中国の古典数学から

大阪国際大學

竹之内　脩

1　中国の古典数学

ここで、私が中国の古典数学というのは、中国の数学が日本にもたらされて、和算の基礎になった 16, 17 世紀くらいまでの数学をいう。

中国では、何時から、数学が研究されるようになったのかわからないが、紀元前からあったようである。最も古い書物は周脾算経であるが、これは算書というより天文の著書である。算書で最も古いのは、九章算術である。

唐の時代には、算経十書といわれるものがあった。その中でも、祖冲之の「綴術」は著名であるが、現存しない。

13 世紀には、異常なまでの発展をし、数多くの数学者がでた。中でも、秦九韶、李冶、楊輝、朱世傑は傑出している。

李冶　　「測圓海鏡」
秦九韶　「数書九章」
楊輝　　「楊輝算法」
朱世傑　「算学啓蒙」、「四元玉鑑」

和算の形成のもとになった書物としては、次のものがあげられている。

劉徽　　「九章算術」
朱世傑　「算学啓蒙」
程大位　「算法統宗」

がある。

朱世傑が算学啓蒙とともに著した「四元玉鑑」は、中国数学の最高峰といわれている。これは、和算の形成期に日本にあったとはいわれていないのであるが、私は、大きな影響があったのではないかと考えている。このことについて、まず述べよう。

2　四元玉鑑

四元玉鑑は、3 巻 24 章から成る。問題集の体をしており、それぞれの章はいくつかの問題から成る。各問題は、問題文、答、術から成っている。術は、単に、最終的な答えを得るための式の記述を与えているに過ぎず、そこに至る過程は示されていない。書物の最初に、假令四艸と称して、四題、例題として問題が与えられ、そこに、艸と称する術に至るやり方を述べたものがついているだけである。

大部分が、天元術の問題で、最後の巻に至って、二元術、三元術、四元術が扱われている。また、巻中から巻下に至る 2 章で級数の総和問題が扱われ、これは素晴らしい内容のものである。

四元玉鑑については、江戸時代、日本にあったかどうか。これが問題である。現在までの定説では、なかった、ということになっている。それは、それが存在した、という記録がない、ということからで、幕府の書庫であった紅葉山文庫にも、その書物があった、という記録はないとのことである。しかし、私は、それが日本にあった。そして、それが、関孝和らによる和算の建設に非常に重要な役割をした、と思って

いる。そのことについて、少し述べてみる。

(1) 算学啓蒙が日本にあったことは、建部賢弘が諺解を書いているので確かなことである。その算学啓蒙がどのようにして日本にもたらされたかというと、秀吉の朝鮮出兵の際に彼の地から略奪してきたものであろうといわれている。さて、算学啓蒙が、朝鮮戦役で、朝鮮から略奪してきたものだとすれば、同じ著者の四元玉鑑が同時にもたらされた、と考えるのは、自然なことである。中国では、この両著とも、長い間失われていて、19 世紀になってから、発見されたものである。

(2) 関孝和の重要な成果の一つとして、發微算法という書物がある。(小川 [2]) この書物と四元玉鑑を比較してみる。(右欄)

この両者を見ると、非常に文体が似ていると思われるであろう。関孝和の文は、日本でこのようなものを出版したものの最初のものであった。そして、それを書くにあたって、文体はおそらく中国のものをまねたことであろう。ところで、私が今まで目にした中国の古典では、上のような書き方は、四元玉鑑だけである。他のものは、これとは随分感じの違う書き方になっている。多分、関孝和は、四元玉鑑の向こうを張るつもりで、この四元玉鑑の文体を採用したのではないだろうか。

(3) 發微算法の問題そのものは、澤口一之という人が書いた古今算法記という書物に附属して書かれた問題である。ところで、發微算法と四元玉鑑の共通点のもう一つは、問題に登場する量が、とんでもないものだということである。

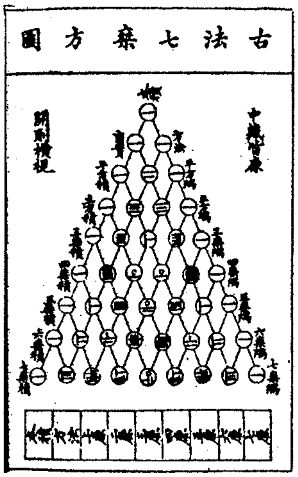
上にあげた發微算法のは、一応おかしくはないが、四元玉鑑の方は、面積から周の長さを引く、というようなことをやっている。

(發微算法)	(四元玉鑑)
今有平円内如図平円空三箇外余寸平積百二十歩	今有方圓田各一段方田積内減圓田周圓田積内減方田面餘二数併得一百九十九歩一十一分歩之一尺
只云従中円径寸而小円径寸者短五寸	只云圓周冪減方面餘一千二百八十四歩
問大中小円径幾何	問方面圓周各幾何
答曰依左図得円径	答曰圓周三十六歩 方面一十二歩
術曰立天元一為小円径 …	術曰立天元一為圓周 …

發微算法のほうも、ほかの問題では、長さの平方根や立方根をとって加えたり、というようなことをやる。中国の古典数学では、具体的な面積や長さを求めることが要求されていて、このように数だけを扱って、それでどうということはそれまではしていない。比較のできないものを比較するというようなことは、それまでやっていないのである。四元玉鑑に至って、はじめて登場する事柄なのである。發微算法でも、そのように具体的な意味をもたない問題が扱われているということは、澤口一之も関孝和も四元玉鑑に馴染んでいたからではないだろうか。

(4) 四元玉鑑の一番はじめのページには、パスカルの三角形の図が載っている。(次ページ図) 関孝和もパスカルの三角形を使って、重要な研究をしている。その研究は、朱世傑の四元玉鑑にあるもの、を発展させたものと考えられるのである。

(5) 関孝和全集 ([3]) 二七ページには、関孝和が、奈良の都で誰が読んでもわからない中国の算書を写し取ってから学力が上達した、と書いてあり、そしてその書物は、楊輝算法だった



ろう、とある。しかし、これが私には、不可解に思われる。関孝和が写したという楊輝算法の写本があるので、そのようなことをしたことは、確かであるが、楊輝算法は易しい本で、関孝和のような天才なら、ちょっと読んだだけで、自分で作っていけるような類いのものである。関孝和が本腰を入れて取り組んだ、というからには、それは四元玉鑑であることは間違いないと思われる。四元玉鑑はたいへん難しい本で、およそ普通の人には、手の出ないようなものであるから。

(6) 四元玉鑑の四元というのは、四つの未知数ということである。、朱世傑は天元術を発展させて、未知数 4 個の代数方程式を扱った。関孝和もこれにはてこずったのではないだろうか。関孝和の創始した数学の方法に、傍書法と呼ばれているものがある、これは、関孝和が四元玉鑑の方法があまり厄介なので、自分で方法を作り出したのではないかと思う。

以上、いろいろな観点から、私は、関孝和は四元玉鑑を読んで、研究していた、と思う。それでは、建部賢弘は、算学啓蒙諺解を作っているのに、どうして四元玉鑑にはそれを作らなかったのだろう、という疑問もでてくるが、これについては、次のように考える。

すなわち、算学啓蒙には、教育的意味を認めたので、解説書を作った。しかし、四元玉鑑は、普通の人には難しすぎて、教科書には向いていない。それに四元玉鑑の中味のことは、関先生がいろいろな方法を作り出して、それを勉強すればよいのだ。そのようなことであったのではないだろうか。

ともかく、決定的な証拠はないのだから、このような議論は、もっと続けられるべきであろう。

3　九章算術から

九章算術は、紀元前 3 ～ 2 世紀頃からだんだん作られていったようであるが、完全な姿とし今日伝えられているのは、3 世紀に劉徽がまとめたもので、晉劉徽注として書かれている。

九章算術とあるように、九章から成り立っている。

方田、　粟田、　衰分、　少広、　商功、
均輸、　盈不足、　方程、　句股

注目すべきことはいろいろあるのであるが、ここでは、興味あることとして、次のことを取り上げよう。

巻第七 盈不足　20 問

盈というのは、満ちること、あふれること。ここでは 2 元 1 次方程式の解を扱っている。

「いま、共同で鶏を買う。各人が 9 銭出すと 11 銭余り、各人が 6 銭出すと、16 銭不足する。
問う。人数と鶏の価格はいくらか。」
答　9 人、鶏の価 70 銭」

これは、過不足算で、算術の問題として、よ

く知られているところである。もちろんこれは

$$(11+16)\div(9-6)=9$$

として、簡単に解が求められている。この種の問題がまず 8 問ある。そして、そのあとにある問題が興味がある。

「いま、醇酒 1 斗は 50 銭、行酒 1 斗は 10 銭である。いま、30 銭で、醇酒、行酒あわせて 2 斗の酒を買いたい。

問う。醇酒、行酒、それぞれいくら買うことにすればよいか。

答　醇酒　2 升半　　行酒　1 斗 7 升半

術　仮に醇酒 5 升、行酒 1 斗 5 升とすれば、10 銭不足し、醇酒 2 升、行酒 1 斗 8 升とすれば、2 銭不足余る。盈不足術をもって、解を求める。」

醇酒とか行酒とかあるが、要するに 2 種類の酒。銘柄の差にしては値段が違いすぎる。醇酒というのは濃い酒、行酒というのは薄い酒とあるから、ウィスキーとビールの違いのようなものであろうか。

この術として述べられている盈不足術というのが、興味のあるところである。これは、次のようなものである。

それぞれの値の下に余り数、不足数を置く。そして、それらを斜めに掛け合わせて加え (これを維乗という)、実とする。また余り数と不足数を加えて法とする。実を法で割って答を得る。

この問題の場合についてやると、次のようになる。

醇酒	5	2
行酒	15	18
盈不足	−10	2

として、

醇酒　$(5\times2+2\times10)\div(2+10)\ =\ 2.5$

行酒　$(15\times2+18\times10)\div(2+10)\ =\ 17.5$

というのである。

これは、2 + 10 を分母にして、$\frac{2}{12}$、$\frac{10}{12}$ の比に分けるということである。このことは、上の表で盈不足の欄を

$30-10\qquad 30+2$

として、

$$(30-10)\times\frac{2}{12}+(30+2)\times\frac{10}{12}=30$$

としてみると、意味がわかる。つまり、二つの列を $\frac{2}{12}$、$\frac{10}{12}$ の比で按分しようということである。

鶴亀算の手法によれば、醇酒 5 升、行酒 15 升の場合 10 銭不足。ところで、1 升につき、醇酒 5 銭、行酒 1 銭で、その差 4 銭であるから、$10\div4=2.5$ ということで、醇酒の量を $5-2.5=2.5$ とするとよい、ということになる。

これによって、上にあげた盈不足術は、これとは全く違う独特のものであることがわかる。これは、巻第六の按分比例の考えの適用だと思われる。しかし、劉徽は、このようには注釈していないし、また、いままで見た書物の中で、このように解説してあるものはない。どういうことなのであろうか。ただ一つ、朱世傑の四元玉鑑 (1303) の中に、次のような問題が載っている。これは、この書物の或(わく)問歌彖(たん)という章にある。この章は、この書物の中でも独特な章で、全体が詩のスタイルで書かれているので、そのように訳してみた。

店で前にこんな話を聞いたんだけどさ
新酒ができて、醇酒と璃酒とあるんだ
醇酒は 1 升で 3 人酔っぱらう
璃酒は 3 升で 1 人酔うんだって
わいわい大勢でやって来て
12 斗の酒を平らげて
50 人酔いつぶれちゃったんだってさ
計算に達者な先生方

醇酒、璃酒、どれだけ飲んだんだろうね

答 醇酒3升7合半　　　　酔客$11\frac{1}{4}$人

璃酒1石1斗6升2合半　酔客$38\frac{3}{4}$人

朱世傑は、九章算術の面白さに惹かれてこんな問題を作ったのだと思われる。そして、その解答に書かれている式を見ると、まさにここに述べた盈不足術を使っているように思われる。

4　海島算経　9問

九章算術の原序に、次のようにある。

> "重差術"の例題と注釈を作り、古人の考察を究め、『九章算術』句股章の末尾に付け加えた。その術は、高さをはかる場合は2本の表(目印の棒)を用い、深さを測る場合は2個の矩(さしがね)を用いる。また測量対象が基準線よりずれる場合は、三たび望み、対象がずれ、しかも広く、調べる場合は四たび望む。このように類例に触れて発展させれば、どんなにかすむほど遠くとも、あやしく深くとも、使用できない所などはないのである。

この句股章末尾に付け加えたという部分が切り離されて、海島算経になっているのである。

九章算術では、2地点の距離、木の高さ、井戸の深さ、町の大きさなどを、これらに直接関係のある長さを測って、それらをもとに、それらを計算している。これに対し海島算經では、間接的なデータから、城の大きさ、城までの距離などを求めることを論じていて、これこそが、測量の主テーマとなるところのものである。

今日ならば、これらは三角測量で計算されるものである。しかし、中国の古典数学では、角の概念は登場せず、従って、三角比などの概念もない。相似、比例によって、計算するのである。

海島算經の測量問題は、それより後の中国の算書において、そのままの形でうけつがれて、これを基礎として、発展させている。

海島算経には、9題の問題が扱われている。

各問は、問題文が与えられ、次に答、そのあとに術として、その答を得る計算の方法が示されている。しかし、その答を得るための思考の過程については示されていないのである。

これについて、13世紀、楊輝は、次のように述べている。

> 唐代以降、劉徽の立法の根拠を解する人はいなかった。唐の時代の李淳風は、劉徽の九章算術、海島算経に注をつけ、それが今日に伝わっているのだが、方法は伝えたけれども、理論的根拠は伝えていない。

現在までに、多くの研究がされて、文献も多々あるのであるが、それらは、1問ずつを取り上げて、個々に論じている。ここでは、私が最も基本となると考える問題、第3問、をとりあげて、これによって9問全体を、統一的な観点のもとに扱うことができることを論ずる。

> 正方形の形をした村が南にある。その大きさを知りたい。そのために、2個の表を東西に6丈隔てて立て、目の高さに索(つな)を張り、東の表と村の東南隅と東北隅の三者が一直線になるようにする。ここで東の表から北に5歩退いた所で、はるかに村の西北隅を望むと、索の東端から2丈2尺6寸半行ったところに見える。また、東の表から北に13歩2尺下がって、はるかに村の西北隅を望むと、西の表と一直線に見

える。

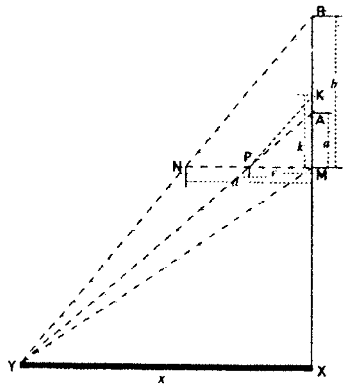
この村の 1 辺の長さ、および表からの距離は、いくらか。

答　1 辺の長さ　3 里 43 $\frac{3}{4}$ 歩
　　　距離　　　4 里 45 歩

術　はじめに見たときの索の東端からの長さを 2 回目に表から下がって見た距離に掛け、表の隔たりを **景差** とする。この値からはじめに表から下がった歩数を引き、余りを「法」とする。2 回目に表から下がった歩数を引き、余りを索の東端からの歩数に掛け、「実」とする。実を法で割ると、方邑の 1 辺の長さである。

表からの遠近を求めるには、2 回目に表から下がった歩数を置き、この値から景差を引き、余りをはじめに表から下がった歩数に掛け、「実」とする。実を法で割ると、邑と表の隔たりである。

ここで、劉徽は、景差という概念をもちだしている。これは、一つの直線に平行な直線を引いて、あとは、相似の関係を巧みに使うものである。



$$\text{景差} = \frac{bc}{d}$$

$$k = \text{景差} - a$$

$$x = \frac{(b-a)c}{k}$$

この簡単な手法によって、9 問すべて、うまく取り扱うことができる。従来の研究では、1 問 1 問、別々に考えられていたのであるが、私は、劉徽の考えは、まさにここにあったのだと考えている。

5　算法統宗

中国の古典数学では、13 世紀までと、15 世紀以降との間に、大きな断絶がある。

15 世紀以降の数学を語る重要な書物は、

程大位　「算法統宗」

であるが、その内容は、まるで九章算術に戻ったようなものである。13 世紀に大発展をした天元術はすっかり影をひそめてしまっている。

和算では、たしかにこの算法統宗の影響は大きく感じられる。そして、天元術は、関孝和、沢口一之により、やっと扱われるようになったものである。

この間の事情の解明。それは興味ある課題のように思われる。

参考文献

[1] 任繼愈主編、中国科学技術典籍通彙 全 5 巻、河南教育出版社

[2] 靖玉樹編勘、中国歴代算學集成 全 3 巻、山東人民出版社

[3] 小川束、関孝和「發微算法」–現代語訳と解説、大空社

[4] 川原秀城、劉徽注九章算術、中国天文学・数学集、科学の名著 2、朝日出版社

[5] 川原秀城、海島算經、中国天文学・数学集、科学の名著 2、朝日出版社

[6] Frank J. Swetz: The Sea Island Mathematical Manual: Surveying and Mathematics in Ancient China, The Pennsylvania State University Press, 1992