

# **Отчёт по лабораторной работе №2**

**Дисциплина: Математическое моделирование**

Ганина Таисия Сергеевна, НФИбд-01-22

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>17</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>18</b>

## Список иллюстраций

4.1	Установка пакетов Julia . . . . .	8
4.2	Вычисление номера варианта . . . . .	9
4.3	График для первого случая (траектория лодки и траектория катера)	14
4.4	График для второго случая (траектория лодки и траектория катера)	15
4.5	Найти точку пересечения траектории катера и лодки, код для пер- вого случая . . . . .	15
4.6	Найти точку пересечения траектории катера и лодки, код для вто- рого случая . . . . .	16

## Список таблиц

# 1 Цель работы

Целью данной работы является приобретение навыков построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.

## 2 Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 9,9 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,1 раза больше скорости браконьерской лодки.

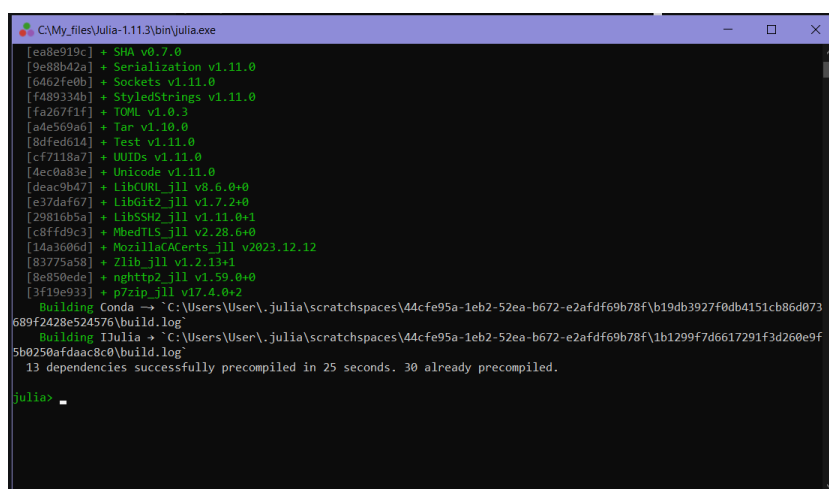
1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки

### 3 Теоретическое введение

Кривая погони — кривая, представляющая собой решение задачи о «погоне», которая ставится следующим образом. Пусть точка  $A$  равномерно движется по некоторой заданной кривой. Требуется найти траекторию равномерного движения точки  $P$  такую, что касательная, проведённая к траектории в любой момент движения, проходила бы через соответствующее этому моменту положение точки  $A$ . [1]

## 4 Выполнение лабораторной работы

В начале я установила среду Julia с официального сайта и установила все необходимые пакеты (рис. 4.1):



```
C:\My_files\Julia-1.11.3\bin\julia.exe
[ea8e919c] + SHA v0.7.0
[9e88b42a] + Serialization v1.11.0
[6462fe0b] + Sockets v1.11.0
[f489334b] + StyledStrings v1.11.0
[fa267f1f] + TOML v1.0.3
[fa4e569a6] + Tar v1.10.0
[8dfe6d14] + Test v1.11.0
[cf7118a7] + UUIDs v1.11.0
[4ec0a83e] + Unicode v1.11.0
[deac9b47] + LibCURL_jll v8.6.0+0
[e37daf67] + LibGit2_jll v1.7.2+0
[29816b5a] + LibSSH2_jll v1.11.0+1
[c8fffd9c3] + MbedTLS_jll v2.28.6+0
[14a3606d] + MozillaCACerts_jll v2023.12.12
[83775a58] + Zlib_jll v1.2.13+1
[8e850ede] + nghttp2_jll v1.59.0+0
[3f19e933] + p7zip_jll v17.4.0+2
Building Conda -> "C:\Users\User\.julia\scratchspaces\44cfe95a-1eb2-52ea-b672-e2afdf69b78f\b19db3927f0db4151cb86d073
689f72428e524576\build.log"
Building IJulia -> "C:\Users\User\.julia\scratchspaces\44cfe95a-1eb2-52ea-b672-e2afdf69b78f\b1299f7d6617291f3d260e9f
5b0250afdaac80\build.log"
13 dependencies successfully precompiled in 25 seconds. 30 already precompiled.

julia> _
```

Рис. 4.1: Установка пакетов Julia

Далее, перед непосредственным началом выполнения лабораторной работы я вычислила свой номер варианта (рис. 4.2):



## Вычислим номер моего варианта:

```
] : # Данные
student_id = 1132226429 # Номер студенческого билета
num_variants = 70 # Количество вариантов

# Вычисление номера варианта
variant = (student_id % num_variants) + 1
print(variant)

20
```

Рис. 4.2: Вычисление номера варианта

Далее можно было перейти к заданию 1.

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).

В данной задаче мы моделируем движение катера береговой охраны, который должен догнать и затем следовать за лодкой браконьеров, используя полярные координаты.

### Начальные условия

- $t_0 = 0$ : Время, когда происходит обнаружение лодки.
- $x_{l0} = 0$ : Местоположение лодки браконьеров в момент обнаружения — на полюсе, т.е. в начале координат.
- $x_{k0} = 9,9$  км: Местоположение катера береговой охраны в момент обнаружения лодки.

### Установка полярной системы координат

- Полюс выбран как точка обнаружения лодки, и ось  $r$  (радиальная ось) проходит через точку нахождения катера береговой охраны.

- Угол  $\theta = 0$  в момент обнаружения лодки, и катер будет двигаться вдоль этой оси до тех пор, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка.

### Первоначальная прямая траектория катера

Катер должен двигаться вдоль прямой, пока не окажется на одинаковом расстоянии от полюса, как и лодка. Лодка за время  $t$  пройдет расстояние  $x$ , а катер — расстояние  $k - x$  (или  $k + x$ , в зависимости от того, с какой стороны катер относительно полюса).

Время, за которое оба пройдут это расстояние, будет одинаковым. Для лодки это время равно  $\frac{x}{v}$ , где  $v$  — скорость лодки. Для катера время будет  $\frac{k-x}{4.1v}$  (или  $\frac{k+x}{4.1v}$ , в зависимости от положения катера).

Поскольку время одинаковое, мы составляем уравнение:

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{4.1v}$$

или

$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{4.1v}$$

Таким образом, для первого случая, где  $k = 9.9$ :

$$x_1 = \frac{9.9}{5.1}$$

Для второго случая:

$$x_2 = \frac{9.9}{3.1}$$

### Переход к круговой траектории

После того как катер окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка, он должен начать движение по круговой траектории вокруг полюса. При этом катер должен удаляться от полюса с той же скоростью  $v$ , что и лодка.

Для этого мы разбиваем скорость катера на две составляющие: - Радиальная скорость ( $v_r$ ) — это скорость, с которой катер удаляется от полюса. Мы полагаем, что радиальная скорость равна скорости лодки:

$$v_r = \frac{dr}{dt} = v$$

- Тангенциальная скорость ( $v_\tau$ ) — это скорость, с которой катер движется по окружности вокруг полюса. Эта скорость определяется через угловую скорость  $\frac{d\theta}{dt}$ :

$$v_\tau = r \frac{d\theta}{dt}$$

Так как катер движется с более высокой скоростью (в 4,1 раза больше скорости лодки), мы находим тангенциальную скорость:

$$v_\tau = \sqrt{16.81 \cdot v^2 - v^2} = \sqrt{15.81} \cdot v$$

### **Система дифференциальных уравнений**

Теперь мы можем описать движение катера в виде системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{15.81} \cdot v \end{cases}$$

С начальными условиями для первого случая:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{9.9}{5.1} \end{cases}$$

Для второго случая:

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{9.9}{3.1} \end{cases}$$

### Уравнение для радиальной зависимости

Исключая из системы производную по времени  $t$ , можно получить уравнение, которое связывает радиус  $r$  и угол  $\theta$ :

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{15.81}}$$

Это уравнение можно решить, чтобы получить траекторию катера в полярных координатах.

2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

Здесь уже был необходим следующий код:

```
using DifferentialEquations, Plots

# Расстояние между лодкой и катером
k = 9.9

# Начальные условия для двух случаев
r0 = k / 5.1
r0_2 = k / 3.1
theta0 = (0.0, 2*pi)
theta0_2 = (-pi, pi)

# Угол движения лодки браконьеров и интервал времени
fi = 3*pi/4
t = (0, 50)
```

```

# Функция, описывающая движение лодки браконьеров
x(t) = tan(fi) * t

# Дифференциальное уравнение для движения катера
f(r, p, t) = r / sqrt(15.81)

# Решение ДУ для первого случая
prob = ODEProblem(f, r0, theta0)
sol = solve(prob, saveat = 0.01)

# Построение траектории катера
plot(sol.t, sol.u, proj=:polar, lims=(0, 10), label="Траектория катера")

```

После этого я выполнила построение траектории лодки:

```

# Угол и координаты для построения траектории лодки
ugol = [fi for i in range(0, 15)]
x_lims = [x(i) for i in range(0, 15)]

# Добавление траектории лодки на график
plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 10), label="Траектория лодки")

```

И получила следующий результат (рис. 4.3)

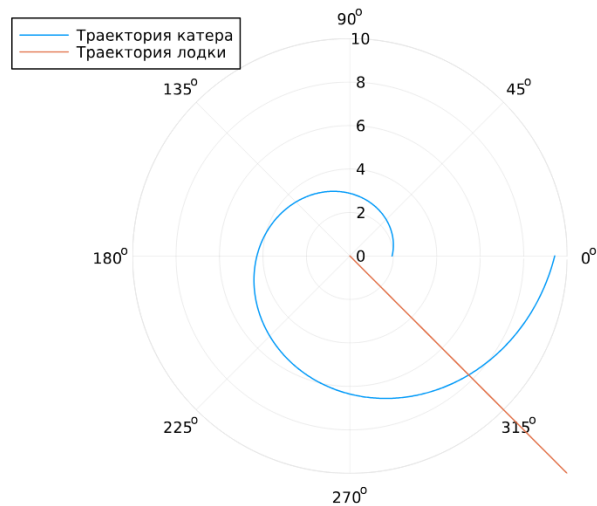


Рис. 4.3: График для первого случая (траектория лодки и траектория катера)

Далее повторила действия для второго случая (рис. 4.4):

```
# Решение ДУ для второго случая
```

```
prob_2 = ODEProblem(f, r0_2, theta0_2)
```

```
sol_2 = solve(prob_2, saveat = 0.01)
```

```
# Построение траектории катера во втором случае
```

```
plot(sol_2.t, sol_2.u, proj=:polar, lims=(0, 15), label="Траектория катера")
```

```
# Добавление траектории лодки на график
```

```
plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 15), label="Траектория лодки")
```

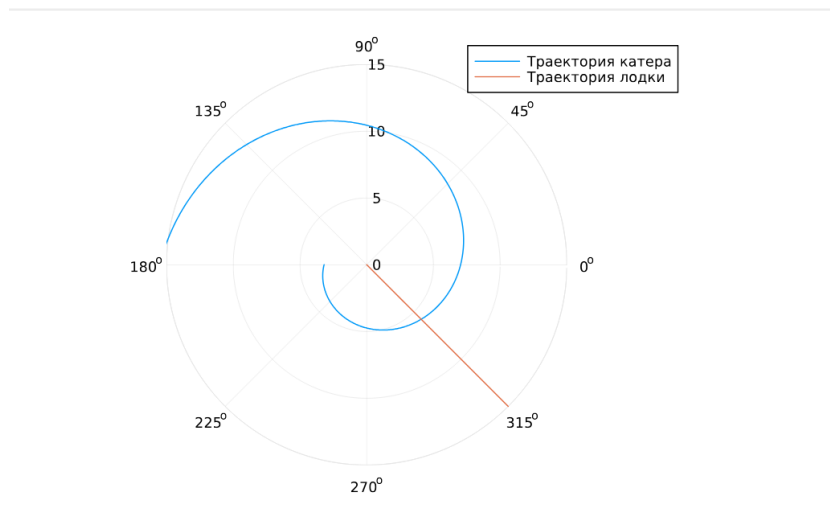


Рис. 4.4: График для второго случая (траектория лодки и траектория катера)

3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки, код для первого случая (рис. 4.5):

# Точное решение уравнения движения катера

$$y(x) = (33 \cdot \exp((10 \cdot x) / (\sqrt{1581})) + (10 \cdot \pi) / (\sqrt{1581})) / (17)$$

# Определение точки пересечения для первого случая

$y(fi)$

```
# Точное решение уравнения движения катера
y(x) = (33*exp((10*x)/(sqrt(1581)))+(10*pi)/(sqrt(1581)))/(17)
# Определение точки пересечения для первого случая
y(fi)
```

[57] 7.736699611465326 Julia

Рис. 4.5: Найти точку пересечения траектории катера и лодки, код для первого случая

Код для второго случая (рис. 4.6):

```
# Точное решение уравнения движения катера для второго случая
y(x)=(99*exp((10*x)/(sqrt(1581)))+(10*pi)/(sqrt(1581)))/(31)
# Определение точки пересечения для второго случая
y(fi-pi)
```

[66] Julia

... 5.775993090103209

Рис. 4.6: Найти точку пересечения траектории катера и лодки, код для второго случая



## 5 Выводы

В ходе данной работы я приобрела практические навыки построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.

## Список литературы

1. Кривая погони [Электронный ресурс]. URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D0%B2%D0%B0%D1%8F\\_%D0%BF%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%B8](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D0%B2%D0%B0%D1%8F_%D0%BF%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%B8).