

# **Отчёт по лабораторной работе №4**

**Дисциплина: Математическое моделирование**

Ганина Таисия Сергеевна, НФИбд-01-22

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
4.1	Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы . . . . .	8
4.2	Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы . . . . .	12
4.3	Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы . . . . .	15
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>20</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>21</b>

## Список иллюстраций

4.1	Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы . . . . .	10
4.2	Фазовый портрет для модели колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы . . . . .	10
4.3	Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы, OpenModelica . . . . .	11
4.4	Фазовый портрет для модели колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы, OpenModelica . . . . .	11
4.5	Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы . . . . .	12
4.6	Фазовый портрет для модели колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы . . . . .	13
4.7	Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы, OpenModelica . . . . .	15
4.8	Фазовый портрет для модели колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы, OpenModelica . . . . .	15
4.9	Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы . . . . .	17
4.10	Фазовый портрет для модели колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы . . . . .	17
4.11	Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы, OpenModelica . . . . .	18
4.12	Фазовый портрет для модели колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы, OpenModelica . . . . .	19

## Список таблиц

# 1 Цель работы

Построить математическую модель гармонического осциллятора.

## 2 Задание

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 0.8x = 0$$

На интервале  $t \in [0; 41]$  (шаг 0.05) с начальными условиями  $x_0 = 0.4, y_0 = 0.3$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 0.8\dot{x} + 0.4x = 0$$

На интервале  $t \in [0; 41]$  (шаг 0.05) с начальными условиями  $x_0 = 0.4, y_0 = 0.3$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + \dot{x} + 5x = \cos(5t).$$

На интервале  $t \in [0; 41]$  (шаг 0.05) с начальными условиями  $x_0 = 0.4, y_0 = 0.3$

### 3 Теоретическое введение

Решение дифференциального уравнения, описывающего гармонические колебания имеет вид:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

или

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где  $x$  — отклонение колеблющейся величины в текущий момент Времени (физика) времени  $t$  от среднего за период значения (например, в кинематике — смещение, отклонение колеблющейся точки от положения равновесия);  $A$  — амплитуда колебания, то есть максимальное за период отклонение колеблющейся величины от среднего за период значения, размерность  $A$  совпадает с размерностью  $x$ ;  $\omega$  (радиан/секунда|с, Градус (геометрия)|градус/с) — циклическая частота, показывающая, на сколько радиан (градусов) изменяется фаза колебания за 1 с;  $(\omega t + \varphi_0) = \varphi$  (радиан, градус) — полная Фаза колебаний|фаза колебания (сокращённо — фаза, не путать с начальной фазой);  $\varphi_0$  (радиан, градус) — начальная фаза колебаний, которая определяет значение полной фазы колебания (и самой величины  $x$ ) в момент времени  $t = 0$ .

**Дифференциальное уравнение, описывающее гармонические колебания, имеет вид**

$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ . Любое нетривиальное решение этого дифференциального уравнения — гармоническое колебание с циклической частотой  $\omega$ . [1].

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Модель колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 0.8x = 0$$

На интервале  $t \in [0; 41]$  (шаг 0.05) с начальными условиями  $x_0 = 0.4, y_0 = 0.3$

Приведу код на Julia и результаты моделирования (рис. 4.1, 4.2)

```
using DifferentialEquations, Plots
function f1(u, p, t)
    x, y = u
    g, w = p
    dx = y
    dy = -g .* y - w^2 .* x
    return [dx, dy]
end
p1 = [0, 0.8]
tspan = (0, 41)
u1 = [0.4, 0.3]
problem1 = ODEProblem(f1, u1, tspan, p1)
```



```

sol1 = solve(problem1, Tsit5(), saveat = 0.05)

# Визуализация результатов
plot(sol1,
      title = "Колебания гармонического осциллятора
      \n без затуханий и без действий
      \n внешней силы",
      label = ["x" "y"],
      xaxis = "Время моделирования",
      linewidth = 2,
      legend = :right)

plot(sol1, idxs = (1,2),
      title = "Фазовый портрет",
      xaxis = "x",
      yaxis = "y",
      label = "зависимость x от y")

```

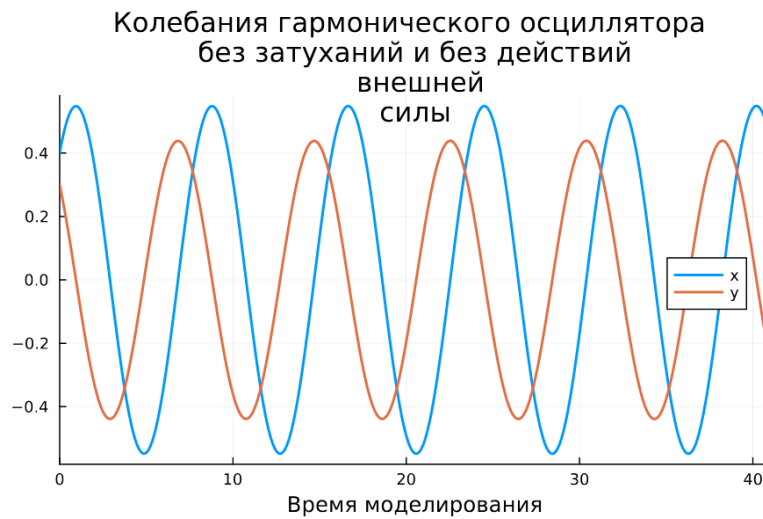


Рис. 4.1: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

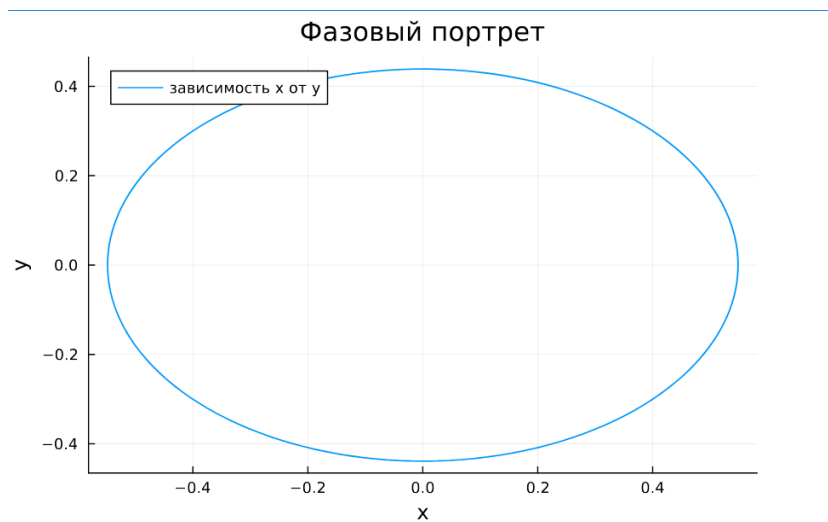


Рис. 4.2: Фазовый портрет для модели колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

А теперь то же самое представим на OpenModelica (рис. 4.3, 4.4):

```
model mathmod4_1
  parameter Real g = 0;
```

```

parameter Real w = 0.8;
parameter Real x0 = 0.4;
parameter Real y0 = 0.3;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
  der(x) = y;
  der(y) = -g .*y - w^2 .*x;
end mathmod4_1;

```

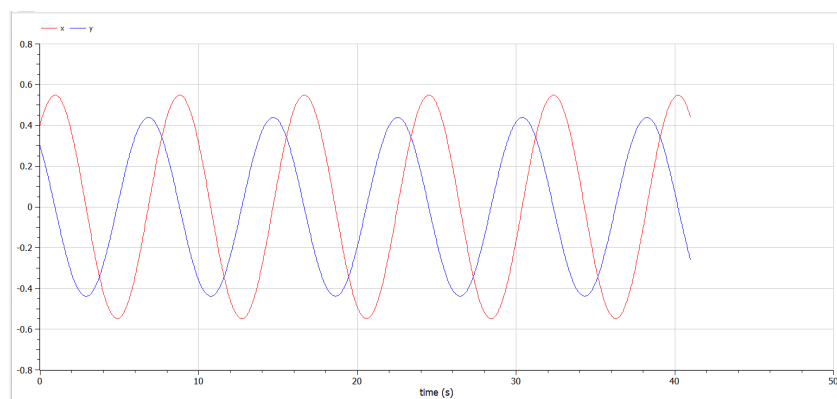


Рис. 4.3: Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы, OpenModelica

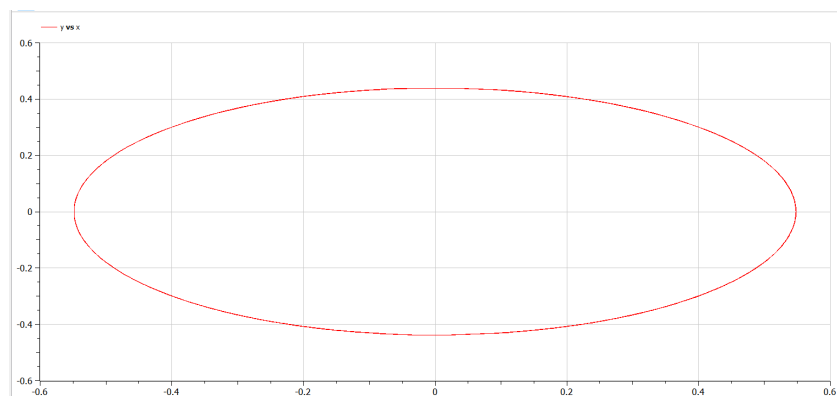


Рис. 4.4: Фазовый портрет для модели колебаний гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы, OpenModelica

## 4.2 Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$\ddot{x} + 0.8\dot{x} + 0.4x = 0$$

На интервале  $t \in [0; 41]$  (шаг 0.05) с начальными условиями  $x_0 = 0.4, y_0 = 0.3$   
Приведу код на Julia и результаты моделирования (рис. 4.5, 4.6)

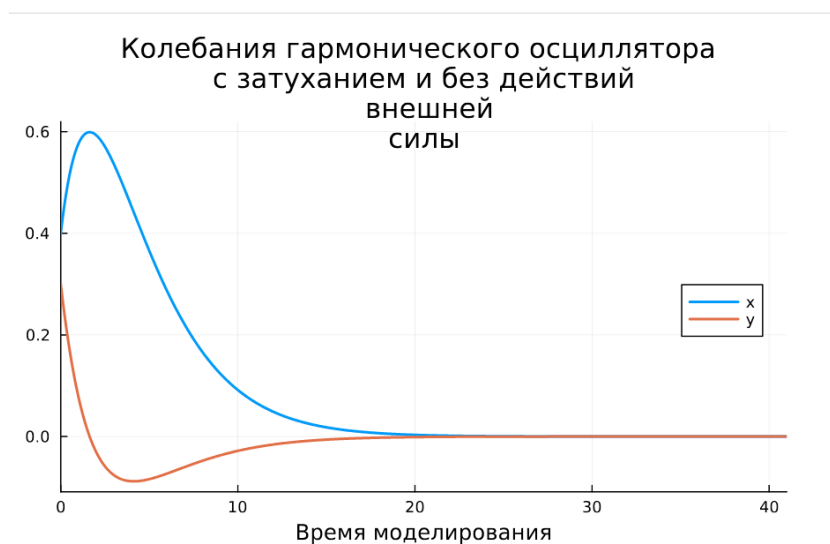


Рис. 4.5: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

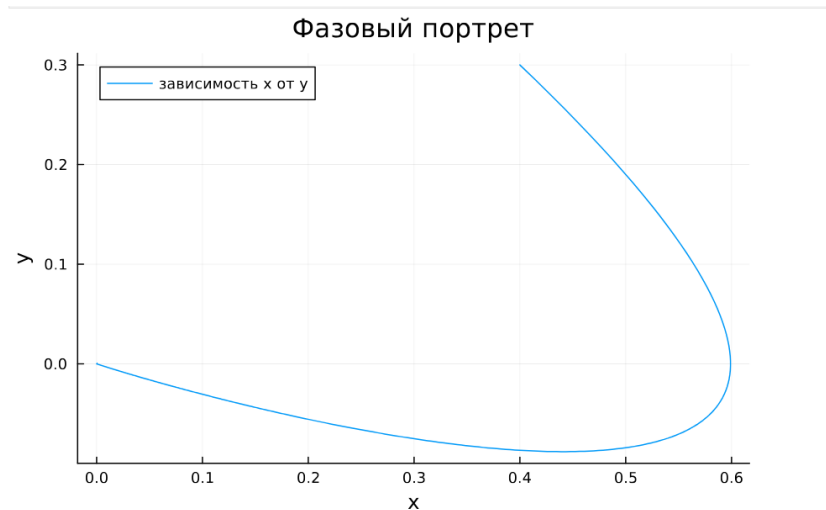


Рис. 4.6: Фазовый портрет для модели колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

```
function f2(u, p, t)
    x, y = u
    g, w = p
    dx = y
    dy = -g .* y - w^2 .* x
    return [dx, dy]
end

p2 = [0.8, 0.4]
tspan = (0, 41)
u2 = [0.4, 0.3]
problem2 = ODEProblem(f2, u2, tspan, p2)
sol2 = solve(problem2, Tsit5(), saveat = 0.05)

# Визуализация результатов
plot(sol2,
    title = "Колебания гармонического осциллятора
    \n с затуханием и без действий
```

```

    \n внешней силы",
    label = ["x" "y"],
    xaxis = "Время моделирования",
    linewidth = 2,
    legend = :right)

plot(sol2, idxs = (1,2),
     title = "Фазовый портрет",
     xaxis = "x",
     yaxis = "y",
     label = "зависимость x от y")

```

А теперь то же самое представим на OpenModelica (рис. 4.7, 4.8):

```

model mathmod4_2
  parameter Real g = 0.8;
  parameter Real w = 0.4;
  parameter Real x0 = 0.4;
  parameter Real y0 = 0.3;
  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);
equation
  der(x) = y;
  der(y) = -g .*y - w^2 .*x;
end mathmod4_2;

```

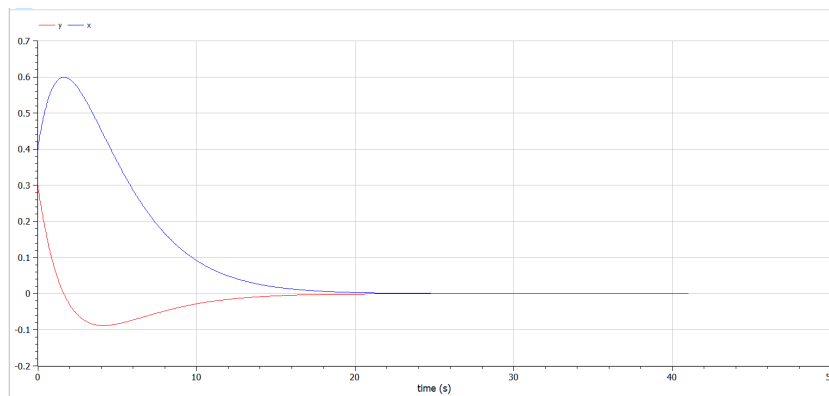


Рис. 4.7: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы, OpenModelica

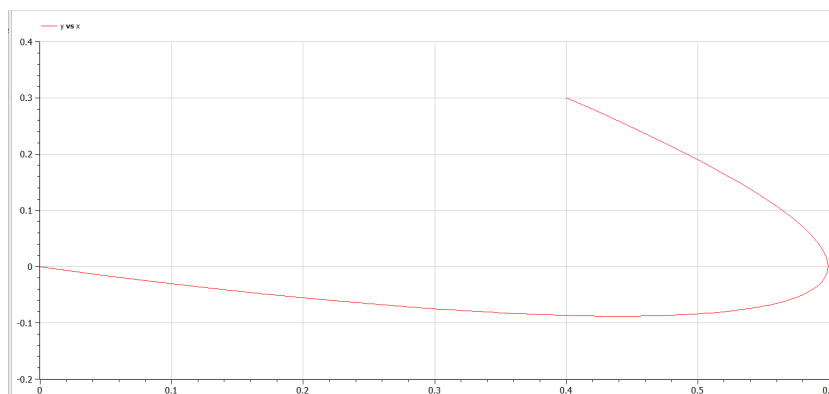


Рис. 4.8: Фазовый портрет для модели колебаний гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы, OpenModelica

### 4.3 Модель колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$\ddot{x} + \dot{x} + 5x = \cos(5t).$$

На интервале  $t \in [0; 41]$  (шаг 0.05) с начальными условиями  $x_0 = 0.4, y_0 = 0.3$

Приведу код на Julia и результаты моделирования (рис. 4.9, 4.10)

```
f(t) = cos(5*t)

function f3(u, p, t)
    x, y = u
    g, w = p
    dx = y
    dy = -g .*y - w^2 .*x + f(t)
    return [dx, dy]
end

p3 = [1, 5]
tspan = (0, 41)
u3 = [0.4, 0.3]
problem3 = ODEProblem(f3, u3, tspan, p3)
sol3 = solve(problem3, Tsit5(), saveat = 0.05)

# Визуализация результатов
plot(sol3,
    title = "Колебания гармонического осциллятора
    \n с затуханием и под действием
    \n внешней силы",
    label = ["x" "y"],
    xaxis = "Время моделирования",
    linewidth = 2,
    legend = :right)
plot(sol3, idxs = (1,2),
    title = "Фазовый портрет",
    xaxis = "x",
```



```
yaxis = "y",  
label = "зависимость x от y")
```

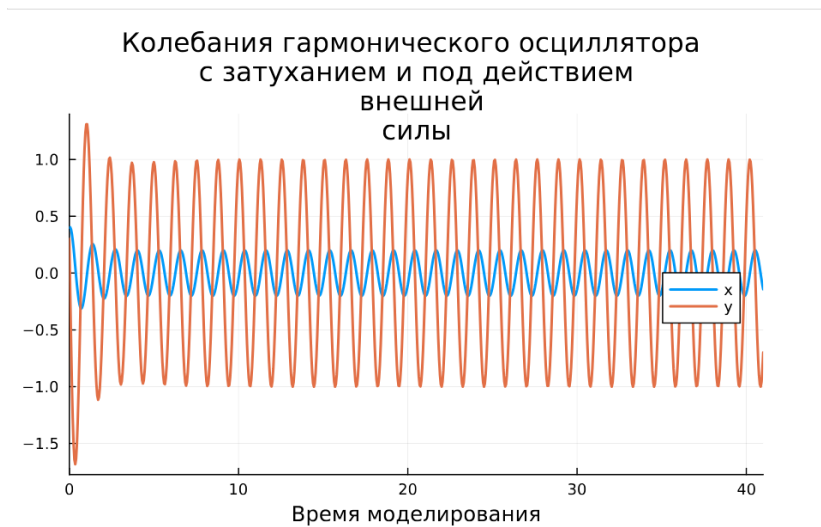


Рис. 4.9: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

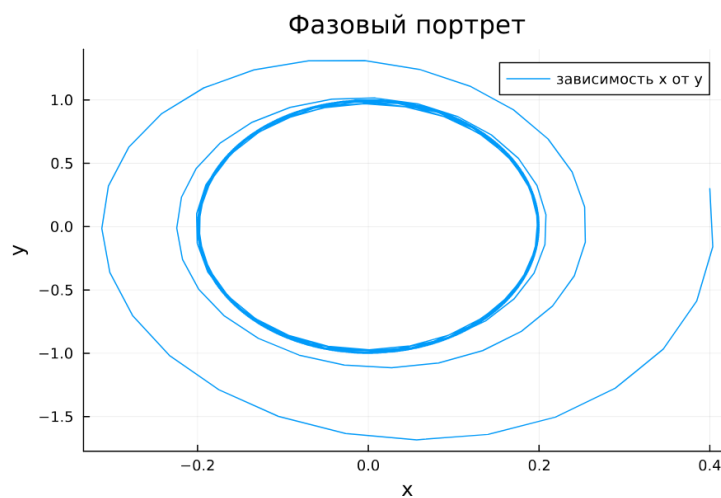


Рис. 4.10: Фазовый портрет для модели колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

А теперь то же самое представим на OpenModelica (рис. 4.11, 4.12):

```

model mathmod4_3
  parameter Real g = 1;
  parameter Real w = 5;
  parameter Real x0 = 0.4;
  parameter Real y0 = 0.3;
  Real x(start=x0);
  Real y(start=y0);
equation
  der(x) = y;
  der(y) = -g .*y - w^2 .*x + cos(5*time);
end mathmod4_3;

```

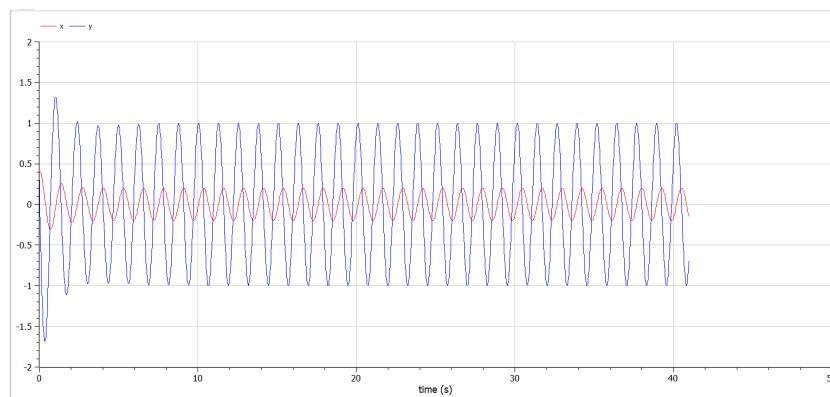


Рис. 4.11: Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы, OpenModelica

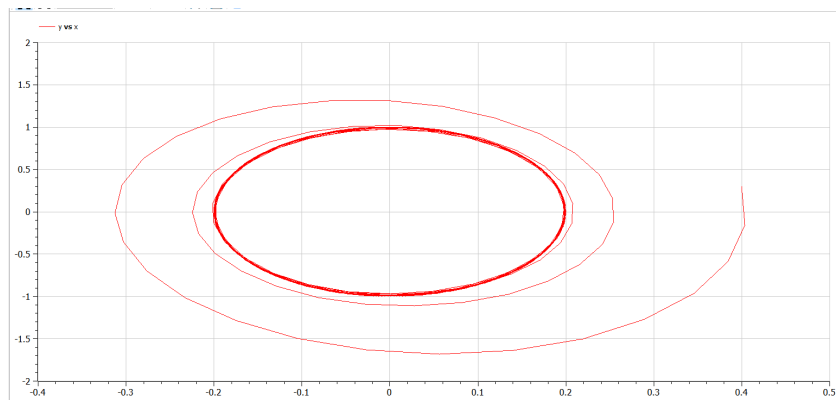


Рис. 4.12: Фазовый портрет для модели колебаний гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы, OpenModelica

## 5 Выводы

В процессе выполнения данной лабораторной работы я построила математическую модель гармонического осциллятора.

## Список литературы

1. Гармонические колебания [Электронный ресурс]. URL: [https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B0%D1%80%D0%BC%D0%BE%D0%BD%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B5\\_%D0%BA%D0%BE%D0%B%D0%B5%D0%B1%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D1%8F](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B0%D1%80%D0%BC%D0%BE%D0%BD%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B5_%D0%BA%D0%BE%D0%B%D0%B5%D0%B1%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D1%8F).