



Forelesning 3 i Fysikk.

Kapasitans

Hans Jakob Rivertz
IDI-avdeling-kalvskinnet
29. oktober 2019

Plan



Elektrisk potensial (Kap 23 fra)

Potensial-flater

Elektrisk felt som gradient

Kapasitans og dielektrisitet.

Kondensatorer og kapasitans

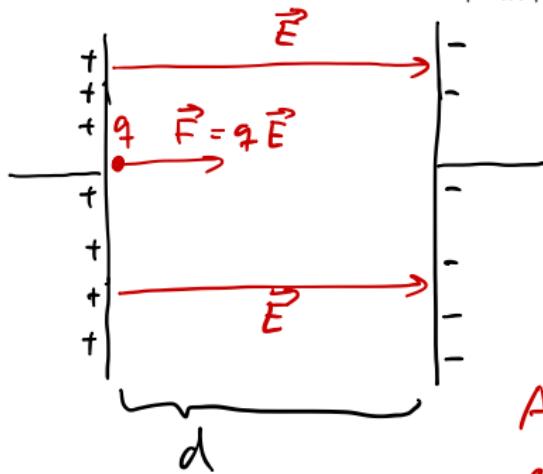
Kondensatorer i serie og paralell

Energilagring i en kondensator.

Dielektrisitet

Elektron-volt

- Et elektronvolt er energien et elektron eller proton får ved å akselereres fra a til b. Der $|V_{ab}| = 1\text{V}$.



$$q = 1\text{e} = 1,6 \cdot 10^{-19}\text{C.}$$

$$\vec{E} = E \cdot \hat{i} \quad \hat{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Enhetsektor i x-retning

Arbeid = endring av kinetisk energi $W = q \cdot d\vec{E}$

(Ekvi-)potensial-flater

- En ekvipotensialflate er samlingen av punkter med samme potensial

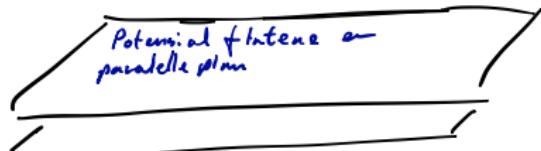
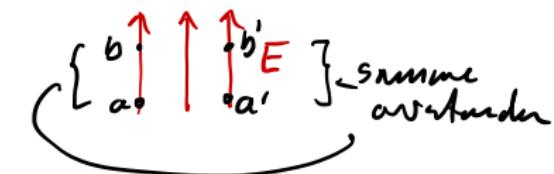
formet som en kule.



$$k \cdot \frac{Q}{r}$$

Potensialflater til sentralfelt

Potensial = potensial
energi per ladning.



Potenisialflater til Uniformt felt

Om å finne Elektrisk felt fra potensial (gradient)

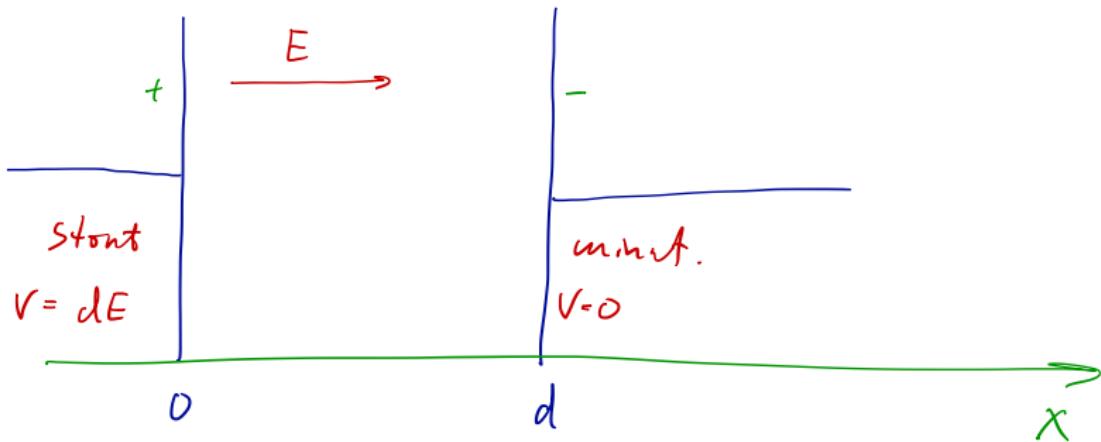
$$\mathbf{E}(x, y, z) = -\frac{\partial V}{\partial x} \mathbf{i} - \frac{\partial V}{\partial y} \mathbf{j} - \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{k} = -\underline{\nabla} V$$

Dette er en vektor.

- **i** er en vektor med lengde en (enhetsvektor) i x -retning.
- **j** er enhetsvektoren i y -retning
- **k** er enhetsvektoren i z -retning

$\frac{\partial V}{\partial x}$ kalles den **partsielle deriverte** av $V(x, y, z)$ med hensyn på x .

$$\frac{\partial V(x, y, z)}{\partial x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{V(x + h, y, z) - V(x, y, z)}{h}$$



$$V_{ab} = d \cdot E$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -E$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = 0$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} - \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} - \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k} = \underline{E \cdot \hat{i}}$$

Kondensatorer og kapasistans



En kondensator består av to sider a og b (plater eller ledninger) som er skilt med isolerende stoff eller vakum. Om vi lader opp de to sidene vil potensialet mellom sidene være proporsjonalt med ladningen.

$$C = \frac{Q}{V_{ab}}$$



Enheten for kapasistans er en farad. (1F).

$$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$$

(couloumb per volt).

Platekondensatorer

Feltet mellom to plater hver med areal A og ladning Q , henholdsvis $-Q$ er

$$E = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

Potensialet mellom platene er

$$V_{ab} = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

der d er avstanden.

$$V_{ab} = \frac{Q}{C} = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

Dvs kapasitans er

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

V_{ab} er også arbeidet feltet gjør per ladning.

Eksempel finn kapasistans til en kondensator ved hjelp av dens fysiske mål.

En kondensator består av to plater, hver med arealet 3.4 cm^2 og avstanden $1.7\text{ }\mu\text{m}$. Finn kapasistansen til kondensatoren.

Løsning:

$$\begin{aligned}C &= \epsilon_0 \frac{A}{d} \\&= (8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2) \frac{3.4 \text{ cm}^2}{1.7 \mu\text{m}} \\&= 17.7 \cdot 10^{-12-4+6} \text{ F} \\&= \underline{\underline{1.8 \text{ nF}}}\end{aligned}$$

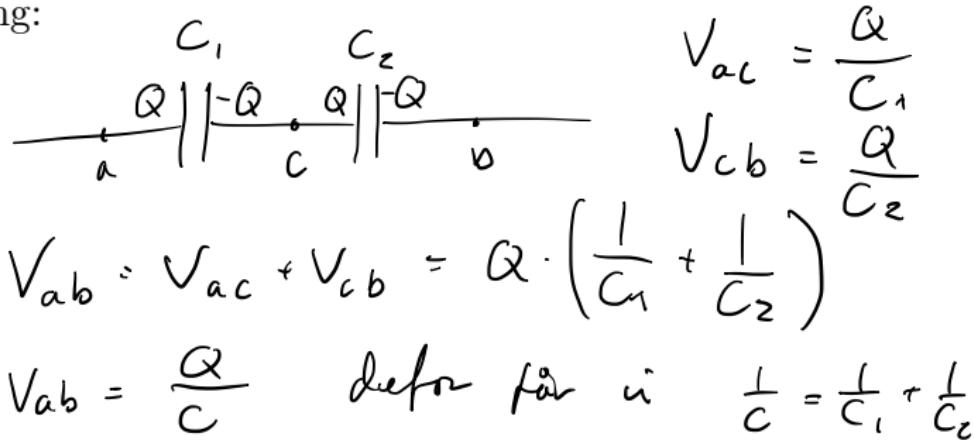
To siffer da vi har to siffer i A og d.

Kondensatorer i serie

To kondensatorer C_1 og C_2 i serie kan erstattes med en kondensator med verdi C der

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Tegning:



Eksempel Kondensatorer i serie

Finn samlet kapasitans når $C_1 = 1.3 \text{ nF}$ og $C_2 = 3.1 \text{ nF}$ kobles i serie.

$$\begin{array}{c} C_1 \quad C_2 \\ || \qquad || \\ \hline \end{array} \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2}$$

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4.03}{4.4} \text{ nF} = 0.9159 \text{ nF}$$

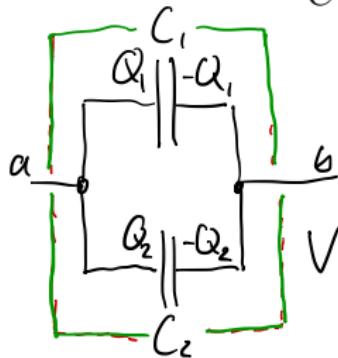
$$\underline{\underline{C = 0.92 \text{ nF}}}$$

Kondensatorer i parallel

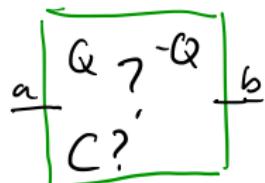
To kondensatorer C_1 og C_2 i parallel kan erstattes med en kondensator med verdi C der

$$C = C_1 + C_2$$

Tegning:



$$V_{ab} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$$



$$\begin{aligned} Q &= Q_1 + Q_2 = V_{ab} C_1 + V_{ab} C_2 \\ &= V_{ab} (C_1 + C_2) \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{C = \frac{Q}{V_{ab}} = C_1 + C_2}}$$

Eksempel Kondensatorer i parallel

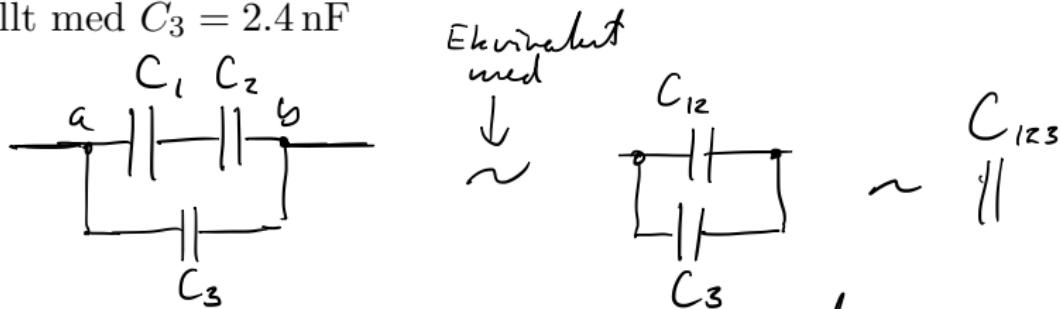
Finn samlet kapasistans når $C_1 = 1.3 \text{ nF}$ og $C_2 = 3.1 \text{ nF}$ kobles i parallel.

Svar :

$$C = C_1 + C_2 = 1.3 \text{ nF} + 3.1 \text{ nF} = 4.4 \text{ nF}.$$

Eksempel Kondensatorer i nettverk

Finn samlet kapasitans når $C_1 = 1.3 \text{ nF}$ og $C_2 = 3.1 \text{ nF}$ kobles i serie parallelt med $C_3 = 2.4 \text{ nF}$



$$C_{12} = 0,9159 \text{ nF} \quad \text{Fra eksemplet på side 10.}$$

$$C_{123} = C_{12} + C_3 = 2,3159 \text{ nF}$$

Samlet kapasitans er $2,3 \text{ nF}$

Energilagring i en kondensator

Vi har tre formler for energi lagret i en kondensator med ladning Q , kapasitans C og potensial V

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV.$$


$V = \frac{Q}{C}$

Hvorfor $1/2$?

- En tom kondensator har energi lik 0.
- Lades gradvis opp med Δq i utkvar. $n \cdot \Delta q = Q$
- Anled for å lade opp fra q til $q + \Delta q$

$$\Delta W = \Delta q V_{ab}(q) = \frac{q}{C} \Delta q \quad \text{Tatalt arbeid}$$

$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{Q^2}{2C}$$

Energitetthet



Er energien på platene eller i rommet i mellom?

Energitetthet

Energien er i rommet i mellom!

også masse tethet

$$\delta = \frac{u}{ce}$$

masse per volum

energi tethet

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

energi per
volum.

Hvorfor?

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}, \quad V = Ed$$

Da er

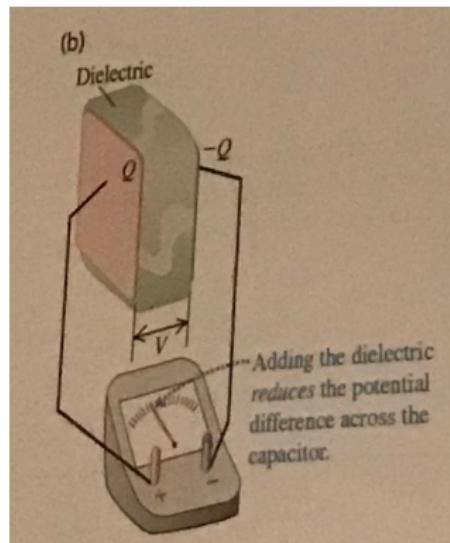
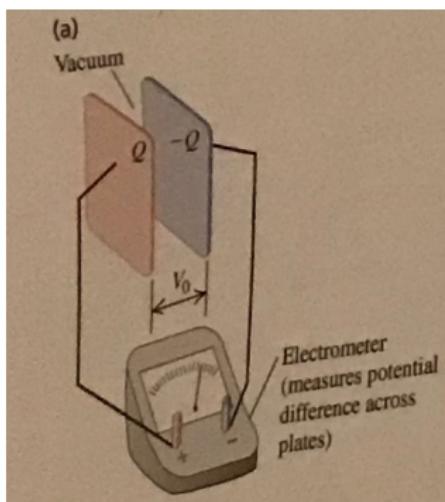
$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{A}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 (Ad) E^2$$

Volum av
volumet mellom
planteene.

Da er

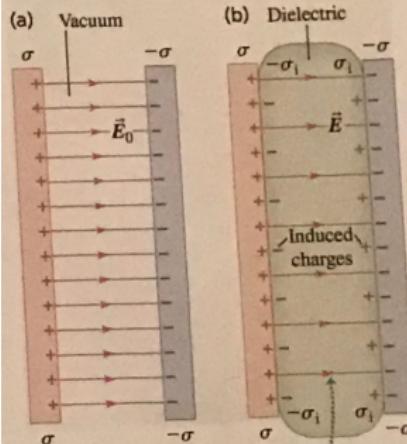
$$u = U/volum = U/(Ad) = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Dielektrisitet



Dielektrisitet

24.15 Electric field lines with (a) vacuum between the plates and (b) dielectric between the plates.



For a given charge density σ , the induced charges on the dielectric's surfaces reduce the electric field between the plates.

TABLE 24.1 Values of Dielectric Constant K at 20°C

Material	K	Material	K
Vacuum	1	Polyvinyl chloride	3.18
Air (1 atm)	1.00059	Plexiglas®	3.40
Air (100 atm)	1.0548	Glass	5–10
Teflon	2.1	Neoprene	6.70
Polyethylene	2.25	Germanium	16
Benzene	2.28	Glycerin	42.5
Mica	3–6	Water	80.4
Mylar	3.1	Strontium titanate	310







