Zad 3

MAURYCY BORKOWSKI

$$L_n(x) = b_0 + b_1(x-x_0) + \dots + b_n(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{n-1})$$

Uogólniony schemat hornera

$$W_k = W_{k+1} \cdot (x-x_k) + b_k$$

$$W_n = b_n$$

Wtedy

$$L_n(x) = W_0$$

Rozpisujemy zgodnie z def: γ - błąd dodawania ε - błąd mnożenia ϕ - błąd odejmowania

$$L(x) = W_0 = \Big(\dots \underbrace{\Big(\Big(\overset{W_n}{b_n} \cdot (x-x_{n-1}) \cdot (1+\phi_n)\Big)(1+\varepsilon_n) + b_{n-1}\Big) \cdot (1+\gamma_n)}_{W_{n-1}} \dots \Big) =$$

$$= b_n(x-x_{n-1})\dots(x-x_0) \underbrace{\prod_{i=0}^{n}(1+\phi_i)(1+\varepsilon_i)\prod_{i=1}^{n}(1+\gamma_i)}_{1+E_n} + \dots + b_0(1+\gamma_0) =$$

$$= b_0(1+E_0) + \dots + b_n(x-x_0)\dots(x-x_{n-1})(1+E_n)$$

Obliczmy: E_k

$$E_k = \prod_{i=0}^{k}(1+\phi_i)(1+\varepsilon_i)\prod_{i=1}^{k}(1+\gamma_i) \overset{\text{z tw. z wykładu}}{\leqslant} \frac{(3k+2)u}{1-(3k+2)u}$$

Algorytm jest numerycznie poprawny. Dla mało zaburzonych danych wynik się nie zmienia.