Ｌｉａｒの系譜

上村義明（京都産業大学　理学部）

§１「うそつき」の起源

●うそつき
真理と循環をめぐる論考

ジョン・バーワイズ
ジョン・エチュメンディ◉著
金子洋之◉訳

四六判，xiv+286ページ
1992年5月発行，3090円(税込)
産業図書

「うそつき」＝"ミノタウロス"？

この等式を仮定するとクレタ文明の意味が露になるという説がある．クレタのエピメニデスが「クレタ人は常にうそつき」と言ったときから話がおかしくなった．その昔クレタ王ミノスは名工ダイダロスに迷宮ラビリントスを作らせ，この怪物を閉じ込めた．後にアテナイのテーセウスがこれを退治したといわれるが，場所が迷宮，相手が「うそつき」とあっては真偽のほどは推りかねる．

数学なんかどうでもよかった中世は平和であったが，あのカントールが節度を失って対角線論法を取り上げると，よみがえったミノタウロスは彼を精神病院に押し込め，ラッセル・パラドックスに変身してフレーゲを消耗させ，ゲーデルの不完全性定理と化してヒルベルトに打撃を与え，チューリングの停止問題を決定不能にした．数学者達はあわて，ブラウワーは直観主義を唱え，"カントールの楽園"を守る現代のダイダロス達はZFC集合論を作って再び怪物を封じ込めた．

しかしいつの時代にもテーセウスはいるもので，バーワイズ達がまたもやミノタウロスに挑んでいる．今度のアリアドネの糸毬はオースチン由来の状況意味論とアクツエルのZFC/AFA (anti foundation axiom)集合論である．

面白いことにこれが両方ともコンピュータにからむのである．状況意味論は状況に関する局所変数を露にさせて意味を救済するが，おそらく"言語"を前にしてバーワイズがロジックから転身を余儀なくされた由縁のものであり，アクツエル集合論は循環現象のモデル作りに不可欠で，ZFCの過剰防衛から循環を救出する能力を有する．直観主義も論理直輸入型でコンピュータに迫る向きには今や花盛りであるが，しかしバーワイズのように事の本質をみてとると，"言語"が実世界の存在であることが気になるのである．ともあれ"環境"ぬきにはゆかないのだ．

アクツエル集合論も元を正せばチューリング賞のミルナーのいわゆるSCCS理論のモデル作りをよくみての岡目八目という出自をもつから何か必然の流れにある．であってみれば現代のミノタウロスはコンピュータかもしれない．いやはや「うそつき」についてとんだホラを吹かせてもらった．

追記　「うそつき」の意味の救出はパラドックスの解決法としては"隠れた変数"の理論にあたる．量子力学のパラドックスはベルの不等式がからんで，局所的な隠れた変数の理論は実験的に否定される．非局所的な理論を要する本格的なパラドックスと言わねばなるまい．

上村義明(うえむら よしあき／京都産業大学)

左は１９９２年の数学セミナー１０月号に載った書評であるが勿論、うそつき＝ミノタウロスという説などはない。そういう説があれば与したいというのが本音である。そこで何故そんなホラまで吹いたのかというのが本題である。

「クレータのうそつき」の出典は新約聖書のテトス書：「テトスへの手紙」である。パウロがクレータに残して来た弟子テトスにあてた手紙とされている。その道の権威によれば、これはパウロの筆になるのではなさそうだが、それはこの際どうでもよい。共同訳によれば、そのくだりは次の通りである。

"彼らのうちの一人預言者自身が次の様に言いました。「クレータ人はいつもうそつき、悪い獣、

怠惰な大食漢だ」。この言葉は当たっています。"

こういわれるとミノタウロスに符合するから不思議である。ギリシャ神話によれば、ポセイドンが送った牡牛とミノス王の妃パシパエが交わって生まれたとされるミノタウロスは牛頭人身の怪物で９年毎にアテナイの少年少女１４人を犠牲に供させたといわれる。

アレキサンドリアのクレメンス（２世紀）によると、ここで引用されているのはクレータ島の詩人哲学者エピメニデス（紀元前５００年頃）の詩の一節だそうで、彼は奇跡を行なう宗教教師であったがペルシア軍のギリシャ遠征（紀元前４９０年）の失敗を予告しそれが的中したので預言者の評判を得たと言われる。引用句の前半はカリマコス（紀元前３０５年－２４０年頃）の詩にも現われる。カリマコスは不死であるべきゼウスの墓がクレータ島にあると主張するクレータ人に憤り「クレータ人はいつもうそつき」と言う。この諺は人口に膾炙していたらしく「クレータ人のようにする」（クレティゼィン）は「うそをつく」ことを意味する俗語であったようだ。一方数学者のワイルはディオゲネス・ライエルティウス（紀元前３世紀）のギリシャ哲学者列伝の証言としてミレトスの人ユウブリデス（メガラ派のエウクレデスの弟子）が「うそつき」の論理の発明者であるとしているが、それは次の様な次第である。ディオゲネス・ライエルティオス「ギリシャ哲学者列伝」第２巻第１０章ユウクレイデス（岩波文庫）の一節に

”ところでユウクレイデスの学派にはミレトスの人ユウブリデスも属している。この人は問答形式による数多くの詭弁をつくり出した人である。すなわち「嘘つき」「気づかれていない者」「エレクトラ」「蔽いをされているもの」「穀物の堆積」「角ある者」「禿頭」という詭弁がそれである。・・・また、ユウブゥリデスはアリストテレスとも論争して、彼をさんざんに誹謗したのであった。”とある。

ここで述べられている「うそつき」についてキケロ（前一世紀）[9]には

"もし君が、自分は嘘をついていると言い、そして本当のことを言っているのだとしたら、君は嘘をついているのだ。ところが、君は、自分は嘘をついていると言い、そし

て本当のことを言っている。それゆえ、君は嘘をついているのだ。" とある。これを見てもわかるように「うそつき」のニュアンスは今日の「うそつき」とはかなりちがう。ワイルのいう様に[6]これが「うそつき」の始まりとしても、これから「クレータのうそつき」への距離は容易でない。又、クレータという固有名詞を偶然によらずに導入するには相当の理由がいる。

ワイルの言うようにクレメンスはＡＤ１５０－２１１頃の人でアテナイ生れの教父でアレクサンドリア教校の校長であったし、エピメニデスは前述のディオゲネス・ライエルティウスのギリシャ哲学者列伝にも登場するが父の命で迷羊を捜しに出かけたが昼の暑さに洞窟の中で５７年も眠っていたとか１５７才－２９９才まで生きたとか伝説的な事柄のみで、勿論「クレータのうそつき」の話なんか一つも出てこない。だからワイルはエピメニデス説はクレメンスの"こじつけ"と理解したようである。しかし前述のようにエピメニデスの詩が現存していないにしても、カリマコスの例もあり、どうやらその時代に「クレータの嘘つき」が人口に膾炙していたことは認めねばなるまい。しかもユウブリデスの「うそつき」が「クレータのうそつき」に変形する過程を考えるのは偶然を持ち込んでも容易でなく、従って私はクレータに広く伝承されたものとしてあったと考えるのは自然に思えるのである。けれども「クレータのうそつき」がクレータに伝承されたものとして存在していた事を認めると事態は大きく変わり始める。

§２「うそつき」成立の背景

後に見る様に「クレータのうそつき」の内容の豊かさから考えて、この様な発想は個人なら巨人、そしてそれをささえる文化環境を想定せざるを得ない。ユウブリデスのメガラ派ではとても納得が行かないのもワイル説に反対する理由の一つである。

だとすればクレータにその様な巨人や文明が存在したであろうか？クレメンスがそこでエピメニデスをかつぎ出したのであろう。伝説的人物でギリシヤ７賢人に準ぜられることもある彼ならまあまあの人選であろうが、前述の様にワイルが反対するのも理由がある。それよりその背景になる文明の方が問題である。エピメニデスの前六世紀はミレ

トスのタレースをはじめとしてギリシャ7賢人達が勢ぞろいするギリシャ文化の発生期で彼らはそろってデルポイのアポローンの神殿に詣うで、有名な箴言"汝自身を知れ","度を過ごすこと勿れ"を奉納したと伝えられる（プラトンのプロタゴラス）。この箴言は「クレータのうそつき」と並べてみると問題意識として共通の文化圏の事象という印象が深い。そしておそらく七賢人達がかすかに感じとっていた、前時代の輝ける遺産であったのではなかろうか？ホメロス風「アポローン讃歌続編」の伝えるところよるとアポローンはデルポイを神殿の場所に定めるとアークリータース岬沖をピュロスに向けて航行中のクレータのクノーソスの商人達の船にイルカに似た怪物となって飛び乗りペロポネーソス半島の西海岸を北上させコリントス湾のクリーサに入港させる。アポローンは「神官達」を探し求め彼らに白羽の矢を立てていたのである。デルポイの神殿の神官はクレータ人だったのである。このことはデルポイの発掘からも認められている。有名な箴言は彼らによってクレータからもたらされたのかも知れない。「クレータのうそつき」とアポローンの箴言をならべて見るというのはそれ程荒唐な試みではないのである。しかも自己参照、適用限界、「嘘つき」はアポローンの死の神学の解釈よりは素直で透明である。（同時代の中国の聖人孔子は「述べて作らず、信じて古を好む。ひそかに我が老彭に比す」と言っている。老彭は殷王朝の賢大夫である。）

すでに前8世紀の人とされるホメーロスは「イリアス」「オディセウス」をものしていた筈だが、人々はそれが前14－13世紀に実際にあった事件とは知る由もなかった。現在判明している様に前11世紀から前9世紀に及ぶ暗黒時代をわずかな情報がトンネル効果のように伝えられていたと考えられる。それは口承詩の形をとり語り伝えられたのであろう。なぜなら線文字Bは既に忘れ去られ、新しいアルファベットがギリシャ全土に拡がろうとしていた前8世紀である。前8世紀のギリシャは小国が無秩序に割拠し、文化の程度がまだ低い段階にあった。住居は木や泥煉瓦で作られ絵画や彫刻の技法も原始的な段階に止っている。ところがホメーロスの描くギリシャは軍事上の連合が可能な秩序ある王国群から成っており王たちは黄金、象牙その他の稀少な素材で飾られた豪荘な石造りの王宮に住んでいる。ヘーパイストス神がアキレウスのために作った盾に描か

れていたとされる情景などは高度な芸術的力量をうかがわせるものである。これはミュケーナイ時代少なくとも紀元前１２世紀より正確には１３世紀あたりまで遡らねばならない。[4]　ところがクレータにはそれに先がけてミノア文明が存在していたことが知られている。前１６世紀ミノア文明はギリシャ本土に著しい影響を及ぼした。本土の文明が美術や工芸品の分野で洗練されたものとなったのは、すべてクレータの影響によるものらしい。ギリシャ人は好戦的で武器や狩猟を好んだが、ミノア人は天然の守りもない地に建てた開放的な宮殿に住んでいた（例えばクノーソス宮殿）。ミノア時代のスポーツで雄牛を相手とする競技がフレスコ画に書かれている。突進してくる雄牛の上を宙返りしてやり過ごすもので闘牛とちがって一人として武器を持たない。ミノア人は教養と節度を具えながらいささかも勇敢さに欠けることのない人々であった。クレータ島は前１６世紀のある時期に大地震に見舞われる。テーラ島やクノーソス、パイストスなど各地に被害の跡らしきものが認められるがやがて復興し繁栄が続く。前１５００年頃再び地震。これは前回程大きくはないが火山の大爆発がテーラ島で起きた。当時テーラは直径１６Ｋｍの島で休火山、数ケ月後火山が活動し始め、降灰、最後の大爆発で山全体が吹き飛び海水が侵入し、津波を起こす。アナーフィ島（テーラの東方２７キロの地点）で軽石の層が標高２５０ｍのところに残っている。ミノア艦隊は壊滅したかもしれない。前１４５０年クノーソスを除くクレータ全土でミノア人の建物が炎に包まれた。おそらくギリシャ人がミノア勢力の拠点を破壊した可能性がある。しかしギリシャ人達はミノア文明をよく受け継いだようだ。前１５世紀までクレータにはギリシャ語を話さぬ人が住んでいた。彼らの言語が文字によって書き残されておりギリシャ語でない事は確かとされている。粘土版やその他の刻文に線文字Ａと呼ばれる文字で書かれている。この言語はクレータの多くの地域で発見されている。エーゲ海諸島、ケオース、キュテーラ、メーロス、ロドス、わけてもテーラに住んでいた事は明らかである。ミケーネの支配がミノア文明を覆ったときミケーネは既にミノアの影響を充分受けていた。従ってミノア文明の水準はこれによって低下しなかった様である。クノーソスが破壊をまぬがれていることも大きい。その後線文字Ａに代わって線文字Ｂが記される。しかし線文字Ｂはギ

リシャ語であることが判明している。後期ミノア文明の遺物をみると彼らの精神的高さが並大抵でないと思わざるを得ない。（例えばアテネ考古学博物館蔵のテーラ島の「西の家」出土の壁画をみよ）。

それを見ると、彼らはその深みで「クーレタのうそつき」に到達したに違いないとしきりに思われるのである。筆者のささやかな禅の修業の体験から類推して古代人達の神秘主義的な修業体系は己事究明、真理追及の方法として決して現代科学の諸方法に比べて見おとりのするものではない。特に人間、自己にかかわる分野ではしかりで、これに代わる方法を現代科学は発見していない。それ故、古代人達が到り得た領域や認識の深さを甘く見てはならないと思う。（カスタネーダ著「呪術師ドンファン」、中沢新一著「チベットのモーツアルト」等参照）シュリーマンのトロイ発掘がそしてミケーナイ発掘がミケーネ文明を明るみに出した様な物証はないし、今後見出されそうにないからトロイ発掘前のシェリーマンの様に問題にすらされないのかも知れない。

特にワイルが"数学と自然科学の哲学"の中でユウブリデスを「うそつき」の発明者と認定してからは権威にさからうものはいない様である。真理が存在してそれが言語で表現できるとは限らないという認識は洋の東西を問わず神秘主義的傾向の中であまねく存在していたが、古代クレータ人は、なぜ表現出来ないのか、又は表現出来ない例として「クレータのうそつき」をとらえていたフシがあるという筆者の主張は、一方言語と離れて真理というものが存在しており、言語はそれを表現しているに過ぎないとする枠組みの発見として重大な意味をもつことを同時に主張することになる。これは後のソクラテス、プラトンにイデアの形で引き継がれ逆にプラトニズムの名で呼ばれる数学の世界の実在を認知した最初として特筆すべき事柄なのである。それは丁度感覚の向こうにこれとは異なる物理的世界が実在することを認知する発見（これはエレア派のパルメニデスやゼノンに帰される功績と考えられる。特にゼノンのパラドックスは物理学と数学の分離にかかわるものである）と双璧をなす。筆者の主張には、従来、こちらの方だけが重視されてきたギリシャ科学史の歪みを正したいという願いも込められている。

地中海の中央に位置し肥沃な三角形、小アジアとの関係からその知的水準を推し量る

のもよいし、ギリシャ神話の主神ゼウスの生誕の地がクレータのディクテー山とされていることからもギリシャ文明全体に於ける位置が想像されよう。しかし物的証拠は何もない。そこで以上の推論を強く裏付けるのは「クレータのうそつき」の内容の深さがとてもユウブリデスの手におえるものでないことを示すことによってしかあるまい。

§３バーワイズの「うそつき」分析

では今、バーワイズ達が到り得た「うそつき」分析の結論は何か？彼らは「うそつき」として"この命題は真でない"を取り上げる。「うそつき」は「クレータのうそつき」の洗練された形である。これは誰しも「クレータのうそつき」をひねりまわしていると見えてくる標準形の一つである。「うそつき」、カントールの定理、ラッセルの逆理、ゲーデルの不完全性定理を並べて眺めていると何か共通の似た構造が感ぜられる。事実既にローベルは後の三者が対角線論法という点で同一であることを示した。そしてバーワイズ達も「うそつき」が対角線論法であることを明らかにした。そして「うそつき」が最も難しいのである。ミノア人達はそれを直覚していたというのが筆者の主張であるが、それにはバーワイズ達の分析を先ず見なければならない。

先ず彼らはパラドックスの役割を高く買う。パラドックスは通常は表に現われないままにされている仮定を顕在化させ、それらの仮定を極端な事例においてテストせざるを得なくする。（デルフォイの箴言"度を過すことなかれ"が何を指しているか、それが"汝自身を知れ"に劣らず重視されている所以であろう。）パラドックスには共通の構造があり隠れたパラメータがあって、その値が考察の途中でずれて来てパラドックスに導くのであるとする。

例えば、私が午后４時だというのに相手が午后７時だと言い張る時、私がパラアルトに居、相手がボストンに居れば別に矛盾にはならない。つまり時計は地球上の場所というパラメータを明るみに出せば矛盾は解消する。ＡがＢの左に居るかＢがＡの左に居るかは見る人の位置による。相対論は同時性が観測者に依存することを明らかにした。つまり同時性は３項関係であって２項関係ではない。この３番目のパラメータを考慮に入

れるのが難しかったのである。ラッセルの床屋の逆理を見てみよう。"自分のひげをそれない人は皆そってくれる床屋がいる。" という文章は正しい命題を述べているだろうか？たしかに床屋自身が"皆"から外れてしまう。

"皆"を"オクスフォードに住む皆"とでも変えれば、正しい命題になる。ラッセルパラドックス

$$Z=\{\ x \mid x \text{ not}\in x\ \}$$

はパラメータのaを導入して各集合aに

$$Z=\{\ x\in a \mid x \text{ not}\in x\ \}$$

を対応させることにすればaがwell foundedならZ_a=aだし、もしa={Max, Ω, a}のようにwell foundedでなければZ_a={Max}となってパラドックスは生じない。従って得られる教訓はZ_aは a のメンバーになり得ないのだから、"universalな集合"が存在しないということに過ぎない。U がuniversalな集合であればZ_uは u のuniversarityからuに屈せねばならないが、そのこと自体がZ_uを u に屈せなくさせる。いいかえるとZ_uはuから対角線的にとび出る(diagonalize out of u)。

床屋がオックスフォードを対角線方向にはみ出るように、「うそつき」("この命題は真ではない")に於て彼らはオースチン流の見方とラッセル流の見方を対比させる。オースチン流の解決法はラッセル流でかくれていたパラメータをあらわにする。

ラッセル流ではこの部分が全世界をおおうと仮定している。ラッセルパラドックスが示しているようにすべての集合の宇宙というものは我々の認識の埒外にあって、従って「うそつき」は我々がすべての事実の宇宙についての言明が出来ないでいることを示しているのである。我々がラッセル流の見方をとる限り「うそつき」は世界の本質的な部分性の承認を迫る。即ち真ではないが、その虚偽性が事実の宇宙の外、「世界」の外にあるような命題が存在すると。

オースチン流の解決はラッセル流がそっとしておいて全体としての世界をそれにあてていたパラメータをあらわにさせて新しい命題概念を持ち出す。一旦この移行がなされると世界の整合性と総体性が保存される。すべての命題は真か偽となり、真や偽である

ことが世界内の事実であること、即ち命題によって特徴づけられる事実であることを妨げるものは何もない。「うそつき」は今や教訓であってパラドックスではない。

つまり、「うそつき」命題が偽であることは全体としての世界の完全にまともな特徴であるにもかかわらず、その命題がかかわる特殊な状況の特徴にはなり得ない。ここで「うそつき」が偽であることは、それが関与する限定された状況から対角線的にとび出すが、ラッセル的な対処では偽であるという事実が全世界からはみ出るように思われていた。ラッセル的見地からこのパラドックスを難しくしていたのは、こう思われていた事の外に、世界はすべての事を含むべきだという我々の直観である。ラッセル的見解では世界の全体性を放棄しなければならない。オースチン的見解ではその様な深い形而上学的見解は放棄する必要はない。しかし何かは捨てねばならない。そして捨てるのは、命題は一般に全体としての世界にかかわり得るという信念である。少なくとも「うそつき」がかかわる限りそうである。この放棄の結果は高くはつかない。反映定理というのがあってラッセル的世界に含まれるすべてのものを含む状況にかかわることが可能である。その上、そうした状況から踏み出して、その状況についての「うそつき」の振舞いを記述できる。

はじめに表現力の制限と思われていたものが実際にはより大きな表現可能性のための障害を取除くことになる。我々はもはや「うそつき」が偽であることを認識しつつもそれを表現出来ないという特異な地点を脱出したのである。

以上をまとめてみると

記述された"状況"を表わす変数を導入することによって「うそつき」がなぜこの様な不作法な振る舞いをするのかが明らかになる。もし「うそつき」が世界のある特定の部分について主張を行うために用いられるならば、そこで記述された部分の外に存在する一つの事実がつねに与えられる。これが対角線的に"とび出る"と呼ばれるものである。その結果「うそつき」以外の文が世界全体についての主張を行うために使用されることがあろうとなかろうとそのような主張のために「うそつき」文を使用することは単純にはできないのである。

以上がバーワイズ達の分析である。

§4　不完全性定理と「うそつき」

議論を締めくくる意味でゲーデルの不完全性定理と「うそつき」を対比させてみよう。

ある無矛盾な形式体系の中で「この命題は証明できない」(*)という命題を証明しようという形でゲーデルの議論は展開される。

この命題がまともな命題になるかどうかが肝心でゲーデルは、ゲーデル数をはじめとする技巧を駆使して実際にこの体系の中でまともな命題であることを構成してみせる。

あとは何でもない。

この命題が証明できるとすると、「この命題は証明できない」が真となるので、矛盾。よってこの命題は証明できない。そこで真ではあるがこの体系の中で証明できない命題が存在することになる。又この命題の否定が証明できたとすれば、偽な命題が証明できた事になって無矛盾性に反する。よってそれ自身もその否定も証明できない真なる命題が存在することになり不完全性定理が成立する。即ち、この命題の証明可能性が対角線方向に体系をとび出すのである。幸にも "証明可能性" の概念は "その形式的体系" に依存する。これが隠れたパラメータになって形式的体系が変われば証明可能性も変る。

だから完全性を破壊しているこの命題を新たに公理として加えた体系を作ればそれは証明可能となる。

勿論、そこで上と同じ命題を作れば隠れたパラメータ "この体系に於いて" が効いて上と同様な議論が成立し、……この様な事情が繰り返される。

ところで「うそつき」ではどうなるだろうか？　「この命題は真ではない」。またもやこの命題はまともな命題であるかが問題になる。バーワイズ達はまともとして前進する。ここでは真偽が正面に立っているので隠れたパラメータ理論で切り抜けるには真偽

$\sim {}^{\exists}x[\Pi_x \text{ proves } P_k(k)] = P_k(k)$

をパラメータ化しなければならない。

いきなり"真偽"であるから間に一つ層をはさむ発想がやりにくく「うそつき」を難しくしていたのである。

恐らくゲーデルは「うそつき」を見て"真"を"証明可能"におきかえれば、命題に意味を持たせることが可能と考えて不完全性定理に到達したのであろう。彼自身「うそつき」との類似性を指摘している。

バーワイズ達は自然言語の枠組の中でゲーデルと同じ仕事を遂行したのである。鍵は隠れたパラメータの発見にかかっていた。そういう次第であるから理論構築にはゲーデル並の技巧が要求される。詳細は"the Liar"に依るしかないが、その粗筋を付録1に抜粋しておく。

§5　まとめ

問1　「クレータのうそつき」については古代ギリシャでは引用された例がないが？

答　「クレータのうそつき」はミノア文明の最盛期に恐らく線文字Aのクレータ人達によって発見された（又は発話された）のではないかと考える。

ミケーネとミノアの関係が逆転して以来、即ちミケーネがクレータを支配するに及んで、（ＢＣ１４５０年頃）これはクレータ人への悪口に転化し、その深い意味は忘れられ、或いは詩の一節となり、あるいは「クレティゼイン」（クレータ人のようにする）という言葉の意味がうそをつくことを意味する程になってしまった。従ってパウロはそれをまともに引用し「これは本当です」といって怪しまなかったのであろう。ポシリデス（ＢＣ　５３０）は"Lare人は悪人である；そしてProclees はLare人である"といったとか、Lare人をChiosの住民にかえた変形はデモドカスであるとかいわれている。ユウブリデス以前にもこの程度の話は知られていた。

問2　クレータ人がうそつきであるなどとクレータ人が言い、それが伝承されるというのは解せないが？

答　「クレータのうそつき」命題が偽であるという認識が発話者クレータ人にあった

ことを証拠だてるものと思う。

発見者達の興味の中心はこの命題が偽であるという事実が及ぼす反作用にあってバーワイズ達の分析と同じ境地を直観的に把握し言語で真理を表現するときの問題等を論議していたのではないかと推察する。当時の遺物のもつ文化的水準と全く平和的な傾向とが、それに伴って存在していた知的文化を想像させるのである。城壁をもたぬ王宮（クノーソス）で自由なドルフィンの壁画に囲まれて貴族達の深い瞑想から生まれたものと考えられる。デルポイの箴言もこの様な環境の産物に違いないと思う。

問３　ではユウブリデス（メガラ派）はどう位置づけられるか？

答　メガラ派は論争屋と呼ばれていた。アリストテレスは彼等を詭弁家としてとらえていた。彼等はソフィスト達とは区別されるべきであるが、詭弁家と呼ばれても仕方のない傾向がある。彼等はそれを通して何を言いたいのか？　目的は単に論争に勝つことではないかと思われる。少なくとも「クレータのうそつき」は深い瞑想とはなじんでも論争とはなじまない。ユウブリデスが「クレータのうそつき」と無関係にみえるのは問１の答にあるような事情による。ユウブリデスは多くの詭弁の一つとして「うそつき」をみていたのであって「うそつき」の本質に関する洞察を欠いている。

以上、「クレータのうそつき」はミノア文明に端を発し、古代ギリシャを貫き、カントルの対角線論法、ラッセルパラドックス、ゲーデルの不完全性定理に至る系譜を形造る数学の基礎、言語（表現）の基礎の物語なのである。

付録１.

オースティン命題は、「指示的規約（demonstrative convention)」によって確定される状況および「記述的規約（descriptive convention）」によって確定されるタイプという二つの成分によって決定される。命題Ｐが真であるのは、

この命題がかかわる状況About(p)が、成分をなすタイプType(p)になっている場合である。こうした命題をモデル化するために、事態（SOA）、状況（SIT）、タイプ（TYPE）そして命題（PROP）という四つのクラスを必要とする。それらは同時に定義されねば

ならない。というのも、例えば、状況は命題の成分であり、逆もまた同様だからである。この後で、世界のモデルという概念を導入する。事実および現実的状況の概念は、与えられた世界のモデルに相対的なものとなるであろう。

以下の定義では、Xの閉包Γ(X)は再び、Xを含み、

＊もしY⊆Γ(X)が集合ならば、［∨Y］と［∧Y］はΓ(X)の中にある。

という条件の下で閉じた最小の集まりである。先ずアトムタイプからなるクラスAtTYPEを定義する。あらゆるタイプからなるクラスTYPEは、その閉包Γ(AtTYPE)であると見なされる。

定義　SOA, SIT, AtTYEP, PORPは、以下の条件を満足する最大のクラスである。

＊すべてのσ∈SOAは、次の形のいずれかである。

＊＜H, a, c ; i＞　または、

＊＜Tr, p ; i＞または、

＊＜Bel, a, p ; i＞、

ここでH, Tr, Belは異なるアトムであり、aはClaireか　Max、cは標準的なカードの一つである。iは0か1のどちらかであり、p∈PROPである。

＊すべてのs∈SITはSOAの部分集合である。

＊すべてのp∈PROPは｛s；T｝という形をもつ。ただし、s∈SITかつT∈Γ(AtTYPE)である。

＊すべてのT∈AtTYPEは{σ}という形をもつ。ただし、σ∈SOAである。

事態σによって完全に確定されるタイプを表すのに{σ}を用いる。

例1　p=｛s；［H, Claire, 3　：1］｝　sはClaireがクラブの3を持っているようなタイプの状況であると主張する命題である。ちょうど＜H, Claire, 3　：1＞∈sの場合にpは真である。

例2　（オースティン的嘘つき）任意の状況sと命題pに関して、pがsで偽であることを主張する命題、すなわちその虚偽がsにおける事実であるような命題が存在する。

これは、命題

$$F(s, p)=\{s;\ [Tr, p;0]\}$$

である。AFA*を用いると、不動点f_sが得られるが、これは一意に決る命題p=F(s, p)である。つまり各々のsに関して、嘘つき命題

$$f_s=\{s;\ [Tr, f_s;0]\}$$

が得られる。命題f_sはf_sの虚偽がsにおける事実であると主張する。

（AFAはantifoundation Axiomの略。Aczel集合論の公理で循環オブジェクトの存在を保証する）

オースティン命題の真理

最初にある状況があるタイプを持つということが何を意味するか定義する。

定義　OFを、以下の条件を満たす、SIT×TYPEのただ一つの部分クラスであるとしよう。

＊＜s, ［σ］＞∈OFであるのは、σ∈sのとき、そのときに限る。

＊＜s, ［∧X］＞∈OFであるのは、あらゆるT∈Xに関して＜s, T＞∈OFのとき、そのときに限る。

＊＜s, ［∨X］＞∈OFであるのは、あるT∈Xに関して＜s, T＞∈OFのとき、そのとにかぎる。

つぎの命題は、オースティン的真理概念をモデル化するのに重要である。

命題　上の定義を満たす唯一のクラスOFが存在する。したがって、任意のsとTに関して、

1. 状況sはタイプTであるか、ないかであって、両方ではない。

2. 状況sがタイプ[σ]であるのは、σ∈sのとき、そのときにかぎる。

3. 状況sがタイプ[∧X]であるのは、各々のT∈Xに関してsがタイプTであるとき、そのときにかぎる。

4. 状況sがタイプ[∨X]であるのは、あるT∈Xに関してsがタイプTであるとき、そのときにかぎる。

われわれはクラスTRUEを、p∈PROPであるようなpからなるクラスと定義するであろう。ただし、p={s,T}
となっており、そこではsがタイプTであるとする。このクラスのどの命題も真と言われ、それ以外はすべて偽と言われる。この定義は、次のような期待通りで望ましいいくつかの属性を持つ。

命題

1. すべての命題は真か偽かであり、両方であることはない。

2. 命題{s;σ}が真であるのは、σ∈sのとき、そのときにかぎる。

3. 命題{s;[∧X]}が真であるのは、各々のT∈Xに関して{s;T}が真であるとき、そのときにかぎる。

4. 命題{s;[∨X]}が真であるのは、あるT∈Xに関して{s;T}が真であるとき、そのときにかぎる。

5.. ある命題は真であり、ある命題は偽である。

オースティン的世界をモデル化すること

オースティン的枠組みの中で現実世界が果たす役割を描き出すには、世界のモデルを持ち込み、命題が、与えられた世界のモデルAに相対的に接近可能であるという概念を導入する必要がある。

定義

1. 世界の部分モデル(partial model)Uとは、以下の条件を満たす事態SOAの集まりである。

・どんな事態であれ、その事態とその双対とがUにあることはない。

・もし＜Tr,p;1＞∈Uならば、pは真である。

・もし<Tr,p;0>∈Uならば、pは偽である。

2. ある状況sがモデルUにおいて現実的(actual)であるのは、s⊂＝Uの場合である。もしその状況があるモデルで現実的ならば、それは可能である。

3. 命題pは、もしAbout(p)がモデルUで現実的ならば、Uにおいて接近可能である。

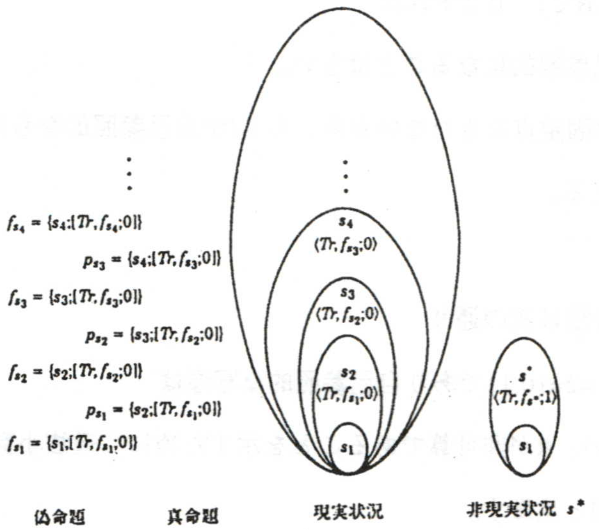
4. モデルUは、もしそれが他のどんな部分モデルにも真に含まれていないならば、総体的(total)である。

このとき次の定理が成立する。

定理　sをあるモデルにおける現実的状況としよう。このとき、sについての嘘つき命題f_sは偽である。言い換えれば、あるモデルにおいて接近可能な嘘つき命題は、どんなものであれ単純に偽である。

状　　況	現実的	嘘 つ き ?
s_1	仮　定	f_{s_1} は偽
$s_2=s_1\cup\{\langle Tr, f_{s_1}; 0\rangle\}$	yes	f_{s_2} は偽
$s_3=s_2\cup\{\langle Tr, f_{s_2}; 0\rangle\}$	yes	f_{s_3} は偽
$s_4=s_3\cup\{\langle Tr, f_{s_3}; 0\rangle\}$	yes	f_{s_4} は偽
⋮	⋮	⋮
$s^*=s_1\cup\{\langle Tr, f_{s^*}; 0\rangle\}$	no	f_{s^*} は真

命　　題	真理値
$f_{s_1}=\{s_1; [Tr, f_{s_1}; 0]\}$	偽
$p_{s_1}=\{s_2; [Tr, f_{s_1}; 0]\}$	真
$f_{s_1}=\{s_2; [Tr, f_{s_2}; 0]\}$	偽
$p_{s_2}=\{s_3; [Tr, f_{s_2}; 0]\}$	真
$f_{s_3}=\{s_3; [Tr, f_{s_3}; 0]\}$	偽
$p_{s_3}=\{s_4; [Tr, f_{s_3}; 0]\}$	真
⋮	⋮



付録２. Lowvreの対角線論法

Lowvreの論文[2]のエッセンスをトポスの形でまとめた塚田[8]を参考のために引用しておこう。

Th.

トポス Eにおいて対象Aと射 $f: A \to \Omega^A$で自己参照的なものがあれば

（つまり、すべての $g: A \to \Omega$ に対して、ある $a: 1 \to A$が存在して

すべての $b: 1 \to A$に対して $f(a)(b)=g(b)$が成立する）

Ωは固定点性質をもつ

（つまり、すべての射 $t: \Omega \to \Omega$ は固定点 $x: 1 \to \Omega, t_0 x = x$なるものを持つ。）

証明

仮定のもとで$g: A \to \Omega$として

$$A \xrightarrow{\Delta} A \times A \xrightarrow{id \times f} A \times \Omega^A \xrightarrow{ev} \Omega \xrightarrow{t} \Omega$$

をとる。$g(b)=tf(b)(b)$　（bが対角線上にならんでいる）

gに対応する$a:1 \to A$をとれば$f(a)(b)=g(b)$であって

特に$b=a$とおくと$f(a)(a)=tf(a)(a)$

$x=f(a)(a)$が求める固定点になっている。

Th. ブールトポスBで1　0とすれば

$A \to \Omega^A$は自己参照的になることはない。

証明　$T: \Omega \to \Omega$は固定点をもたないから、もしfが自己参照的ならば$g: A \to \Omega, g(b)=\neg f(b)(b)$が反例を与える。

Cantorの対角線論法は次の通り

B=Setをとれば$\Omega=2=\{0,1\}$であり自己参照的な写像は

全射に外ならない。Rが非可算であることを示すために二進法小数展開により[0,1]の元は2に値をとる列と見做す。

今$f:N\to[0,1]$が全射だとすればg_nを$f(n)$の小数点以下第n桁$f(n)(n)$が0ならば1,1ならば0と定義すれば小数$g=0.g_1g_2g_3\cdots$はfの像の内にはない。

ラッセルの逆理は充分大きな宇宙Uを考えて、Uの元に対する性質ϕがUの元である集合$\{x|\phi(x)\}$を決めるとすると矛盾が出るというものである。この仮定は$U\to2^U$,$A\in U$に対してXの性質$x\in A$を対応させる写像が全写であるということだから$S=\{x|x\ \mathrm{not}\in x\}$をつくればSはどの集合にも対応せず破綻する。即ち$S\in S$ならSの定義から$S\ \mathrm{not}\in S$,

$S\ \mathrm{not}\in S$なら再びSの定義により$S\in S$となる$(g(x)\Leftrightarrow x\ \mathrm{not}\in x)$

さてカテゴリー論的数理論理学の立場に立ってブールトポスTとはある古典論理の枠での理論そのものであると思うことにする。そのときTが無矛盾であるとは0 not　1,いいかえるとTでtrue ≠ falseであること。Tが完全であるとは$\mathrm{Hom}_T(1,\Omega)=\{\mathrm{true},\mathrm{false}\}$つまり眞偽値は二つしかないことと解釈される。

これは$1\xrightarrow{\mathrm{true}}\Omega$に対応するのはTで証明可能な文の全体

$1\xrightarrow{\mathrm{false}}\Omega$に対応するのはTでその否定が証明可能な文全体と思うからである。

例えばSetは無矛盾完全である。

射$A\xrightarrow{\phi}\Omega$はTでの一変項論理式$\phi(x)$でxはAを動く（ただし$\phi_1\Leftrightarrow\phi_2$が証明可能なとき、$\phi_1=\phi_2$と同一視している）

射$1\xrightarrow{a}A$は、つまりAの元は型Aの定項と思うことができる。ゲーデルの不完全性定理をトポスで証明するために次の仮定をおくAをTの対象として、Aの元と眞偽値との間の関係

$$\Gamma\subset\mathrm{Hom}(1,A)\times\mathrm{Hom}(1,\Omega)$$

について各眞偽値σに少なくとも１つのAの元aがあって

$$a\Gamma\sigma$$

が成立するとする。

これは、眞偽値σをもつ文のゲーデル数aが存在することを意味する。そしてaをσのゲーデル数とよぶ。

定義

「Aで代入が定義可能」とは、代入演算Subst $A \times A \to A$ですべての論理式$\phi: A \to \Omega$に対してその「ゲーデル数」

$c: 1 \to A$があって、かってな定項$a: 1 \to A$に対して

文$\phi(a): 1 \to \Omega$のゲーデル数はSubst(c,a)で与えられること。つまり、Subst(c,a) Γ ϕ(a)となること。

定義　「証明可能性がAで表現可能」とは

論理式$Pr: A \to \Omega$があってaが眞偽値σのゲーデル数ならばPr(a)=true と

σ=true とが同値。

この準備の下で

ゲーデルの不完全性定理（第１不完全性定理）

Tが無矛盾でAで代入が定義可能で、しかもAで証明可能性が表現できればTは不完全

証明　前と同様に$g: A \to \Omega$をg(a)=¬Pr(Subst(a,a))で定義する。代入が定義可能なのだからSubst(c,a) Γ g(a)となるcがある。とくにa=cとしてSubst(c,c) Γ ¬Pr(Subst(c,c))

今Tが完全だとすればd=Subst(c,c)に対しPr(d)=true又はPr(d)=falseのはず　Pr(d)=trueとすれば¬Pr(d)=trueで矛盾

Pr(d)=falseとすれば¬Pr(d)=falseで矛盾、よってTは不完全。

参考文献

[1]　J.Barwise and J.Echemendy ; The Liar - An Essay on Truth and Circularity, Standford Univ. Press. (1987)
(邦訳　うそつき　真理と循環をめぐる論考　金子洋之訳　産業図書)

[2]　Lawvre,F.W. ; Diagonal arguments in cartesian closed Categories, in Category Theory. Homology Theory and their Applications II, L.N.M. vol.92 Springer-Verlag.1969.

[3]　J.Soto-Andrade and F.J.Varela ; Self-Reference and Fixedpoints: A Discussion and Externdion of Lawvre's Theorem. , Acta Applicandae Mathematicae 2, 1984

[4]　J.チャドウィック　安村典子訳　ミュケーナイ世界　みすず書房

[5]　ディオゲネス　ライエルティオス　ギリシャ哲学者列伝　岩波文庫

[6]　ヘルマン・ワイル　菅原正夫訳　数学と自然科学の哲学　岩波書店

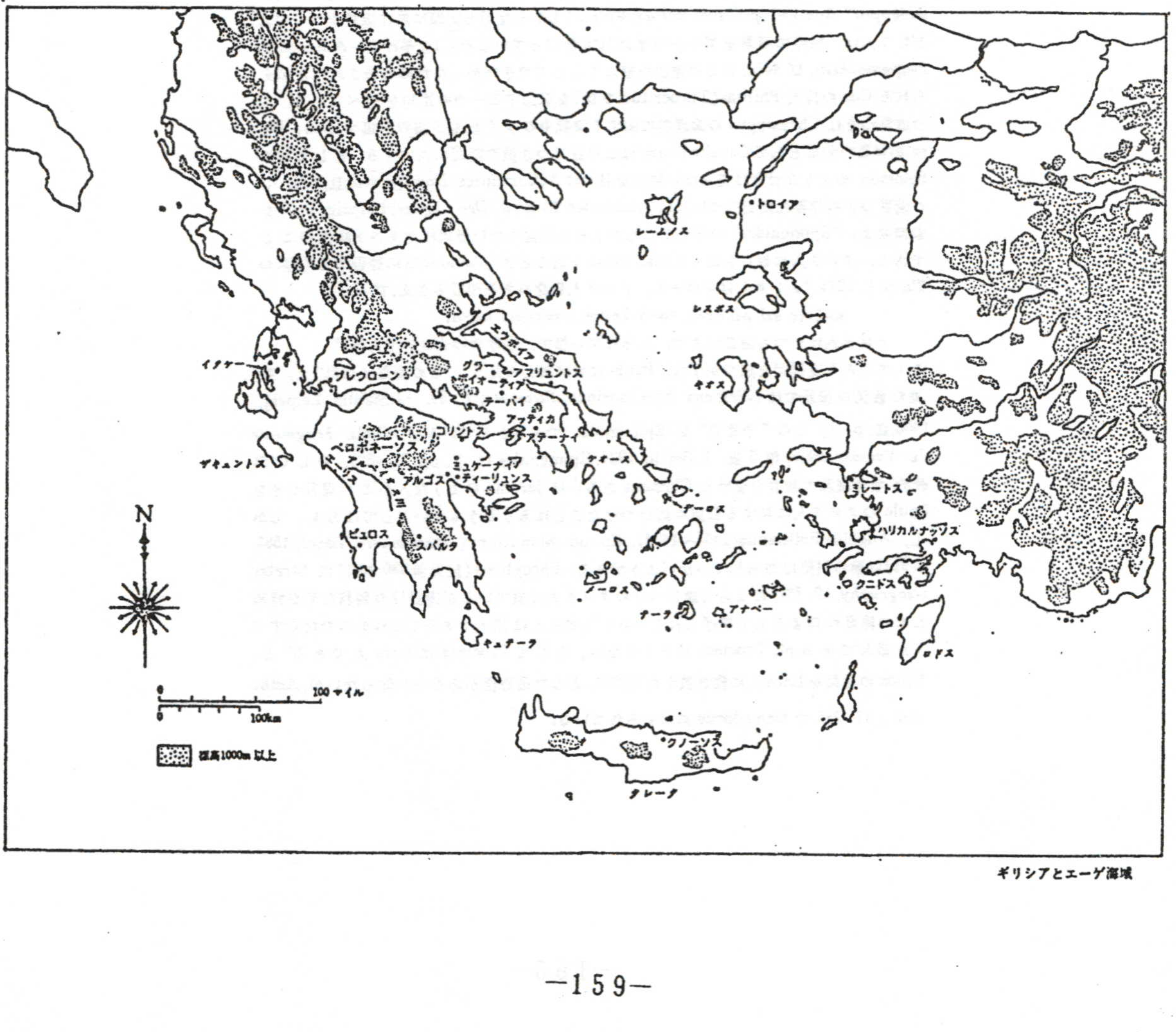
[7]　J.L.オースチン　坂本百大監訳　オースティン哲学論文集

[8] 塚田春雄 カテゴリーと数理論理と対角線論法 エピステーメII

[9] 後期ギリシャ哲学資料集 山本光雄,戸塚七郎 岩波書店

クレタ文明

	新石器時代の開始		おそらく紀元前4000年頃から	
	初期ミノア	I	一前2600年頃まで	
前2500年		II	前2600—2300年頃	王宮以前
		III	前2300—2000年頃	
	中期ミノア	I	前2000—1850年頃	
隆盛期		II	前1850—1700年頃	初期王宮期
		III A	前1700—1660年頃	(ヒエログリフ)
		III B	前1660—1580年頃	
	後期ミノア	I A	前1580—1510年頃	高度王宮期
前1500年		I B	前1510—1450年頃	(線文字A)
		II	前1450—1405年頃	
		III	前1405—1100年頃	ミケーネ時代
				(線文字B)



ギリシアとエーゲ海域

文献[6] ヘルマン・ワイル「数学と自然科学の哲学」より

[1] Megara 学派の Socrates 派の哲学者，Euclides, Eubulides, 等々はこの種の逆説に耽った，それらは明かに，Zeno によって定式化されたようなエレア派の運動の逆説とは異なる類に属する．Aristoteles はこれらの逆説に *De Sophisticis Elenchis* の全巻を捧げた；ストア学派の Chrysippus は手広くそれらを取扱った(*Diogenes Laertius*, VII, 189〜198 中の Chrysippus の論理学に関する論説の題目の表を参照)；ローマ帝国下ではそれらは弁証論の正規の教科目の一部をなしていた．中世のスコラ哲学の発展は Paulus Venetus (1428年に死去)において最高潮に達した(*Logica Magna*, Venetiis 1499. 以降，とくに *De Insolubilibus*, 192r. B 以下)．ごく近代の哲学者たちの態度の典型的なものは C. Prantl の 彼の古典的著作 *Geschichte der Logik im Abendlande* 中の軽蔑的な注意である："おとし穴論法の多くはつまらぬものであるが，真の論理学はそんなものを全然顧慮しないであろう"(I, p. 95).

[2] Diogenes Laertius の証言(*D. L.*, II, 108)に従えば，Eubulides がこの逆説の発明者である．Aristoteles は *Soph. Elench.*, 25, 180 a, 35 以下においてそれを記述し，彼自身の解決を与えている．我々にまで伝ってきた古代の定式化のうち私は Cicero, *Academica*, II, 29 の："Si te mentiri dicis idque verum dicis, mentiris an verum dicis?(もし君が虚言をついていると言い，かつ同時にそれが真実であると言うならば，君はいったい虚言をついているのかそれとも真実を言っているのか?)"; また Aphrodisias の Alexander(紀元後約 200 年)の，*ad Soph. Elench.*, Aldina f. 54r. [M. Wallies, *Comm. in Arist. Graeca*, Vol. II, pars III, Berlin, 1898, p. 171, l.18] *ἀλλά μὴν ὁ λέγων "ἐγὼ ψεύδομαι" ἅμα καὶ ψεύδεται καὶ ἀληθεύει.* (しかしながら実際に私は虚言をつくのだと言う人は，同時に虚言を言いかつまた真実を言っているのだ)を挙げる．Athenaeus, *Deipnosophists*, IX 401e, はこの逆説を解こうとしてできなかったために殺されたと伝えられる Cos の詩人 Philitas(Theocritus の師)を記念する一つの迷句を述べている．この虚言つきは Chrysippus の論理学に関する論説中の少くとも 7 個の主題である．Barataria島の知事として Sancho Panza はこの虚言つき型の問題に当面する，そして彼の Solomon のような賢さは荒っぽい解決を見つける(Cervantes, *Don Quixote*, II, 51)．この虚言つきの詳細な歴史については Alexander Rüstow, *Der Lügner*, Leipzig, 1910 を参照せよ．"Epimenides" の類似したしかしそれ程鋭くない形式はキリスト時代のことである．クレタ人に福音を説くために Titus を送るとき，Paulo は彼に警告する (*Ep. to Titus*, I, 12): "クレタ人自身の一人，クレタ人自身のある予言者さえ，言った：

κρῆτες ἀεὶ ψεῦσται, κακὰ θηρία, γαστέρες ἀργαί

クレタ人はいつも虚言つきで，たちの悪い獣で，怠け者の大食いである，"

そしてなんら逆説だと感づかずに，Paulo は付け加えて言う："この証言は真だ" と．初期の教父の伝承では (Clemens Alexandrinus, *Stromata*, I, 59, ed. Stählin, Leipzig, 1906, II, p. 37) この "予言者" を Epimenides であるとしている (H. Diels, *Fragmente der Vorsokratiker*, 第 5 版, I, Berlin, 1934, Epimenides fr. 1, pp. 31〜32)，そして'異教的' な弁証論で教育を受けた Clement あるいは Jerome のような人がこの虚言つきを Paulo のクレタ人に対する侮辱に結びつけたことはありそうもないことではない．しかし，Angelus Politianus(1454〜1494), Ep. ad Manutium (*Opera omnia*, Basel, 1553, p. 91)以前の引照は知られていないようである．Phocylides (紀元前530年頃) は Strabo, *Geography*, 10. 487, によって虚言つきのクレタ人に似ているが逆説性の鋭利な刃を鈍めた次の陳言の作者として挙げられている："Lera 人は悪人である；たれかれでなくすべてが悪人であるが，Proclees はそうでない；そして Proclees は Lera 人である" と．Chios の住民を Lera 人に置き換えた変形は，どんな信憑性があるのか知らないが，*Anth. Pal.*, 11. 235 で Demodocus に帰せられている．