Maurycy Borkowski

20.10.2020

L2Z15

$$f(x,y) = ((x^2 - y^2)/(x^2 + y^2), xy/(x^2 + y^2))$$

Obliczamy jakobian:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{4xy^2}{(x^2+y^2)^2} & \frac{4x^2y}{(x^2+y^2)^2} \\ \frac{y(y^2-x^2)}{(x^2+y^2)^2} & \frac{x(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2} \end{vmatrix} = \frac{8x^2y^2(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}$$

$$\Delta = \frac{8x^2y^2(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2} = \frac{0}{1} = 0$$

f nie jest lokalnie odwracalne w pobliżu $(x, y) = (0, 1)$ z twierdzenia o funkcji odwrotnej (jakobian niezerowy)

L2Z18*

$x(r, \theta) = r\cos\theta \qquad y(r, \theta) = r\sin\theta$
Liczymy jakobian:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \cos\varphi_0 & -r_0\sin\varphi_0 \\ \sin\varphi_0 & r_0\cos\varphi_0 \end{vmatrix} = r({\cos\varphi_0}^2 + {\sin\varphi_0}^2) = r_0$$

Ostatnia równość z jedynki trygonometrycznej.

Z twierdzenia o funkcji odwrotnej: $\Delta = r_0 \neq 0$ aby można było utworzyć funkcje odwrotne: $\varphi(x, y), r(x, y)$.

Bezpośrednio: $r \neq 0$ ponieważ wtedy φ byłaby wyznaczana niejednoznacznie ($r = 0 \implies x = y = 0$ a φ może być dowolne)