

Maurycy Borkowski

9.04.2020

## 5 (3-5 punktów)

Dane:

tempo podnoszenia wiadra:  $v_y = \frac{dy}{dt} = 0.5[\frac{m}{s}]$ ,  
tempo wylewania się wody z wiadra:  $v_{H_2O} = \frac{dV}{dt} = 0.5[\frac{l}{s}] = 5 \cdot 10^{-4}[\frac{m^3}{s}]$ ,  
początkowa objętość wody w wiadrze:  $V_0 = 10[l] = 1 \cdot 10^{-2}[m^3]$ ,  
masa wiadra:  $m_w = 0.5[kg]$ .

Policzmy czas po jakim cała woda z wiadra się wyleje:

$$0 = V_0 - \int_0^{t_k} v_{H_2O} dt = V_0 - v_{H_2O} t_k$$

$$t_k = \frac{V_0}{v_{H_2O}}$$

Z tego wysokość na jaką wzniesie się wiadro zanim wyleje się z niego woda:

$$h = \int_0^{t_k} v_y dt = v_y \cdot t_k = \frac{v_y V_0}{v_{H_2O}}$$

Szukamy zależności masy układu od wysokości  $m(y) = ?$ :

$$m(y) = m_w + \rho_{H_2O} V(y) = m_w + \rho_{H_2O} \int_0^y \frac{v_{H_2O}}{v_y} dy = m_w + \rho_{H_2O} \frac{v_{H_2O}}{v_y} y$$

Praca jaka zostanie wykonana:

$$\begin{aligned} \int_0^h F_g dy &= \int_0^h g m(y) dy = g \int_0^h \left( m_w + \rho_{H_2O} \frac{v_{H_2O}}{v_y} y \right) dy = \\ &= g m_w h + g \rho_{H_2O} \frac{v_{H_2O}}{2 v_y} h^2 \approx 539.55[J] \end{aligned}$$

## 7 (3-5 punktów)

Szukamy środka masy płatu.

$$y_{sm} = \frac{2}{ah} \int_0^h y dm = \frac{2}{ah} \int_0^h \frac{y^2 a}{2h} dy = \frac{1}{h^2} \int_0^h y^2 dy = \frac{1}{3} h$$

Szukaną pracę policzmy z zasady zachowania energii:

$$W = \Delta E = E_k - E_0 = mgy_{sm} - mg0 = \frac{2 \cdot 1}{2} \cdot g \cdot \frac{2}{3} \approx 6.54[J]$$