部分圏 P8

Definition
圏 D の対象及び射が圏 C に含まれるとき、D を C の部分圏という。

Theorem
すべての圏 C はその部分圏に C のすべての同型射を含む最大部分圏が存在する

証明 Excercise 1.1.ii

Remark
ここで、ツォルンの補題等集合論の公理や諸定理を用いてはならない

Proof.
(存在)
すべての対象に対してその自己同型射は同型である。また、すべての対象及びその自己同型射からなる集まりは部分圏となる。よりこれは亜群となる。

(すべての同型射からなる集まりは圏となる)
ホワイトボードでやります・・・ □

証明 Excercise 1.1.iii

ホワイトボードにて・・・

反対圏 P9,10

Definition
圏 C に対して、同じ対象をもち、すべての射に対して始域と終域を入れ替えた射を持っている圏 C^{op} を反対圏という

これにより、圏の定理は二重性をもつ。例示は以下にする。

Theorem
以下の３つは同値である。

1. 射 $f : x \to y$ が同型
2. すべての対象 c に対して $f_* : C(c, x) \to C(c, y)$ が全単射
3. すべての対象 c に対して $f^* : C(x, c) \to C(y, c)$ が全単射