zad 2 $T: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$

$$T v_N = \begin{pmatrix} t_{1,1}v_1 + t_{1,2}v_2 + \dots + t_{1,n}v_n \\ \vdots \quad \ddots \\ t_{m,1}v_1 + t_{m,2}v_2 + \dots + t_{m,n}v_n \end{pmatrix}$$

$v_N \to 0$ to $\forall_{i \in 1..v}\ v_i \to 0$

Wtedy:

$$T v_N = \begin{pmatrix} t_{1,1}\overset{\overset{0}{\uparrow}}{v_1} & \dots & \\ \vdots & \ddots & t_{n,n}\underset{\underset{0}{\downarrow}}{v_n} \end{pmatrix} \xrightarrow[\text{granic}]{\text{z arytmetyki } \cancel{\text{...}}} \begin{pmatrix} 0+0+0 \dots \\ 0 \\ \vdots \quad \ddots \\ 0 \quad\quad 0 \end{pmatrix} = 0$$

zad 5*

$g(x)$ i $f(x)$ - spełniają warunek Lipschitza

$$\| f(g(x)) - f(g(y)) \| \underset{\substack{\uparrow \\ \text{war. Lipschitza } f(x)}}{\leqslant} C \cdot \| g(x) - g(y) \| \underset{\substack{\uparrow \\ \text{war. Lipschitza } g(x)}}{\leqslant} C \cdot C' \| x - y \|$$

spełnia war. Lipschitza $\Rightarrow$ jednostajnie ciągła

D-d Weźmy dowolny $\varepsilon > 0$, wtedy niech $\delta = \frac{\varepsilon}{C}$:

Dla dowolnych x_1, x_2 t.ż $\|x_1 - x_2\| < \delta$

Z war. Lipschitza:

$$\| f(x_1) - f(x_2) \| \leqslant C \cdot \|x - y\| < C \cdot \delta = \varepsilon \quad \blacksquare$$

Def: JC

$$\forall_{\varepsilon > 0} \exists_{\delta > 0} \forall_{x_1, x_2} (\|x_1 - x_2\| < \delta \Rightarrow \|f(x_1) - f(x_2)\| < \varepsilon)$$