

### 3/10 (5 punktów)

Wskazówka wynika z nierówności:

$$(b - ac)^2 \geq 0$$

korzystając z niej mamy:

$$\lambda f(x)^2 + \lambda^{-1} g(x)^2 \geq 2|f(x)g(x)|$$

dalej (zależności te były na wykładzie):

$$\int_a^b \lambda f(x)^2 + \int_a^b \lambda^{-1} g(x)^2 \geq \int_a^b 2|f(x)g(x)|$$

podnosząc nierówność do kwadratu otrzymujemy:

$$\left( \int_a^b \lambda f(x)^2 \right)^2 + 2 \left( \int_a^b \lambda f(x)^2 \int_a^b \lambda^{-1} g(x)^2 \right) + \left( \int_a^b \lambda^{-1} g(x)^2 \right)^2 \geq \left( \int_a^b 2|f(x)g(x)| \right)^2$$