ガウスを支えた人々 ―― シューマッハの場合

(2008.10.12)

植村栄治

1 はじめに

周知のように、ガウス (1777年4月30日生~1855年2月23日没) が生前に発表した著作は必ずしも多くない。著書は、有名な「整数論」 (Disquisitiones arithmeticae. 1801年) の外は、「天体運動論」 (Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientium. 1809年) のみである。刊行著作は、自己或いは他人の論稿に対する「論評」 (Anzeige) を除いて、おおよそ150点ほどを数えるが(【3】420-430頁参照)、78年の生涯にわたって数学、天文学、物理学等の分野で多大の貢献をした者としてはそれほど多作とは言えないであろう。 (注1)

現在,我々が図書館で目にするガウス全集(クラインとシュレジンガーが編纂したもの.【1】)は全部で12巻から成るが,その中には,未公表に終わった論文の草稿のほかに,そのときどきの研究結果を書き付けた研究ノートの類,ガウスの講義や言動を他人が書き留めた記録のほか,他人とやりとりした書簡なども含まれている.

ガウスはいわゆる完璧主義者で、自分が満足できる完璧な内容の論文でなければ活字にしなかった。そのため、テーマによっては刊行された論文だけ見てもガウスの研究内容が十分うかがえない場合もある。その点、ガウスの死後に発見された草稿やノートの類は、彼の研究内容を知るために役に立つが、彼が知人たちと交換した多数の書簡もそれらに劣らず有用である。ガウスの書簡はしばしば分かりやすい図を含み、説明も丁寧な上に、彼の基本的なアイデアや将来の予想を述べていることもある。そのような書簡の多くはガウス全集に収録されているが、数学に直接関係のない記載部分は省略されているので、ガウスの研究の背後にある諸事情を知ろうと思えば、ガウス全集にない部分を含めた書簡全体の検討が必要である。(注2)

以上のような観点に立って、本稿はガウスと最も多くの書簡をやりとりしたシューマッハを取り上げ、ガウスにとってシューマッハがどのような存在であったかを両人の書簡等を参照しつつ検討する.

(注1) 但し, 自分や他人の論稿に対する Anzeige を含めれば 200 点を越す. また, 生前に刊行されなかった草稿, 天文観測や測量の記録, 知人に宛てて書いた書簡等を含めれば, 実際にガウスが執筆したものは相当な量に上る. 従って, 一般に流布している「寡作の人ガウス」というイメージは検討し直すべきかも知れない.

(注 2) ガウスが知人とやりとりした書簡を収録した書簡集は,近年に至るまで多数刊行されている. 最も古くかつ量の多いのが,①シューマッハとの書簡集 (全 6巻で 1860年~1865年に刊行)であるが、その他、②ベッセルとの書簡集 (1880年)、

- ③ボリャイとの書簡集 (1899 年), ④オルバースとの書簡集 (1900 年~1909 年), ⑤ ゲルリングとの書簡集 (1927 年), ⑥フンボルトとの書簡集 (1977 年), ⑦プファフとの書簡集 (2008 年) などが刊行されている.
- ① Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und H. C. Schumacher, hrsg. von C. A. F. Peters, 6 Bde, Altona, 1860-1865;

Carl Friedrich Gauss - H. C. Schumacher: Briefwechsel, Hildesheim, 3 Bde, New York, 1975, (上記の再版);

Nachtrage zum Briefwechsel zwischen Carl Friedrich Gauss und Heinrich Christian Schumacher, hrsg. von T. Gerardy, Göttingen, 1969.

- ② Briefwechsel zwischen Gauss und Bessel, hrsg. von K. Preus. Akadem. d. wiss., Leipzig, 1880.
- ③ Briefwechsel zwischen Carl Friedrich Gauss und Wolfgang Bolyai, hrsg. von Franz Schmidt und Paul Stackel, Leipzig, 1899.
- ④ Briefwechsel zwischen Olbers und Gauss, hrsg. von C. Schilling, 2 Bde, Berlin, 1900-1909.
- ⑤ Briefwechsel zwischen Carl Friedrich Gauss und Christian Ludwig Gerling, hrsg. von Clemens Schaefer, Berlin, 1927.
- 6 Briefwechsel zwischen Alexander von Humboldt und Carl Friedrich Gauss, zum 200. Geburtstag von C. F. Gauss; hrsg. durch Kurt-R. Biermann, Berlin, 1977.
- ⑦ Der Briefwechsel zwischen Carl Friedrich Gauß und Johann Friedrich Pfaff, hrsg. von G. Leibrock, Augsburg, 2008.

2 シューマッハとガウスの出会い

ハインリヒ・クリスチアン・シューマッハ(Heinrich Christian Schumacher, 1780年9月3日生~1850年12月28日没. Christian Heinrich Schumacher と記すこともある)は、北部ホルシュタイン(当時はデンマーク領. 現在はドイツ領)の Bramstedt (Bad Bramstedt とも言う)に生まれた. 父がデンマーク王国の高級官吏を務めていたため、彼は7歳の時に(後の)デンマーク国王フリードリヒ6世(1768年生~1839年12月3日没. 1784年に摂政就任. 国王在位は1808年~1839年)の面識を得、後年、折に触れて同国王の支援を受けることになる. 1790年に父が死に、同年、母とともにハンブルク近郊のアルトナ(当時はデンマーク領)に移って、ギムナジウムに通った. 1799年からはキール大学及びゲッチンゲン大学で法律を学んだ. 彼は当時から活動的な学生であったらしく、1801年7月7日にはゲッチンゲンを旅行中に通ったゲーテ(当時51歳)を迎えて、学生団体の委員長として歓迎の挨拶をしている(【4】17頁).

1804年に学業を終えたシューマッハは, 法律学の講師となる予定で1805年にタルトゥ大学(現エストニア)に赴いた。そこで天文台長のプファフ教授(Johann Wilhelm Andreas Pfaff. 1774-1835. Helmstedt 大学でガウスの博士論文を審査した Johann Friedrich Pfaff 教授の弟)に出会い, 数学と天文学に関心を持つように

なる.シューマッハは1806年7月にゲッチンゲン大学卒業の学位を取得し,講師となる資格を得るが,種々の事情でほとんど講義をする機会もないまま,1807年にコペンハーゲンに移った.彼はデンマーク王国の財務省に就職するつもりだったのだが,コペンハーゲン大学に天文学の客員教授のポストがあると知って,とりあえず,まだ母が住んでいたアルトナに戻り,そこでカルノーの「位置の幾何学」の翻訳に取り組んだ.彼は1807年にハンブルク在住の優秀な精密機械職人 Johann Georg Repsold (1771年9月23日生~1830年1月14日没)と知り合うが, Repsoldは,当時、レンズの形状決定等に関してガウスと若干の文通があった模様である.

ガウスとシューマッハの文通は、シューマッハがガウスに宛てて書いた 1808 年 4 月 2 日付の書簡に始まる。この書簡でシューマッハは、「あなたは未知の者からの手紙にびっくりされ、あるいは厚かましいと思われるかも知れません。しかしその判断を下される前に、この手紙を最後までお読み下さい」と書き、Pedrayes というスペイン人が世界中の数学者に向けて出題した或る微分方程式の解法が誰も分からないのだが、「我々の誇りであるあなたがここで解法を与えたら、ドイツにとってどんなに栄誉となることでしょう」と述べ、「あなたの貴重な時間をこの問題のために数時間ほど割いて」いただけないか、と結んでいる。(注 3)

(注3) このPedrayes の問題については、ゲッチンゲン学術論評 (1798年) に掲載された記事をインターネットで閲覧できる (http://gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/の Schnellsuche の欄に"Göttingische Anzeigen 1798" と入力し、"Zeitschriftenband 1798" をクリックして、その 361~366 頁を見ればよい). 一部読取りが困難な部分もあるがおおよそ次のような微分方程式が提示されている.

$$\begin{split} &\frac{ar^2dx}{\sqrt{(r-x)x}} + \frac{br^2dx}{\sqrt{(4r-x)x}} + \frac{cr^2du}{\sqrt{(r-u)u}} \\ &+ \frac{er^2du}{\sqrt{(4r-u)u}} + \frac{frdx\sqrt{4r^2-rx}}{\sqrt{(r-x)x}} + \frac{hrdx\sqrt{r^2-rx}}{\sqrt{(4r-x)x}} + \frac{krdu\sqrt{4r^2-ru}}{\sqrt{(4r-u)u}} \\ &+ \frac{grdu\sqrt{r^2-ru}}{\sqrt{(4r-u)u}} + \frac{lrdx\sqrt{4r-u}}{\sqrt{x}} + \frac{mrdu\sqrt{4r-x}}{\sqrt{u}} + \frac{nrdx\sqrt{r-u}}{\sqrt{x}} \\ &+ \frac{prdu\sqrt{r-x}}{\sqrt{u}} + \frac{qrdx\sqrt{(4r-u)(r-u)}}{\sqrt{rx}} + \frac{srdu\sqrt{(4r-x)(r-x)}}{\sqrt{ru}} \\ &+ \frac{trdux}{\sqrt{rx}} + \frac{zrxdu}{\sqrt{ru}} = dY \end{split}$$

3 シューマッハ, ガウスの「弟子」になる

ガウスは、上記のシューマッハの書簡に対してすぐに返事を出さず、5か月以上経ってから、1808年9月17日付でかなり長文の返信を書いた。

その中でガウスは、まず、長らく返事をしなかったことを詫び、「人が極めて多

くの時間を費やす仕事にたびたび従事するときは、容易にこのような遅れになりがちと思います」と弁解している。そして、件の問題については、自分にとって興味ある研究テーマがほかにもたくさんあり、今はその Pedrayes の問題を特に研究するつもりはない旨を述べている。もっともガウスは頭から取り合わなかったわけではなく、何故この問題を解くことに時間を費やす気にならないかを丁寧に説明している。要するに、この微分方程式を解くには何らかの超越関数が必要になる可能性があるが、そのような関数の研究はまさに「未知の大地」であり、自分もそれについて研究を進めているが、それを後回しにしてまで今この問題に取り組む気にはなれない、というのである。なお、この返答に対してシューマッハはもはやこだわらず、この問題はこれで終了する。

さて、シューマッハは、ガウスの返信を待ち切れず、第2の書簡をガウスに送った。その書簡は1808年9月20日付なので、形の上では(3日前の)ガウスの返信を読んだ上で書いた可能性もないわけではないが、内容を見れば、行き違いで書かれたことは明白である。この第2の書簡で、シューマッハは、まず、半年ほど前に自分が出した手紙に返事がないので、「あなたを不愉快にさせてしまったのかと心配しております」と切り出し、「あなたはお望みなら Pedrayes の問題を解くことができると確信していますし、この問題が重要でないと思われることもないと信じています」と述べるが、次いで、もっと重要な本題の「お願い」に入る。

《シューマッハよりガウスへ アルトナ,1808年9月20日》

『…… 私は、若いときから法律を学ぶと決められていましたが、いつもひそかに数学に魅かれていました。数学に従事することは許されず、ごく稀に教師なしに数学書を読むだけでした。しかし、数学への想いは失うどころかますます強くなり、1年ほど前に、Reventlov 伯爵と Schimmelmann 伯爵に、法律学を全く断念して数学(特に天文学)のみに専念したいという私の希望を支持して下さるようお願いしました。お二人は私に若干の素質ありとお考えになり、その尽力によって、現在、私は毎年600 ターラルをデンマーク国王から天文学の留学の援助として受け取っています。

私がまずどこに行くのかは状況次第ですが、可能であれば直ちに、そうでなくても来春には、あなたが拒否なさらない限り、ゲッチンゲンを訪れてあなたにお目にかかりたいと思います。あなたへの崇拝は限りありません。私の最高の望みは、第1位の数学者が、私のことを、知り合いとなって勉強に助言するだけの価値がなくもないと思って下さることです。私は学生としてゲッチンゲンに行くのではありません。あなたは私を引き寄せる唯一の磁石です。あるいはむしろ私を引き付ける太陽です。いつの日か「ガウスの生徒 (Schüler von Gauss)」という肩書きが得られるならば、私はそれ以外のものを何も望みません。

教授閣下! 私の願いが聞き届けられるかお考え下さい. もしあなたのお許しを得ることが望めないならば, 私はゲッチンゲンに参りません. あなたを抜きにしてゲッチンゲンに関心はありません.

すみやかな御返事をお願いするのは行き過ぎでないか, 自分でも分かりませぬ.』 (【2】第1巻 4-5頁)

この「お願い」に対し、ガウスは1808年10月2日付の書簡で「喜んで受け入れる」旨を返答した。シューマッハは学生として行くのではないと書いているが、ガウスもまた学生として授業を受けることは重要でないと述べており、ガウスの傍らにいて必要に応じ自由な形で指導を受けるという了解が成立したわけである。ガウスは「我々の天文台が提供する備品等をあなたは自由に使用できます。観測は我々が一緒に行い、私のする計算をあなたに補助していただき、また、場合によっては、それらの仕事に際して、私は、あなたにとって興味がありかつ有用でもあるような多くのことを教えることができるかも知れません。」と書いている。ガウスの天文台長としての観測や計算の業務をシューマッハが補助するという、助手のような役割が想定されたのであろう。

このガウスの返事がシューマッハを狂喜させたことは想像に難くない.シューマッハはさっそく 1808 年 10 月 11 日付の書簡を書き, 次のように感謝の意を表した.

《シューマッハよりガウスへ アルトナ、1808年10月11日》

『私があなたの前回の御手紙をどんな喜びを以って受け取ったか申し上げる必要もないでしょう. あなたの御厚意は私の期待をはるかに超えるものでした。既に以前から, 私は, あなたの名前が呼ばれるたびに, 同じ国の者だというひそかな誇りを感じていました. そして今や, 私がこれほどにも驚嘆している方に確実にお近づきになれるのです! 私の感謝はとどまるところを知りません.

私の意図は教育ではありませんでした. ただあなたの下で学び, 最も難しい個所についてあなたから教えを授かれるよう助言を求めることを望んでいました. あなたの傍らに居るだけで力が湧きます.

私は、11月の初め頃にゲッチンゲンに到着するよう、今月の最後の週に当地を発 ちます。』

(【2】第1巻7-8頁)

こうして, 1808 年 11 月上旬までに 2 人はゲッチンゲンで会い, 40 年以上にわたる交流が始まった.

4 シューマッハのその後

シューマッハのゲッチンゲンにおける修業時代は1年間で終了し、彼はアルトナに戻って、1810年にはコペンハーゲン大学の天文学の客員教授になった。その後、1813年には、ガウスの推薦もあってマンハイムの天文台長への就任が決まった。これはシューマッハにとって望ましいポストだったようである。しかし、コペンハーゲン大学を去ることをデンマーク国王が無条件で許したわけではなく、当時の正教

授 Bugge が死去したらコペンハーゲン大学に戻るという条件が付けられた. シューマッハは Christine Magdalena と結婚した後, アルトナを発った.

1815年初頭に Bugge が死去し、シューマッハはコペンハーゲン大学に戻って天文学の正教授になった。彼は、コペンハーゲン大学の正教授になった後もアルトナに滞在することが多かったが、1821年には同大学の教授としての義務を免除され、デンマーク国王フリードリヒ6世の手厚い援助を受けて、アルトナに立派な天文台(1823年から1871年まで稼動)を築いていく。この頃から彼はその多才ぶりを発揮して、天文台の建設・運営のほか、各地の測量、天文雑誌の編纂等の活躍を開始する。そして、その背後にはしばしば師とも親友とも言うべきガウスの存在があった。

5 シューマッハの測量活動とガウスの関与

シューマッハはコペンハーゲン大学に復帰して正教授となった 1815年には早くもデンマーク国の測量に関心を向けた (同大学の天文台の設備が貧弱で魅力に乏しかったせいもあるらしい). 彼がガウスに宛てて書いた書簡は, 1814年 12月 20日付の次が 1816年4月 5日付であり, 1815年のものは書簡集に存在しない. しかし, 1816年6月 8日付のガウス宛て書簡を見ると, 彼は. 1815年中に, Skagen からLauenburg まで (緯度差 $4\frac{1}{3}$ °) の弧長測量と, コペンハーゲンから Jütland の西岸に至るまでの経度測量とに必要な資金の承認をデンマーク国王から取り付けていたことがうかがわれる.

シューマッハはこの 1816年6月8日付の書簡で、ガウスに、これらの測量をドイツ国内の測量成果とつなげるための協力を打診した。ガウスは、シューマッハの測量計画について、デンマークの国土が平坦で測量の目標となるような高い点がないこと等の困難を指摘するが、最終的にはシューマッハの返頭を受け入れて、ハノーファー国 (ドイツ領内) における測量に参画することになる。ガウスは、1802年から1807年にかけ故郷の Braunschweig 近辺での若干の測量経験があったものの、測量費用を自分の後援者に依頼しなければならないこともなって躊躇を感じた。しかし、シューマッハはゲッチンゲン大学の後援者たる Karl Friedrich Alexander von Arnswaldt 男爵に直接掛け合い、1816年末までには、ゼニスの参加費用の支出承認をひとまず取り付けた。

シューマッハによるデンマーク領内の測量作業は 1817 年の7 月末までに開始され、11 月にはハンブルクから Alsen 島までの緯度 $1\frac{1}{2}$ 間の 3 角測量が完了した。最北端の Skagen までの測量も 1820 年夏には終了した (シューマッハの 1820 年 6 月 5 日付のガウス宛て書簡).

一方, ガウスは、1818 年秋に、ハノーファー政府から命じられた形で、Lüneburg の測量のための調査作業を開始することができた。シューマッハはこの作業に対してまず助手を送り、後に自分も参加した。調査作業は翌 1819 年も行われた。本格的な測量は1822 年に始まりとりあえず 1825 年まで続くが、その後もガウスは1844年まで頻繁にハノーファー国の測量を行った。

6 ガウスの測量活動の数学的成果

ガウスは、地球を回転楕円体と考えた場合に、測量で得られた数値を球面の場合の数値に転換する方法等について理論的な研究を行った.これは測地学上の貢献というべきものであり、その成果はかなり後になって「高等測地学の対象に関する研究」(第1論文は1843年、第2論文は1846年)として刊行された(【1】第4巻259-300、301-340頁).

また, ガウスは以前から若干の幾何学的な問題に関心を持っていた. 球面上の図形をそのままの形で平面上の地図に写しとることはできず, 用途に応じて, メルカトル図法や正距方位図法等, 種々の図法が用いられるのは周知の通りである. もっとも, これらの図法においても, 球面上の図形の極小部分に着目すれば, 平面に写される図形とほぼ相似であると言える. ガウスはこれを一般化して, 或る与えられた曲面上の図形が, その極小部分において, 他の与えられた曲面上に写された図形と相似であるような場合を一般的に求めよ, という問題を考えた. ガウスはこれをシューマッハが関与していたデンマークの王立科学協会に懸賞問題として提供したが, 応募がなく, 結局, ガウス自身が応募論文を書いて受賞している(【1】第4巻191~216頁).

この問題はガウスがハノーファー国の測量活動に参画する前から考えていたものであるが、もともとは地図製作の各種図法と関連があったと思われる. ガウスは曲面の性質の研究をさらに進め、1827年には有名な「曲面に関する一般的研究」を書き上げるが(【1】第4巻217~258頁)、この論文の最後の方ではハノーファー国内の遠く離れた3点間で測定された角度を平面に写す場合の補正について計算している. このように、純粋に理論的な曲面の研究においても測量経験の反映が見られるが、ガウスがこのような本格的測量に関わるようになったのはシューマッハの存在が大きいことを指摘しておきたい.

7 天文学雑誌の発刊

1781 年にハーシェルが天王星を発見して以後, 天文観測は新しい時代を迎え, 18 世紀末頃からは, 観測結果の最新情報を提供するための雑誌も刊行されるようになった. 中でもハンガリー生れの天文学者 Franz Xaver von Zach (1754-1832) が 1800 年に刊行を開始した「地球・天文学月報」(Monatliche Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmels- Kunde) は重要で, ガウスもしばしば寄稿していた (1813 年に 28 巻でとりあえず終了).

シューマッハは、1820年頃からアルトナでの天文台建設に力を注ぐが、それと並んで、天文学の雑誌の編集を企画した。デンマーク王室からの援助も得て、彼は1821年に週刊の「天文学報」(Astronomische Nachrichten. 「天文報知」などとも訳される)を創刊し、1850年に死去するまでその編集者を務めた。「天文学報」は大成功を収め、シューマッハの手元には各国の観測者や学者から寄稿のための書簡が多数寄せられた。

同誌は若干形を変えつつも現在まで刊行が続き (Astronomische Nachrichten -

Astronomical Notes), 現存する天文学雑誌の中で最も創刊の古い雑誌となっている.

ガウスは「天文学報」に好意的で、天文観測の結果や数学論文などをしばしば寄稿した(短い論稿を3回寄稿しただけのクレルレ誌に比べればはるかに多い). もとよりガウスはたとえ「天文学報」がなくても自己の論稿を発表する場に困ることはなかったであろうが、ガウスの業績の公表にシューマッハが一役買っていたことは注目してよいであろう. (注4)

(注 4) シューマッハは、「天文学報」のほかに、学術的な論文集として「天文学論集 (Astronomische Abhandlungen)」を 1823年に刊行した。上記 6 で触れたガウスの応募論文は同誌に掲載されている。同誌は 1825年の第 3 号を以って終了した。

8 紹介者・質問者・仲介者としてのシューマッハ

シューマッハは,自分がガウスから教示を受けた解法等を自分の著作の中で世に紹介したり,数学に関する質問をしてガウスの見解を引き出したり,他人がガウスと接触を取ろうとする際にその仲介をしたりすることがあった.

例 1 シューマッハは, Lazare Nicolas Marguerite Carnot (1753-1823. カルノー・エンジンで有名な Nicolas Léonard Sadi Carnot の父に当る) が 1803 年に著した 数学書 Géométrie de position をドイツ語に翻訳し、第 1 部を 1808 年に、第 2 部を 1810 年に刊行した。後者の訳書には、ガウスから教示を受けた幾何学に関する論証をシューマッハ自身がまとめた論稿数編が収録されている(【 1 】 第 4 巻 393-396、396、398-399、399-400、401-403、406-407 頁).

例2 1831年の5月から7月にかけて、シューマッハは非ユークリッド幾何学に関する自己の検討結果(平行線公理の証明につながる論証)をガウスに送った。それに対する返信で、ガウスはその論証の問題点を的確に指摘している(【1】第8巻210-219頁).

例3 ガウスの手元には、彼の評価を求めて未知の人間から多くの論文が寄せられていたことは想像に難くないが、多忙なガウスがそれらをすべて丁寧に読むのは無理であったと思われる。そこで、まず天文学報の編集者たるシューマッハに論文を送り、天文学報への掲載やガウスへの紹介を求めることがしばしば行われた。「シューマッハーといえば当時ガウスに達する一方の関門であった」と、高木貞治氏は『復刻版 近世数学史談・数学雑談』(1996年)104頁で述べている。若きアーベルの師ハンステンは月の引力が振り子に及ぼす影響を考察したアーベルの論文をシューマッハに送ったが、シューマッハは月の引力が地球に及ぼす影響を忘れていると指摘して天文学報への掲載を断っている。また、5次以上の方程式は代数的に解けないことを証明したアーベルの論文パンフレットはシューマッハの手を経てガウスに送られている(1824年、なおクレルレ誌への掲載は1826年)。

その他,シューマッハは,著名な雑誌編集者としての地位もあって,ヨーロッパ 各地の数学界・天文学界の最新動向に詳しかったようで,ガウスに対し必要と思わ れる情報を提供したり注進に及んだりすることがしばしばあった.

9 結語

- 1. ガウスが数学の未解決問題をどの程度まで研究していたかについては、公表された論文のほかに、未公表の草稿やメモ等が有効な手掛かりになるが、知人たちとやり取りした書簡はしばしばそれ以上に有益である.
- 2.シューマッハとガウスの間の書簡の内容を見ると, 1820年代までは測量に関するやりとりが目立つが, それ以後は, 天文学・数学の議論や数学界の情報交換などの話も多くなる. また, 42年間にわたる文通期間のうち後半の21年間で全体の7割余を占めるなど, 晩年ほど文通が活発化している.
- 3. ガウスの最初の弟子と言ってよいシューマッハは、その活動的な性格やデンマーク王室の支援を生かして、天文学・数学・測地学等の分野で多彩な活躍をするが、その中には種々の形でガウスの手助けとなったものが少なくない。シューマッハは、固い友情と深い尊敬の念をもって終生ガウスを支え続けた重要な人物であった。

参考文献

- [1] Carl Frederich Gauss, Werke, Bde 1-12, 1863-1929.
- [2] Briefwechsel zwischen C. F. Gauss und H. C. Schumacher, hrsg. von C. A. Peters, Bde 1-6, 1860-1865.
- [3] Guy Waldo Dunnington, Carl Frederich Gauss: Titan of Science, 1955.
- [4] Johann Adolph Repsold, H. C. Schumacher, Astronomische Nachrichten, Bd. 208, Nr.4970, 1918, S. 17-34.

参考ウェブサイト

[I] http://gdz.sub.uni-goettingen.de/gdz/

ゲッチンゲン図書館 (Staats- und Universitätsbibliothek Göttingen [SUB Göttingen]) のデジタル化センターのサイト. http://gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/ のSchnell-suche の欄で検索すると便利. 1760 年以降の Göttingische Anzeigen (その正式名称は時代により異なる) も収録されている.

http://gdz.sub.uni-goettingen.de/no_cache/de/dms/load/toc/?IDDOC=38910 でガウス全集を参照できる.

http://gdz.sub.uni-goettingen.de/no_cache/dms/load/toc/?IDDOC=97043でガウスとゲルリングの書簡集を参照できる.

[II] http://www.adsabs.harvard.edu/

NASA の Smithsonian Astrophysical Observatory (SAO) が運営する Astrophysics Data System (ADS) のサイト. 適切な検索を行えば, Astronomische Nachrichten の記事を第1巻から参照できる.

[III] http://www.digizeitschriften.de/

Deutsche Forschungsgemeinschaft の運営する雑誌デジタル化のサイト.

http://www.digizeitschriften.de/index.php?id=loader&tx_jkDigiTools_pi1[IDDOC]=512215 でクレルレ誌 (Journal für die reine und angewandte Mathematik) を第1巻から参照できる.