1 - WALEC

Wybieramy jako powierzchnię Gaussa walec o promieniu $r > R$ i długości $l \gg r$. Ze symetrii, pole $\overrightarrow{E}$ jest skierowane radialnie względem liny, więc strumień pola przechodzący przez podstawy naszej powierzchni jest zerowy. Z prawa Gaussa, liczymy ładunek wewnątrz powierzchni (odcinek długości l naszej liny):

$$\oint \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \frac{q_{wewn}}{\varepsilon_0}$$

$$E 2\pi r l = \frac{q_{wewn}}{\varepsilon_0} = \frac{\pi R^2 l \rho}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{R^2 \rho}{2\varepsilon_0} \frac{1}{r}$$

Wykonujemy taki sam rachunek tylko teraz $r \leqslant R$:

$$E 2\pi r l = \frac{q_{wewn}}{\varepsilon_0} = \frac{\pi r^2 l \rho}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} r$$

Ostatecznie:

$$E(r) = \begin{cases} \frac{\rho}{2\varepsilon_0} r & \text{gdy} \quad r < R \\ \frac{R^2 \rho}{2\varepsilon_0} \frac{1}{r} & \text{gdy} \quad r \geqslant R \end{cases}$$

1 - KULA

Kula jest naładowana równomiernie zatem możemy ją rozpatrywać jako szereg współśrodkowych powłok kulistych.
Z prawa Gaussa, liczymy ładunek wewnątrz powłoki kulistej:

$$\oint \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \frac{q_{wewn}}{\varepsilon_0}$$

$$E 4\pi r^2 = \frac{q_{wewn}}{\varepsilon_0}$$

Dalej:

$$E(r) = k \frac{q_{wewn}}{r^2}$$

Ponieważ kula jest naładowana równomiernie:

$$q_{wewn}(r) = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$$

Dalej, dla $r < R$:

$$E(r) = k \frac{\rho \frac{4}{3} \pi r^3}{r^2} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r$$