

ユークリッド『原論』の図版：中間報告

斎藤憲*

1 研究の概要

本研究の目的、概要については、前回(2005年10月15日)の数学史シンポジウムでの第一回の報告の際にも触れたが、改めて簡単に説明しておきたい。

『原論』をはじめとするギリシャ数学文献には、当然のことながら図版が附属している。しかもそれらは近代の校訂版に見られるものとは相当に異なっている。ところが写本の図版がどのようなものであるかについて、これまで十分な注意が払われてこなかった。これらの図版が本研究の対象である。

写本の図版を画像ファイルに変換して扱うことになるが、図版は常に鮮明とは限らず、ときには部分的に消えかけていて非常に見にくいことがある。そこで図版の基本的な情報を取得し、その情報をもとに図版を描きなおす簡単なツールを作成した。このツールを利用すると、写本の図版の特徴をかなりの確にとらえた再描画が可能になる。これによって『原論』の最初の4巻のすべての図版を、ギリシア語・アラビア語・ラテン語の主要写本に対して調査することが、この研究の基本的な計画である。

すでに『原論』第I巻の全命題48個の図版を、6本の写本(ギリシャ語写本4本、ラテン語写本2本)に対して再描画したものを公刊した¹。そこでここでは、それと重複しない、第III巻の全命題に対して Heiberg 版の図版と、P 写本の図版を再描画したものを付録として掲げた。

*大阪府立大学人間社会学部。本稿は文部科学省科学研究費補助金による研究：「ギリシア数学文献における図版の校訂に関する研究」(2005～2007年度基盤研究(B)，研究代表者：斎藤憲。研究分担者：高橋憲一、鈴木孝典)の現時点での研究成果の一部を報告するものである。

¹Ken Saito, "A preliminary study in the critical assessment of diagrams in Greek mathematical works." *SCIAMVS* 7(2006), 81-144.

2 写本の図版の特徴

2.1 過度の標準化

写本の図版の特徴は大まかに次の二点にまとめられる。(1) 長方形や二等辺三角形など、特殊な図形で一般的な図形が代用されることが多い。この現象を、図形の特徴が過剰に規定されるという意味で *overspecification* と呼ぶことを筆者は提案している。日本語では、意味は多少ずれるがとりあえず「過度の標準化」と呼ぶことにする。ここには、一直線をなすとは限らない二つの直線が一直線上にあるように描かれる場合なども含まれる。(2) 図形は必ずしも正確でなく、計量的な正確さはそれほど意識されていない。一例としては、ピュタゴラスの定理（第 I 巻命題 47）で、正方形がゆがめられて菱形や台形として描かれる場合がある。

付録に収録した第 III 巻では、過度の標準化は命題 2, 5, 6, 10, 14, 16, 31 など多くの命題に見られ、それらに対して Heiberg 版では「一般化」した図版が描かれている。

2.2 無用な一般化

逆に現在の標準的エディションである Heiberg 版の図版には「無用な一般化」とでもいうべき特徴が見られる。第 III 巻命題 13 は二円が二点で接することがないことを帰謬法で証明するために、円 $AB\Gamma\Delta$ に二点で内接する円 $BETZ$ 、および二点で外接する円 AFK が描かれている。これらは命題の前半と後半で別々に議論されているので、相互の関連はない、しかし Heiberg 版はわざわざ二円を斜めの位置に移動させている。また命題 18 では接点の位置を斜めの場所に動かしているが、接点が真横や真下にあっても何ら一般性は損なわれない（命題 8 の図版も参照）。これらの配慮によって写本の図版を変更するのは無意味で無用である（過度の標準化を「一般化」することには、多少の正当性があるかもしれないが、そのような意味すらない）。このような図版の変更を「無用な一般化」と呼ぶことにする。

2.3 Heiberg 版の図版の由来

Heiberg 版における一般化、あるいは無用な一般化はどうして起こったのであろうか。実は Heiberg 版の図版のほとんどは August によるギリシア語『原論』(1826, 1829) の図版をそのまま写したものである。August の図版は写本のそれとは大きく異なって「一般化された」ものが多い。このような傾向はすでに 1703 年の Gregory 版で明らかであり、部分的には 1572 年の Commandino のラテン語訳にも見られるが、August の「一般化」はかなり徹底していて、その動機はおそらく教育的配慮にあると思われる。そこでは写本の図版が考慮された形跡はない。単純に言ってしまうと August が描き、Heiberg が踏襲した図版は写本とは無関係なのである。それが現在刊行されている『原論』のあらゆる翻訳にそのまま使われていることには注意せねばならない。

Heiberg がどれほど August 版の図版に依存したかを示す例として、図版の向きがある。August 版では、図版は本文中でなく巻末にまとめられている。小さいスペースに多くの図版を表示するためか、一部の図版は向きが変えられている。そしてこの August の図版の向きはほぼそのまま Heiberg 版で踏襲されている。本稿で収録した図版では命題 8, 23, 25 などに典型的な例が見られる。

2.4 不可能な図形の描画

写本の図版の特徴として、計量的な正確さが重視されないことを二番目にあげたが、これに関連して帰謬法の証明がなされる命題の図版に言及しておく必要がある。

帰謬法を利用する場合には、実際には不可能な想定をしてそこから矛盾を導くわけだから、図版もそれに対応して、ありえない図を描くことになる。このような例は第 III 巻では命題 2, 10, 13 に見られる。これらの図形においても、近代の刊本は一種の「合理化」を行ない、写本に見られるのとは異なる図を示すことがある。

命題 2 では円周上の二点 A, B を結ぶ直線が AEB のように円の外部に落ちる。これは Heiberg 版でも写本と同様に描かれる。

命題 10 では二円が三点以上で交わる図が描かれる。図では交点が四点となるが、四点で交わる二円を描くために、写本では二円的一方は二つの円弧によって描かれ、円弧の継ぎ目が尖った図形となっている。ところが Heiberg 版ではこれが滑らかな曲線となっている。これは Gregory 版

(1703) 以降に見られる特徴である。

また命題 13 では円 AFK は円 $AB\Gamma\Delta$ に二円で接する円である。写本では円 AFK は、 A と Γ に尖った角を持つ月形として描かれているが、これも Gregory 版以降、 A と Γ で円 $AB\Gamma\Delta$ に交わる円に修正されている。

このように、不可能な図形が現れるのが当然である帰謬法の証明の図版さえも、無理に合理化する傾向が近代の写本には見られる。

3 命題 III.25 の図版

最後に、写本にすでに多様な図版が見られる例として、命題 III.25 を検討する²。

これは与えられた円弧を延長して完全な円を描くという問題を扱う命題である。単純に言ってしまうと、与えられた円弧が半円より小さいか、半円に等しいか、半円より大きいかに応じて三つの図を持つ証明が二種類、一つの図を持つ証明が二種類伝わっている。三つの図を持つ証明の一つがギリシア語写本のもので、もう一つはアラビア・ラテンの伝承に見られる。これらは場合分けの順序が異なるなどの点で区別される。ところがギリシア語写本の一部は、三つの場合を分割する証明のテキストに対して、一つの図が与えられていて、三つの場合にそれぞれ対応する三つの図は欄外に描かれているに過ぎない。ここで再描画した P 写本がまさにそれにあたる。しかし近代以降の写本は欄外の三つの図だけを描いていて、さらに August 版で図の向きが変更され、それが Heiberg 版に踏襲されている。

一方、一つの図を持つ証明の一方はヘロンに帰されていて、アラビアの伝承では一部の写本で III.31 の後に現れる。これは図が一つだが議論は三つの場合に分かれている。一方、ゲラルドによるアラビア語からのラテン語訳では III.30 の後に、場合分けにまったく言及しない証明がある。

場合分けの議論は注釈者によって付け加えられることが多く、場合分けが詳細であったり、多くの図を伴うものほど後世のものである可能性が高い。その意味では、全く場合分けをしない証明がユークリッドの本来の議論に近く、これにヘロンが場合分けを加え、さらに後に場合ごとの図が加えられた、という推定も可能であろう。しかしこの推定を確認するためには図版だけでなくテキストも詳細に検討する必要がある、これは今後の課題である。なお他の写本におけるこの命題の図版について

²アラビア・ラテンの伝承ではこの命題は番号が一つずれて III.24 である。

は拙稿（注1）を参照されたい。

以上、非常に簡単であるが、本研究の現時点での中間報告としたい。

付録：『原論』第III巻の図版

この付録では Heiberg 版で最も重視されている P 写本 (Vat. Grec. 190) における『原論』第III巻の図版を再描画したものを、Heiberg による校訂版 (1883) の図版と並べて示した。以下図版について多少の説明を追加する。

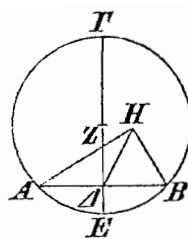
第III巻は命題 9, 10, 31 に別証明があり、この部分は Heiberg の校訂版では巻末に分離して収録されている。このうち、命題 9, 10 の別証明には図版が附属しているのでこれらの図版も収録した。図中では III.9 aliter のように示している。またこれとは別に命題 11 の議論に追加があり（別証明というわけではない）、追加部分が Heiberg 版では巻末に収録されている。これに Heiberg は別の図を付しているので、本文と巻末との二つの少々異なる図があるが、P 写本をはじめ多くの写本では図は一つしかない³。

命題 7 では EK が、命題 8 では MN が破線となっている。これは 1826 年の August 版と全く同じである。それ以前の刊本や、写本ではこれは実線である。これは Heiberg が August の図版を写したことを示す実例である。なお、現在普及している Heiberg-Stamatis 版ではこの破線が完全に消えていて、EK, MN は結ばれていない。

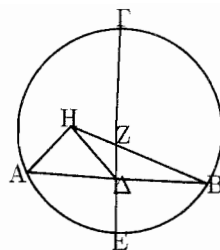
命題 28 と 29 の図は本質的に同じで点の順序だけが異なるが、これは P 写本など一部の写本の特徴で、写本によっては命題 28 の図が完全に命題 29 の図と一致する。テキストと図版の点の名前はほとんどの写本で正確に対応している（図中の点の名前が違えばテキストもそれに合わせて変更されている）。

方巾の定理を扱う命題 35, 36 は、命題の最初に議論される特殊な場合（命題 35 では二弦が中心で交わる場合、命題 36 では弦が中心を通る場合）に対して Heiberg 版は別の図を与えている。しかしこの特殊な場合のための図は P 写本をはじめ、多くの写本には存在しない。1533 年の Grynaeus 版にはこれがあり、それが踏襲されたと思われる。

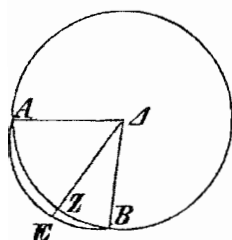
³多くの写本では欄外に、ZH が A を通る「正しい」図が追加されているが、これは Heiberg 版にはない。



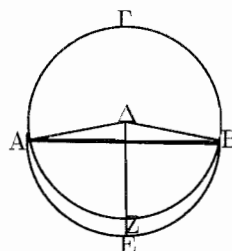
Heiberg III.1



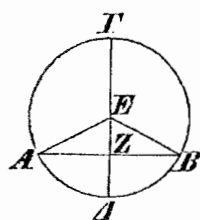
P: III.1



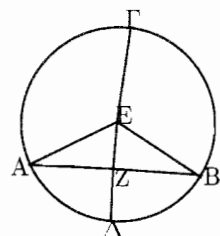
Heiberg III.2



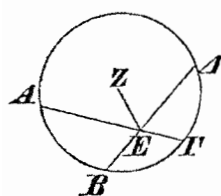
P: III.2



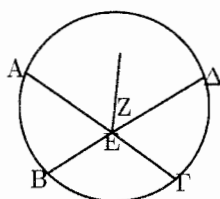
Heiberg III.3



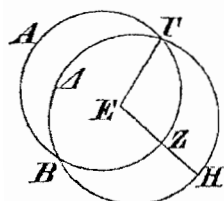
P: III.3



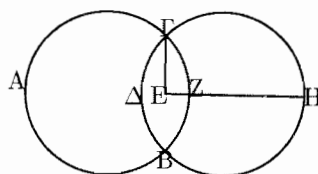
Heiberg III.4



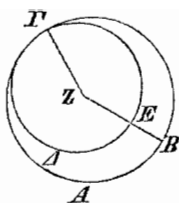
P: III.4



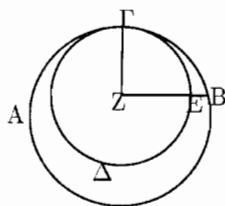
Heiberg III.5



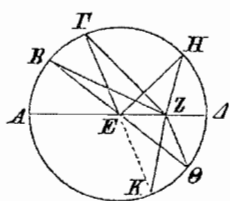
P: III.5



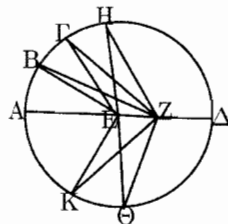
Heiberg III.6



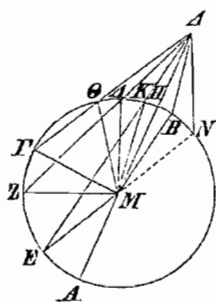
P: III.6



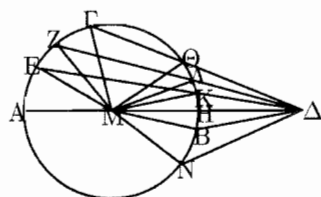
Heiberg III.7



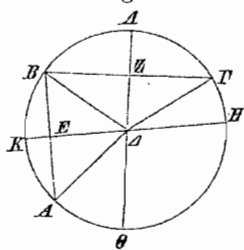
P: III.7



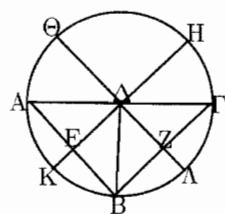
Heiberg III.8



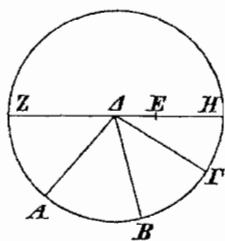
P: III.8



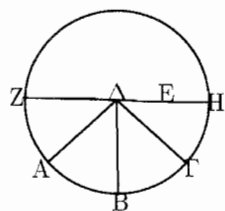
Heiberg III.9



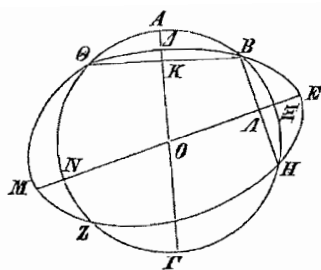
P: III.9



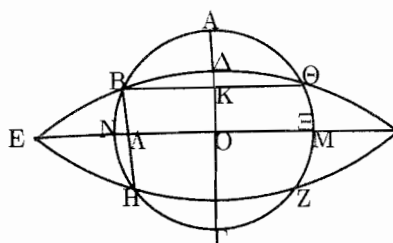
Heiberg III.9 aliter



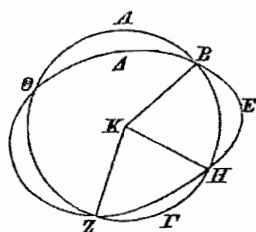
P: III.9 aliter



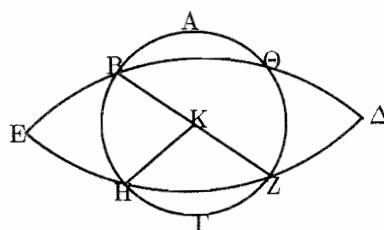
Heiberg III.10



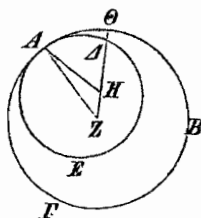
P: III.10



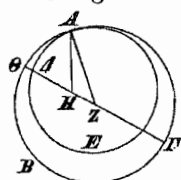
Heiberg III.10 aliter



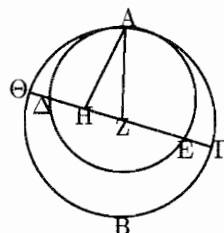
P: III.10 aliter



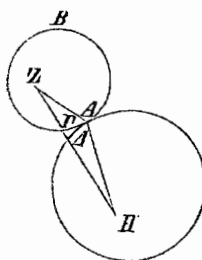
Heiberg III.11



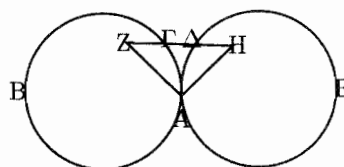
Heiberg III.11 aliter



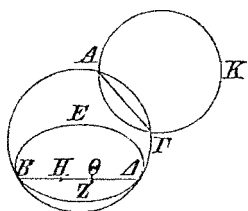
P: III.11



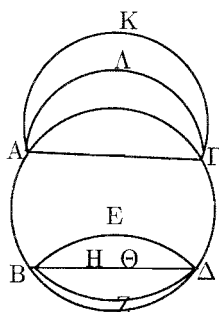
Heiberg III.12



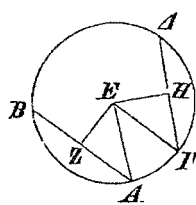
P: III.12



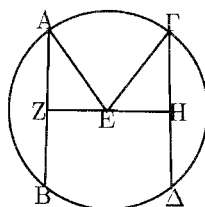
Heiberg III.13



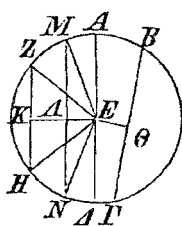
P: III.13



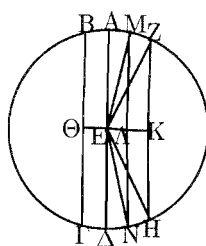
Heiberg III.14



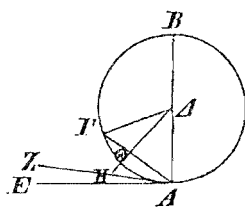
P: III.14



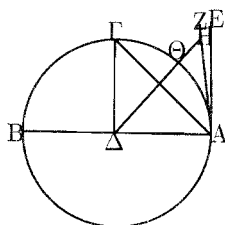
Heiberg III.15



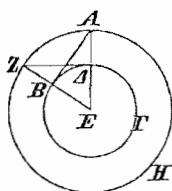
P: III.15



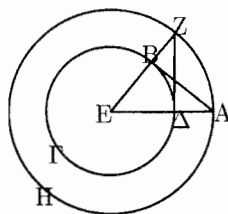
Heiberg III.16



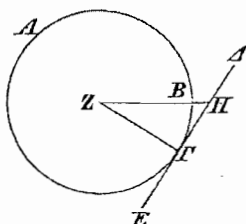
P: III.16



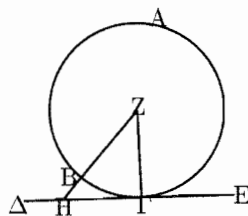
Heiberg III.17



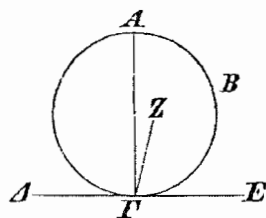
P: III.17



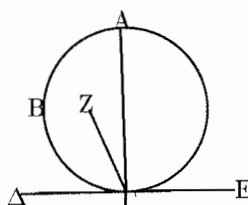
Heiberg III.18



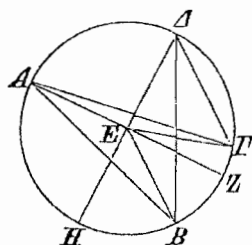
P: III.18



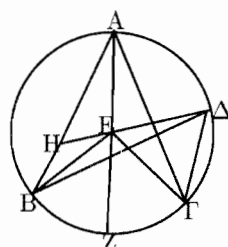
Heiberg III.19



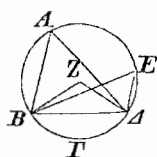
P: III.19



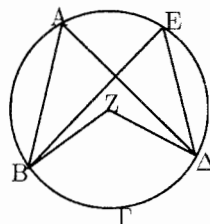
Heiberg III.20



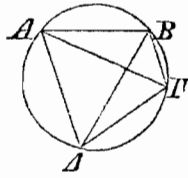
P: III.20



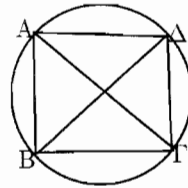
Heiberg III.21



P: III.21



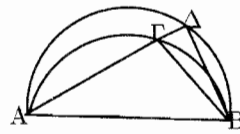
Heiberg III.22



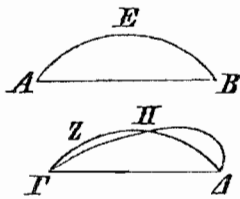
P: III.22



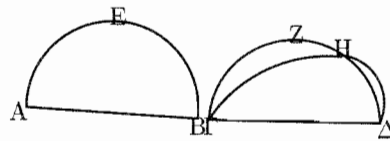
Heiberg III.23



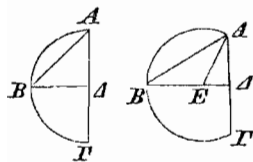
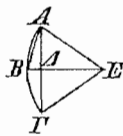
P: III.23



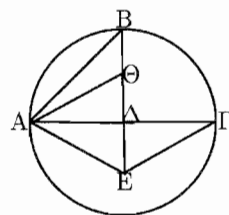
Heiberg III.24



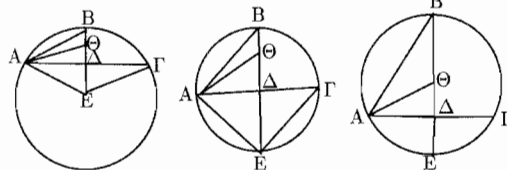
P: III.24



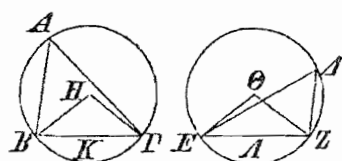
Heiberg III.25



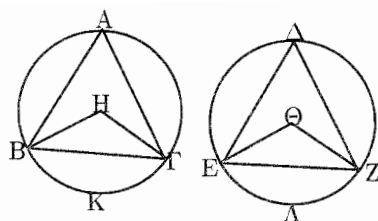
P: III.25



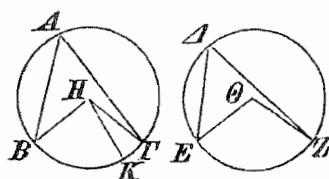
P: III.25 (in margin)



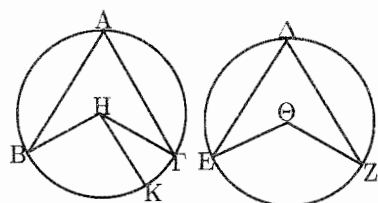
Heiberg III.26



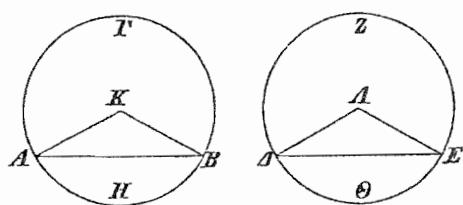
P: III.26



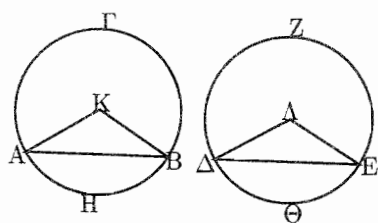
Heiberg III.27



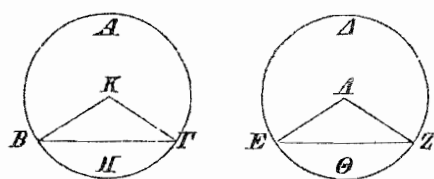
P: III.27



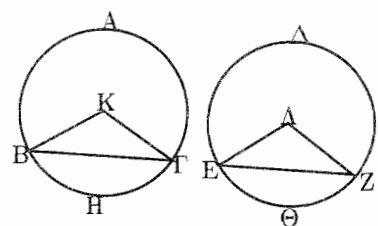
Heiberg III.28



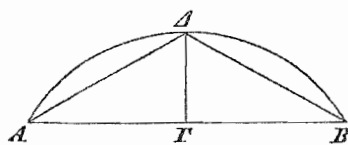
P: III.28



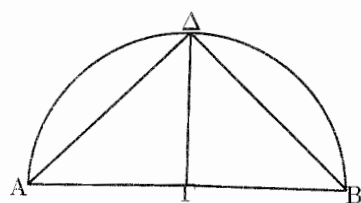
Heiberg III.29



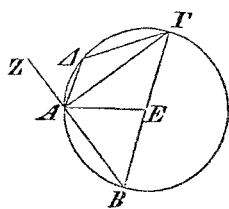
P: III.29



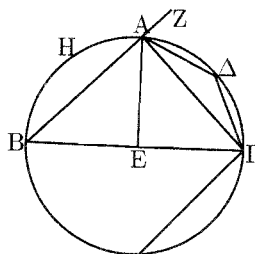
Heiberg III.30



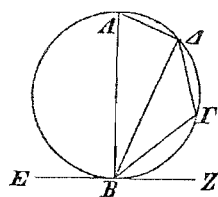
P: III.30



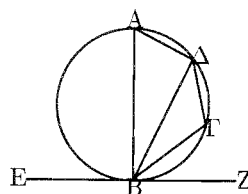
Heiberg III.31



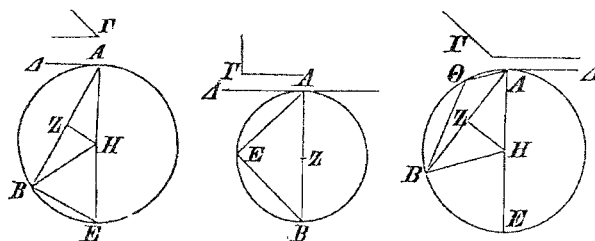
P: III.31



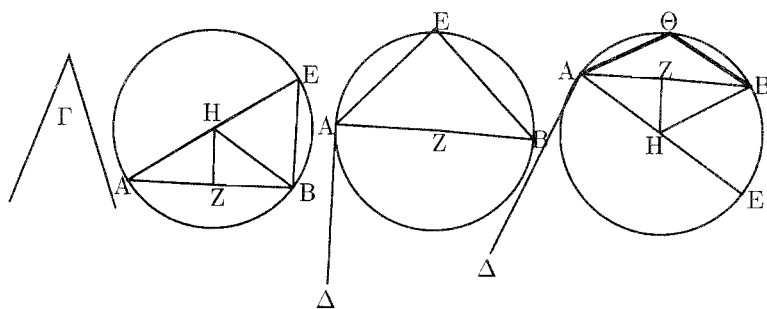
Heiberg III.32



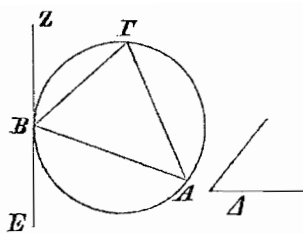
P: III.32



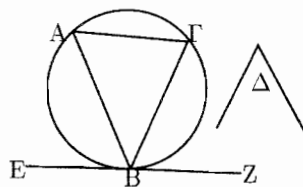
Heiberg III.33



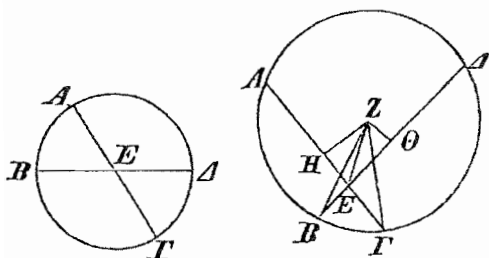
P: III.33



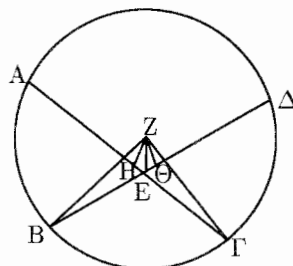
Heiberg III.34



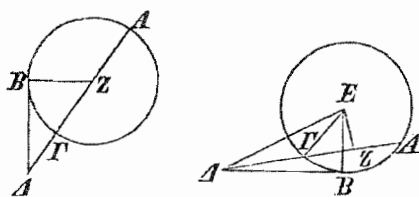
P: III.34



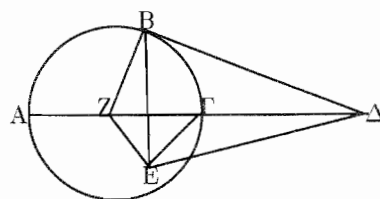
Heiberg III.35



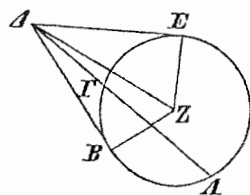
P: III.35



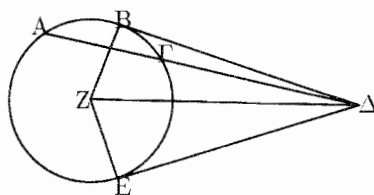
Heiberg III.36



P: III.36



Heiberg III.37



P: III.37