

Лабораторная работа №8. Модель конкуренции двух фирм

Дисциплина: Математическое моделирование

Ганина Т. С.

07 апреля 2025

Группа НФИбд-01-22

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Ганина Таисия Сергеевна
- Студентка 3го курса, группа НФИбд-01-22
- Фундаментальная информатика и информационные технологии
- Российский университет дружбы народов
- Ссылка на репозиторий гитхаба `tsganina`

Вводная часть

Исследовать математическую модель конкуренции двух фирм.

Задание. Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке. Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2, \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_2^2, \end{array} \right.$$

Задание. Случай 2.

Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед $M_1 M_2$ будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dM_1}{d\theta} = M_1 - \left(\frac{b}{c_1} + 0.0012 \right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2, \\ \frac{dM_2}{d\theta} = \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_2^2, \end{array} \right.$$

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

$$M_0^1 = 3.9, M_0^2 = 3, p_{cr} = 9.9, N = 24, q = 1, \tau_1 = 12, \tau_2 = 18, \tilde{p}_1 = 6, \tilde{p}_2 = 4$$

1. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

Выполнение работы

Выполнение лабораторной работы. Julia

```
using DifferentialEquations, Plots;

# задаем параметры модели согласно условию задачи
p_cr = 9.9          # критическая стоимость продукта
tau1 = 12           # длительность производственного цикла фирмы 1
p1 = 6              # себестоимость продукта у фирмы 1
tau2 = 18           # длительность производственного цикла фирмы 2
p2 = 4              # себестоимость продукта у фирмы 2
N = 24              # число потребителей
q = 1;              # максимальная потребность одного человека

# вычисляем коэффициенты системы уравнений для случая 1
a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q)    # коэффициент  $a_1$  по формуле из условия
a2 = p_cr/(tau2^2*p2^2*N*q)    # коэффициент  $a_2$ 

# Характеризуют влияние внутренних факторов фирм на объём продаж
```

```
b = p_cr/(tau1^2*tau2^2*p1^2*p2^2*N*q)  # коэффициент b,  
# Отражает внешнее конкурентное взаимодействие между фирмами  
c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1)                # коэффициент c1  
c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);               # коэффициент c2  
# Характеризуют эффективность использования ресурсов  
# начальные условия:  $M_1(0) = 3.9$ ,  $M_2(0) = 3$   
u0 = [3.9, 3]  
# вектор параметров для передачи в функцию  
p = [a1, a2, b, c1, c2]  
# временной интервал (нормированное время)  
tspan = (0.0, 30.0);
```

```
function f(u, p, t)
    M1, M2 = u
    a1, a2, b, c1, c2 = p
    dM1 = M1 - (a1/c1)*M1^2 - (b/c1)*M1*M2
    dM2 = (c2/c1)*M2 - (a2/c1)*M2^2 - (b/c1)*M1*M2
    return [dM1, dM2]
end

# создаем и решаем задачу Коши для случая 1
prob = ODEProblem(f, u0, tspan, p)
# используем алгоритм с сохранением решения каждые 0.01 единицы времени
sol = solve(prob, Tsit5(), saveat = 0.01)
plot(sol, yaxis = "Оборотные средства предприятия",
      label = ["M1" "M2"], c = ["red" "blue"],
      title = "Случай 1: только экономические факторы")
```

[13]:

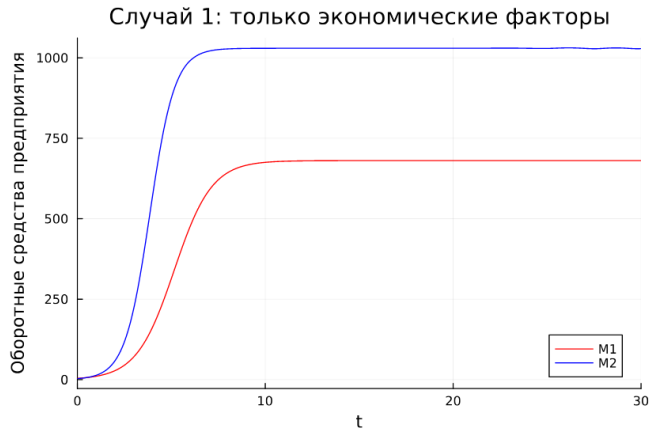


Рис. 1: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2

```
function f2(u, p, t)
    M1, M2 = u
    a1, a2, b, c1, c2 = p
    dM1 = M1 - (a1/c1)*M1^2 - (b/c1 + 0.0012)*M1*M2
    dM2 = (c2/c1)*M2 - (a2/c1)*M2^2 - (b/c1)*M1*M2
    return [dM1, dM2]
end
prob2 = ODEProblem(f2, u0, tspan, p)
sol2 = solve(prob2, Tsit5(), saveat = 0.01)
plot(sol2, yaxis = "Оборотные средства предприятия",
     label = ["M1" "M2"], c = ["red" "blue"],
     title = "Случай 2: с социально-психологическими факторами")
```

[12]:

Случай 2: с социально-психологическими факторами

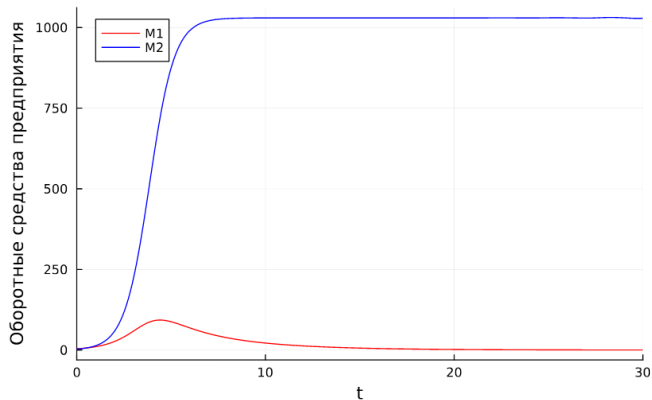


Рис. 2: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2

```
1 model lab8_mathmod_1
2   parameter Real p_cr = 9.9;
3   parameter Real tau1 = 12;
4   parameter Real p1 = 6;
5   parameter Real tau2 = 18;
6   parameter Real p2 = 4;
7   parameter Real N = 24;
8   parameter Real q = 1;
9   parameter Real a1 = p_cr / (tau1^2 * p1^2 * N * q);
10  parameter Real a2 = p_cr / (tau2^2 * p2^2 * N * q);
11  parameter Real b = p_cr / (tau1^2 * tau2^2 * p1^2 * p2^2 * N * q);
12  parameter Real c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1);
13  parameter Real c2 = (p_cr - p2) / (tau2 * p2);
14
15  Real M1(start=3.9);
16  Real M2(start=3);
17
18  equation
19    der(M1) = M1 - (a1/c1) * M1^2 - (b/c1) * M1 * M2;
20    der(M2) = (c2/c1) * M2 - (a2/c1) * M2^2 - (b/c1) * M1 * M2;
21  end lab8_mathmod_1;
```

Рис. 3: Код

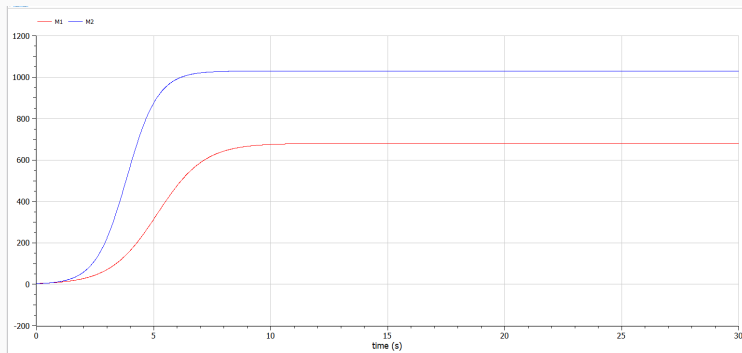


Рис. 4: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2

```
1 model lab8_mathmod_2
2   parameter Real p_cr = 9.9;
3   parameter Real tau1 = 12;
4   parameter Real p1 = 6;
5   parameter Real tau2 = 18;
6   parameter Real p2 = 4;
7   parameter Real N = 24;
8   parameter Real q = 1;
9   parameter Real a1 = p_cr/(tau1^2*p1^2*N*q);
10  parameter Real a2 = p_cr/(tau2^2*p2^2*N*q);
11  parameter Real b = p_cr/(tau1^2*tau2^2*p1^2*p2^2*N*q);
12  parameter Real c1 = (p_cr-p1)/(tau1*p1);
13  parameter Real c2 = (p_cr-p2)/(tau2*p2);
14
15  Real M1(start=3.9);
16  Real M2(start=3);
17
18  equation
19    der(M1) = M1 - (a1/c1)*M1^2 - (b/c1+0.0012)*M1*M2;
20    der(M2) = (c2/c1)*M2 - (a2/c1)*M2^2 - (b/c1)*M1*M2;
21 end lab8_mathmod_2;
```

Рис. 5: Код

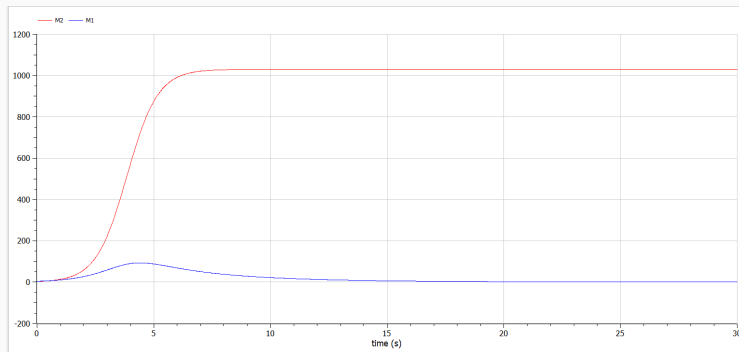


Рис. 6: График изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2

Результаты

В результате выполнения лабораторной работы была исследована модель конкуренции двух фирм.