

Όνοματεπώνυμο: .....  
 Αριθμός Μητρώου: .....

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΘΕΜΑΤΑ:**

|         |         |         |         |          |
|---------|---------|---------|---------|----------|
| 1. .... | 2. .... | 3. .... | 4. .... | 5. ....  |
| 6. .... | 7. .... | 8. .... | 9. .... | 10. .... |

1. Έστω ότι θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε τη συνάρτηση

$$f(x) = -x_1^2 + 2x_1x_2 - 3x_2^2$$

υπό τους περιορισμούς

$$x_1^2 + x_2^2 \leq 4, \quad x_1 \geq 1, \quad x_2 \geq -1.$$

Ποιά από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστή για το παραπάνω πρόβλημα;

- (α) Δεν μπορεί να λυθεί με χρήση του θεωρήματος KKT - το ελάχιστο βρίσκεται σε ακρότατο της εφικτής περιοχής όπου μόνο ένας από τους περιορισμούς του προβλήματος είναι ενεργός.

(β) Λύνεται χρησιμοποιώντας το θεώρημα KKT - το ελάχιστο βρίσκεται σε ακρότατο της εφικτής

περιοχής.

(γ) Καμία από τις υπόλοιπες προτάσεις δεν είναι σωστή.

(δ) Λύνεται χρησιμοποιώντας το θεώρημα K - ελάχιστο βρίσκεται σε εσωτερικό σημείο της περιοχής.

2. Μια επιχείρηση διαθέτει τρία εργοστάσια (Α, Β, Γ) παραγωγής ενός προϊόντος και προμηθεύει τέσσερα καταστήματα πώλησης (Κ, Λ, Μ, Ν). Το κάθε εργοστάσιο έχει μια εβδομαδιαία παραγωγική δυναμικότητα την οποία μπορεί να υπερβεί, τα δε καταστήματα έχουν παραγγελίες τις οποίες πρέπει να ικανοποιήσουν. Το κόστος ενός αντικειμένου (π.χ., κιβώτιο με προϊόντα), μαζί με τα υπόλοιπα στοιχεία δυναμικότητας και ζήτησης στον παρακάτω πίνακα:

| Εργοστάσια           | Καταστήματα |    |    |    | Παραγωγική δυνατότητα |
|----------------------|-------------|----|----|----|-----------------------|
|                      | Κ           | Λ  | Μ  | Ν  |                       |
| Α                    | 15          | 21 | 26 | 14 | 27                    |
| Β                    | 18          | 23 | 11 | 30 | 41                    |
| Γ                    | 20          | 17 | 27 | 62 | 38                    |
| Ζήτηση (παραγγελίες) | 18          | 15 | 22 | 51 |                       |

Ποιά είναι το κόστος της αρχικής εφικτής λύσης με τη μέθοδο της βορειοδυτικής γωνίας;

- (α) 3585

(β) 3570

(γ) 3575

(δ) 3580

ένα πρόβλημα λήψης (τεσσάρων υποψηφίων) αποφάσεων υπο καθεστώς αβεβαιότητας (τεσσάρων), δίνεται ο ακόλουθος πίνακας αναμενομένων κερδών:

|           |   | Σενάρια |     |     |     | Πιθανότητες |
|-----------|---|---------|-----|-----|-----|-------------|
|           |   | I       | II  | III | IV  |             |
| Αποφάσεις | A | 30%     | 25% | 30  | 15% |             |
|           | B | 50      | 30  | -5  | -15 |             |
|           | Γ | 10      | 20  | 0   | -5  |             |
|           | Δ | -5      | 0   | -10 | 0   |             |
|           |   | -10     | -5  | 20  | 50  |             |

Η απόφαση θα επιλέγεται με το κριτήριο μεγιστοποίησης της αναμενόμενης απόδοσης;

- α) Γ (γ) Δ  
β) Α (δ) Β

Παράτα το παρακάτω γραμμικό πρόβλημα:

$$\begin{aligned} \min_x \quad & -x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 2x_4 + 5 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 2x_4 \leq 5 \\ & 2x_1 - x_2 - x_3 + 4x_4 \leq 12 \\ & x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3, 4) \end{aligned}$$

Η βέλτιστη βασική διαμέριση  $B = [1 \ 6]$ ,  $N = [3 \ 2 \ 5 \ 4]$ . Ποιό είναι το εύρος του συντελεστή  $c_3$ ;

- α)  $[-1 \ \infty]$  (γ)  $[-4 \ \infty]$   
β)  $[-6 \ \infty]$  (δ)  $[-2 \ \infty]$

Λύστε γεωμετρικά το παρακάτω γραμμικό πρόβλημα:

$$\begin{aligned} \max_x \quad & z = x_1 + 3x_2 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \leq 8 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq 9 \\ & 2x_1 - 2x_2 \leq 8 \\ & 3x_1 - 4x_2 \leq 24 \\ & x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2) \end{aligned}$$

Ποιές είναι οι βέλτιστες τιμές για τις μεταβλητές απόφασης  $x_1$ ,  $x_2$  καθώς και η βέλτιστη τιμή  $z$ ;

- α)  $x_1 = 5$  και  $x_2 = 3$   $z = 14$  (γ)  $x_1 = 0$  και  $x_2 = 8$   $z = 24$   
β)  $x_1 = 9$  και  $x_2 = 5$   $z = 24$  (δ)  $x_1 = 8$  και  $x_2 = 0$   $z = 8$

ένα πρόβλημα μη γραμμικής βελτιστοποίησης συνάρτησης 10 μεταβλητών με 6 περιορισμούς ισότητας, βρέθηκε η λειτουργική έχει ένα και μοναδικό στάσιμο σημείο,  $x^*$  (το οποίο ικανοποιεί  $\partial L / \partial x = 0$ ). Στη συνέχεια κατασκευάστηκε ο  $16 \times 16$  επεκτεινόμενος εσσαντός πίνακας, ο οποίος έχει τη μορφή

$$H^* = \begin{bmatrix} 0 & (\partial \psi / \partial x)^T \\ \frac{\partial \psi}{\partial x} & \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} \end{bmatrix}$$

που  $\partial \psi / \partial x$  ο  $10 \times 6$  πίνακας του οποίου οι στήλες είναι οι κλίσεις των περιορισμών. Ποιά από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

- (α) Το  $x^*$  θα είναι τοπικό μέγιστο αν οι  $13 \times 13$ ,  $14 \times 14$ ,  $15 \times 15$ , και  $16 \times 16$  ηγετικές κλίμακες ελάχιστες του  $H^*$  έχουν (ορίζουσες με) με πρόσημο  $+, -, +, -$ , δηλαδή εναλλασσόμενα, ξεκινώντας από θετικό.
- (β) Το  $x^*$  θα είναι τοπικό ελάχιστο αν οι  $13 \times 13$ ,  $14 \times 14$ ,  $15 \times 15$ , και  $16 \times 16$  ηγετικές κλίμακες ελάχιστες του  $H^*$  έχουν όλες (ορίζουσες με) θετικό πρόσημο.
- (γ) Καμία από τις υπόλοιπες προτάσεις δεν είναι σωστή.
- (δ) Το  $x^*$  θα είναι τοπικό ελάχιστο αν οι  $13 \times 13$ ,  $14 \times 14$ ,  $15 \times 15$ , και  $16 \times 16$  ηγετικές κλίμακες ελάχιστες του  $H^*$  έχουν όλες (ορίζουσες με) θετικό πρόσημο.

7. Έστω το παρακάτω γραμμικό πρόβλημα:

$$\begin{aligned} \max_{x_j} \quad & 4x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 2x_4 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 \geq 8 \\ & x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 8 \\ & -3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 \geq 8 \\ & x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3, 4) \end{aligned}$$

Στο τέλος της πρώτης επανάληψης το  $x_B$  θα είναι:

(α)  $x_B^T = [8 \ 0 \ 16]$

(γ)  $x_B^T = [0 \ 8 \ 16]$

(β)  $x_B^T = [8 \ 16 \ 0]$

(δ)  $x_B^T = [0 \ 8 \ 8]$

8. Ο παρακάτω πίνακας περιέχει την τρέχουσα λύση ενός προβλήματος μεταφοράς με κριτήριο την ελαχιστοποίηση κόστους, μετά από μερικές επανάληψεις του αλγορίθμου. Με έντονη γραφή απεικονίζεται η ροή  $(x_{ij})$  των βασικών κυλίων / μεταβλητών, ενώ εντός παρένθεσης απεικονίζεται το κόστος ευκαιρίας  $(z_{ij})$  των μη βασικών κυλίων / μεταβλητών:

| Εργαστάσια | Καταστήματα |      |       |    |
|------------|-------------|------|-------|----|
|            | K           | A    | M     | N  |
| A          | 18          | (52) | (31)  | 9  |
| B          | (-13)       | (38) | 22    | 19 |
| Γ          | (-43)       | 15   | (-16) | 23 |

Αφού εντοπίσετε την εισερχόμενη μεταβλητή καθώς και το μοναδικό ανακατανομή, ποιά θα είναι η εξερχόμενη μεταβλητή;

(α)  $x_{14}$

(γ)  $x_{11}$

(β)  $x_{32}$

(δ)  $x_{34}$

9. Δίνεται το παρακάτω γραμμικό πρόβλημα:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & x_1 + 5x_2 - 2x_3 \\ \text{s.t.} \quad & -2x_1 + x_2 + 3x_3 = 10 \\ & +x_2 + 6x_3 = 18 \\ & -4x_1 - 3x_2 + \frac{1}{3}x_3 \geq -21 \\ & x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3) \end{aligned}$$

Ποιο από τα παρακάτω σημεία είναι εφικτό για το παραπάνω γραμμικό πρόβλημα;

(α)  $\mathbf{x}^T = [0 \ 8 \ 1]$

(γ)  $\mathbf{x}^T = [2 \ 5 \ 1]$

(β)  $\mathbf{x}^T = [1 \ 6 \ 2]$

(δ)  $\mathbf{x}^T = [-4 \ 5 \ 2]$

10. Έστω ότι θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε τη συνάρτηση

$$f(\mathbf{x}) = -x_1^2 + 2x_1x_2 - 3x_2^2$$

υπό τους περιορισμούς

$$x_1^2 + 2x_2^2 \leq 4, \quad x_1 \geq 1, \quad x_2 \geq 0.$$

Ποιά από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστή για το παραπάνω πρόβλημα;

(α) Δεν μπορεί να λυθεί με χρήση του θεωρήματος KKT - το ελάχιστο βρίσκεται σε ακρότατο της εφικτής περιοχής όπου είναι ενεργοί περισσότεροι του ενός περιορισμοί.

(γ) Λύνεται χρησιμοποιώντας το θεώρημα KKT - το ελάχιστο βρίσκεται σε εσωτερικό σημείο της εφικτής περιοχής.

(β) Λύνεται χρησιμοποιώντας το θεώρημα KKT - το ελάχιστο βρίσκεται σε ακρότατο της εφικτής περιοχής.

(δ) Δεν μπορεί να λυθεί με χρήση του θεωρήματος KKT - το ελάχιστο βρίσκεται σε ακρότατο της εφικτής περιοχής, όπου είναι ενεργός μόνο ένας από τους τρεις περιορισμούς του προβλήματος.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**