

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ: 06/06/2022

Στην αρχική περίοδο εμφάνισης του ιού COVID 19 έγιναν κάποιες παρατηρήσεις σχετικά με τη διαδοσή του και τις επιπτώσεις του σε ένα απομακρυσμένο μικρό χωριό της Αιτωλοακαρνανίας. Οι παρατηρήσεις έγιναν το διάστημα από 3 Ιουλίου (ημέρα 0) έως 20 Οκτωβρίου του ίδιου έτους και οι κάτοικοι ταξινομήθηκαν σε τρεις κατηγορίες: (1) υποψήφια κρούσματα, (2) επιβεβαιωμένα κρούσματα, και (3) τελικά κρούσματα. Η κατηγορία (3) περιελάμβανε όλους εκείνους/ες που προσβλήθηκαν από τον ιό και είτε κατέληξαν είτε ξεπέρασαν την ασθένεια και απέκτησαν ανοσία έναντι του συγκεκριμένου ιού. Έστω ότι:

- $Y(t)$ = ο αριθμός των υποψηφίων κρουσμάτων την ημέρα t . $Y(0) = 235$.
- $E(t)$ = ο αριθμός των επιβεβαιωμένων κρουσμάτων την ημέρα t . $E(0) = 14$.
- $T(t)$ = ο αριθμός των τελικών κρουσμάτων την ημέρα t . $T(0) = 0$.

Όσον αφορά την διάδοση των ιών, ένα απλό μοντέλο που συχνά χρησιμοποιείται είναι το εξής:

$$Y' = -\alpha Y E$$

$$E' = \alpha Y E - \beta E$$

$$T' = \beta E$$

Τα παρακάτω δεδομένα συγκεντρώθηκαν σε συγκεκριμένες ημέρες (κατά την προαναφερόμενη περίοδο) όσον αφορά το ξέσπασμα του ιού στο χωριό:

Ημέρα	Υποψηφια	Επιβεβαιωμένα
0	235	14
16	201	22
31	153	29
47	121	21
62	108	8
78	97	8
109	83	0

Ζητείται να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων α και β για τις οποίες το ανωτέρω απλό μοντέλο να δίνει αποτελέσματα όσο το δυνατόν πιο κοντά σε αυτά του παραπάνω πίνακα. Θα χρειαστεί να υλοποιήσετε τη μέθοδο Runge-Kutta 4ης τάξης (κλασσική μέθοδος Runge-Kutta) και να χρησιμοποιήσετε μεθόδους ελαχιστοποίησης τετραγωνικών σφαλμάτων (όσον αφορά το κομμάτι της βελτιστοποίησης προτείνεται να κάνετε χρήση των ρουτινών του `scipy.optimize` της προγραμματιστικής γλώσσας Python).

Παραδοτέο στην ιστοσελίδα του μαθήματος στο elearning (Εργασία 2022):

Αρχείο `.ipynb` που θα περιέχει τον κώδικα και τις απάντησεις στα ανωτέρω ερωτήματα. Εναλλακτικά, μπορείτε να παραδώσετε ένα αρχείο με τον κώδικά σας και ένα αρχείο σε μορφή pdf με την απάντησή σας.