

## Práctica 5: Funciones exponenciales y logarítmicas

---

1. Realizar un gráfico de las siguientes funciones:

(a)  $f(x) = 2^x$ .

(b)  $f(x) = 2^{-x}$ .

2. Hallar, analíticamente, los puntos del plano que son intersección de los gráficos de los siguientes pares de funciones:

(a)  $f(x) = 5^{3x-2}$ ,  $g(x) = 5^{4x+3}$ .

(d)  $f(x) = e^x$ ,  $g(x) = e^{-x}$ .

(b)  $f(x) = 9^{x^2}$ ,  $g(x) = 3^{3x+2}$ .

(c)  $f(x) = 4x^3e^{4x}$ ,  $g(x) = -3x^2e^{4x}$ .

(e)  $f(x) = 5^x$ ,  $g(x) = 6 - 5^x$ .

3. Sea  $f(x) = e^{|3x-2|} - e^2$ .

(a) Hallar  $C_0(f)$  y  $C_+(f)$ .

(b) Hallar  $Im(f)$ . ¿Es  $f$  inyectiva?

4. Sea  $f(x) = 2 \cdot 3^{x^2-ax-2} - b$ .

(a) Hallar valores  $a$  y  $b \in \mathbb{R}$  para los cuales  $x = -1$  y  $x = 3$  son raíces de  $f$ .

Para los  $a$  y  $b$  hallados en (a):

(b) Calcular  $Im(f)$ .

(c) Hallar un intervalo  $I$  donde  $f$  es inyectiva y, considerando  $f : I \rightarrow Im(f)$ , calcular la expresión de  $f^{-1}$ . (Sugerencia: Halle la expresión canónica de la función cuadrática que interviene en  $f$ ).

5. Realizar un gráfico de las siguientes funciones:

(a)  $f(x) = \log_2(x)$ .

(d)  $f(x) = \log(x)$ .

(b)  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$ .

(e)  $f(x) = \log_a(x)$ , ( $a > 1$ ).

(c)  $f(x) = \ln(x)$ .

(f)  $f(x) = \log_a(x)$ , ( $0 < a < 1$ ).

6. Hallar, analíticamente, el dominio de las siguientes funciones:

(a)  $f(x) = \ln(x-2)$ .

(d)  $f(x) = \ln(e^{2x-3} - 1)$ .

(b)  $f(x) = \ln(x^2 + x + 1)$ .

(c)  $f(x) = \ln(e^x - 1)$ .

(e)  $f(x) = \ln(1 - e^{-2x+3})$ .

7. Hallar, analíticamente, los puntos del plano que son intersección de los gráficos de los siguientes pares de funciones:

(a)  $f(x) = 2 \ln(x)$ ,  $g(x) = -2$ .

(b)  $f(x) = \ln(x^2)$ ,  $g(x) = -2$ .

(c)  $f(x) = \ln(2x-3)$ ,  $g(x) = \ln(x-2)$ .

8. Para cada una de las siguientes funciones definir Dominio y Codominio para que resulte biyectiva y hallar la expresión de su inversa:

(a)  $f(x) = 3^{x+2} - 2$ .

(d)  $f(x) = \ln(x^2 + 1) \quad (Im(f) = [0, +\infty))$ .

(b)  $f(x) = 3 \log_2(x) - 5$ .

(c)  $f(x) = \log_7(49^x)$ .

(e)  $f(x) = e^{x^2+1} \quad (Im(f) = [e, +\infty))$ .

9. Para cada una de las siguientes funciones  $f$ : 1) hallar el  $Dom(f)$ , 2) hallar  $C_0(f)$ , 3) hallar  $C_+(f)$ , 4) hallar  $C_-(f)$ .

(a)  $f(x) = -2\left(\frac{1}{2}\right)^{-2x+3} + 4$ .

(b)  $f(x) = |\log_{\frac{1}{2}}(x-1)| - 2$ .

(c)  $f(x) = \ln(2) - |\ln(3-x)|$ .

10. Para cada una de las siguientes funciones  $f$ , hallar  $Dom(f)$ ,  $Im(f)$ ,  $C_0(f)$ ,  $C_+(f)$  y  $C_-(f)$ . Restringir, si es necesario, el Dominio y/o Codominio para que resulte biyectiva y hallar la expresión de su inversa.

(a)  $f(x) = \ln(3x-2)$ .

(d)  $f(x) = \ln\left(\frac{3x-2}{x-2}\right) \quad (Im(f) = \mathbb{R} - \{\ln(3)\})$ .

(b)  $f(x) = -2 \log_4(x-1) + 1$ .

(e)  $f(x) = \ln(4x^2 + 4x + 1) \quad (Im(f) = \mathbb{R})$ .

(c)  $f(x) = 2 \log_2(2-3x) - 6$ .

(f)  $f(x) = \ln\left(\frac{3x-2}{2x-3}\right) \quad (Im(f) = \mathbb{R} - \{\ln\left(\frac{3}{2}\right)\})$ .

11. Resolver las siguientes ecuaciones:

(a)  $\log_2(\log_2((-4x+8)^2)) = 2$ .

(b)  $e^x + 2 - 3e^{-x} = 0$

(c)  $2 \log_{\frac{1}{2}}(2-x) \log_2(x+1) + 6 \log_2(x+1) = 0$ .