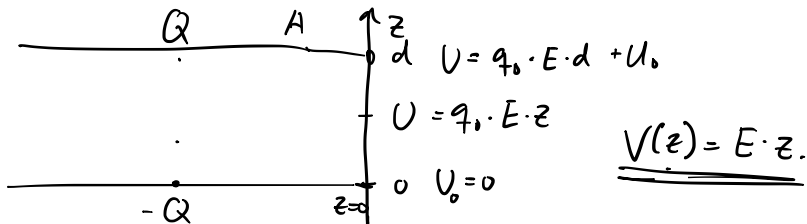
$$U = \sum U_i$$

# Elektrisk potensial

Elektrisk potensial er lik potensell energi per enhetsladning

$$V = \frac{U}{q_0}$$

$U$  energi til til  
testladning  $q_0$

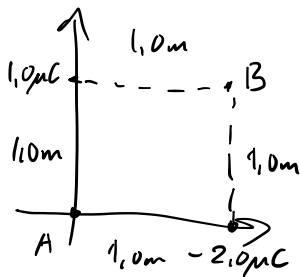


## Elektrisk potensial til flere kilder

Vi finner samlet elektrisk potensial ved å addere potensialene fra flere kilder.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i}$$

Finn potensial i  $A(0,0)$  m og  $B(1.0, 1.0)$  m



$$\begin{aligned} V &= 9 \cdot 10^9 \left[ \frac{\text{Vm}}{\text{C}} \right] \cdot \left( \frac{1,0\mu\text{C}}{1\text{m}} - \frac{2,0\mu\text{C}}{1\text{m}} \right) \\ &= 9 \cdot 10^3 (1 - 2) \text{V} = -9 \cdot 10^3 \text{V} \\ &= \underline{\underline{-9,0 \text{ kV}}} \end{aligned}$$

## Elektrisk potensial som integral



$$V_a - V_b = - \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\vec{l}$$

**Viktig fakta:** For elektrisk felt er integralet uavhengig av veien.

↓ gir viden.

## Volt – måleenhet for potensial

- Volt:  $1 \text{ V} = 1 \text{ J} / \text{C}$  Energi per ladning
- $1 \text{ V}$  er en Joule per coulomb.
- Energi = evne til å gjøre arbeid.  $1 \text{ V} = 1 \text{ Nm/C}$ .

Eksempel: Gitt to plater med ladningen  $Q = 1.0 \mu\text{C}$  på den ene platen og ladningen  $-Q = -1.0 \mu\text{C}$  på den andre. Finn potensial over platen om platene har areal  $1.0 \text{ m}^2$  og avstand  $d = 1.0 \text{ mm}$ .

$$\text{Felt : } E = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \quad , \quad F = q_0 E = \text{kraft}$$

$$\text{Arbeid} = \text{kraft} \cdot \text{gjenstand} \cdot \text{vei} \quad \text{vei} = d.$$

$$W = d \cdot q_0 E = \frac{d \cdot Q}{\epsilon_0 A} q_0$$

Arbeid for å flytte  $q_0$  fra plate til plate

$$\text{Potensial } V = \frac{W}{q_0} = \frac{dQ}{\epsilon_0 A} = 9.0 \cdot 10^9 \left[ \frac{\text{Vm}}{\text{C}} \right] \cdot 4\pi \frac{1.0 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 1.0 \cdot 10^{-3} \text{m}}{1 \text{m}^2}$$

$$36 \cdot \pi \text{ V} \approx$$

# Elektron-volt

- Et elektronvolt er energien et elektron eller proton får ved å akselereres fra a til b. Der  $|V_{ab}| = 1\text{V}$ .

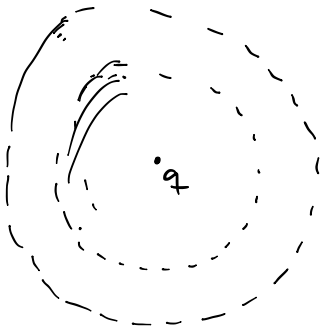
$$1\text{eV} = e \cdot 1\text{V}$$
$$= 1,6$$

$$e = \overset{?}{1,603 \cdot 10^{-19}} \text{ C}$$

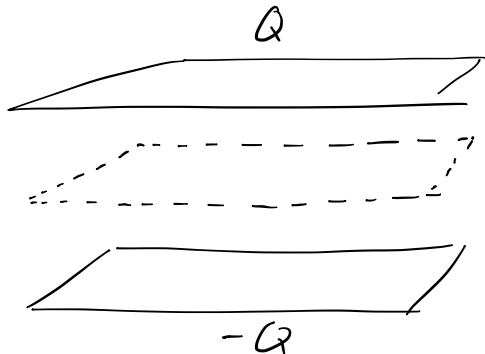


## (Ekvi-)potensial-flater

- En ekvipotensialflate er samlingen av punkter med samme potensial



Potensialflater til sentralfelt



Potenisalflater til Uniformt felt

## Om å finne Elektrisk felt fra potensial (gradient)

TDAI 2002 Analyse

$$\mathbf{E} = \left[ -\frac{\partial V}{\partial x}, -\frac{\partial V}{\partial y}, -\frac{\partial V}{\partial z} \right]$$

$$V = k \frac{q}{r}$$

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$2r \cdot \frac{dr}{dx} = 2x$$

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = k \frac{q}{r^2}$$

Coulomb's law





