Maurycy Borkowski

21.10.2020

L2Z7

a)

$$f(x) = \frac{1}{x^2 + c}$$

$$\frac{df}{dx} = -\frac{2}{(c + x^2)^2}$$

Liczymy ze wzoru współczynnik uwarunkowania:

$$C_f(x) = \left|\frac{2x^2}{(c + x^2)^2}\right| \cdot |x^2 + c| = \left|\frac{2x^2}{c + x^2}\right|$$

Zauważamy, gdy:

$$x^2 \to -c$$

to:

$$C_f(x) \to \infty$$

b)

$$f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$\frac{df}{dx} = \frac{x \sin x + 2 \cos x - 2}{x^3}$$

Liczymy ze wzoru współczynnik uwarunkowania:

$$C_f(x) = \left|\frac{x \sin x + 2 \cos x - 2}{x^2}\right| \cdot \left|\frac{x^2}{1 - \cos x}\right| = \left|\frac{x \sin x}{1 - \cos x} - 2\right|$$

Zauważamy, gdy:

$$x \to k \cdot 2\pi$$

to:

$$C_f(x) \to \infty$$

ale:

$$x \to 0$$

to

$$C_f(x) \not\to \infty$$

ponieważ:

$\lim_{x \to 2\pi} \frac{\sin x}{1 - \cos x} = \infty$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x} = \lim_{x \to 0} \frac{x 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}{2 \sin \frac{x}{2}^2} = \left(\lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin \frac{x}{2}} \right) \cdot \left(\lim_{x \to 0} \cos \frac{x}{2} \right) = 2 \cdot 1 \cdot 1 = 2$$