

7.7

I) Istnienie  $0 \in \Pi_m$  szukamy najmniejszego  $w_m$ :

$$\|w_m - f\| \leq \|f - 0\| = \|f\|$$

Istnienie minimum ~~na~~ funkcji ciągłej  $w_m \rightarrow \|w_m - f\|$  na zbiorze zwartym  $\{w_m \in \Pi_m : \|w_m - f\| \leq \|f\|\}$

II) Jedyność: zał. niech  $w_m^*, w_m^{*'} \in \Pi_m$  są cykloide:

z zadania 7.5:

$$\begin{cases} \langle f - w_m^*, w_m^{*'} \rangle = 0 \\ \langle f - w_m^{*'}, w_m^* \rangle = 0 \end{cases}$$

Odejmując mamy ( $\langle \cdot \rangle$  bilinearne):

$$\langle w_m^{*'} - w_m^*, w_m^{*'} - w_m^* \rangle = 0 \quad \forall \quad \text{bo} \quad \langle a, a \rangle \geq 0 \quad \text{dla} \quad a \neq 0$$