Suma 10 punktów

Maurycy Borkowski

15.06.2020

zad. 11* (10 punktów)

Zdefiniujmy $f(x, y)$:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} \quad gdy \quad (x,y) \neq (0,0) \\ 0 \quad w \quad pozosataych \quad przypadkach \end{cases}$$

Funkcja nie jest ciągła w $(0, 0)$ ponieważ idąc po osi $y = x$ funkcja jest stała równa:

$$f(t,t) = \frac{t^2}{t^2+t^2} = \frac{1}{2}$$

Idąc natomiast po osiach x i y do zera funkcja jest zerowa $f(x, 0) = f(y, 0) = 0$
Funkcja f ma pochodne cząstkowe w każdym punkcie:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{y(x^2+y^2) - xy \cdot 2x}{(x^2+y^2)^2}$$

Mianownik jest zerowy wtw gdy $(x, y) = (0, 0)$ a wtedy pochodne są zerowe bo f jest zerowa, więc wszystkie pochodne cząstkowe istnieją. Analogicznie $\frac{\partial f}{\partial y}$