生命保険数理としての責任準備金の歴史（生命保険数理の中心概念の歴史）

《発表のまとめ》

(1)　責任準備金の重要性
(2)　平準保険料と責任準備金の直観的説明
(3)　責任準備金の定義式の発見の経緯（一部通説の訂正）
(4)　チルメルの業績
(5)　保険数学特有の問題意識
(6)　ティーレ，グラム，ハッテンドルフの業績

《クイズ》発表の前に考えて見ください。

(1)　責任準備金は英語の Reserve の訳ですが，これはどのような額に対する名称なのでしょうか？
(2)　30 歳以上の死亡率は毎年上昇するのに 30 歳で加入した終身保険の保険料は変わりません．なぜですか？
(3)　１年目は１億円，２年目は５千万円，…，５年目は 625 万円の保険金を保障する逓減定期保険を考えます．あなたが保険会社ならこの保険を売りたいですか？（ヒント：このような保険の責任準備金は負値）
(4)　弔文で世に出た微分方程式があると言うのは本当ですか？
(5)　リーマンの弟子にアクチュアリー数学に大変貢献している人がいます．誰でしょうか？

《資料 No1》参照

QUESTION XCVII.

What conſtant yearly ſum, of which the firſt payment is to be made immediately, ought to be paid, for inſuring the ſum, *s*, on a life whoſe complement is *n*?

（中略）

Therefore $a = \dfrac{srP}{n} \times \dfrac{1-p}{1+N}$.

Example. What conſtant annual premium ſhould be paid, for inſuring 100£. on a life, aged 66, allowing 4 per cent. compound intereſt?

Here $s=100$; $r=1{,}04$; $P=25$; $n=(86-66=)\ 20$; $p=0{,}4564$; $1-p=0{,}5436$; $N=7{,}333$; and $1+N=8{,}333$: There-

REPOSITORY. 365

fore $\left(\dfrac{100\times1.04\times25\times0{,}5436}{20\times8{,}333}=\right)$ 8,481 will be the annual premium required.

問題 97.

第１回目の保険料支払いが即時に行われる契約に対し，どのような一定額の年払保険料が，残余年数が n である被保険者について，保険金 s を保証するために支払われるべきか？

（中略）

従って，$a=\dfrac{\mathrm{srP}}{n}\times\dfrac{1-\mathrm{p}}{1+\mathrm{N}}$ である．

（例）保険金 100￡，被保険者年齢 66 歳，予定利率 4％のとき，いくらの平準年払保険料を払うべきか？

ここで，s=100; r=1,04; P=25;n=(86-66=)20;p=0,4564;1－p=0, 5436; N=7,333; and 1+N=8,333:

それ故，
$\left(\dfrac{100\times1{,}04\times25\times0{,}5436}{20\times8{,}333}=\right)8{,}481$
が必要な年払保険料である．

（拙試訳）

James Dodson: The Mathematical Repository　Vol.Ⅲ. (1755) pp.362-365
ジェイムズ・ドドソン『数学博物館　第３巻』

（コメント）
この計算は現在の立場で見ると適切でないところがある．保険金の支払が期末払であるとしながら，計算上は期始払となっているからである．おそらく，利息の付け方が，年度が改まった時点としていて，精確に期間に対応させていなかったのであろう．

《資料 No2》参照

QUESTION XXXIV.

§ 430. To find the sum that ought to be given to a person, who is assured for the whole term of his life, for a given sum, in order that he may *renounce his claim* thereto.

QUESTION XXXIV.

§ 430. To find the sum that ought to be given to a person, who is assured for the whole term of his life, for a given sum, in order that he may *renounce his claim* thereto.

§430. 終身保証されている人が，彼の保険金請求を放棄する場合に，与えられた保険金額に対し，その人に与えられるべき金額を求める．(拙試訳)

458 PRACTICAL QUESTIONS. Ch. 12.

SOLUTION.

Subtract the equal annual payment, which he has been giving since the assurance commenced, from the equal annual payment which ought to be given for the assurance of the given sum on the life at its *present* age; multiply the remainder by the value of an annuity (increased by unity*) on the life at its present age: the product will be the sum required.

Francis BAILY: The Doctrine of Life-Annuities and Assurances (1810) pp.457-458
フランシス・ベイリー：
『年金と保険の原理（1810 年版）』

保証が開始されて以来，その人が支払い続けている年払平準保険料を，与えられている生命保険金額の保証のために支払われるべき現在年齢における年払平準保険料から差し引く．現時点での生命年金価額（に 1 を増加したもの）をその差額に掛ける．この積が必要な金額となる．(拙試訳)

${}_tV_x = (P_{x+t} - P_x)\cdot\ddot{a}_{x+t}$ （第２基本等式）

458 PRACTICAL QUESTIONS. Ch. 12.

SOLUTION.

Multiply the equal annual payment, which he has been giving since the assurance commenced, by the value of an annuity (increased by unity*) on the life at its present age; subtract the product from the value of the assurance of the given sum on the life at its present age: the difference will be the sum required.

Francis BAILY: The Doctrine of Life-Annuities and Assurances (1813) pp.457-458
フランシス・ベイリー：
『年金と保険の原理（1813 年版）』

保証が開始されて以来，その人が支払い続けている年払平準保険料を，現在年齢における現時点での生命年金価額（に 1 を増加したもの）に掛ける．その積を現在年齢における与えられた生命保険金額の保険価額から差し引く．この差が必要な金額となる．(拙試訳)

${}_tV_x = A_{x+t} - P_x\cdot\ddot{a}_{x+t}$ （第１基本等式）

保険契約の継続中の会社への請求権を放棄した人は，払い込んだ保険料の一部への請求権をもつという考え方を最初に明らかにしたのが，ベイリー（§429）である。事実，その次の問題（§430）は，つぎのようなものである。「一定額を終身保険に付した人が，その請求権を放棄する場合に，かれに支払われるべき金額を求めること」　そしてその解はまさに，保険料積立金の最初の基本方程式 $V_m = A_{x+m} - P_x\cdot a_{x+m}$ を示す。そして§432は，極く簡潔な言葉で，この方法により，ある生保会社の全保有契約に対しても債務額（保険料積立金）が計算され，その大きさに応じた資産価値が存在しなければばらないとのべている。第 2 の基本方程式 $V_m = (P_{x+m} - P_x)\cdot a_{x+m}$ は，ミルン（Milne, A Treatise on the Valuation of Annuities and Assurances,Londo,1815, p.283）に見出されている。　⇒上記のベイリーの 2 つの版の引用より，下線の部分は適切でない．a_xは昔の$\ddot{a}_x$

『生命保険史(1963)』(H.ブラウン著，水島一也　訳 p.277)

《資料 No3》参照

254. If we call p_{m+n} the annual premium which would be charged on the policy at the present advanced age, and subtract from it p_m, we shall have the sum which the purchaser will save every year in the payment of the premium, the present value of which will of course be the value of the policy. When the premium is just due, and not paid, the form is $(p_{m+n}-p_m)(1+a_{m+n})$; this expression is equal to the one given above, for $sA_{m+n}=p_{m+n}(1+a_{m+n})$.

When the value is calculated at the same rate of interest and by the same table of mortality as the original premium, we may obtain a form in which the present values of the annuities are introduced, independent of the annual premiums; for by Art. 188, supposing the sum assured, £1,

$$p_{m+n}=\frac{1}{1+a_{m+n}}-(1-r)$$

$$p_m=\frac{1}{1+a_m}-(1-r)$$

then $p_{m+n}-p_m=\dfrac{1}{1+a_{m+n}}-\dfrac{1}{1+a_m}$, and $\boxed{(p_{m+n}-p_m)(1+a_{m+n})}=$

$$(1+a_{m+n})\left(\frac{1}{1+a_{m+n}}-\frac{1}{1+a_m}\right)=\boxed{1-\frac{1+a_{m+n}}{1+a_m}}.$$

（コメント）
第２基本等式で定義された責任準備金が第３基本等式を満たすことを示している．この当時は，期始払年金現価記号 $\ddot{a}_x$ は未だ，定義されていなかったので左記のように期末払年金現価 a_x に１を加算して表現した．

David N. Jones: On the Value of Annuities and Reversionary Payments (1843) p.192
デヴィッド・ジョーンズ『年金ならびに遺族年金の価額について』

《資料 No4》参照

保険契約の価額を表現するこのモードは，先に説明した将来の契約のバランスをとるプロセスよりもはるかに分かりやすいように見える．それは過去の事業活動に全面的に限定されているので，私はそれに保険契約の価額を評価する過去法と命名することを提案する．

それは次のような公式によって表現される：(拙試訳)

$$V_{x|n}=\pi_x\cdot\frac{1+{}_{n-1|}a_x}{p_{x|n}v^n}-\frac{v(1+{}_{n-1|}a_x)-{}_{n|}a_x}{p_{x|n}v^n}$$

$$=\pi_x\cdot\frac{1+{}_{n-1|}a_x}{p_{x|n}v^n}-\left(v-\frac{{}_{n|}a_x}{1+{}_{n-1|}a_x}\right)\frac{1+{}_{n-1|}a_x}{p_{x|n}v^n}$$

$$=(\pi_x-{}_{n|}\pi_x)\frac{1+{}_{n-1|}a_x}{p_{x|n}v^n}$$

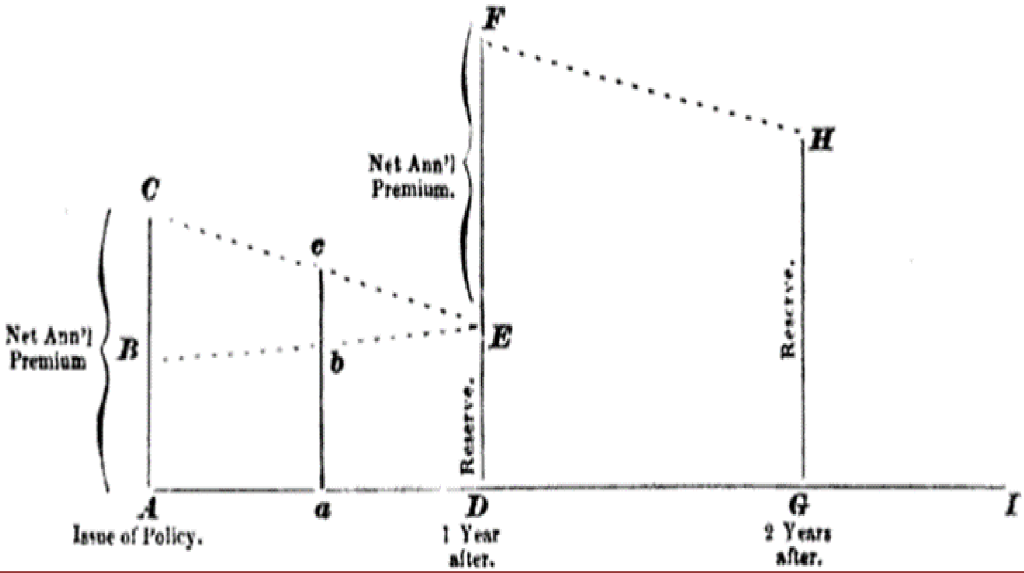
$$=\boxed{\frac{\pi_x(N_{x-1}-N_{x+n-1})-(M_x-M_{x+n})}{D_{x+n}}}$$

$$=\frac{(\pi_x+d)(N_{x-1}-N_{x+n-1})-(D_x-D_{x+n})}{D_{x+n}}.$$

（コメント）
現在の公式ならば，N_x-N_{x+n} となるべきところが $N_{x-1}-N_{x+n-1}$ となっている．これは，当時の基数が $N_x=D_{x+1}+D_{x+2}+\cdots$ であり，現在の $N_x=D_x+D_{x+1}+\cdots$ にくらべて一つ番号がずれるからである．
　この基数が現在の形になるのは意外に新しく，1950 年であった．

James Meikle: An Analysis of the Profits of Life Assurance (1865) pp.6-7
ジェイムズ・メイクル『生命保険の利益の分析(1865)』

《資料 No5》参照



David Parks Fackler：Agents' Monetary: Life & Valuation Tables（1870） p.28
デヴィッド・パークス・ファクラー『代理店の金融：生命表と責任準備金表(1870)』

《資料 No6》参照

「保険法（2008）」以降の状況