Лабораторная работа №2. Задачи поиска

Дисциплина: Математическое моделирование

Ганина Т. С.

06 марта 2025

Группа НФИбд-01-22

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

- Ганина Таисия Сергеевна
- Студентка 3го курса, группа НФИбд-01-22
- Фундаментальная информатика и информационные технологии
- Российский университет дружбы народов
- Ссылка на репозиторий гитхаба tsganina

Вводная часть

Цели и задачи

Целью данной работы является приобретение навыков построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.

Задание

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 9,9 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 4,1 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найти точку пересечения траектории катера и лодки

Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев.

Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев.

Начальные условия

- $t_0 = 0$: Время, когда происходит обнаружение лодки.
- $x_{l0} = 0$: Местоположение лодки браконьеров в момент обнаружения — на полюсе, т.е. в начале координат.
- $x_{k0} = 9,9$ км: Местоположение катера береговой охраны в момент обнаружения лодки.

Установка полярной системы координат

- Полюс выбран как точка обнаружения лодки, и ось r (радиальная ось) проходит через точку нахождения катера береговой охраны.
- Угол $\theta = 0$ в момент обнаружения лодки, и катер будет двигаться вдоль этой оси до тех пор, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка.

Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев.

Первоначальная прямая траектория катера

Катер должен двигаться вдоль прямой, пока не окажется на одинаковом расстоянии от полюса, как и лодка. Лодка за время t пройдет расстояние x, а катер — расстояние $k-x$ (или $k+x$, в зависимости от того, с какой стороны катер относительно полюса).

Время, за которое оба пройдут это расстояние, будет одинаковым. Для лодки это время равно $\frac{x}{v}$, где v — скорость лодки. Для катера время будет $\frac{k-x}{4.1v}$ (или $\frac{k+x}{4.1v}$, в зависимости от положения катера).

Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев.

Поскольку время одинаковое, мы составляем уравнение:

$\frac{x}{v} = \frac{k-x}{4.1v}$ или $\frac{x}{v} = \frac{k+x}{4.1v}$

Таким образом, для первого случая, где $k = 9.9$:

$x_1 = \frac{9.9}{5.1}$, а для второго случая: $x_2 = \frac{9.9}{3.1}$

Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев.

Разбиваем скорость катера на две составляющие:

- Радиальная скорость (v_r) — это скорость, с которой катер удаляется от полюса. Мы полагаем, что радиальная скорость равна скорости лодки:

$$v_r = \frac{dr}{dt} = v$$

- Тангенциальная скорость (v_τ) — это скорость, с которой катер движется по окружности вокруг полюса.

$$v_\tau = r\frac{d\theta}{dt}$$

Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев.

Так как катер движется с более высокой скоростью (в 4,1 раза больше скорости лодки), мы находим тангенциальную скорость:

$$v_\tau = \sqrt{16.81 \cdot v^2 - v^2} = \sqrt{15.81} \cdot v$$

Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев.

Теперь мы можем описать движение катера в виде системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{15.81} \cdot v \end{cases}$$

Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев.

С начальными условиями для первого случая:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = \frac{9.9}{5.1} \end{cases}$$

Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев.

Для второго случая:

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = \frac{9.9}{3.1} \end{cases}$$

Записать уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев.

Исключая из системы производную по времени t, можно получить уравнение, которое связывает радиус r и угол θ:

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{15.81}}$$

Это уравнение можно решить, чтобы получить траекторию катера в полярных координатах.

Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

```
using DifferentialEquations, Plots
# Расстояние между лодкой и катером
k = 9.9
# Начальные условия для двух случаев
r0 = k / 5.1
r0_2 = k / 3.1
theta0 = (0.0, 2*pi)
theta0_2 = (-pi, pi)
```

Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

```
# Угол движения лодки браконьеров и интервал времени
fi = 3*pi/4
t = (0, 50)
# Функция, описывающая движение лодки браконьеров
x(t) = tan(fi) * t
# Дифференциальное уравнение для движения катера
f(r, p, t) = r / sqrt(15.81)
# Решение ДУ для первого случая
prob = ODEProblem(f, r0, theta0)
sol = solve(prob, saveat = 0.01)
# Построение траектории катера
plot(sol.t, sol.u, proj=:polar, lims=(0, 10), label="Траектория катера")
```

Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

После этого я выполнила построение траектории лодки:

```
# Угол и координаты для построения траектории лодки
ugol = [fi for i in range(0, 15)]
x_lims = [x(i) for i in range(0, 15)]

# Добавление траектории лодки на график
plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 10), label="Траектория лодки")
```

Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

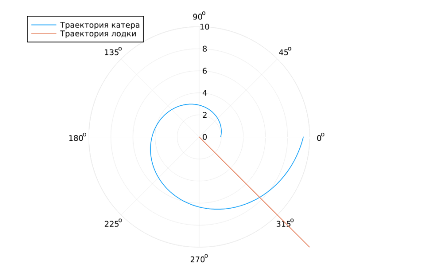

Рис. 1: График для первого случая (траектория лодки и траектория катера)

Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

Далее повторила действия для второго случая):

```
# Решение ДУ для второго случая
prob_2 = ODEProblem(f, r0_2, theta0_2)
sol_2 = solve(prob_2, saveat = 0.01)
# Построение траектории катера во втором случае
plot(sol_2.t, sol_2.u, proj=:polar, lims=(0, 15), label="Траектория катера")

# Добавление траектории лодки на график
plot!(ugol, x_lims, proj=:polar, lims=(0, 15), label="Траектория лодки")
```

Построить траекторию движения катера и лодки для двух случаев.

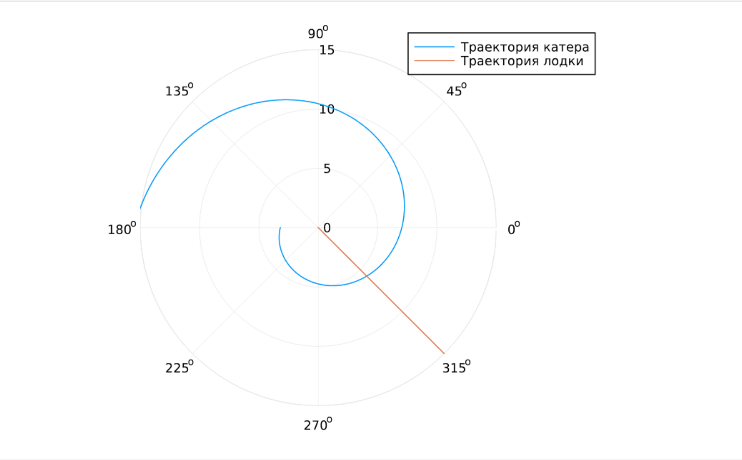

Рис. 2: График для второго случая (траектория лодки и траектория катера)

Найти точку пересечения траектории катера и лодки

Найти точку пересечения траектории катера и лодки, код для первого случая

```julia
# Точное решение уравнения движения катера
y(x) = (33*exp((10*x)/(sqrt(1581))+(10*pi)/(sqrt(1581))))/(17)
# Определение точки пересечения для первого случая
y(fi)
```

[57] Julia

```
7.736699611465326
```

Рис. 3: Найти точку пересечения траектории катера и лодки, код для первого случая

Найти точку пересечения траектории катера и лодки, код для второго случая

```julia
# Точное решение уравнения движения катера для второго случая
y(x)=(99*exp((10*x)/(sqrt(1581))+(10*pi)/(sqrt(1581))))/(31)
# Определение точки пересечения для второго случая
y(fi-pi)
```

[66] Julia

```
5.775993090103209
```

Рис. 4: Найти точку пересечения траектории катера и лодки, код для второго случая

Результаты

Результаты

В ходе данной работы я приобрела практические навыки построения математических моделей для выбора правильной стратегии при решении задач поиска.