Øving 4 - Matte 2

10.1

1 a) DFT av $x = [0, 1, 0, -1]$:

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -i \\ 0 \\ i \end{bmatrix}$$

3 c) invers DFT av $y = [1, -i, 1, i]$

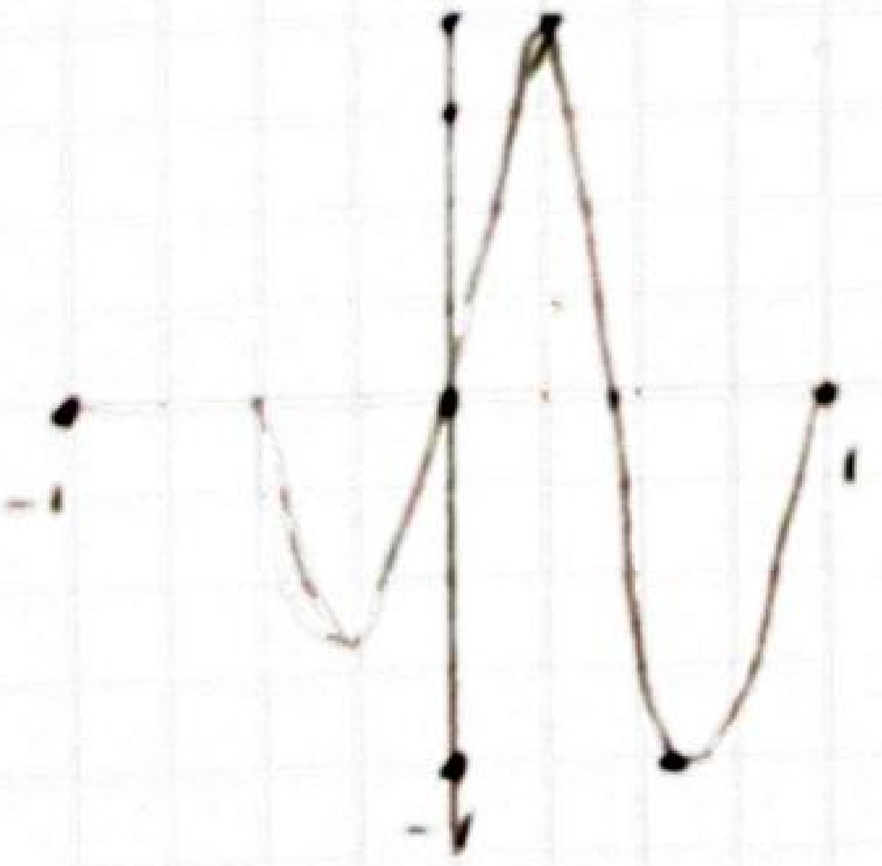
$$\begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & i & -1 & -i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -i & -1 & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \\ 1 \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

10.2

1a) DFT av $[0, 1, 0, -1] = [0, -i, 0, i]$

$a_0 = b_0 = a_1 = a_2 = 0 \quad b_1 = -1 \quad c = 0 \quad d = 1$

$P_4(t) = \frac{2}{\sqrt{4}} \sin(2\pi t) \Rightarrow \sin(2\pi t)$



10.3 1a) $P_2(t) = \sin(2\pi t)$

- basis 1 og $\cos(2\pi t)$

gir tilnærming til $f(t) = 0$

12.1
9 a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

Finner egenverdi til A ved å regne

karakteristisk polynom:

- $p(\lambda) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 \\ 4 & 3-\lambda \end{vmatrix} \quad \lambda^2 - 4\lambda - 5$

$p(\lambda) = 0$

$\lambda^2 - 4\lambda - 5 = 0$

$\lambda = \frac{4 \pm \sqrt{16+20}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2}$

- $\lambda_1 = \frac{10}{2} = 5 \quad \lambda_2 = \frac{-2}{2} = -1$

9 b) utfører 3 trinn i potens-iterasjonsmetoden med startvektor $x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

1: $u_0 = \frac{x_0}{\|x_0\|_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad x_1 = Au_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

Rayleigh-kvotienten $u_0^T x_1 = 1$

2: $u_1 = \frac{x}{\|x\|_2} \approx \begin{bmatrix} 0{,}2425 \\ 0{,}9701 \end{bmatrix} \quad x_2 = Au_1 = \begin{bmatrix} 2{,}18282 \\ 3{,}88057 \end{bmatrix}$

- $R-k = u_1^T x_2 = 4{,}294$

3: $u_2 = \frac{x_2}{\|x_2\|_2} = \begin{bmatrix} 0{,}49026 \\ 0{,}87158 \end{bmatrix} = x_3 = Au_2 = \begin{bmatrix} 2{,}23341 \\ 4{,}57577 \end{bmatrix}$

$R-k = u_2^T x_2 = 5{,}087$

9c) Om vi bruker invers-potens-iterasjon med skift $s = 0$, vil metoden konvergere om egenverdien som er nærmest 0

$\lambda = -1$

9d) Om vi bruker invers-potens-iterasjon med skift $s = 3$, vil metoden konvergere om egenverdien som er nærmest 3

$\lambda = 5$

5a) For en 3×3-matrise A, med egenverdier $\{3, 1, 4\}$, vil potens-iterasjonsmetoden konvergere mot egenverdi med størst absoluttverdi. $\lambda = 4$

konvergensrate-konstanten er $S = \left|\frac{3}{4}\right| = 0{,}75$

7c) For en 3×3-matrise A med egen $\{3, 1, 4\}$, vil invers-potens-iterasjonsmeto med skift $s = 0$ konvergere mot egenverdi nærmest 0. $\lambda = 1$

Matrisen $(A - 0I)^{-1}$ har egenverdier $\{\frac{1}{3}, 1, $

konvergenskonstanten er $S = \left|\frac{1/3}{1}\right| = \frac{1}{3}$

Scanned by TapScanner

8a) For en 3x3 - matrise A

- med egenverdier $\{3, 1, 4\}$ vil invers-potens-iterasjonsmetoden med skift $s = 5$

konvergere mot egenverdien nærmest 5
$\lambda = 4$

matrisen $(A - 5I)^{-1}$ har egenverdier $\{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -1\}$

konvergensratekonstanten er $s = \left|\frac{-\frac{1}{2}}{-1}\right| = \frac{1}{2}$

-