

Лабораторная работа №5. Модель хищник-жертва

Дисциплина: Математическое моделирование

Ганина Т. С.

29 марта 2025

Группа НФИбд-01-22

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Ганина Таисия Сергеевна
- Студентка 3го курса, группа НФИбд-01-22
- Фундаментальная информатика и информационные технологии
- Российский университет дружбы народов
- Ссылка на репозиторий гитхаба `tsganina`

Вводная часть

Исследовать математическую модель Лотки-Вольтерры.

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.61x(t) + 0.051x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.41y(t) - 0.031x(t)y(t) \end{cases}$$

Построить график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 6$, $y_0 = 14$. Найти стационарное состояние системы.

Выполнение работы

```
using DifferentialEquations, Plots;
function Lotki_Volterra(u, p, t)
    x, y = u
    a, b, c, d = p
    dx = -a*x + b*x*y
    dy = c*y - d*x*y
    return [dx, dy]
end
u0 = [6,14]
p = [0.61, 0.051, 0.41, 0.031]
tspan = (0.0, 50.0)
prob = ODEProblem(Lotki_Volterra, u0, tspan, p)
sol = solve(prob, Tsit5())
```



```
plot(sol, title = "Модель Лотки-Вольтерры", xaxis = "Время",  
      yaxis = "Численность популяции",  
      label = ["жертвы" "хищники"],  
      c = ["red" "blue"], box =:on)  
plot(sol, idxs = (1,2),  
      title = "Фазовый портрет",  
      xaxis = "x",  
      yaxis = "y",  
      label = "зависимость x от y")
```

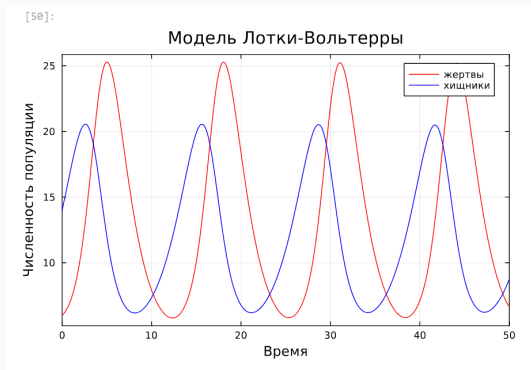


Рис. 1: Графики изменения численности хищников и численности жертв

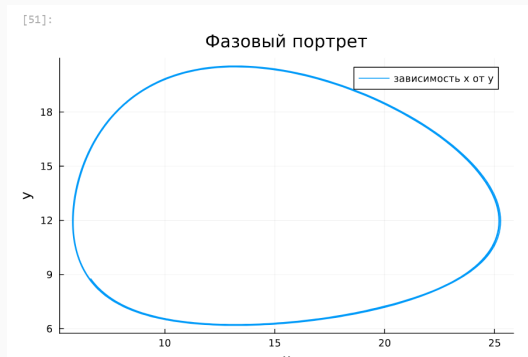


Рис. 2: График зависимости численности хищников от численности жертв (фазовый портрет)

Далее найдём стационарное состояние системы по формулам:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{c}{d} \\ y_0 = \frac{a}{b} \end{cases}$$

```
function find_stat(p)
    a,b,c,d = p
    x0 = c/d
    y0 = a/b
    return x0,y0
end
x0, y0 = find_stat(p)
u2 = [x0, y0]
print("x0 = ", x0, "y0 = ", y0)
prob2 = ODEProblem(Lotka_Volterra, u2, tspan, p)
sol2 = solve(prob2, Tsit5())
```

```
plot(sol2, xaxis = "Жертвы", yaxis = "Хищники",  
      label = ["Жертвы" "Хищники"],  
      c = ["red" "blue"], box = :on,  
      legend = :right)  
scatter(sol2, idxs = (1,2),  
        title = "Фазовый портрет",  
        xaxis = "x",  
        yaxis = "y",  
        color = "red", markersize = 5, box=:on)
```

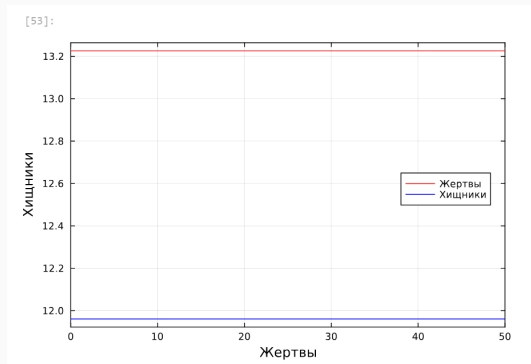


Рис. 3: График стационарного состояния

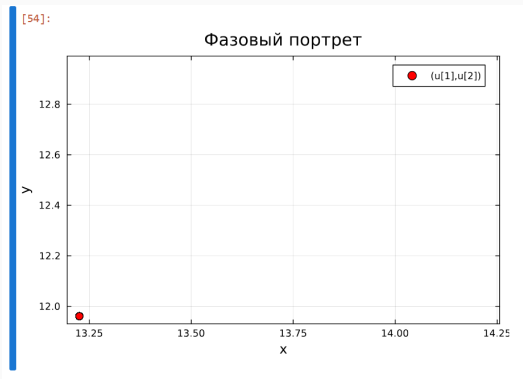


Рис. 4: График стационарного состояния (фазовый портрет)


```
1 model lab5_mathmod
2   parameter Real a = 0.61;
3   parameter Real b = 0.051;
4   parameter Real c = 0.41;
5   parameter Real d = 0.031;
6   parameter Real x0 = 6;
7   parameter Real y0 = 14;
8   Real x(start=x0);
9   Real y(start=y0);
10
11 equation
12   der(x) = -a*x + b*x*y;
13   der(y) = c*y - d*x*y;
14 end lab5_mathmod;
```

Рис. 5: Код

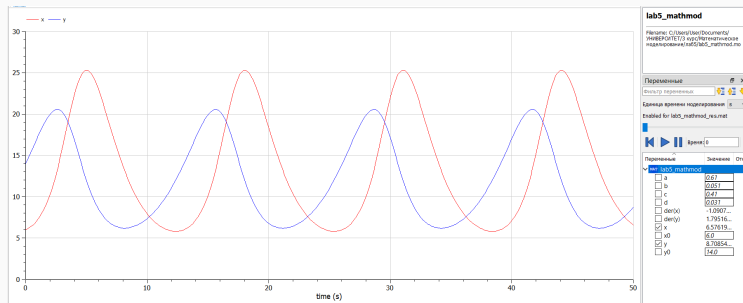


Рис. 6: Графики изменения численности хищников и численности жертв. OpenModelica

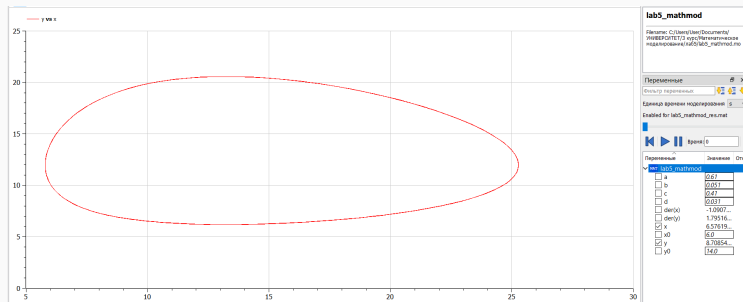


Рис. 7: График зависимости численности хищников от численности жертв (фазовый портрет).
OpenModelica

```
1 model lab5_2_mathmod
2   parameter Real a = 0.61;
3   parameter Real b = 0.051;
4   parameter Real c = 0.41;
5   parameter Real d = 0.031;
6   parameter Real x0 = 0.41/0.031;
7   parameter Real y0 = 0.61/0.051;
8   Real x(start=x0);
9   Real y(start=y0);
10
11 equation
12   der(x) = -a*x + b*x*y;
13   der(y) = c*y - d*x*y;
14 end lab5_2_mathmod;
```

Рис. 8: Код (стационарное состояние)

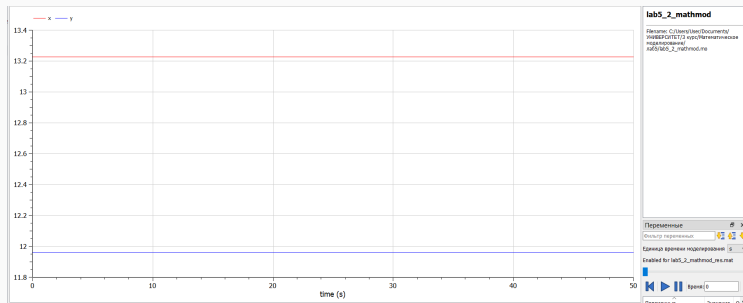


Рис. 9: График стационарного состояния. OpenModelica

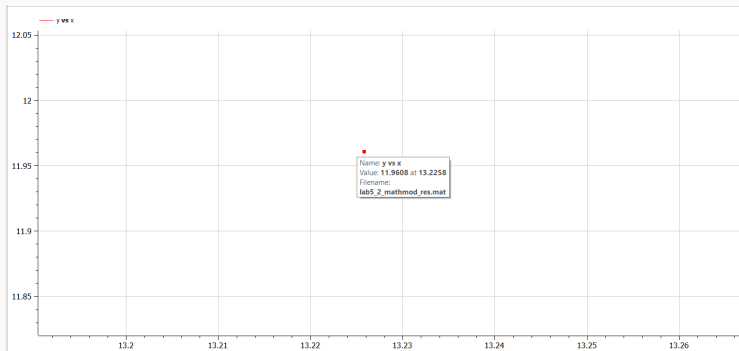


Рис. 10: График стационарного состояния (фазовый портрет). OpenModelica

Результаты

В результате выполнения лабораторной работы я построила математическую модель Лотки-Вольтерры на Julia и в OpenModelica.