

Definition

1. モノ射または単射とは $f \circ g = f \circ h \Rightarrow g = h$ であるような f である。即ち、 f_* が単射である。
2. エピ射または全射とは $g \circ f = h \circ f \Rightarrow g = h$ であるような f である。即ち、 f^* が単射である。

Remark

圏の射が何かしらの写像だった場合、集合論的全射であればモノ射であり、集合論的単射であればエピ射であるが、逆は必ずしも成り立たない。環の圏において包含環準同型 $\mathbb{Z} \hookrightarrow \mathbb{Q}$ は全単射ではないがモノ射でありエピ射である。

Theorem

1. モノ射の合成はモノ射
2. モノ射 gf の f はモノ射
3. エピ射の合成はエピ射
4. エピ射 gf の g はエピ射

Proof.

ホワイトボードにて...



Definition

関手 $F: C \rightarrow D$ は

1. C の対象 c を D の対象 Fc に移す
2. C の射 $f: A \rightarrow B$ を D の射 $Ff: FA \rightarrow FB$ に移す
3. C の恒等射は D の恒等射に移す
4. $Fg \cdot Ff = F(g \circ f)$