图论相关概念

本页面概述了图论中的一些概念，这些概念并不全是在 OI 中常见的，对于 OIer 来说，只需掌本页面中的基础部分即可，如果在学习中碰到了不懂的概念，可以再来查阅。

> **Warning**
>
> 图论相关定义在不同教材中往往会有所不同，遇到的时候需根据上下文加以判断。

图

图 (graph) 是一个二元组 $G=(V(G),E(G))$。其中 $V(G)$ 是非空集，称为 **点集 (vertex set)**，对于 V 中的每个元素，我们称其为 **顶点 (vertex)** 或 **节点 (node)**，简称 **点**；$E(G)$ 为 $V(G)$ 各结点之间边的集合，称为 **边集 (edge set)**。

常用 $G=(V,E)$ 表示图。

当 V,E 都是有限集合时，称 G 为 **有限图**。

当 V 或 E 是无限集合时，称 G 为 **无限图**。

图有多种，包括 **无向图 (undirected graph)**，**有向图 (directed graph)**，**混合图 (mixed graph)** 等。

若 G 为无向图，则 E 中的每个元素为一个无序二元组 (u,v)，称作 **无向边 (undirected edge)**，简称 **边 (edge)**，其中 $u,v\in V$。设 $e=(u,v)$，则 u 和 v 称为 e 的 **端点 (endpoint)**。

若 G 为有向图，则 E 中的每一个元素为一个有序二元组 (u,v)，有时也写作 $u\to v$，称作 **有向边 (directed edge)** 或 **弧 (arc)**，在不引起混淆的情况下也可以称作 **边 (edge)**。设 $e=u\to v$，则此时 u 称为 e 的 **起点 (tail)**，v 称为 e 的 **终点 (head)**，起点和终点也称为 e 的 **端点 (endpoint)**。并称 u 是 v 的直接前驱，v 是 u 的直接后继。

> **为什么起点是 tail，终点是 head？**
>
> 边通常用箭头表示，而箭头是从「尾」指向「头」的。

若 G 为混合图，则 E 中既有 **有向边**，又有 **无向边**。

若 G 的每条边 $e_k=(u_k,v_k)$ 都被赋予一个数作为该边的 **权**，则称 G 为 **赋权图**。如果这些权都是正实数，就称 G 为 **正权图**。

图 G 的点数 $|V(G)|$ 也被称作图 G 的 **阶 (order)**。

形象地说，图是由若干点以及连接点与点的边构成的。

相邻

在无向图 $G=(V,E)$ 中，若点 v 是边 e 的一个端点，则称 v 和 e 是 **关联的 (incident)** 或 **相邻的 (adjacent)**。对于两顶点 u 和 v，若存在边 (u,v)，则称 u 和 v 是 **相邻的 (adjacent)**。

一个顶点 $v\in V$ 的 **邻域 (neighborhood)** 是所有与之相邻的顶点所构成的集合，记作 $N(v)$。

一个点集 S 的邻域是所有与 S 中至少一个点相邻的点所构成的集合，记作 $N(S)$，即：

$$N(S)=\bigcup_{v\in S} N(v)$$

简单图

自环 (loop)：对 E 中的边 $e=(u,v)$，若 $u=v$，则 e 被称作一个自环。

重边 (multiple edge)：若 E 中存在两个完全相同的元素（边）e_1,e_2，则它们被称作（一组）重边。

> **简单图 (simple graph)**：若一个图中没有自环和重边，它被称为简单图。具有至少两个顶点的简单无向图中一定存在度相同的结点。（鸽巢原理）

如果一张图中有自环或重边，则称它为 **多重图 (multigraph)**。

> **Warning**
>
> 在无向图中 (u,v) 和 (v,u) 算一组重边，而在有向图中，$u\to v$ 和 $v\to u$ 不为重边。

> **Warning**
>
> 在题目中，如果没有特殊说明，是可以存在自环和重边的，在做题时需特殊考虑。

度数

与一个顶点 v 关联的边的条数称作该顶点的 **度 (degree)**，记作 $d(v)$。特别地，对于边 (v,v)，则每条这样的边要对 $d(v)$ 产生 2 的贡献。

> 对于无向简单图，有 $d(v)=|N(v)|$。

握手定理（又称图论基本定理）：对于任何无向图 $G=(V,E)$，有 $\sum_{v\in V} d(v)=2\,|E|$。

推论：在任意图中，度数为奇数的点必然有偶数个。

若 $d(v)=0$，则称 v 为 **孤立点 (isolated vertex)**。

若 $d(v)=1$，则称 v 为 **叶节点 (leaf vertex)/悬挂点 (pendant vertex)**。

若 $2\mid d(v)$，则称 v 为 **偶点 (even vertex)**。

若 $2\nmid d(v)$，则称 v 为 **奇点 (odd vertex)**。图中奇点的个数是偶数。

若 $d(v)=|V|-1$，则称 v 为 **支配点 (universal vertex)**。

对一张图，所有节点的度数的最小值称为 G 的 **最小度 (minimum degree)**，记作 $\delta(G)$；最大值称为 **最大度 (maximum degree)**，记作 $\Delta(G)$。即：$\delta(G)=\min_{v\in G} d(v)$，$\Delta(G)=\max_{v\in G} d(v)$。

在有向图 $G=(V,E)$ 中，以一个顶点 v 为起点的边的条数称为该顶点的 **出度 (out-degree)**，记作 $d^+(v)$。以一个顶点 v 为终点的边的条数称为该节点的 **入度 (in-degree)**，记作 $d^-(v)$。显然 $d^+(v)+d^-(v)=d(v)$。

对于任何有向图 $G=(V,E)$，有：

$$\sum_{v\in V} d^+(v)=\sum_{v\in V} d^-(v)=|E|$$

若对一张无向图 $G=(V,E)$，每个顶点的度数都是一个固定的常数 k，则称 G 为 **k- 正则图 (k-regular graph)**。

如果给定一个序列 a，可以找到一个图 G，以其为度数列，则称 a 是 **可图化** 的。

如果给定一个序列 a，可以找到一个简单图 G，以其为度数列，则称 a 是 **可简单图化** 的。

路径

途径 (walk)：途径是连接一连串顶点的边的序列，可以为有限或无限长度。形式化地说，一条有限途径 w 是一个边的序列 $e_1,e_2,\ldots,e_k$，使得存在一个顶点序列 $v_0,v_1,\ldots,v_k$ 满足 $e_i=(v_{i-1},v_i)$，其中 $i\in[1,k]$。这样的途径可以简写为 $v_0\to v_1\to v_2\to\cdots\to v_k$。通常来说，边的数量 k 被称作这条途径的 **长度**（如果边是带权的，长度通常指途径上的边权之和，题目中也可能另有定义）。

迹 (trail)：对于一条途径 w，若 $e_1,e_2,\ldots,e_k$ 两两互不相同，则称 w 是一条迹。

路径 (path)（又称 **简单路径 (simple path)**）：对于一条迹 w，若其连接的点的序列中点两两不同，则称 w 是一条路径。

回路 (circuit)：对于一条迹 w，若 $v_0=v_k$，则称 w 是一条回路。

环/圈 (cycle)（又称 **简单回路/简单环 (simple circuit)**）：对于一条回路 w，若 $v_0 = v_k$ 是点序列中唯一重复出现的点对，则称 w 是一个环。

> **Warning**
>
> 关于路径的定义在不同地方可能有所不同，如，「路径」可能指本文中的「途径」，「环」可能指本文中的「回路」。如果在题目中看到类似的词汇，且没有「简单路径」/「非简单路径」（即本文中的「途径」）等特殊说明，最好询问一下具体指什么。

子图

对一张图 $G = (V, E)$，若存在另一张图 $H = (V', E')$ 满足 $V' \subseteq V$ 且 $E' \subseteq E$，则称 H 是 G 的 **子图 (subgraph)**，记作 $H \subseteq G$。

若对 $H \subseteq G$，满足 $\forall u, v \in V'$，只要 $(u, v) \in E$，均有 $(u, v) \in E'$，则称 H 是 G 的 **导出子图/诱导子图 (induced subgraph)**。

容易发现，一个图的导出子图仅由子图的点集决定，因此点集为 $V'(V' \subseteq V)$ 的导出子图称为 V' 导出的子图，记作 $G[V']$。

若 $H \subseteq G$ 满足 $V' = V$，则称 H 为 G 的 **生成子图/支撑子图 (spanning subgraph)**。

显然，G 是自身的子图，支撑子图，导出子图；无边图 是 G 的支撑子图。原图 G 和无边图都是 G 的平凡子图。

如果一张无向图 G 的某个生成子图 F 为 k- 正则图，则称 F 为 G 的一个 k- **因子 (k-factor)**。

如果有向图 $G = (V, E)$ 的导出子图 $H = G[V^*]$ 满足 $\forall v \in V^*, (v, u) \in E$，有 $u \in V^*$，则称 H 为 G 的一个 **闭合子图 (closed subgraph)**。

连通

无向图

对于一张无向图 $G = (V, E)$，对于 $u, v \in V$，若存在一条途径使得 $v_0 = u, v_k = v$，则称 u 和 v 是 **连通的 (connected)**。由定义，任意一个顶点和自身连通，任意一条边的两个端点连通。

若无向图 $G = (V, E)$，满足其中任意两个顶点均连通，则称 G 是 **连通图 (connected graph)**，G 的这一性质称作 **连通性 (connectivity)**。

若 H 是 G 的一个连通子图，且不存在 F 满足 $H \subsetneq F \subseteq G$ 且 F 为连通图，则 H 是 G 的一个 **连通块/连通分量 (connected component)**（极大连通子图）。

有向图

对于一张有向图 $G = (V, E)$，对于 $u, v \in V$，若存在一条途径使得 $v_0 = u, v_k = v$，则称 u **可达** v。由定义，任意一个顶点可达自身，任意一条边的起点可达终点。（无向图中的连通也可以视作双向可达。）

若一张有向图的节点两两互相可达，则称这张图是 **强连通的 (strongly connected)**。

若一张有向图的边替换为无向边后可以得到一张连通图，则称原来这张有向图是 **弱连通的 (weakly connected)**。

与连通分量类似，也有 **弱连通分量 (weakly connected component)**（极大弱连通子图）和 **强连通分量 (strongly connected component)**（极大强连通子图）。

相关算法请参见 强连通分量。

割

相关算法请参见 割点和桥 以及 双连通分量。

在本部分中，有向图的「连通」一般指「强连通」。

对于连通图 $G = (V, E)$，若 $V' \subseteq V$ 且 $G[V \setminus V']$（即从 G 中删去 V' 中的点）不是连通图，则 V' 是图 G 的一个 **点割集 (vertex cut/separating set)**。大小为一的点割集又被称作 **割点 (cut vertex)**。

对于连通图 $G = (V, E)$ 和整数 k，若 $|V| \geq k + 1$ 且 G 不存在大小为 $k - 1$ 的点割集，则称图 G 是 **k- 点连通的 (k-vertex-connected)**，而使得上式成立的最大的 k 被称作图 G 的 **点连通度 (vertex connectivity)**，记作 $\kappa(G)$。（对于非完全图，点连通度即为最小点割集的大小，而完全图 K_n 的点连通度为 $n - 1$。）

对于图 $G = (V, E)$ 以及 $u, v \in V$ 满足 $u \neq v$，u 和 v 不相邻，u 可达 v，若 $V' \subseteq V$，$u, v \notin V'$，且在 $G[V \setminus V']$ 中 u 和 v 不连通，则 V' 被称作 u 到 v 的点割集。u 到 v 的最小点割集的大小被称作 u 到 v 的 **局部点连通度 (local connectivity)**，记作 $\kappa(u, v)$。

还可以在边上作类似的定义：

对于连通图 $G = (V, E)$，若 $E' \subseteq E$ 且 $G' = (V, E \setminus E')$（即从 G 中删去 E' 中的边）不是连通图，则 E' 是图 G 的一个 **边割集 (edge cut)**。大小为一的边割集又被称作 **桥 (bridge)**。

对于连通图 $G = (V, E)$ 和整数 k，若 G 不存在大小为 $k - 1$ 的边割集，则称图 G 是 **k- 边连通的 (k-edge-connected)**，而使得上式成立的最大的 k 被称作图 G 的 **边连通度 (edge connectivity)**，记作 $\lambda(G)$。（对于任何图，边连通度即为最小边割集的大小。）

对于图 $G = (V, E)$ 以及 $u, v \in V$ 满足 $u \neq v$，u 可达 v，若 $E' \subseteq E$，且在 $G' = (V, E \setminus E')$ 中 u 和 v 不连通，则 E' 被称作 u 到 v 的边割集。u 到 v 的最小边割集的大小被称作 u 到 v 的 **局部边连通度 (local edge-connectivity)**，记作 $\lambda(u, v)$。

点双连通 (biconnected) 几乎与 2- 点连通完全一致，除了一条边连接两个点构成的图，它是点双连通的，但不是 2- 点连通的。换句话说，没有割点的连通图是点双连通的。

边双连通 (2-edge-connected) 与 2- 边双连通完全一致。换句话说，没有桥的连通图是边双连通的。

与连通分量类似，也有 **点双连通分量 (biconnected component)**（极大点双连通子图）和 **边双连通分量 (2-edge-connected component)**（极大边双连通子图）。

Whitney 定理：对任意的图 G，有 $\kappa(G) \le \lambda(G) \le \delta(G)$。（不等式中的三项分别为点连通度、边连通度、最小度。）

稀疏图/稠密图

若一张图的边数远小于其点数的平方，那么它是一张 **稀疏图 (sparse graph)**。

若一张图的边数接近其点数的平方，那么它是一张 **稠密图 (dense graph)**。

这两个概念并没有严格的定义，一般用于讨论 时间复杂度 为 $O(|V|^2)$ 的算法与 $O(|E|)$ 的算法的效率差异（在稠密图上这两种算法效率相当，而在稀疏图上 $O(|E|)$ 的算法效率明显更高）。

补图

对于无向简单图 $G = (V, E)$，它的 **补图 (complement graph)** 指的是这样的一张图：记作 $\bar{G}$，满足 $V\left(\bar{G}\right) = V(G)$，且对任意节点对 (u, v)，$(u, v) \in E\left(\bar{G}\right)$ 当且仅当 $(u, v) \notin E(G)$。

反图

对于有向图 $G = (V, E)$，它的 **反图 (transpose graph)** 指的是点集不变，每条边反向得到的图，即：若 G 的反图为 $G' = (V, E')$，则 $E' = \{(v, u) | (u, v) \in E\}$。

特殊的图

若无向简单图 G 满足任意不同两点间均有边，则称 G 为 **完全图 (complete graph)**，n 阶完全图记作 K_n。若有向图 G 满足任意不同两点间都有两条方向不同的边，则称 G 为 **有向完全图 (complete digraph)**。

边集为空的图称为 **无边图 (edgeless graph)**、**空图 (empty graph)** 或 **零图 (null graph)**，n 阶无边图记作 $\overline{K}_n$ 或 N_n。N_n 与 K_n 互为补图。

Warning

零图 (null graph) 也可指 **零阶图 (order-zero graph)** K_0，即点集与边集均为空的图。

若有向简单图 G 满足任意不同两点间都有恰好一条边（单向），则称 G 为 **竞赛图 (tourname graph)**。

若无向简单图 $G=(V,E)$ 的所有边恰好构成一个圈，则称 G 为 **环图/圈图 (cycle graph)**，$n(n \geq 3)$ 阶圈图记作 C_n。易知，一张图为圈图的充分必要条件是，它是 2- 正则连通图。

若无向简单图 $G=(V,E)$ 满足，存在一个点 v 为支配点，其余点之间没有边相连，则称 G 为 **星图/菊花图 (star graph)**，$n+1(n \geq 1)$ 阶星图记作 S_n。

若无向简单图 $G=(V,E)$ 满足，存在一个点 v 为支配点，其它点之间构成一个圈，则称 G 为 **轮图 (wheel graph)**，$n+1(n \geq 3)$ 阶轮图记作 W_n。

若无向简单图 $G=(V,E)$ 的所有边恰好构成一条简单路径，则称 G 为 **链 (chain/path graph)**，n 阶的链记作 P_n。易知，一条链由一个圈图删去一条边而得。

如果一张无向连通图不含环，则称它是一棵 **树 (tree)**。相关内容详见 树基础。

如果一张无向连通图包含恰好一个环，则称它是一棵 **基环树 (pseudotree)**。

如果一张有向弱连通图每个点的入度都为 1，则称它是一棵 **基环外向树**。

如果一张有向弱连通图每个点的出度都为 1，则称它是一棵 **基环内向树**。

多棵树可以组成一个 **森林 (forest)**，多棵基环树可以组成 **基环森林 (pseudoforest)**，多棵基环外向树可以组成 **基环外向树森林**，多棵基环内向树可以组成 **基环内向森林 (functional graph)**。

如果一张无向连通图的每条边最多在一个环内，则称它是一棵 **仙人掌 (cactus)**。多棵仙人掌可以组成 **沙漠**。

如果一张图的点集可以被分为两部分，每一部分的内部都没有连边，那么这张图是一张 **二分图 (bipartite graph)**。如果二分图中任何两个不在同一部分的点之间都有连边，那么这张图是一张 **完全二分图 (complete bipartite graph/biclique)**，一张两部分分别有 n 个点和 m 个点的完全二分图记作 $K_{n,m}$。相关内容详见 二分图。

如果一张图可以画在一个平面上，且没有两条边在非端点处相交，那么这张图是一张 **平面图 (planar graph)**。一张图的任何子图都不是 K_5 或 $K_{3,3}$ 是其为一张平面图的充要条件。对于简单连通平面图 $G=(V,E)$ 且 $V \geq 3$，$|E| \leq 3|V|-6$。

同构

两个图 G 和 H，如果存在一个双射 $f : V(G) \to V(H)$，且满足 $(u,v) \in E(G)$，当且仅当 $(f(u), f(v)) \in E(H)$，则我们称 f 为 G 到 H 的一个 **同构 (isomorphism)**，且图 G 与图 H 是 **同**

构的 (isomorphic)，记作 $G \cong H$。

从定义可知，若 $G \cong H$，必须满足：

- $|V(G)| = |V(H)|, |E(G)| = |E(H)|$
- G 和 H 结点度的非增序列相同
- G 和 H 存在同构的导出子图

无向简单图的二元运算

对于无向简单图，我们可以定义如下二元运算：

交 (intersection)：图 $G = (V_1, E_1), H = (V_2, E_2)$ 的交定义成图 $G \cap H = (V_1 \cap V_2, E_1 \cap E_2)$。

容易证明两个无向简单图的交还是无向简单图。

并 (union)：图 $G = (V_1, E_1), H = (V_2, E_2)$ 的并定义成图 $G \cup H = (V_1 \cup V_2, E_1 \cup E_2)$。

和 (sum)/直和 (direct sum)：对于 $G = (V_1, E_1), H = (V_2, E_2)$，任意构造 $H' \cong H$ 使得 $V(H') \cap V_1 = \varnothing$($H'$ 可以等于 H)。此时与 $G \cup H'$ 同构的任何图称为 G 和 H 的和/直和/不交并，记作 $G + H$ 或 $G \oplus H$。

若 G 与 H 的点集本身不相交，则 $G \cup H = G + H$。

比如，森林可以定义成若干棵树的和。

并与和的区别

可以理解为，「并」会让两张图中「名字相同」的点、边合并，而「和」则不会。

特殊的点集/边集

支配集

对于无向图 $G = (V, E)$，若 $V' \subseteq V$ 且 $\forall v \in (V \setminus V')$ 存在边 $(u, v) \in E$ 满足 $u \in V'$，则 V' 是图 G 的一个 **支配集 (dominating set)**。

无向图 G 最小的支配集的大小记作 $\gamma(G)$。求一张图的最小支配集是 NP 困难 的。

对于有向图 $G = (V, E)$，若 $V' \subseteq V$ 且 $\forall v \in (V \setminus V')$ 存在边 $(u, v) \in E$ 满足 $u \in V'$，则 V' 是图 G 的一个 **出 - 支配集 (out-dominating set)**。类似地，可以定义有向图的 **入 - 支配集 (in-dominating set)**。

有向图 G 最小的出 - 支配集大小记作 $\gamma^+(G)$，最小的入 - 支配集大小记作 $\gamma^-(G)$。

边支配集

对于图 $G=(V,E)$，若 $E'\subseteq E$ 且 $\forall e\in(E\setminus E')$ 存在 E' 中的边与其有公共点，则称 E' 是图 G 的一个 **边支配集 (edge dominating set)**。

求一张图的最小边支配集是 NP 困难 的。

独立集

对于图 $G=(V,E)$，若 $V'\subseteq V$ 且 V' 中任意两点都不相邻，则 V' 是图 G 的一个 **独立集 (independent set)**。

图 G 最大的独立集的大小记作 $\alpha(G)$。求一张图的最大独立集是 NP 困难 的。

匹配

> 对于图 $G=(V,E)$，若 $E'\subseteq E$ 且 E' 中任意两条不同的边都没有公共的端点，且 E' 中任意一条边都不是自环，则 E' 是图 G 的一个 **匹配 (matching)**，也可以叫作 **边独立集 (independent edge set)**。如果一个点是匹配中某条边的一个端点，则称这个点是 **被匹配的 (matched)/饱和的 (saturated)**，否则称这个点是 **不被匹配的 (unmatched)**。

边数最多的匹配被称作一张图的 **最大匹配 (maximum-cardinality matching)**。图 G 的最大匹配的大小记作 $\nu(G)$。

如果边带权，那么权重之和最大的匹配被称作一张图的 **最大权匹配 (maximum-weight matching)**。

如果一个匹配在加入任何一条边后都不再是一个匹配，那么这个匹配是一个 **极大匹配 (maximal matching)**。最大的极大匹配就是最大匹配，任何最大匹配都是极大匹配。极大匹配一定是边支配集，但边支配集不一定是匹配。最小极大匹配和最小边支配集大小相等，但最小边支配集不一定是匹配。求最小极大匹配是 NP 困难的。

如果在一个匹配中所有点都是被匹配的，那么这个匹配是一个 **完美匹配 (perfect matching)**。如果在一个匹配中只有一个点不被匹配，那么这个匹配是一个 **准完美匹配 (near-perfect matching)**。

求一张普通图或二分图的匹配或完美匹配个数都是 #P 完全 的。

对于一个匹配 M，若一条路径以非匹配点为起点，每相邻两条边的其中一条在匹配中而另一条不在匹配中，则这条路径被称作一条 **交替路径 (alternating path)**；一条在非匹配点终止的交替路径，被称作一条 **增广路径 (augmenting path)**。

托特定理：n 阶无向图 G 有完美匹配当且仅当对于任意的 $V'\subset V(G)$，$p_{\text{odd}}(G-V')\leq|V'|$，其中 p_{odd} 表示奇数阶连通分支数。

托特定理（推论）：任何无桥 3 - 正则图都有完美匹配。

点覆盖

对于图 $G=(V,E)$，若 $V'\subseteq V$ 且 $\forall e\in E$ 满足 e 的至少一个端点在 V' 中，则称 V' 是图 G 的一个 **点覆盖 (vertex cover)**。

点覆盖集必为支配集，但极小点覆盖集不一定是极小支配集。

一个点集是点覆盖的充要条件是其补集是独立集，因此最小点覆盖的补集是最大独立集。求一张图的最小点覆盖是 NP 困难 的。

一张图的任何一个匹配的大小都不超过其任何一个点覆盖的大小。完全二分图 $K_{n,m}$ 的最大匹配和最小点覆盖大小都为 $\min(n,m)$。

边覆盖

对于图 $G=(V,E)$，若 $E'\subseteq E$ 且 $\forall v\in V$ 满足 v 与 E' 中的至少一条边相邻，则称 E' 是图 G 的一个 **边覆盖 (edge cover)**。

最小边覆盖的大小记作 $\rho(G)$，可以由最大匹配贪心扩展求得：对于所有非匹配点，将其一条邻边加入最大匹配中，即得到了一个最小边覆盖。

最大匹配也可以由最小边覆盖求得：对于最小边覆盖中每对有公共点的边删去其中一条。

一张图的最小边覆盖的大小加上最大匹配的大小等于图的点数，即 $\rho(G)+\nu(G)=|V(G)|$。

一张图的最大匹配的大小不超过最小边覆盖的大小，即 $\nu(G)\le\rho(G)$。特别地，完美匹配一定是一个最小边覆盖，这也是上式取到等号的唯一情况。

一张图的任何一个独立集的大小都不超过其任何一个边覆盖的大小。完全二分图 $K_{n,m}$ 的最大独立集和最小边覆盖大小都为 $\max(n,m)$。

团

对于图 $G=(V,E)$，若 $V'\subseteq V$ 且 V' 中任意两个不同的顶点都相邻，则 V' 是图 G 的一个 **团 (clique)**。团的导出子图是完全图。

如果一个团在加入任何一个顶点后都不再是一个团，则这个团是一个 **极大团 (maximal clique)**。

一张图的最大团的大小记作 $\omega(G)$，最大团的大小等于其补图最大独立集的大小，即 $\omega(G)=\alpha(\bar{G})$。求一张图的最大团是 NP 困难 的。

参考资料

OI 中转站 - 图论概念梳理

Wikipedia（以及相关概念的对应词条）

离散数学（修订版），田文成 周禄新 编著，天津文学出版社，P184-187

戴一奇，胡冠章，陈卫。图论与代数结构 [M]. 北京：清华大学出版社，1995.
