

## zadanie 5

Zauważmy, że gra kończy się w co najwyżej  $a + b - 1$  rundach.

Bez straty ogólności możemy zawsze grać  $a + b - 1$  rund i potem wyłaniać zwycięzcę niezależnie od tego, że moglibyśmy zakończyć grę czasami wcześniej. Nie zmienia to wyniku gry a w sumie poniżej uwzględniamy i zliczamy każde możliwe zakończenie dla już przesądzonej gry.

Sprawiedliwie podzielić stawkę można według wartości oczekiwanej od wygranej dla każdego gracza.

Wartość oczekiwana wygranej dla gracza A:

$$stawka \cdot \sum_{j=a}^{a+b-1} \binom{a+b-1}{j} p^j (1-p)^{a+b-1-j}$$

dla gracza B:

$$stawka \cdot \sum_{j=b}^{a+b-1} \binom{a+b-1}{j} (1-p)^j p^{a+b-1-j}$$

## zadanie 9

Założmy, że mamy 3 kule w worku (dwie białe, jedną czarną), wyjmujemy najpierw jedną i potem drugą (**bez zwracania**).

	P(A=czarna)	P(A=biała)	P(A)
P(B=czarna)	0	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
P(B=biała)	$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{1}{3}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
P(B)	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	

Zauważmy, że taki sam rozkład brzegowy tj.:

$$P(A = czarna) = P(B = czarna) = \frac{1}{3}$$

$$P(A = biała) = P(B = biała) = \frac{2}{3}$$

Uzyskamy z rozkładu łącznego (A,B) gdzie A,B określa prawdopodobieństwo wylosowania określonego koloru kuli w tym samym worku, ale **ze zwracaniem**.

	P(A=czarna)	P(A=biała)	P(A)
P(B=czarna)	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$	$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$
P(B=biała)	$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$	$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$	$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
P(B)	$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$	$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$	