

安藤有益の奇偶方数についての考察
(KIGU HOSU OF ARIMASU ANDO)

福島県公立大学法人会津大学 (University of Aizu)

神谷徳昭 (Noriaki Kamiya)

Abstract. This paper is to exhibit a generalization (31x31 case) based on Ando results. Also we explain the contents of his book.

Key words. 江戸時代の魔方陣、安藤有益、奇偶方数

『はじめに』

よく知られていることですが、簡単な魔方陣について説明すると、正方形を縦と横を等しく区切り、9つのマス目を作り、このマスに1から9の数字をあてはめて、縦の和、横の和、斜めの和がすべて等しくなる様に配置したものが、 3×3 の魔方陣と呼ばれるものです。 4×4 , 5×5 の場合の一例(安藤の方法)も挙げておきます(図表1)

図表1

					7	4	1			4	9	2
					8	5	2			3	5	7
					9	6	3			8	1	6

13	9	5	1			4	9	5	16
14	10	6	2			14	7	11	2
15	11	7	3			15	6	10	3
16	12	8	4			1	12	8	13

21	16	11	6	1			3	6	25	16	15
22	17	12	7	2			22	12	19	8	4
23	18	13	8	3			5	9	13	17	21
24	19	14	9	4			24	18	7	14	2
25	20	15	10	5			11	20	1	10	23

この小論では、江戸時代の安藤有益〔寛永元（1624）年の生まれで宝永5（1708）年の没〕の「奇偶方数」（元禄十年出版 1697 年）を中心にして述べたいと考えます。関孝和と同時代の人です。そして参考にする「奇偶方数」は平山諦 複製（昭和 44 年版）（国会図書館所蔵）のものです。30×30 迄までがそこで論じられていますので、彼の方法を拡張して筆者が 31×31 のものを新規に作成した点が新しい論点だと考えここに提供する次第です。いろいろな方陣の作り方がありますが安藤の方法の拡張です。もちろん関孝和も研究しています（関は 方陣之法として公表しています）。西洋にも魔方陣についての著作は古来より多数存在するようです、古今東西 数字が並んだこの方陣は人々の興味を引く対象のようです。方陣の詳しいことは他の文献も参照されてください、そしてここでは 安藤の奇偶方数の文献のみをよりどころとして論究させていただきます。

§ 1. 方陣の歴史と安藤有益について

方陣の最も古いものは、中国の伝説上に出てくる夏の禹が大禹が洪水を治めようとした折に、洪水の中から神亀が現れ、その甲羅に書かれていたのが、最初と言われています。（3×3 方陣の原型とされています。）これは洛書と呼ばれています。又陰陽五行における「一 六 北方 水」、「二 七 南方 火」、「三 八 東方 木」、「四 九 西方 金」、「五 十 中央 土」、の河圖と呼ばれているものが存在します。（奇偶方数の序のところで述べられています。）これは方陣が古代には易に使用され、漢学の一部とも考えられていたと思います。中国の楊輝算法によるものが現存する数学的な文献としては古いものかもしれませんが（これに関しては城地茂氏の著作の先行研究等があります 例えは数理研講究録 1 3 1 7 巻）。

しかしここでは歴史的な文献には触れずに 安藤の著作からの引用にのみ言及し関孝和《日本数学史、学士院版、または 彼の全集 参照）とは異なる安藤の方法で 31×31 方陣が作成できるとにのみ論及させていただきます。関は 10×10 までを与えていますので奇数の方陣は 9×9 までです。ここでは方数、方陣と魔方陣とは同じ意味で使います。

安藤有益の経歴（ウィキペディアより一部引用）

出羽の国山形の出身。今村知商に師事して数学や暦学を学ぶ。山形藩に仕えた時期もあったとされるが、慶安 3 年（1650 年）に会津藩主保科正之から暦算の才能を評価され、茶坊主の名目で会津

に招聘される。後に江戸屋敷の勘定役として 100 石が与えられ、続いて当時会津藩に仕えていた島田貞継にも数学や暦学を学び、その配下として猪苗代湖の水利治水や飯豊山や磐梯山の標高の確定、田畑の測量事業などに参加した。また寛文 2 年 (1662 年) には今村知商の著書『堅亥録 (じゅがいろく)』の注釈書である『堅亥録仮名抄』を、その翌年には宣明暦の研究書である「長慶宣明暦算法」を著している。更に米価を調査して、常平倉を設置して物価の安定に尽くしたことが評価されて、延宝 3 年 (1675 年) に 200 石の加増を受けて 300 石となる。更に貞享 4 年 (1687 年) には長暦である『本朝統暦』を編纂している。だが、元禄元年 (1688 年) に郡奉行であった安藤は猪苗代開拓を巡る政争に巻き込まれて所領を没収されて、耶麻郡極入村 (現在の福島県西会津町奥川大字飯根) に幽閉される。しかし、ここで安藤は研究に没頭し、島田から伝授された魔方陣の研究を深め、元禄 9 年 (1696 年) には日本最初の魔方陣の解説書である『奇偶方数』を完成させた。この年、藩に呼び戻された安藤は翌年、100 石の普請奉行に任ぜられた。宮仕えなので出世争いに巻き込まれながらも天寿をまっとうし、85 歳で没し、会津若松市の大龍寺に葬られた。(墓碑銘も存在しています)。彼についてもう少し補足しますと、「九数算式」の著書である島田貞継の女婿であり、会津藩初代藩主保科正之に仕え、島田と同様に今村知商に学んだといわれています。そして島田の推挙により、保科藩主に召し抱えられ和算の知識を基にして、会津各地の測量、普請、土木工事を行った様です。特筆すべきは改暦 (こよみ) への貢献です。これらの記述については、鈴木武雄氏の島田貞継についての著作 (数理研「数学史の研究」) の発表 (2013 年 8 月) も参考になると思います。

§ 2. 31×31 の魔方陣

安藤有益の「奇偶方数」は漢文で書かれ、序において、五行の易の話から始まり、同僚島田貞継の考えを伝承し、それを発展させ、本文にて 30×30 方陣迄が著述されています。また増修日本数学史にも 30×30 の魔方陣が引用されて記述があります。そこで、ここでは彼の方法を拡張して、31×31 の方陣を完成させたいと考え創作を試みました。

奇数の魔法陣 3×3、5×5、7×7、……、29×29 の方陣が基本であり、それは安藤有益の本の中に書かれていますので、それを参考にします。もちろん 3×、5×5、……

29×29 のときの魔方陣を作り 数字は 1 から 961 に変形しなければいけません。

彼の方法を踏襲して、 31×31 魔方陣を考察したのが、図表（付録）です。たぶんこれはどこにも書かれていないと思われますので、この機会に述べさせて頂きました。又偶数方陣については別の機会に述べたいと考えます。安藤の方法の解説と 31×31 の場合がこの小論の主目的です。

安藤有益の奇偶方数は 30×30 までが記述され、完成するのに数年、費やしたと書かれています。

31×31 方陣における中心の 3×3 方陣（1 から 9 6 1 までの数を並べた中心のところを考察）

511	480	449		480	513	450
512	481	450	を	451	481	511
513	482	451		512	449	482

に変形する。

この方法は、

7	4	1		4	9	2
8	5	2	を	3	5	7
9	6	3		8	1	6

に変形する。

方法で数字を変更しただけで同様にできます。【 3×3 方陣は回転を除けば一意的です】

次に 31×31 方陣の中心の 5×5 方陣の外枠を考えます。

541	510	479	448	417		419	448	545	510	483
542				418		542				420
543				419	を	421				541
544				420		544				418
545	514	483	452	421		499	514	417	452	543

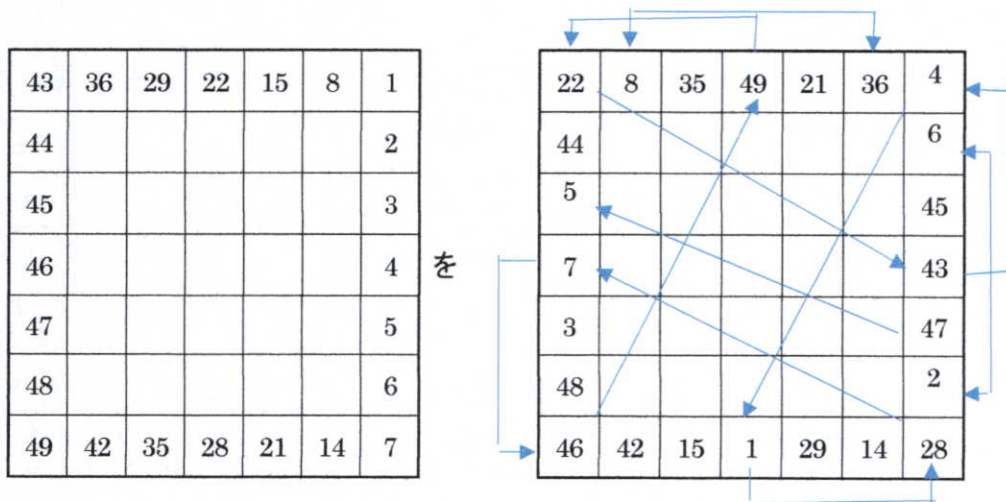
に変形する。

方法は安藤の方法で

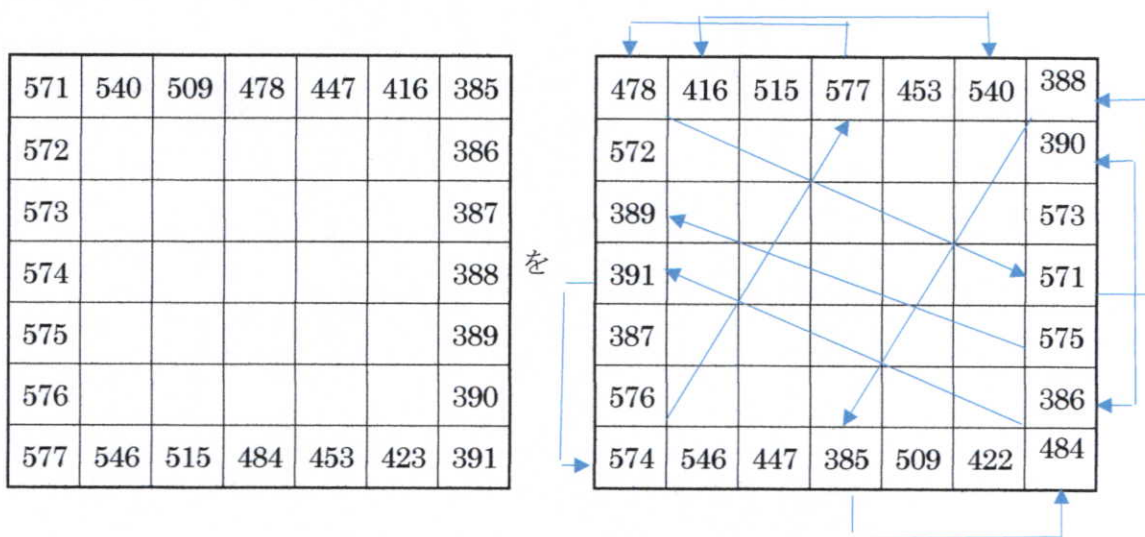
21	16	11	6	1		3	6	25	16	15
22				2		22				4
23				3	を	5				21
24				4		24				2
25	20	15	10	5		11	20	1	10	23

に変形することが出来ます。つまり $1 \leftrightarrow 15$ $2 \leftrightarrow 4, 3 \leftrightarrow 21$ 、
 $5 \leftrightarrow 23$ 、 $6 \leftrightarrow 16$ 、 $1 \leftrightarrow 25$ 、は相互に交換する。10、20、22、24はそのままにする。

次に 31×31 の方陣の中心の 7×7 方陣の外枠を考えます。(付録 I)



に する 方 法 で



に変形できます。煩雑を避けるために、主要な所の一部のみが矢印で表示されています。

上図の矢印で主要な移動先を提示していますが、安藤の7x7方陣の作り方をもう少し言葉で全ての移動を説明させていただきます。(外枠のみの考察で、その内枠は5x5の安藤の方法で3x3の方陣は一通りです)

1→28→7→46→49→22→43→4→1 (1を28の数字のところに28は7の数字のところに順次移動させる)。3→47→5→45→3、15→35→29→21→15と移動させ、8←36、2←6は相互に交換させて14、42、44、48、はそのまま移動させない。以上が7x7の場合です。

これを続ければ29x29迄は奇偶方数と同様です。紙面の関係で省略させていただきますが、31x31の場合もこの方法を踏襲すれば可能ですので付録に載せてあります。(もちろん数字はすべて1から961まで変換してそして移動させなければいけません)。

それほど簡単ではありませんが省略させていただきます。安藤は30x30までを完成させるのに数年を費やしたということです。最近は計算機による方法で4x4の場合で880、5x5で2億7千近い方陣が存在するようです。筆者(神谷)は手と多数の紙のみで作成しました。

ところで関の方法は安藤とは異なり外枠のみの移動ではなく内枠までにも移動がおよびますので複雑に感じます。彼らの作り方の比較は別の機会にさせていただきます。ここでは安藤の方法の拡張だけを考察しています。出版されたものでは関は20x20までを考えているようです。

『まとめ』

「奇偶方数」については「和算の研究」3巻 目次10(1956年)の中で加藤平左エ門氏が論及しているように、何人もの先達によって研究されています。すべての文献を網羅することは不可能ですが、しかしいろいろな人々が研究されているということ、そしてまた現在もいろいろな仕方で研究されています。

話は変わりますが、日本の明治維新後の文明開化が成功した一因は、学問を伝承することが重要だと考える風土と、日本に和算家が江戸時代よりたくさん存在し、「奇偶方数」の序にもありますように古代中国よりの儒学思想の中にも和算が組み込まれ、発達したことと関係すると思います。

(有益の本の序に書いてあるように 我々の思索の源流はと問われた時のために、毛利→今村の流れは出さずに、中国の五行の、易のことが述べられています。)

幕府禁制の西洋キリスト教の影響化でない数学として確立される為、また勘定方・普請役人、藩校、私塾等において吉田光由、関孝和等の考えを全国に広めた和算（算額を含め）の伝統が、勿論18世紀後半の会田安明を祖とする最上流の流れも東北を中心に受け継がれたように（弟子のひとり二本松藩の渡辺一等）、日本には学問を大事にする心が存在したからこそ、江戸、明治、現在へと継続する書籍の蓄積と学問伝承を大事にする風土が出来上がったと考えます。特に加賀藩（前田家）等にはその和算の歴史が綿々と築かれていると思っています。しかし幕末から明治に活躍した物理学者の山川健治郎氏は会津藩の日新館での勉学では算法についてほとんど学んでいない様です。ですから安藤有益の和算は200数十年後の会津には書物としては存在していましたが、藩校等で伝統的に継承されていたとは考えられません。蛇足ですが山川の弟子のひとり木村駿吉（Yaleで最初の博士拾得者）、妹の山川捨松（津田梅子と同時に留学）、九州帝国大学創設等明治初期の教育界では重要な人物の一人だと考えます。

また加賀藩の武士の家計簿にみられる様に、幕末時代には、加賀藩士 関口開 から→ 高木貞治へと続く流れが（我田引水ですが）存在すると考えます。（高木先生へと続く近代の話は高瀬正仁氏の著作を参照してください。）

最後に31×31を作成したことが、安藤有益について論究した他の数学史の解釈よりも筆者が少し進歩、発展させた点ではないかと考えます。

引用文献等（先行研究を含め）本文中に述べさせていただきましたので省略させていただきます。

付録 I

7×7方陣の主要な移動を矢印で提示しました。(奇偶方数より引用したものです。)

43	36	29	22	15	8	1
44						2
45						3
46						4
47						5
48						6
49	42	35	28	21	14	7

22	8	35	49	21	36	4
44						6
5						45
7						43
3						47
48						2
46	42	15	1	29	14	28

にする安藤の方法で

571	540	509	478	447	416	385
572						386
573						387
574						388
575						389
576						390
577	546	515	484	453	423	391

478	416	515	577	453	540	388
572						390
389						573
391						571
387						575
576						386
574	546	447	385	509	432	484

31×31 魔方陣 (by N.Kamiya) 付録Ⅱ

江戸時代の安藤有益の「奇偶方数」の考えを拡張したものです。

彼は30×30迄を公表しています。

466	32	63	94	125	156	187	218	713	682	651	620	589	558	527	961	465	434	403	372	341	310	279	714	745	776	807	838	869	900	16
932	47	64	95	126	157	188	219	250	681	650	619	588	557	526	929	464	433	402	371	340	309	684	715	746	777	808	839	870	495	30
933	902	468	96	127	158	189	220	251	680	649	618	587	556	525	897	463	432	401	370	339	308	685	716	747	778	809	840	78	60	29
934	903	872	109	128	159	190	221	252	283	648	617	586	555	524	865	462	431	400	369	338	655	686	717	748	779	810	493	90	59	28
935	904	873	842	470	160	191	222	253	284	647	616	585	554	523	833	461	430	399	368	337	656	687	718	749	780	140	120	89	58	27
936	905	874	843	812	171	192	223	254	285	316	615	584	553	522	801	460	429	398	367	626	657	688	719	750	491	150	119	88	57	26
937	906	875	844	813	782	472	224	255	286	317	614	583	552	521	769	459	428	397	366	627	658	689	720	202	180	149	118	87	56	25
938	907	876	845	814	783	752	233	256	287	318	349	582	551	520	737	458	427	396	597	628	659	690	489	210	179	148	117	86	55	24
23	908	877	846	815	784	753	722	474	288	319	350	581	550	519	705	457	426	395	598	629	660	264	240	209	178	147	116	85	54	939
22	53	84	847	816	785	754	723	692	295	320	351	382	549	518	673	456	425	568	599	630	487	270	239	208	177	146	115	878	909	940
21	52	83	114	145	786	755	724	693	662	476	352	383	548	517	641	455	424	569	600	326	300	269	238	207	176	817	848	879	910	941
20	51	82	113	144	175	206	725	694	663	632	357	384	415	516	609	454	539	570	485	330	299	268	237	756	787	818	849	880	911	942
19	50	81	112	143	174	205	236	267	664	633	602	478	416	515	577	453	540	388	360	329	298	695	726	757	788	819	850	881	912	943
18	49	80	111	142	173	204	235	266	297	328	603	572	419	448	545	510	483	390	359	634	665	696	727	758	789	820	851	882	913	944
17	48	79	110	141	172	203	234	265	296	327	358	389	542	480	513	450	420	573	604	635	666	697	728	759	790	821	852	883	914	945
31	61	91	121	151	181	211	241	271	301	331	361	391	421	451	481	511	541	571	601	631	661	691	721	751	781	811	841	871	901	931
15	46	77	108	139	170	201	232	263	294	325	356	387	544	512	449	482	418	575	606	637	668	699	730	761	792	823	854	885	916	947
14	45	76	107	138	169	200	231	262	293	324	607	576	479	514	417	452	543	386	355	638	669	700	731	762	793	824	855	886	917	948
13	44	75	106	137	168	199	230	261	670	639	608	574	546	447	385	509	422	484	354	323	292	701	732	763	794	825	856	887	918	949
12	43	74	105	136	167	198	733	702	671	640	477	578	547	446	353	508	423	392	605	322	291	260	229	764	795	826	857	888	919	950
11	42	73	104	135	796	765	734	703	672	636	610	579	414	445	321	507	538	393	362	486	290	259	228	197	166	827	858	889	920	951
10	41	72	859	828	797	766	735	704	475	642	611	580	413	444	289	506	537	394	363	332	667	258	227	196	165	134	103	890	921	952
9	922	891	860	829	798	767	736	698	674	643	612	381	412	443	257	505	536	567	364	333	302	488	226	195	164	133	102	71	40	953
954	923	892	861	830	799	768	473	706	675	644	613	380	411	442	225	504	535	566	365	334	303	272	729	194	163	132	101	70	39	8
955	924	893	862	831	800	760	738	707	676	645	348	379	410	441	193	503	534	565	596	335	304	273	242	490	162	131	100	69	38	7
956	925	894	863	832	471	770	739	708	677	646	347	378	409	440	161	502	533	564	595	336	305	274	243	212	791	130	99	68	37	6
957	926	895	864	822	802	771	740	709	678	315	346	377	408	439	129	501	532	563	594	625	306	275	244	213	182	492	98	67	36	5
958	927	896	469	834	803	772	741	710	679	314	345	376	407	438	97	500	531	562	593	624	307	276	245	214	183	152	853	66	35	4
959	928	884	866	835	804	773	742	711	282	313	344	375	406	437	65	499	530	561	592	623	654	277	246	215	184	153	122	494	34	3
960	467	898	867	836	805	774	743	712	281	312	343	374	405	436	33	498	529	560	591	622	653	278	247	216	185	154	123	92	915	2
946	930	899	868	837	806	775	744	249	280	311	342	373	404	435	1	497	528	559	590	621	652	683	248	217	186	155	124	93	62	496

安藤有益と関孝和の9×9方陣について 付録 III

安藤有益の9×9方陣

5	10	19	54	81	36	55	64	45
74	38	20	53	71	35	56	14	8
75	66	23	30	61	48	43	16	7
6	15	58	40	51	32	24	67	76
9	17	25	33	41	49	57	65	73
4	13	60	50	31	42	22	69	78
79	70	39	52	21	34	59	12	3
80	68	62	29	11	47	26	44	2
37	72	63	28	1	46	27	18	77

関孝和の9×9方陣

16	15	14	13	75	76	77	81	2
79	28	27	26	61	62	65	18	3
78	63	36	35	51	53	30	19	4
74	60	50	40	45	38	32	22	8
9	23	33	39	41	43	49	59	73
10	24	34	44	37	42	48	58	72
11	25	52	47	31	29	46	57	71
12	64	55	56	21	20	17	54	70
80	67	68	69	7	6	5	1	66