

# 1 Ladung C

Kleinstmögliche Ladungsmenge  $\rightarrow q_e = e = -1.602 * 10^{-19} C$  ( $e = Elektron / -e = Proton$ ).  
Jede Ladung ist ein Vielfaches von  $Q = N * \pm e$

- Zwei Arten von Ladungen (+ / -)
- Ladung ist immer quantisiert (kleine Ladungspackete)
- Ladung bleibt immer erhalten in einem geschlossenen System  $\rightarrow$  kann nur transportiert werden
- Ladung ist immer an Masse gebunden

# 2 Strom I

Die Bewegung von Ladungsträgern in eine bestimmte Richtung durch eine gewisse Grenze / Grenzfläche wird der elektrische Strom genannt.  
Elektrischer Strom ist Ladungstransport. 1

$$\text{Ladungsmenge } Q \text{ pro Zeit } t \text{ durch eine Querschnittfläche } I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad (1)$$

# 3 Stromdichte

Diese Formel ist nicht allgemein gültig.

$$J = \frac{I}{A} \quad (2)$$

Schmelzstromdichte  $\rightarrow$  Punkt wo die Temperatur in 10ms auf die Schmelztemperatur steigt.

# 4 1.Kirchhoffsche Gesetz (Knotensatz)

Die Summe aller Ströme in einem Knoten mit der selben Bezugsrichtung ist immer 0.

$$\sum I_n = 0 \quad (3)$$

# 5 Potential

$$\varphi = \frac{W}{Q} \quad (4)$$

- Potential ist Energie normalisiert durch die Ladungsmenge
- Potentielle Energie  $W = Q * \varphi$
- Einheit  $[\frac{J}{C}] = V$

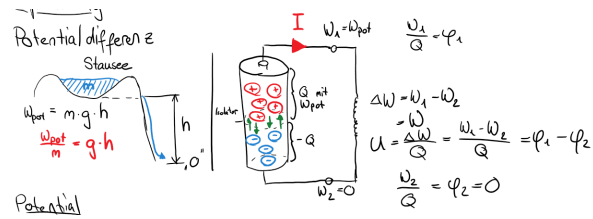


Figure 1: Vergleich Wasser / Strom

## 6 Spannung

Potentialdifferenz / Potentiell verrichtbare Arbeit.

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = \frac{W_A - W_B}{Q} = \frac{\Delta W}{Q} \quad (5)$$

Normalisierte für den Ladungstransport aufgewendete Arbeit.

Für eine Spannung braucht es lediglich eine Potentialdifferenz, es braucht nicht unbedingt einen Strom. (Spannung ist die potentielle Arbeit, welche frei würde, wenn Ladungen transportiert werden können.)

## 7 2. Kirchhoffsche Gesetz (Maschensatz)

Alle Teilspannungen entlang einem Umlauf innerhalb einer Masche addiert sind null.

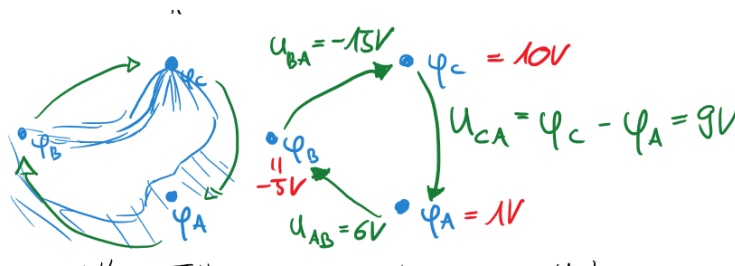


Figure 2: Maschensatz

## 8 Leistung

Die Leistung ist die pro Zeiteinheit  $t$  von der Ladungsmenge  $Q$  geleistete Arbeit  $W$ .

Liegt an einem elektrischen Verbraucher eine Spannung  $U$  an und wird dabei die Ladung  $Q$  transportiert, so wird Arbeit verrichtet.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{\Delta Q * U}{\Delta t} = U * \frac{\Delta Q}{\Delta t} = U * I = \left[ \frac{J}{s} \right] = Watt \quad (6)$$

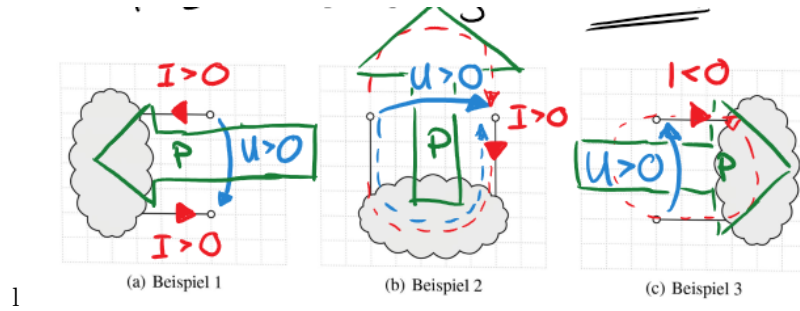


Figure 3: Verbraucher oder Generator?

## 9 Leitwert

Der elektrische Leitwert  $G$  eines Widerstandes ist der Proportionalitätsfaktor, welcher der Spannung über einem Widerstand dem Strom gegenüberstellt:

$$G = \frac{I}{U} [S (Siemens)] \quad (7)$$

Wird die Spannung (Druck auf die Ladungsträger) vergrößert, so steigt auch der Strom linear, dh der Strom durch einen Widerstand ist proportional zur Spannung darüber.

## 10 Elektrischer Widerstand

Der elektrische Widerstand  $R$  ist der Kehrwert des Leitwertes und verbindet somit den Strom (Folge) mit dessen Spannung (Ursache)

$$R = \frac{U}{I} [\Omega (Ohm)] \quad (8)$$

## 11 Elektrische Leitfähigkeit

Damit ein elektrischer Stromfluss möglich ist müssen freie Ladungsträger (meistens freie Elektronen / Ionen) verfügbar sein.

Diese drei Faktoren bestimmen die Leitfähigkeit eines Stoffes:

- Die Anzahl freier Ladungsträger pro Volumen (freie Ladungsträgerdichte)  $\rightarrow$  In Metallen:  $n_e$
- Die Ladung der einzelnen freien Ladungsträgern  $\rightarrow$  In Metallen:  $e$
- Tatsächliche Beweglichkeit der freien Ladungsträgern (Elektromobilität)  $\rightarrow$  In Metallen:  $\mu_e$

$$\text{elektrische Leitfähigkeit: } \sigma = nq\mu = \text{Bei Metallen: } n_e e \mu_e \left[ \frac{S}{m} (Siemens/Meter) \right] \quad (9)$$

### 11.1 Elektromobilität

$\tau$  ist die mittlere Stosszeit oder Zeit zwischen "Kollisionen" der Ladungsträger mit anderen Ladungsträgern und restlichen Bestandteilen des Atomgitters.

$\tau$  ist umgekehrt proportional zu der Temperatur. Je höher die Temperatur desto mehr Vibration von den atomaren Bestandteilen, d.h mehr Kollisionen.

$$\text{Beweglichkeit: } \mu = \frac{q\tau}{m} \left( \tau \propto \frac{1}{\sqrt{T}} \right) \quad (10)$$

## 12 Nichtlineare Widerstände

Gekrümmte I-U Kennlinie  $\rightarrow$  Nicht linearer Widerstand

Der Widerstand  $R$  beziehungsweise der Leitwert ist die Steigung der Tangente in einem bestimmten Punkt auf der Widerstand- Leitwertkennlinie. (Die Ableitung)

## 13 Temperaturabhängigkeit

Metalle  $\rightarrow$  Kaltleiter

Ladungsträger entweder freie Elektronen oder freie Ionen.

Wenn  $\beta\Delta T^2 \ll \alpha\Delta T$  ( $\alpha$  und  $\beta \rightarrow$  Temperaturkoeffizienten):

$$\Delta R \propto \Delta T \rightarrow \Delta R = \alpha\Delta T R_T = \alpha(T - T_0)R_T \quad (11)$$

Sonst:

$$\Delta R = (\alpha\Delta T + \beta\Delta T^2)R_T \quad (12)$$

## 14 Geschwindigkeit der freien Elektronen in metallischen Leiter

- Driftgeschwindigkeit: mittlere Geschwindigkeit von Elektronen in Stromrichtung max. einige mm/s (von A nach B)
- Ausbreitungsgeschwindigkeit: "Geschwindigkeit des Signals / Impulses"  $0.1 - 0.9 \cdot c_0$  der Lichtgeschwindigkeit
- Brownsche Molekular Bewegung: ungeordnete thermische Bewegung max. einige 100 km/s, im Mittel null

## 15 Quellen

- Quellenart
  - Stromquelle
  - Spannungsquelle
- Ideal / Real
- Abhängig / Unabhängig
- linear / nicht linear

### 15.1 Ideale Quellen

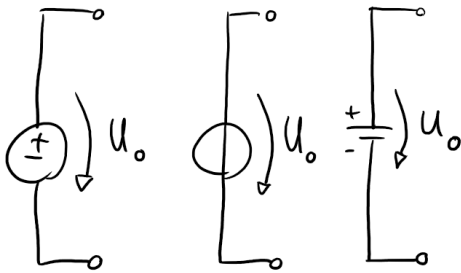


Figure 4: Ideale Spannungsquelle

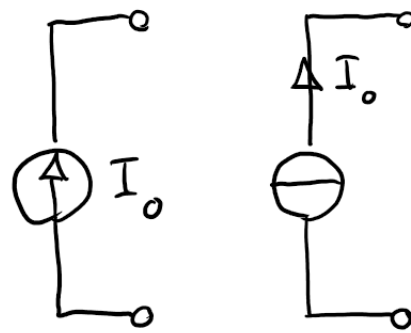


Figure 5: Ideale Stromquelle

### 15.2 Reale lineare Spannungsquellen

Ideale Quellen gibt es in der Praxis nicht, sie werden allerdings in der Theorie gebraucht. Eine reale Spannungsquelle hat immer einen seriell geschalteten Innenwiderstand.

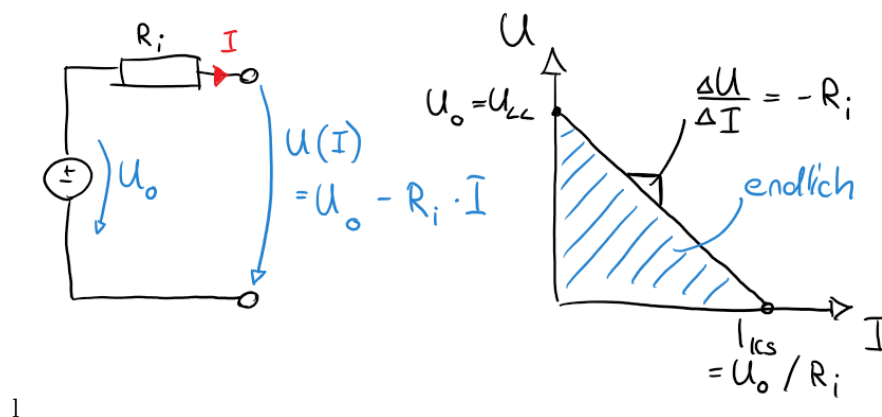


Figure 6: Spannungsquelle

### 15.3 Reale lineare Stromquelle

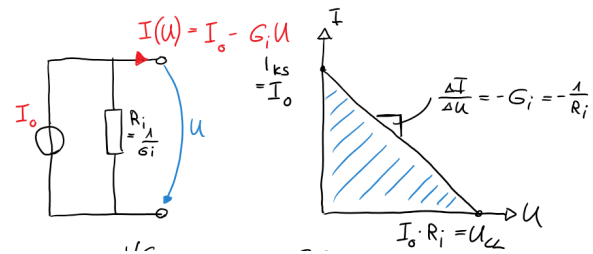


Figure 7: Stromquelle

### 15.4 Gesteuerte Quellen

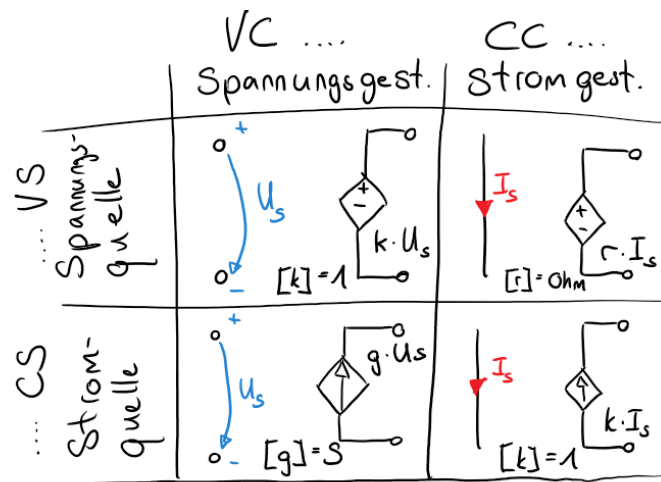


Figure 8: Verschiedene gesteuerte Spannungs- und Stromquellen

### 15.5 Nicht lineare Quellen

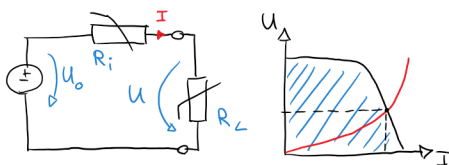


Figure 9: Nicht lineare Spannungsquelle

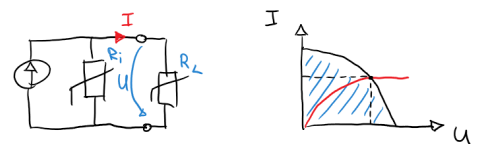


Figure 10: Nicht lineare Stromquelle

## 16 Quellenumwandlung

### 16.1 Äquivalenz

Die Äquivalenz ist eine bestimmte Gleichheit.

Als Beispiel sind äquivalente Netzwerke, Netzwerke in welchen der Strom und die Spannung gleich sind (siehe Norton-Theorem).

### 16.2 Thevenin - Theorem

Man kann jede mögliche Kombination von linearen Spannungsquellen, Stromquellen und ohmschen Widerständen bezüglich zweier Anschlussklemmen durch eine Reihenschaltung aus einer Spannungsquelle und einem ohmschen Widerstand erzeugen.

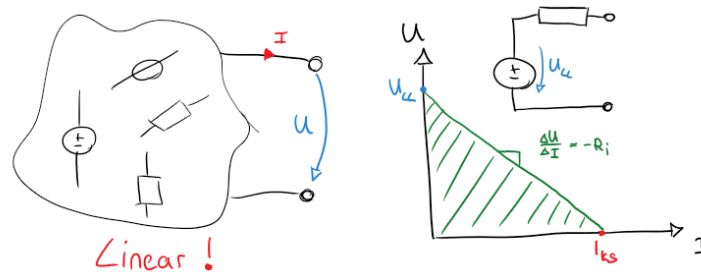


Figure 11: Grundidee des Thevenin Theorems

### 16.3 Norton-Theorem

Jede lineare Spannungsquelle kann in eine lineare Stromquelle (Stromquelle mit parallelem Widerstand) verwandelt werden, welche bezüglich der zwei Anschlussklemmen elektrisch äquivalent ist.

### 16.4 Vereinfachung von Schaltungen Thevenin/Norton

- Symmetrien erkennen
- Irrelevante Elemente eliminieren
- Gesteuerte Quellen ausschalten
- Von eigener Größe abhängige Quellen in Widerstände umwandeln
- Superpositionsprinzip (16.5)
- Reziprozität

### 16.5 Superpositionsprinzip

Das Superpositionsprinzip ermöglicht das Berechnen von Schaltungen mit mehr als einer unabhängigen Quelle. Dieses Prinzip gilt nur in linearen Systemen.

Es dürfen alle unabhängigen Quellen einzeln in der Schaltung angeschaut werden (Spannungsquellen  $\rightarrow$  kurzgeschlossen und Stromquellen  $\rightarrow$  Unterbrüche) jedoch müssen danach alle einzelnen Werte kombiniert werden.

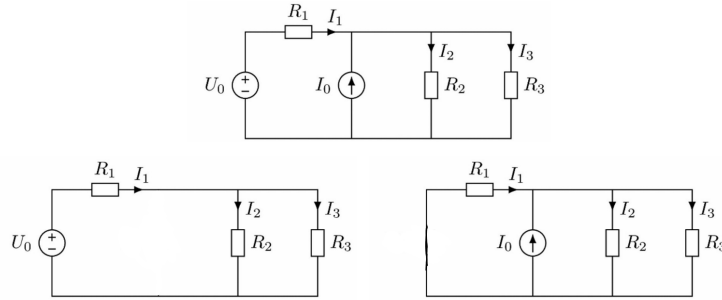


Figure 12: Superpositionsprinzip mit 2 Quellen

## 17 Elementare Schaltungen

### 17.1 Spannungsteiler

Werden mehrere Widerstände in Serie geschaltet teilt sich die Gesamtspannung in Teilspannungen über den verschiedenen Widerständen auf. Dies nennt man ein Spannungsteiler

#### 17.1.1 Unbelastete Spannungsteiler

Besteht aus einer Masche, in welcher überall der gleiche Strom fließt.

Das Verhältnis jeder Teilspannung  $U_n$  ist zur Gesamtspannung  $U_0$  gleich wie der zugehörige Widerstand zum Gesamtwiderstand.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \text{ und } \frac{U_2}{U_0} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (13)$$

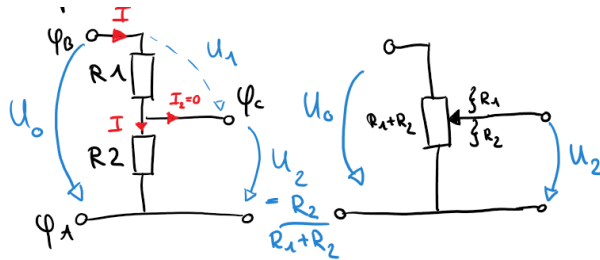


Figure 13: Unbelastete Spannungsquelle

#### 17.1.2 Belasteter Spannungsteiler

$$R'_2 = R_2 || R_L = \frac{R_2 R_L}{R_2 + R_L} \quad (14)$$

Mit dieser Formel hat man danach wieder einen unbelasteten Spannungsteiler und kann mit der Formel 13 rechnen ( $R_2 = R'_2$ ).



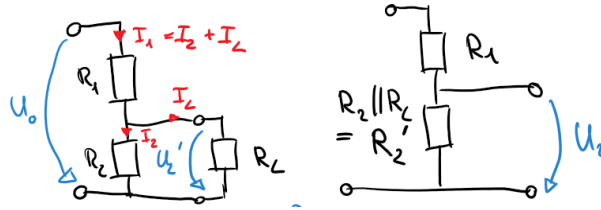


Figure 14: Belasteter Spannungsteiler

## 17.2 Stromteiler

### 17.2.1 Unbelasteter Stromteiler

Besteht aus einer Parallelschaltung in welcher überall die selbe Spannung herrscht.

Der Strom teilt sich proportional zum Leitwert (oder umgekehrt proportional zu dem Widerstand) auf.

$$I_1 = \frac{U}{R_1} \text{ und } I_2 = \frac{U}{R_2} \quad (15)$$

Die Ströme teilen sich so auf:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{U/R_1}{U/R_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{G_1}{G_2} \quad (16)$$

Und der Gesamtstrom:

$$\frac{I_2}{I_0} = \frac{R_{tot}}{R_2} \quad (17)$$

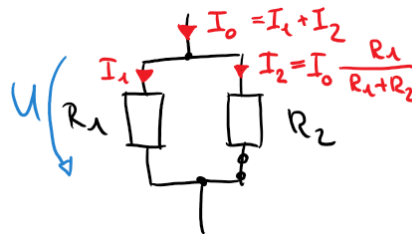


Figure 15: Unbelasteter Stromteiler

### 17.2.2 Belasteter Stromteiler

$$R_2' = R_2 + R_L \quad (18)$$

Mit dieser Formel hat man danach wieder einen unbelasteten Stromteiler und kann mit den Formeln 15/16/17 rechnen.

## 17.3 Brückenschaltung

Kombination aus Spannungs- und Stromteiler

- Stern-Dreieck-Umwandlung

Zum Beispiel  $R_1/R_2/R_5$  können in eine Dreieckschaltung umgewandelt werden. Danach besteht die Schaltung aus einem dreifachen Stromteiler, mit zwei Serienschaltungen.

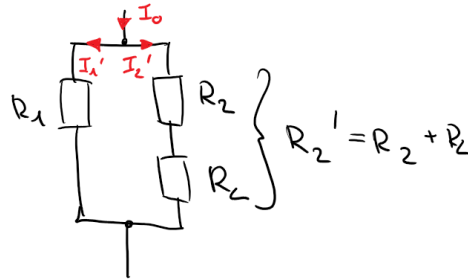


Figure 16: Belasteter Stromteiler

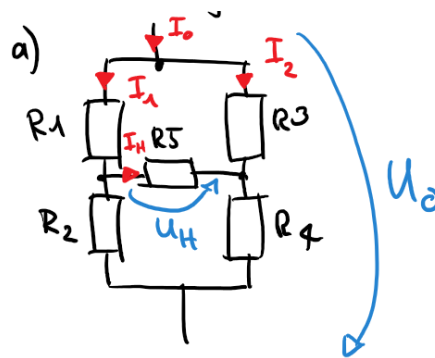


Figure 17: Brückenschaltung

- Dreieck-Stern-Umwandlung

$R_2, R_4$  und  $R_5$  können in einen Stern umgewandelt werden. Danach besteht die Schaltung aus einem Spannungsteiler mit einem Stromteiler als einer der Widerstände.

- Potentialberechnung von zwei realen Quellen

Oftmals ist es hilfreich beide Spannungsteiler als reale Quellen zu betrachten welche gegeneinander mit dem Brückenwiderstand  $R_5$  belastet werden

## 18 Reziprozität / Kirchhoffsche Umkehrungssatz

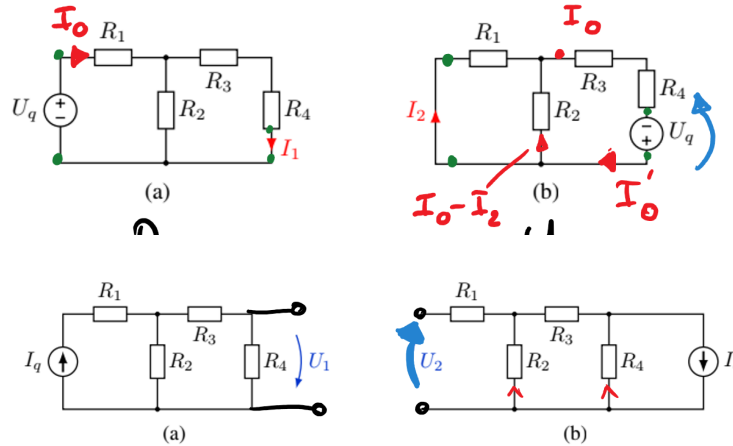
Der Kirchhoffsche Umkehrungssatz gilt nur für Netzwerke mit einer Quelle. (Superpositionsprinzip auch)  
Bei der Anwendung des Reziprozitätstheorems muss jeweils auf die Polarität der Quellen und gemessenen Größen geachtet werden. Es gibt 2 Arten von Reziprozität:

- Spannungsquelle

Der Strom  $I$  resultiert auch im Zweig der Quelle wenn diese dort ausgeschaltet und an der vorherigen Messstelle eingebaut wird.

- Stromquelle

Die Spannung  $U$  resultiert auch zwischen den Anschlüssen der Quelle, wenn diese dort ausgeschaltet und zwischen den vorherigen beiden Messknoten angehängt wird.



## 19 Leistung

### 19.1 Allgemein

$$\eta = \frac{\Delta W_{ab}}{\Delta W_{zu}} \quad (19)$$

In der Elektrotechnik erfolgt die Abgabe der Nutzenergie gleichzeitig mit der Energieaufnahme. "Arbeit  $\Delta W = \text{Leistung } P \text{ über eine gewisse Dauer } \Delta t$ " daher kann der Wirkungsgrad auch als Verhältnis der abgegebenen Nutzleistung  $P_{ab}$  zur Gesamtleistung ausgedrückt werden:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} \quad (20)$$

### 19.2 Leistungsanpassung

Es gibt zwei verschiedene Ziele für die Leistungsanpassung:

- Möglichst Verlustarm (Energietechnik)
- Möglichst hohe Leistung aus Quelle beziehen (Nachrichtentechnik)

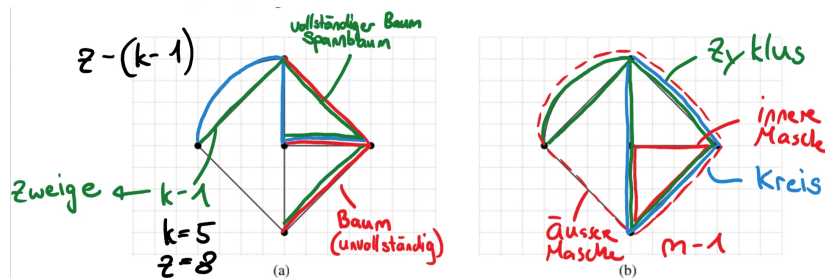
## 20 Netzwerk-Analyse

Wird benötigt um ein lineares Netzwerk fast immer genau gleich zu analysieren.

### 20.1 Graphen Theorie

#### 20.1.1 Basics

Ein Graph besteht aus Knoten und Zweigen. Die Knoten werden durch die Zweige untereinander verbunden.



- Weg: Eine Zusammenhängende Reihe aus unterschiedlichen Kanten (keine Kante doppelt)
- Baum: Nicht geschlossener Weg
- Spannbaum: Ein Baum welcher alle Knoten des Graphne mit einander verbinden
- Zyklus: Weg mit gleichem Start- und Endknoten
- Kreis: Zyklus, welcher alle Knoten nur einmal enthält.
- Masche: Eine Masche ist ein Kreis welcher innterhalb oder ausserhalb keine Zweige enthält.

#### 20.1.2 Planare und nicht planare Graphen

### 20.2 Zweigstromanalyse

#### 20.2.1 Basics

Bevor die Zweigstrom-Analyse durchgeführt wird müssen üblicherweise diese Schritte schon gemacht worden sein.

- Bereiche welche nur aus Widerständen bestehen werden durch einen einzelnen Widerstand ersetzt.
- ??? Bei Stromquellen wird ihr Innenwiderstand sowie alle zusätzlichen zur Quelle parallelgeschalteten Widerstände durch einen Widerstand ersetzt.
- Bei Spannungsquellen werden der Innenwiderstand und alle zusätzlichen in Serie geschalteten Widerstände durch einen einzigen äquivalenten Widerstand zusammengefasst.

Nach dieser Vereinfachung hat das Netzwerk nun k Knoten und z Zweige von welchen v ideale Quellen sind.

Unbekannte:  $2z - v$

Variablen: z

### 20.2.2 Funktion / Beispiel

Ablauf:

1. Vereinfachung der Schaltung und Bestimmung der Knoten
2. Für jeden Zweig die Stromrichtung definieren und die  $k - 1$  Knotengleichungen aufstellen (Kirchhoff 1)
3. Relevante Maschen identifizieren und Umlaufrichtungen definieren.  $z - k + 1$  Maschengleichungen (Kirchhoff 2) aufstellen.
4.  $n - 1$  Zweiggleichungen (Beziehung zwischen Zweigstrom und Zweigspannung) formulieren
5. Knoten- und Maschengleichungen mit Zweiggleichungen kombinieren.
6. Gleichungen in Matrix-Form bringen / lösen.

### 20.3 Maschenstromverfahren

Unbekannte:  $m - 1 - i$  ( $i$  = Anzahl idealer Stromquellen)

Beispiel Maschenstromverfahren

1. Knoten bestimmen und Spannbaum erstellen (Spannbaum möglichst nicht durch eine ideale Stromquelle)
2.  $m - 1$  Maschenströme bestimmen und Richtung angeben (immer die gleiche Richtung wählen)
3. 3 Matrizen aufstellen

$$R * j = u \quad (21)$$

**Vektor  $j$**  ( $m-1 * 1$ ) beinhaltet alle Unbekannten

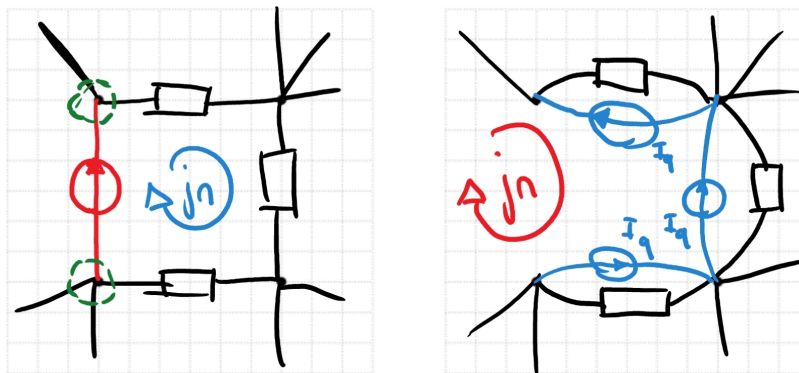
**Widerstandsmatrix  $R$**  ( $m-1 * m-1$ )

**Quellenmatrix** ( $m-1 * 1$ )

4. Gesteuerte Quellen hinzufügen (Sektion 3.2)

#### 20.3.1 Spezialfall: Ideale Stromquelle

Der Spannbaum darf nicht durch eine ideale Stromquelle hindurchführen. Falls dies allerdings nicht zu verhindern ist, muss die Schaltung zu einer äquivalenten Schaltung umgezeichnet werden.



### 20.3.2 Beispiel mit gesteuerte Quellen

Beispiel Maschenstromverfahren mit gesteuerter Stromquelle befindet sich auf OneNote

## 20.4 Knotenpotentialmethode

Unbekannte:  $k - v - 1$  ( $v \rightarrow$  ideale Spannungsquellen)

1. Knoten und Referenzknoten (am besten gut vernetzt und an vielen Quellen angeschlossen) bestimmen / Aufwand berechnen ( $k - 1 - v$  Gleichungen)
2. Matrix aufstellen

$$G * u = i \quad (22)$$

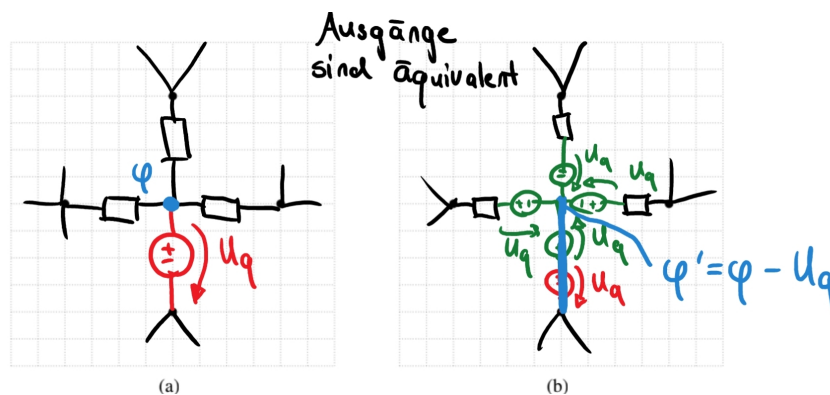
**Unbekannten Matrix  $u$ :**  $(k-v-1 * 1)$

**Kehrwert-Matrix  $G$ :**  $(k-v-1 * k-v-1)$

**Quellen-Matrix  $i$ :**  $(k-v-1 * 1)$

Beispiel Knotenpotentialmethode befindet sich auf OneNote

### 20.5 Ideale Spannungsquelle zwischen 2 Knoten



## 20.6 Modifizierte Knotenpotentialmethode

Die modifizierte Knotenpotentialmethode ist aufwendiger als die KPM und MSM Methoden allerdings muss das Schema vor Beginn nicht angepasst werden, dies führt dazu dass diese Methode in allen modernen Netzwerkanalyse-Tools gebraucht wird.

### 20.6.1 Anwendung

Der Aufwand für die MNA (Modified Nodal Analysis) beträgt:  $k - 1 + v$  (Ideale Spannungsquellen) +  $i_s$  (Anzahl gesuchter Ströme).

### 20.6.2 Gesteuerte Quellen

### 20.6.3 Elementstempel

## 21 Leistungsanpassung in nicht linearen Systemen

## 22 Strömungsfelder

### 22.1 Grundbegriffe

- **Feld**

Ansammlung von mathematischen Objekten mit einer örtlichen Komponenten (Koordinatensystem)(zum Beispiel Ansammlung von Skalaren)

- **Skalarfeld**

Ansammlung von Skalaren in einem Feld

- **Vektorfeld**

Ansammlung von Vektoren in einem Feld.

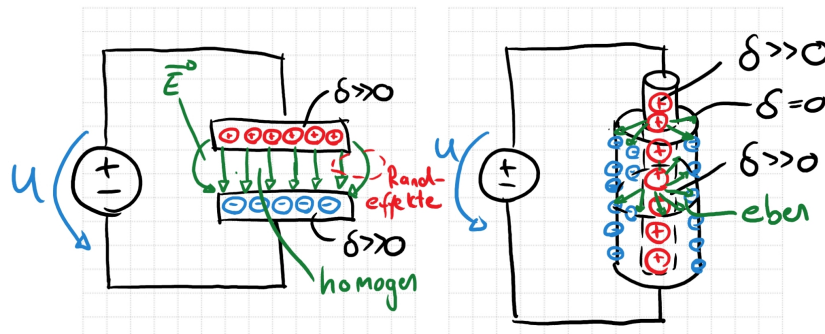
Vektorenfelder können verschiedene Eigenschaften besitzen:

- **Homogen vs. Inhomogen**

Ein homogenes Feld hat in jedem Punkt des Feldes derselbe Vektor. Die Feldlinien verlaufen parallel.

- **Eben vs. Uneben**

Ein Vektorfeld ist homogen wenn eine Ebene gewählt werden kann welche zu allen Vektoren parallel liegt.



Es werden hauptsächlich zwei verschiedene Darstellungsarten gebraucht um ein Strömungsfeld darzustellen. Es gibt keine bessere oder schlechtere Darstellungsart jede hat ihre eigenen Vor- und Nachteile:

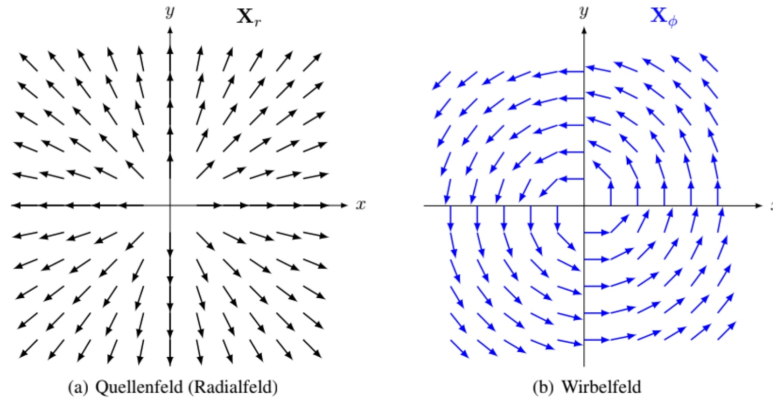
- **Vektordarstellung**

In dieser Darstellung werden Vektoren in ein Koordinatensystem gezeichnet und die Längen der Vektoren bestimmt die Intensität des Feldes am Ursprung. Da die Vektoren eine bestimmte Länge haben kann es passieren dass sie sich zu fest überlagern und die Darstellung unübersichtlich wird.

- **Feldlinien**

Feldlinien sind gerichtete Linien. Die Intensität des Feldes an einem bestimmten Punkt wird durch den Abstand der verschiedenen Feldlinien dargestellt.

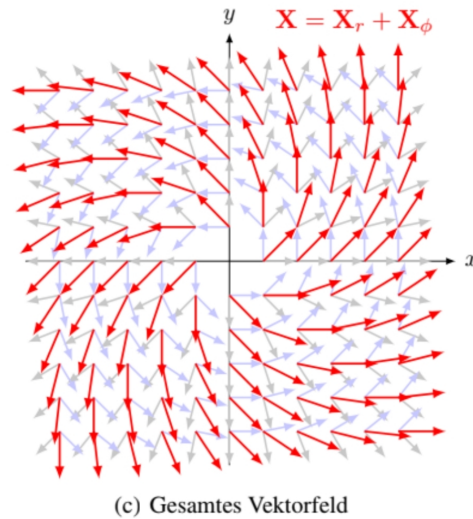
Man unterscheidet zwischen zwei verschiedenen Feldarten die Wirbelfelder und die Quellenfelder. Bei den Wirbelfeldern bilden die Feldlinien ein geschlossenes System (sogenannte Wirble) im Gegensatz zu den Quellenfeldern.



Diese zwei Strömungsfelder ergeben laut dem Helmholtz-Theorem das tatsächliche Strömungsfeld (zum Vergleich: Superposition)

$$\text{Helmholz-Theorem: } \mathbf{X} = \mathbf{X}_r + \mathbf{X}_\phi \quad (23)$$

Dies ergibt dann:



## 22.2 Allgemein Basics

Das elektrische Strömungsfeld beschreibt der Transport von elektrischer Ladung. Da Ladung nur in leitenden Materialien existiert existiert ein elektrisches Strömungsfeld auch nur in leitenden Materialien.

Die Stärke und die Richtung des Ladungstransportes kann ortsabhängig sein. Man spricht von einer stationären Strömung wenn die Strömungsgeschwindigkeit sowie der durchflossene Leiterquerschnitt konstant sind.

## 22.3 Die Strömungsdichte im Strömungsfeld

### 22.3.1 Homogenes Strömungsfeld