Zad. 22 **

$f(x) = \frac{1}{2}x + x^2 \sin\frac{1}{x}$ dla $x \neq 0$ i $f(0)=0$

~~wskazówka~~

* $0 \le |x \sin\frac{1}{x}| \le |x|$,

Liczymy pochodną:

$f'(x) = 2x\sin(\frac{1}{x}) - \cos(\frac{1}{x}) + \frac{1}{2}$

Z def. liczymy $f'(0)$

$$f'(0) = \lim_{h\to 0}\left[\frac{f(h)-f(0)}{h} = \frac{f(h)}{h} = \frac{\frac{1}{2}h + h^2\sin\frac{1}{h}}{h} = \frac{1}{2} + h\sin\frac{1}{h}\right] \overset{*}{=} \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2} \neq 0$$

Pochodna nieciągła w $x=0$

$$\lim_{x\to 0}\left[f'(x) = 2x\sin(\tfrac{1}{x}) - \cos(\tfrac{1}{x}) + \frac{1}{2}\right] = \lim_{x\to 0} \frac{1}{2} - \cos(\tfrac{1}{x}) \neq \frac{1}{2} = f'(0)$$

$f'(x)$ w okolicy $x=0$ zanika, ma b. wiele miejsc zerowych. Te punkty to min/max $f(x)$, a więc na tym przedziale $f(x)$ nie jest ~~rosnąca~~ rosnąca

więc nie jest odwracalna