a)

Korzystamy ze wzoru na błąd w metodzie Simpsona:

$$E_S = \frac{h^4}{180}(b-a)f^{(4)}(\xi_S) \tag{1}$$

W naszym przypadku:

$$\frac{\pi^5}{180N^4} \leqslant 2 \cdot 10^{-5}$$

Znajdujemy komputerowo rozwiązanie nierówności $N = 18$
Korzystamy ze wzoru Simpsona:

$$\int_0^\pi \sin x dx \approx \sum_{j=1}^{n/2} \Big[\sin(x_{2j-2}) + 4\sin(x_{2j-1}) + \sin(x_{2j}) \Big] =$$

$$= \frac{\pi}{3 \cdot 18}\Big[2 \sum_{j=1}^{n/2-1} \sin(x_{2j}) + 4 \sum_{j=1}^{n/2} \sin(x_{2j-1})\Big] =$$

$$= \frac{\pi}{3 \cdot 18}\Big[2 \sum_{j=1}^{8} \sin(2j \cdot \frac{\pi}{18}) + 4 \sum_{j=1}^{9} \sin((2j-1) \cdot \frac{\pi}{18})\Big] \approx 2.00001$$

b)

Korzystamy ze wzoru na błąd w metodzie trapezów :

$$E_T = \frac{(b-a)^3}{12N^3} f^{(2)}(\xi_T) \tag{2}$$

W naszym przypadku:

$$\frac{\pi^3}{12N^2} \leqslant 2 \cdot 10^{-5}$$

Znajdujemy komputerowo rozwiązanie nierówności $N = 360$