witam

1.1 dzień dobry

żegnam

1	2	3
4	5	6
7	8	9

== Twierdzenie Taylora == Niech Y będzie przestrzenią unormowaną oraz $f\colon [a,b] \to Y$ będzie funkcją $(n+1)$-razy różniczkowalną na przedziale $[a,b]$ w sposób ciągły (na końcach przedziału zakłada się różniczkowalność z lewej, bądź odpowiednio, z prawej strony). Wówczas dla każdego punktu x z przedziału (a,b) spełniony jest wzór zwany wzorem Taylora :

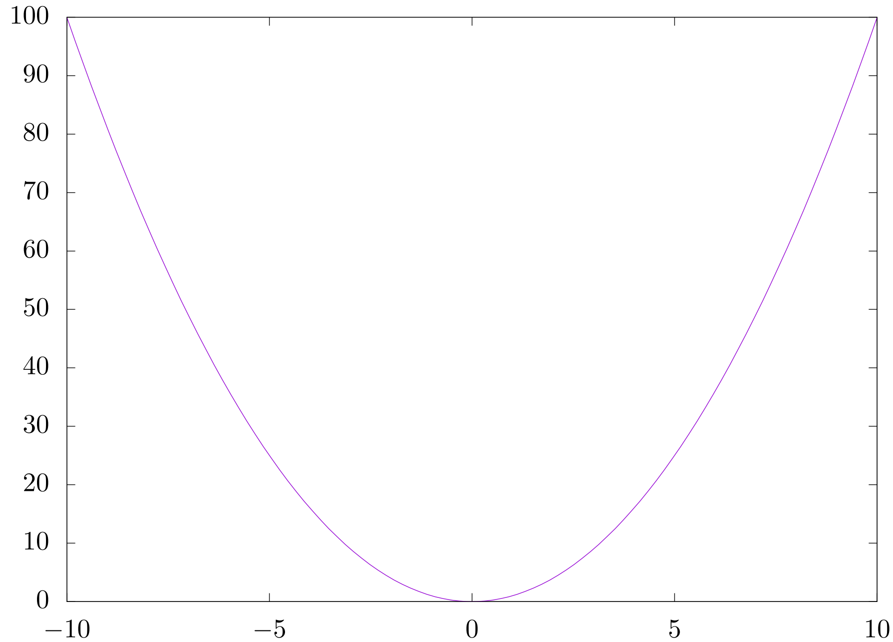
$$f(x) = f(a) + \frac{x-a}{1!} f^{(1)}(a) + \frac{(x-a)^2}{2!} f^{(2)}(a) + \ldots + \frac{(x-a)^n}{n!} f^{(n)}(a) + R_n(x,a) =$$

$$= \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{(x-a)^k}{k!} f^{(k)}(a) \right) + R_n(x,a),$$

gdzie $f^{(k)}(a)$ jest [[Pochodna funkcji—pochodną]] k-tego rzędu funkcji f, obliczoną w punkcie a; $R_n(x,a)$ spełnia warunek : $\lim_{x\to a} \frac{R_n(x,a)}{(x-a)^n} = 0$.

Funkcja $R_n(x,a)$ nazywana jest resztą Peana we wzorze Taylora. W przypadku $a = 0$, wzór Taylora nazywany jest wzorem [[Colin Maclaurin—Maclaurina]].

Przybliżanie funkcji za pomocą wzoru Taylora ma charakter lokalny, tzn. odnosi się jedynie do otoczenia wybranego punktu a. Jeżeli w zastosowaniach pojawia się potrzeba mówienia o innych wartościach, to zakłada się o nich najczęściej, że są dostatecznie bliskie punktu a. Sensowne wydaje się jednak pytanie o to, kiedy wielomian ze wzoru Taylora przybliża funkcję ze z góry zadaną dokładnością – w tym celu potrzebne jest dokładniejsze oszacowanie reszty lub po prostu wyrażenie jej w sposób jawny.


100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
−10
−5
0
5
10