Dowód. Z własności wielomianów Czebyszewa punkty ekstremalne u_k są dane wzorem:

$$u_k = \cos\frac{k\pi}{n} \quad k \in [0, \dots, n] \tag{1}$$

Korzystamy z postaci trygonometrycznej $T_n(x)$:

$$T_n = \cos\left(n \cos x^{-1}\right) \tag{2}$$

W punktach u_k mamy więc:

$$T_{n+j}(u_k) = \cos\left((n+j)\cos\cos^{-1}\frac{k\pi}{n}\right) = \cos\left(n+j\right)\frac{k\pi}{n} \tag{3}$$

Korzystając ze wzoru na cos sumy:

$$T_{n+j}(u_k) = \cos\frac{nk\pi}{n}\cos\frac{jk\pi}{n} - \sin\frac{nk\pi}{n}\sin\frac{jk\pi}{n}$$

Zauważamy $\sin\frac{nk\pi}{n} = 0$ oraz rozpisujemy argumenty cos:

$$T_{n+j}(u_k) = \cos\frac{nk\pi}{n}\cos\frac{jk\pi}{n} = \cos n\cos^{-1}\frac{k\pi}{n} \cdot \cos j\cos^{-1}\frac{k\pi}{n} =$$

$$= T_n(u_k) \cdot T_j(u_k)$$

□