

Éléments de Géométrie の 定義・公理・命題*

堀 井 政 信^{† ‡}

1 はじめに

昨年のシンポジウムで次のことを明らかにした。Charles Davies (1798-1876) は, Adrien Marie Legendre (1752-1833) の *Éléments de Géométrie avec des notes*/1812, 蔵書印 École Polytechnique(以下, *e.ge.notes*/1812) [1] を基にして, *Elements of Geometry and Trigonometry translated from the french of a.m.legendre*/1834, 蔵書印 Harvard University (以下, *e.ge.tr.translated*/1834) [2] を忠実に書いた。そして, それを改訂して *Elements of Geometry and Trigonometry with applications in mensuration*/1875, 記号八八二号, 蔵書印 大坂英語学校 (以下, *e.ge.tr.applications*/1875) [3] とした。したがって, 明治初期に存在した官立大坂英語学校 (明治 7(1874) 年 12 月～明治 12(1879) 年 4 月) で使われていた幾何の教科書 *e.ge.tr.applications*/1875 は, A.M. Legendre の *Éléments de Géométrie avec des notes*(以下, *e.ge.notes*) に基づいていた [4]。

本報告では, A.M. Legendre の *e.ge.notes*/1812 の構成と内容について述べる。C. Davies の *e.ge.tr.translated*/1834 と比較対照し, 相違点について

*津田塾大学 数学・計算機科学研究所 第 17 回数学史シンポジウム, 2006.10.15

[†]e-mail : masa.horii@nifty.com, キーワード: 数学, A.M. Legendre, 幾何学, École Polytechnique, 教育

[‡]メールマガジン 高校教員が始めた数学史 <http://www.mag2.com/m/0000125834.htm/>, ホームページ 高校教員が始めた数学史 <http://homepage3.nifty.com/mathhis/>

考える．そして，平行線に関する命題に言及する．

2 *Catalogue de la Bibliothèque de l'École Polytechnique/1881* と *e.ge.notes/1812*

École Polytechnique 附属図書館に *Catalogue de la Bibliothèque de l'École Polytechnique/1881* [5] が所蔵されており，そこには，A.M. Legendre が書いた *e.ge.notes* について，出版年が 1794 年，1799 年，1800 年，1806 年，1812 年の計 5 冊が記載されている．現在所蔵されているのは 1812 年のみであり，*e.ge.notes/1812* は NEUVIEME ÉDITION（第 9 版）である．

3 *e.ge.tr.translated/1834*

Harvard University の図書データベースである HOLLIS [6] によると，C. Davies は *Elements of Geometry and Trigonometry translated from the french of a.m.legendre* (以下，*e.ge.tr.translated*) を 1834 年から 1850 年にかけて少なくとも 11 回出版している．最も出版年が古いのが，*e.ge.tr.translated/1834* であり，Harvard University 附属図書館に所蔵されている．

4 *e.ge.notes/1812* と *e.ge.tr.translated/1834* の比較対照

4.1 構成

章立てについて，*e.ge.notes/1812* は LIVRE PREMIER, II, III, … であり，*e.ge.tr.translated/1834* は BOOK I, II, III, … となっていて，仏語がそのまま英語に置き換えられている．

e.ge.notes/1812 の LIVRE PREMIER には LES PRINCIPES があり，
DÉFINITIONS, *Explication des terms et des signes*, AXIOMES, PROPO-

SITION から構成されている。一方, *e.ge.tr.translated/1834* の BOOK I には THE PRINCIPLES があり, *Definitions, Definitions of terms employed in Geometry, Explanation of the symbols to be employed, Axioms, PROPOSITION* から構成されていて, 同じである。

4.2 DÉFINITIONS

e.ge.notes/1812 の DÉFINITIONS の最初は「I. La Géométrie est une science qui a pour objet la mesure de l'étendue. L'étendue a trois dimensions, longueur, largeur, et hauteur.」であり, *e.ge.tr.translated/1834* の *Definitions* の最初は「1. Geometry is the science which has for its object the measurement of extension. Extension has three dimensions, length, breadth, and height, or thickness.」となっている。両者は内容だけでなく文章表現も良く一致する。以降も同様である。

e.ge.notes/1812 では図は巻末にまとめられていて本文中には図の番号のみが示されている。*e.ge.tr.translated/1834* では本文と一緒に掲載されているが, 掲載されている図は一致する。

C. Davies が書いた *e.ge.tr.translated/1834* には直線の定義を述べた後に, 「The word *line*, when used alone, will designate a straight line; and the word *curve*, a curved line.」の一文があるが, 対応するものが A.M. Legendre の *e.ge.notes/1812* にはない。しかし, その意味は, すぐ上で「A *line* is length without breadth, or thickness.」と定義しているので, 単語 *line* は直線と曲線の両方を示すはずだが, *e.ge.notes* で単独に用いられる場合には直線を指していることを注意するものである。これは C. Davies が教科書として配慮した補足説明であり, 内容が異なるわけではない。C. Davies は A.M. Legendre の *e.ge.notes/1812* に忠実に *e.ge.tr.translated/1834* を書いている。

4.3 *Explication des terms et des signes*

e.ge.notes/1812 の *Explication des terms et des signes* は「*Axiome est une proposition évidente par elle-même.*」で始まり, 以下 *Théorème, Problème, Lemme, proposition, Corollaire, $A = B, A < B, A > B, A + B, A - B$* の順で説明している. *e.ge.tr.translated/1834* の *Definitions of terms employed in Geometry* は「*An axiom is a self-evident proposition.*」で始まり, 続いて *theorem, problem, lemma, proposition, corollary* について説明し, *Explanation of the symbols to be employed* では *$A = B, A < B, A > B, A + B, A - B$* の順で説明している. すなわち, *e.ge.notes/1812* の *Explication des terms et des signes* と *e.ge.tr.translated/1834* の *Definitions of terms employed in Geometry, Explanation of the symbols to be employed* は, 後者が *terms* と *symbols* に分けられているが, 内容だけでなく文章表現も良く一致する.

4.4 AXIOMES

e.ge.notes/1812 の AXIOMES と *e.ge.tr.translated/1834* の *Axioms* は, そもそも数が異なる. *e.ge.notes/1812* の AXIOMES は 5 項目であり, *e.ge.tr.translated/1834* の *Axioms* は 13 項目である. *e.ge.notes/1812* の AXIOME (5 項目) については *e.ge.tr.translated/1834* の *Axioms* にそれぞれ対応するものがある. そして, *e.ge.tr.translated/1834* の *Axioms* には *e.ge.notes/1812* の AXIOMES にない公理が 8 項目ある.

その 8 項目の中で, *Axioms* の 10 番目と 12 番目が重要である. 10 番目は「10. All right angles are equal to each other.」であり, 12 番目は「12. Through the same point, only one straight line can be drawn which shall be parallel to a given line.」であることを要請している.

4.5 PROPOSITION

e.ge.notes/1812 の PROPOSITION PREMIER は「*Les angles droits sont tous égaux entre eux.*」であり, 対応するのは *e.ge.tr.translated/1834* の *Ax-*

ioms の 10 番目「10. All right angles are equal to each other.」である。*e.ge.notes/1812* の PROPOSITION II は「*Toute ligne droite CD, qui en rencontre une autre AB, fait avec celle-ci deux angles adjacents ACD, BCD, dont la somme est égale à deux angles droits.*」であり、対応するのは *e.ge.tr.translated/1834* の PROPOSITION I「*If one straight line meet another straight line, the sum of the two adjacent angles will be equal to two right angles.*」である。図は一致する。同様に、*e.ge.notes/1812* の PROPOSITION III, IV, ..., XVIII に対応するのは、*e.ge.tr.translated/1834* の PROPOSITION II, III, ..., XVII であり、図は一致する。命題の順序も同じである。

e.ge.notes/1812 の PROPOSITION XIX は「*Si deux droites AC, BD, sont perpendiculaires à une troisième AB, ces deux lignes seront parallèles, c'est-à-dire, qu'elles ne pourront se rencontrer à quelque distance qu'on les prolonge.*」である。対応するのは *e.ge.tr.translated/1834* の PROPOSITION XVIII「*If two straight lines are perpendicular to a third line, they will be parallel to each other: in other words, they will never meet, how far soever either way, both of them be produced.*」であるが、図は異なる。また、*e.ge.notes/1812* の図には命題の内容に関係ない直線が描かれている。

e.ge.notes/1812 の PROPOSITION XX は「*La droite BD étant perpendiculaire à AB, si une autre droite AE fait avec AB l'angle aigu BAE, je dis que les droites BD, AE, prolongées suffisamment, se rencontreront.*」である。これは THÉORÈME でなく LEMME であり、*e.ge.tr.translated/1834* に対応する命題がない。

e.ge.notes/1812 の PROPOSITION XXI, XXII, XXIII に対応するのは、*e.ge.tr.translated/1834* の PROPOSITION XIX, XXI, XX であるが、図は異なる。*e.ge.notes/1812* の図には命題の内容に関係ない直線が描かれている。命題の順序も入れ替わっている。そして、*e.ge.notes/1812* の PROPOSITION XXIII は PROPOSITION XXI の逆の命題であるが、PROPOSITION XXIII の図は PROPOSITION XXI では用いられていない。この事は注目すべきである。

e.ge.notes/1812 の PROPOSITION XXIV に対応するのは、*e.ge.tr.translated/1834* の PROPOSITION XXII である。図は一致する。

すなわち, *e.ge.notes/1812* の PROPOSITION XIX, XX, ..., XXIII は, *e.ge.tr.translated/1834* の対応する命題と図が異なったり, 対応する命題がなかったりする. 対応する命題の順序も入れ替わっている. そして, いずれも平行線に関する命題である.

5 終わりに

定義について, *e.ge.notes/1812* の DÉFINITIONS, *Explication des terms et des signes* は, *e.ge.tr.translated/1834* の *Definitions, Definitions of terms employed in Geometry, Explanation of the symbols to be employed* と一致する.

しかし, 公理について, *e.ge.notes/1812* の AXIOMES は, *e.ge.tr.translated/1834* の *Axioms* より公理の数が少なく, 特に *e.ge.tr.translated/1834* にある公理「12. 1 点を通り与えられた直線に平行な直線は, 1 本のみ引かれる。」が含まれない.

命題について, *e.ge.notes/1812* の PROPOSITION PREMIER には, *e.ge.tr.translated/1834* の *Axioms* の 10 番目が対応する. *e.ge.notes/1812* の PROPOSITION II, III, ..., XVIII には, *e.ge.tr.translated/1834* の PROPOSITION I, II, ..., XVII が対応し, 図は一致する. 命題の順序も同じである.

ところが, *e.ge.notes/1812* の PROPOSITION XIX, XX, ..., XXIII は, いずれも平行線に関する命題であるが, *e.ge.tr.translated/1834* の対応する命題と図が異なったり, 対応する命題がなかったりする. 対応する命題の順序も入れ替わっている. そして, PROPOSITION XXI と PROPOSITION XXIII は互いに逆の命題であるが, 用いられている図が異なっていることは注目すべきである.

e.ge.notes/1812 の公理には, *e.ge.tr.translated/1834* にある公理「12. 1 点を通り与えられた直線に平行な直線は, 1 本のみ引かれる。」が含まれない. この事と PROPOSITION XIX, XX, ..., XXIII の証明との関係が次回の課題である.

参考文献

- [1] Adrien Marie Legendre, *Éléments de Géométrie avec des notes*, CHEZ FIRMIN DIDOT, 1812
- [2] Charles Davies, *Elements of Geometry and Trigonometry translated from the french of a.m.legendre*, HARPER AND BROTHERS, 1834
- [3] Charles Davies, *Elements of Geometry and Trigonometry with applications in mensuration*, A.S. BARNES & COMPANY, 1875
- [4] 堀井政信「A.M. Legendre の幾何学教科書－École Polytechnique 所蔵の史料について－」『津田塾大学 数学・計算機科学研究所報 27 第 16 回数学史シンポジウム (2005) 』, 津田塾大学 数学・計算機科学研究所, 2006 年, 198-203 頁
- [5] *Catalogue de la Bibliothèque de l'École Polytechnique*, GAUTHIER-VILLARS, 1881
- [6] Harvard OnLine Library Information System