

超準数学の思想

—ロビンソンからネルソンへ—

斎藤 正彦

A. Robinson の超準解析 (nonstandard analysis) は、《無限小量》なるものが合法的に存在しうるのか、という三世紀来の問題に決着をつけ、さらに数学研究の新しい、強力な手段を提供した。

ロビンソンがたびたび引用するライプニッツは、無限小量を導入した人ではあるけれども、それをあたかも虚数のような仮想物と考えていたらしい。ロビンソンは、合理的に存在する無限小量を最初に見た人ではあるけれども、思想的にはばライプニッツの見かたを踏襲していると考えられる。

また、ロビンソンの方法では、集合の全部を一挙に超準化することはできない。その意味で局所的な理論である。

1977年に、ネルソン (E. Nelson) は『内集合論』(Internal Set Theory, 以下ISTと書く) を発表した。IST では世界がもともと超準化されている。実数体と別の超実数体はなく、実数体にすでに無限小が含まれている。

普通の数学者 (working mathematician!) は集合論などには見向きもせず、自然科学のように、《実在》すると感じられる数学的対象を研究している、と言ってよい。数理物理学者ならなおさらである。

しかし、物理的世界をパラメトライズする実数は実在しない。いろいろな実数体がありうる。それなら実在の表象としてネルソン流の実数を採用してもよい。ネルソンはそう考えているように私には思われる。言いかえると、その中で数学を展開する枠としての集合論は、ZFCのかわりに ISTであっても少しも差し支えない。内容はずっと豊富になる。

ネルソンがなぜ外集合を除外したか。それには技術的困難もあったろうが、除外したために、かえって ISTこそが実在の表象だという思想が鮮明にみえる。

A. Robinson ; Non-standard analysis. North-Holland (1966) 第2版(1974)

E. Nelson ; Internal set theory. Bull. Amer. Math. Soc. 83 (1977) 1165-1198

