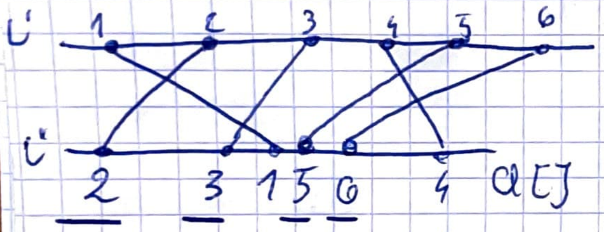
zad.8 a)



• Zauważ, że ~~każdy~~ tylko podciąg rosnący ~~...~~ a[] jest poprawnym zbiorem.

(⇒) $i<j \Rightarrow a[i] < a[j]$, rzeczywiście linie się nie przetną

(⇐) Jeżeli linie się nie przecinają to dla każdej: $i<j$, $a[i]<a[j]$ wpp. się przetną

• Szukamy więc najdłuższego podciągu rosnącego w a[]

d[i] - minimalny element kończący pewnego LIS'a dł. i

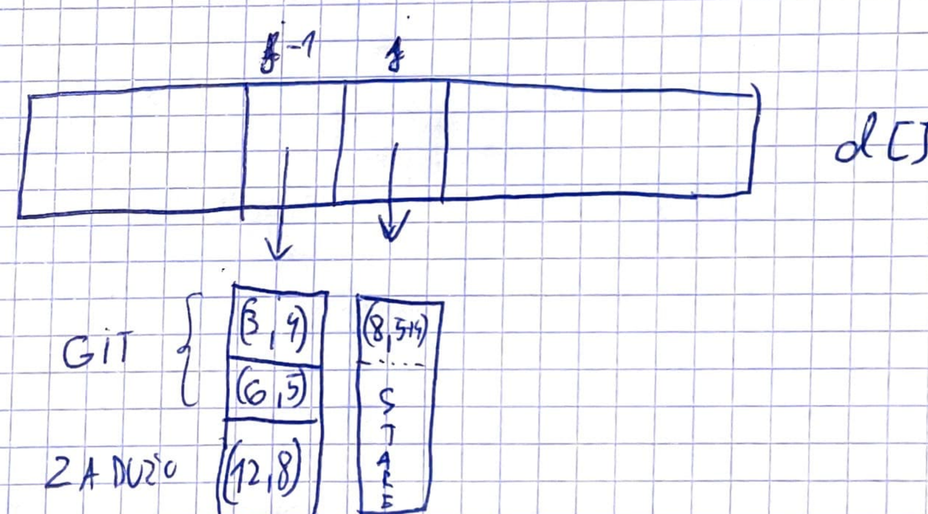
```
d[0] = -INF , d[0].idx=-1
d[1:n] = INF

for i in range (1,n):
    j = upper_bound (1,n,a[i]) // pierwszy większy w d[]
    d[j].idx = i
    d[j] = a[i]
    p[i] = d[j-1].idx

pos=d[k].idx // k - ~~...~~ ostatni nie INF
OPT=[]
WHILE pos!=-1:
    OPT.APPEND(a[pos])
    pos = p[pos]
```

ODZYSKIWANIE WYNIKU

8. W)

- Aby znaleźć liczbę LIS'ów musimy trzymać jeszcze historię ich.
- Dla podciągu każdej długości będziemy trzymać wektor zawierający końcówki i ich krotności

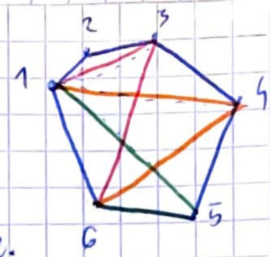
DODAJEMY 8



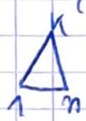
MODYFIKACJE:

- upper bound jest po $d[1:n][0]$
- UPD8 jak na obrazu

zad. 9



• Zauważmy, że bok 1-n w każdej triangulacji będzie bokiem pewnego trójkąta.

• Możemy więc „iterować" się po wierzchołkach $k \in [2, n-1]$ i szukać rozwiązania t.ż. jest w nim trójkąt  . Oznaczmy $T_{i,j}$ - minimalna najdłuższa przekątna w triangulacji od i do j, dla dowolnego $k \in [2, n-1]$ mamy:

$$T_{1,n} = \max\{T_{1,k}, T_{k,n}, |P_1, P_k|, |P_n, P_k|\}$$ ← każde rozważanie tej części dla pewnego k

więc OPT:

$$T_{1,n} = \min_{2 \le k < n} \max\{\overbrace{T_{1,k}, T_{k,n}}^{\text{PODPROBLEMY}}, |P_1, P_k|, |P_n, P_k|\}$$

Aby policzyć $T_{1,n}$ musimy wyznaczyć $O(n^2)$ mniejszych wartości.

$$T_{i,j} = \begin{cases} 0 & i=j \lor i+1=j \lor i+2=j \\ \min\limits_{i<k<j} \max\{T_{i,k}, T_{k,j}, |P_i, P_k|, |P_j, P_k|\} \end{cases}$$

Stąd: $O(n^3)$

Aby odzyskać wynik możemy trzymać dodatkową tablicę $D[i][j]$ w której trzymamy wierzchołek, którym dzieliliśmy wielokąt aby otrzymać opta.

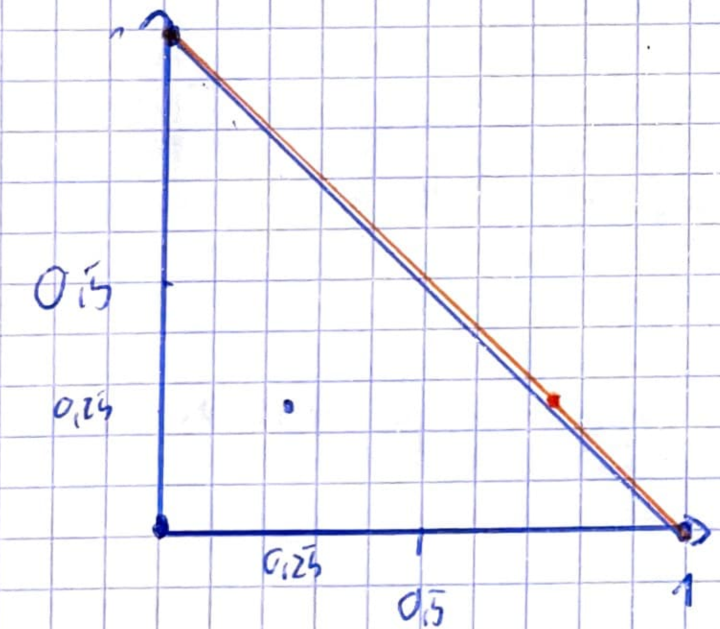
Aby odzyskać wynik „idziemy" po tablicy:

$D_{1,n} = k_1$ ⟶ dzielimy $(1, k_1), (n, k_1)$ ⟶ $D_{1,k_1} = k_2$ dzielimy $(1, k_2), (k_1, k_2)$
$D_{k_1,n} = k_3$ dzielimy $(k_1, k_3), (k_3, n)$

zad 1

Pokażę kontrprzykład, czyli dane identyczne dla drzew decyzyjnych, ale z różnymi wynikami

- $(0,1),\ (1,0),\ (0,0),\ \cancel{(\ldots)}\ (\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$
- $(0,1),\ (1,0),\ (0,0),\ (\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$



Zad. 2

- Technika jak na wykładzie, dzielimy $S(V) \subseteq \mathbb{R}^n$ hiperpłaszczyzną, na trzy rozłączne podzbiory.

- $S(V)$ jest zbiorem wypukłym. (D-d na wykładzie)

- Tworzymy $\frac{n}{2}!$ instancji problemów: $P = \underbrace{1, 3, \ldots, n-1}_{\text{PERMUTUJEMY } \frac{n}{2}}, |2n| -(2n+2), \ldots, -(2n+n-2)$

Oczywiście dla każdego P_i odp. to „NIE”

Lemat: Każda z instancji w innym liściu końcowym:

D-d: Załóżmy nie wprost, że $P_i(k) > P_j(k)$ i są w jednym liściu $S(v)$.

$S(v)$ wypukłe więc dla dowolnego $\alpha \in (0,1)$:

$p = (1-\alpha) P_i + \alpha P_j$ też należy do $S(v)$, weźmy $\alpha = \frac{1}{P_i(k) - P_j(k)} \in (0,1)$

Liczymy $p(k)$ z tak określonym α:

$$p(k) = \frac{P_i(k) - P_j(k) - 1}{P_i(k) - P_j(k)} P_j(k) + \frac{1}{P_i(k) - P_j(k)} P_i(k) =$$

$$= \frac{P_j(k) P_i(k) - P_j(k)^2 - P_j(k) + P_i(k)}{P_i(k) - P_j(k)} = \frac{\cancel{(P_i(k) - P_j)}(P_j(k)+1)}{\cancel{(P_i(k) - P_j(k))}} = P_j(k) + 1$$

p jest w $S(v)$ więc zwraca nie, ale

$p(k) + 2n + (-(2n + p(k))) = 0$

Mamy więc $\frac{n}{2}!$ liści, $3^h > \frac{n}{2}! \Rightarrow h > O(n \log n)$

zad. 3

- Ile mamy [illegible] z odp. TAK? * $\binom{m}{3} = \frac{m!}{(m-3)!\cdot 3!} \approx O(m^3)$

- NA ile obszarów dzieli przestrzeń m-wymiarową n-hiperpłaszczyzn:

$$\sum_{i=0}^{n} \binom{m}{i}$$

- Oszacujmy* $\binom{m}{i} = \frac{m!}{(m-i)!\,i!} \le \frac{m^i}{i!} \le m^i$

Mamy:

$$\sum_{i=0}^{m} \binom{m}{i} \le \sum_{i=0}^{n} m^i \le \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} m^i 1^{n-i} = (1+m)^n = O(m^n)$$

Stąd liczba instancji będzie rzędu $O(m^{3n})$