E1

ESERCIZIO 1. Scrivere il modello in programmazione lineare del seguente problema. Un'azienda alimentare deve pianificare la produzione di un prodotto per i prossimi 4 mesi. Non ci sono giacenze in magazzino all'inizio del periodo e non ce ne devono essere alla fine dei 4 mesi. La domanda mensile prevista è di 120 ton, 160 ton, 300 ton e 200 ton rispettivamente (ipotesi: la produzione viene stoccata e rilasciata interamente a fine mese). La capacità produttiva mensile è 140 ton, 150 ton, 140 ton e 160 ton rispettivamente ad un costo di 10 euro/ton. In caso di necessità è possibile produrre in straordinario aumentando la capacità mensile di (al più) 50 ton, 75 ton, 70 ton e 80 ton rispettivamente. La produzione straordinaria ha un costo addizionale di 6 euro/ton. Inoltre, per garantire una produzione omogenea si vuole che la produzione ordinaria di ciascun mese sia almeno pari al 10% della produzione totale dei primi tre. Le eventuali giacenze a fine mese costano 5 euro/ton. L'obiettivo è quello di pianificare la produzione di costo minimo.

- Voglio il costo minimo
  - ↳ 10 euro / ton Normalmente
  - ↳ 16 euro / ton se straord.
  - ↳ 5 euro / ton per giacenza.

Var di controllo
x_1 = Costo ton/eur
x_2 =
x_3 =
x_4 =

mesi:	1	2	3	4	Ton
	120	160	300	200	Richiesta
	140	150	140	160	Capacità
	190	225	210	230	Straord.

mesi:	1	2	3	4	Prezzo
	10	10	10	10	
	16	16	16	16	

(1) Definisco le variabili di controllo:

- x_i = La quantità di Ton prodotte [ordinaria]
- y_i = // // // // // [straordin.]
- w_i = // // // // // [giacenza]

(2) Definisco la funzione obiettivo:

$$\min \quad z = 10 \sum_{i=1}^{i=4} x_i + 16 \sum_{i=1}^{i=4} y_i + 5 \sum_{i=1}^{i=3} w_i$$ ✓

(3) Definisco i vincoli

Manca $x_1, \dots, x_4 \geq 0 \wedge y_1, \dots, y_4 \geq 0 \wedge w_1, \dots, w_3 \geq 0$

- $x_1 + y_1 \overset{+w_1}{=} 120$
- $x_2 + y_2 + w_1 = 160 \; +w_2$
- $x_3 + y_3 + w_2 = 300 \; +w_3$

a quanto pare ci stanno il primo mese

- $x_4 + y_4 + w_3 = 200$ → Sono le richieste mensili da soddisfare.

✓

- $x_1 \leq 140$
- $x_2 \leq 150$
- $x_3 \leq 140$
- $x_4 \leq 160$

→ Capacità massime mensili. [normali]

Così si stà sommando anche x_i

- $y_1 \leq \cancel{110}\; 50$
- $y_2 \leq \cancel{225}\; 75$
- $y_3 \leq \cancel{210}\; 70$
- $y_4 \leq \cancel{230}\; 180$

→ Capacità massime mensili [straord.]

- $x_1 + y_1 \geq \frac{10}{100} \cdot \left[\sum_{i=2}^{i=4} x_i + \sum_{i=2}^{i=4} y_i + \sum_{i=1}^{i=3} w_i \right]$ Almeno 10% [mese 1] ✓
- $x_2 + y_2 + w_1 \geq \frac{10}{100} \cdot \left[(x_1 + y_1) + \sum_{i=3}^{i=4} x_i + \sum_{i=3}^{i=4} y_i + \sum_{i=2}^{i=3} w_i \right]$ // [mese 2] ✓
- $x_3 + w_3 + y_3 \geq \frac{10}{100} \cdot \left[(x_1 + y_1) + (x_2 + y_2 + w_1) + (x_4 + y_2 + w_3) \right]$ // [mese 3] ✓
- $x_4 + y_4 + w_3 \geq \frac{10}{100} \cdot \left[(x_1 + y_1) + \sum_{i=2}^{i=3} x_i + \sum_{i=2}^{i=3} y_i + \sum_{i=1}^{i=2} w_i \right]$ [mese 4] ✓

E2 1

ESERCIZIO 2. Lo stato di Islandia ha quattro industrie esportatrici: acciaio, motori, elettronica e plastica. Il ministro dell'economia di questo stato vuole massimizzare il saldo esportazioni-importazioni. La moneta di Islandia è il klutz. I prezzi in klutz sul mercato mondiale per unità di acciaio, motori, elettronica e plastica sono rispettivamente 500, 1500, 300 e 1200. La produzione di una unità di acciaio richiede 0.02 unità di motori, 0.01 unità di plastica, 250 klutz di materie prime acquistate sul mercato mondiale e mezzo anno-uomo di manodopera. La produzione di una unità di motori richiede 0.8 unità di acciaio, 0.15 unità di elettronica, 0.11 unità di plastica, 300 klutz di materie prime acquistate sul mercato mondiale e un anno-uomo di manodopera. La produzione di una unità di prodotti elettronici richiede 0.01 unità di acciaio, 0.01 unità di motori, 0.05 unità di plastica, 50 klutz di materie prime acquistate sul mercato mondiale e mezzo anno-uomo di manodopera. La produzione di una unità di plastica richiede 0.03 unità di motori, 0.2 unità di acciaio, 0.05 unità di elettronica, 300 klutz di materie prime acquistate sul mercato mondiale e due anni-uomo di manodopera. La produzione di motori è limitata a 650000 unità, quella di plastica a 60000 unità. La manodopera totale disponibile in Islandia è di 830000 uomini per anno. Acciaio, motori, elettronica e plastica non possono essere importati, ma devono essere prodotti all'interno.

(a) Analisi : max Esport. - Import.

	Acciaio	Mot.	El.	Plas.	
Import:	500	1500	300	1200	Klutz
Export	250	300	50	300	

Prod 1 u.

	Acciaio	Motori	Elettr.	Plastica
Acciaio	0	0.8	0.01	0.2
Motori	0.02	0	0.01	0.03
Elettr.	0	0.15	0	0.05
Plastica	0.01	0.11	0.05	0
A. uomo				
		<65000		260000

E2 · 2

(1) Def. variabili di controllo:

$i=1$: Acciaio $i=2$: Motori $i=3$: Elettronica
$i=4$: Plastica

- Imp_i: Unità importate $\begin{bmatrix} 500 \\ 1500 \\ 200 \\ 1200 \end{bmatrix}$ P. Imp Sarebbero Per l'export
- Exp_i: // esportate $\begin{bmatrix} 250 \\ 380 \\ 300 \end{bmatrix}$ P. Exp sarebbero per uso interno
- uom: ~~Unità~~ di uomini /anno Vincolo a parte

uomi $\begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.5 \\ 2 \end{bmatrix}$

(2) F. obiettivo: Invertire

$$\max z = \left[\sum_{i=1}^{i=4} \cancel{P_{exp\,i} \cdot Exp_i}\right] - \left[\sum_{i=1}^{i=4} P_{imp\,i} \cdot Imp_i\right]$$

$P_{exp\,i} \cdot [Exp_i + Imp_i]$

(3) Vincoli:

- $P_{exp1} \cancel{\leq} \geq 0.02 \cdot P_{exp2} + 0.01 \cdot P_{exp4} + \cancel{0.5 \cdot uom}$
- $P_{exp2} \geq 0.8 \cdot P_{exp1} + 0.15 \cdot P_{exp3} + 0.11 \cdot P_{exp4} + \cancel{2 \cdot uom}$
- $P_{exp3} \geq 0.01 \cdot P_{exp1} + 0.01\, P_{exp2} + 0.05 \cdot P_{exp4} + \cancel{0.5 \cdot uom}$
- $P_{exp4} \geq 0.2 \cdot P_{exp1} + 0.03 \cdot P_{exp2} + 0.05 \cdot P_{exp3} + \cancel{2 \cdot uom}$

↳ Vincoli per creare ogni elemento in export.

- $P_{exp1} \leq 65'000$ · $P_{exp4} \leq 60'000$
- ~~$uom \leq 830'000$~~

$$\sum_{i=1}^{i=4} \left[uom_i \cdot (P_{exp\,i} + P_{imp\,i}) \right] \leq 830'000$$

E3

ESERCIZIO 3. Un'azienda agricola produce mais, soia e grano in tre tenute A, B, C. La tenuta A dispone di 600 ettari di terreno e di una riserva di 8×10^6 m^3 di acqua. La tenuta B ha 700 ettari di terreno e 5×10^6 m^3 di acqua. La terza dispone di 450 ettari e di 6×10^6 m^3. Le produzioni di mais, soia e grano garantiscono rispettivamente profitti di 5, 7 e 6 Keuro/ettaro. I consumi di acqua sono di 20000 m^3/ha per il mais, 10000 m^3/ha per la soia e 10000 m^3/ha per il grano. Le direttive della comunità europea richiedono che:

- almeno una tenuta lasci 200 ettari di terreno incolto, e
- l'estensione complessiva del terreno coltivato a soia dall'azienda non superi il 40% del totale del suolo coltivato.

Formulare il programma lineare per la massimizzazione del profitto.

(0) Analisi problema:

	M	S	G
Terreno	600	700	450
Acqua $\cdot 10^6 m^3$	8	5	6
Profitti Keuro/ettaro	5	7	6

(1) Def. var. obiettivo:

x_M = # unità ettaro mais
x_S = # unità ettaro soia
x_G = # unità ettaro grano

(2) Def. funzione obiettivo:

A quanto pare nel terreno ci poi coltivare tutti e3

$$\max z = 5 \cdot x_M + 7 \cdot x_S + 6 \cdot x_G$$

(3) Vincoli $x_M, x_S, x_G \in \mathbb{N}$ $\quad x_M, x_S, x_G \geq 0$

- $x_M \leq 600$ • $x_S \leq 700$ • $x_G \leq 450$
  ↳ ettari massimi
- $x_M \cdot 20000 \leq 8 \cdot 10^6$
- $x_S \cdot 10000 \leq 5 \cdot 10^6$
- $x_G \cdot 10000 \leq 6 \cdot 10^6$

→ Consumi d'acqua

- $x_S \leq 0.4 \cdot [x_S + x_M, x_G]$ → Mais $\leq$ 40% Totale
-

E3 2

ESERCIZIO 3. Un'azienda agricola produce mais, soia e grano in tre tenute A, B, C. La tenuta A dispone di 600 ettari di terreno e di una riserva di 8×10^6 m^3 di acqua. La tenuta B ha 700 ettari di terreno e 5×10^6 m^3 di acqua. La terza dispone di 450 ettari e di 6×10^6 m^3. Le produzioni di mais, soia e grano garantiscono rispettivamente profitti di 5, 7 e 6 Keuro/ettaro. I consumi di acqua sono di 20000 m^3/ha per il mais, 10000 m^3/ha per la soia e 10000 m^3/ha per il grano. Le direttive della comunità europea richiedono che:

- almeno una tenuta lasci 200 ettari di terreno incolto, e
- l'estensione complessiva del terreno coltivato a soia dall'azienda non superi il 40% del totale del suolo coltivato.

Formulare il programma lineare per la massimizzazione del profitto.

(1) Def. variabili di controllo

$p = \{1, \dots 3\}$ → Sono le Tipologie di Prodotto
1: Mais
2: Soia
3: Grano

$aq = \begin{bmatrix} 20\,000 \\ 10\,000 \\ 10\,000 \end{bmatrix}$ Acqua consumata

$t = \{1, \dots 3\}$ → Sono le tenute
1: A
2: B
3: C

y_t = Booleano per indicare se toglie 200

Per gestire le combinazioni si usa la matrice
$A \in M(t, p, \mathbb{N})$ a_{tp} = # ettari per prod p nella tenuta t

(2) Def. funz. obiettivo

$$\max z = 5 \cdot \left[\sum_{t=1}^{t=3} a_{t1} \right] + 7 \cdot \left[\sum_{t=1}^{t=3} a_{t2} \right] + 6 \cdot \left[\sum_{t=1}^{t=3} a_{t3} \right]$$

(3) Vincoli

- $\sum_{p=1}^{p=3} a_{1p} \le 600 - 200 \cdot y_1$ Ettari
- $\sum_{p=1}^{p=3} a_{2p} \le 700 - 200 \cdot y_2$
- $\sum_{p=1}^{p=3} a_{3p} \le 450 - 200 \cdot y_3$
- $\sum_{p=1}^{p=3} a_{1p} \cdot aq_p \le 8 \cdot 10^6$
- $\sum_{p=1}^{p=3} a_{1p} \cdot aq_p \le 5 \cdot 10^6$
- $\sum_{p=1}^{p=3} a_{1p} \cdot aq_p \le 6 \cdot 10^6$ → consumi acqua
- $y_1 + y_2 + y_3 \ge 1$
- $y_1, \dots, y_3 \in \{0,$

E3 2

ESERCIZIO 3. Un'azienda agricola produce mais, soia e grano in tre tenute A, B, C. La tenuta A dispone di 600 ettari di terreno e di una riserva di 8×10^6 m^3 di acqua. La tenuta B ha 700 ettari di terreno e 5×10^6 m^3 di acqua. La terza dispone di 450 ettari e di 6×10^6 m^3. Le produzioni di mais, soia e grano garantiscono rispettivamente profitti di 5, 7 e 6 Keuro/ettaro. I consumi di acqua sono di 20000 m^3/ha per il mais, 10000 m^3/ha per la soia e 10000 m^3/ha per il grano. Le direttive della comunità europea richiedono che:

- almeno una tenuta lasci 200 ettari di terreno incolto, e
- l'estensione complessiva del terreno coltivato a soia dall'azienda non superi il 40% del totale del suolo coltivato.

Formulare il programma lineare per la massimizzazione del profitto.

(2) vincoli (continua):

- $$\sum_{t=1}^{t=3} a_{t2} \leq 0.4 \cdot \left[\sum_{t=1}^{t=3} \sum_{p=1}^{p=3} a_{tp} \right]$$

-

E4 1

ESERCIZIO 4. Una ditta ha la possibilità di attivare, per l'anno corrente, la produzione di quattro tipi di prodotti A, B, C e D. Per ogni tipo di produzione, se attivata, la ditta si impegna a produrre un quantitativo minimo pari rispettivamente a 1000, 1500, 3000 e 2000 unità. La produzione di A, B, C e D richiede un costo fisso per l'attivazione delle rispettive linee di produzione ed una quantità di forza lavoro per ogni unità prodotta, ed ogni unità venduta fornisce un profitto, come specificato dalla seguente tabella (in euro).

Prodotto	Costo fisso	Forza lavoro unit.	Profitto unit.
A	14500	10	50
B	10000	15	60
C	8000	5	55
D	9000	14	80

La ditta dispone per l'anno in corso di 200000 unità complessive di forza lavoro. Inoltre i committenti per la quale essa lavora richiedono che nel caso venga attivata la produzione di A venga anche prodotto almeno uno tra C o D, almeno nei quantitativi minimi sopra indicati.

Formulare il programma lineare per decidere le produzioni da attivare e pianificarne i quantitativi al fine di massimizzare il saldo costi-profitti.

✓ ou

(1) Def. variabili di controllo

- $i=1 \to A \quad i=2 \Rightarrow B \quad i=3 \to C \quad i \Rightarrow 4 = D$
- $b_1, \dots, b_4 \in \{0,1\}$: Booleani che attivano le linee di produzione
  $\hookrightarrow b_i \qquad \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = B$
- $q_1, \dots, q_4 \in \mathbb{N}$: # di elementi per A, B, C, D
  $\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} Q$

(2) Def. funzione obiettivo:

$$\max z = 50 \cdot q_1 + 60 \cdot q_2 + 55 \cdot q_3 + 80 \cdot q_3 - [14500\, b_1 + 10000 \cdot b_2 + 8000 \cdot b_3 + 9000 \cdot b_4]$$

(3) Def. vincoli

- $b_1 \dots b_4 \in \{0,1\} \wedge q_1, \dots, q_4 \in \mathbb{N}$
- $q_i \le b_i \cdot M$ per $i \in \{1, \dots, 4\}$
- $q_1 \ge b_1 \cdot 1000$ • $q_2 \ge b_2 \cdot 1500$ • $q_3 \ge b_3 \cdot 3000$
- $q_4 \ge b_4 \cdot 2000 \to$ Q. minimi
- $10 \cdot q_1 + 15 \cdot q_2 + 5 \cdot q_3 + 14\, q_4 \le 200000 \to$ F. lavoro
- $b_1 \le b_3 + b_4 \to$ Almeno 1 tra c e d se A

ES 2

ESERCIZIO 5. Scrivere il modello in programmazione lineare del seguente problema. Un caporeparto di un'officina di un'azienda meccanica deve pianificare l'esecuzione di cinque lotti su di una macchina della durata rispettivamente di 5 minuti, 7 minuti, 4 minuti, 7 minuti e 10 minuti. Non ci può essere sovrapposizione temporale fra i lotti. Il primo lotto ha come ora di consegna desiderata le 10.32, il secondo le 10.38, il terzo le 10.42, il quarto le 10.52 ed il quinto le 10.57. Sia l'errore di un lotto pari al valore assoluto della differenza tra il suo tempo di fine lavorazione e l'ora di consegna. Si vuole minimizzare la somma degli errori dei lotti (ipotesi: il reperto comincia a lavorare alle 8.30).

(0) Analisi:
- Errore i-esimo: Ora fine − Ora desiderata
- Non si possono sovra-scrivere fra loro
- 5 lotti

(1) Def. variabili di controllo

$i \in \{1, \dots, 5\}$

x_i con $x_i = \#$ ora di inizio

$$end_i = \begin{bmatrix} 10 \cdot 60 + 32 \\ 10 \cdot 60 + 38 \\ 10 \cdot 60 + 42 \\ 10 \cdot 60 + 52 \\ 10 \cdot 60 + 57 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{Ora di consegna per l'i-esimo lotto}$$

$$durata_i = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 4 \\ 7 \\ 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{Durata in min per l'i-esimo lotto}$$

$active_i \in \{0, 1\} \Rightarrow$ specifica se l'i-esimo lotto è attivo o no

(2) Def. funzione obiettivo:

$$\min \quad z = \sum_{i=1}^{i=5} \overbrace{end_i - [x_i + durata_i]}^{\text{errore i-esimo}}$$

(3) Vincoli
- $x_i \in \mathbb{N}$, $x_i \geq (8 \cdot 60 + 30)$
- $x_i + durata_i \leq end_i \rightarrow \forall i \in \{1, \dots, 5\}$
- $x_i \neq x_j \quad \forall i,j \in \{1, \dots, 5\}$ con $i \neq j$

$x_i + durata_i \geq x_j$

E6

ESERCIZIO 6. Una ditta che si occupa di riparazioni deve pianificare le assunzioni per i prossimi 5 mesi. All'inizio la ditta dispone di 20 operai esperti; ogni operaio esperto fornisce 150 ore di lavoro al mese e percepisce uno stipendio mensile di 1000 euro. Un operaio neoassunto, durante il primo mese di servizio percepisce uno stipendio di 500 euro e non fornisce in pratica lavoro utile; per questo primo mese gli viene invece affiancato un lavoratore esperto per insegnargli il mestiere. Ogni lavoratore esperto che svolge affiancamento rende per 70 ore di lavoro al mese (anziché 150). Dopo il mese di apprendistato i lavoratori neoassunti diventano esperti, con pari abilità lavorativa e stipendio. Le quantità di ore/lavoro da coprire per i prossimi 5 mesi sono rispettivamente di 2000, 4000, 7000, 3000, 3500 ore. Infine, se si assumono almeno 10 persone nel corso dei primi due mesi, l'azienda puó incassare un contributo statale di 100000 euro. Formulare il programma lineare che consente di pianificare le assunzioni riducendo al minimo i costi del personale nei prossimi cinque mesi.

(0) Analisi

- Minimo dei costi
- 20 operai all'inizio

Tipo operaio	Costo	Produce h
E	1'000	150
N	500	0
A	1'000	70

Per tenere conto dei costi conviene fare una matrice con il numero di dip. divisi per tipologia x 5 mesi:

(1) Def. var. di controllo → Per segnalare la sit. iniziale

$m = 1 \rightarrow$ mese 1 $\quad m \in \{0, \dots, 5\}$

$t = 1 \rightarrow$ tipo lavoratore $\quad t \in \{1, \dots, 3\}$ $\quad$ 1= Esperto, 2= Neoassunto, 3= Affiancamento

$A \in M(\underset{m}{6}, \underset{t}{3})$ con a_{mt} = # di lavoratori dell'm-esimo mese del t-esimo tipo

$$costi_i = \begin{bmatrix} 1000 \\ 500 \\ 1'000 \end{bmatrix}$$ ⇒ Costi per l'i-esima tipologia di lavoratore.

$$produce_i = \begin{bmatrix} 150 \\ 0 \\ 70 \end{bmatrix}$$ ⇒ h di lavoro prodotto per l'i-esima tipologia di lavoratore

b_1 = 1 se idoneo al bonus statale, 0 altrimenti $\quad b_1 \in \{0, 1\}$

E6

ESERCIZIO 6. Una ditta che si occupa di riparazioni deve pianificare le assunzioni per i prossimi 5 mesi. All'inizio la ditta dispone di 20 operai esperti; ogni operaio esperto fornisce 150 ore di lavoro al mese e percepisce uno stipendio mensile di 1000 euro. Un operaio neoassunto, durante il primo mese di servizio percepisce uno stipendio di 500 euro e non fornisce in pratica lavoro utile; per questo primo mese gli viene invece affiancato un lavoratore esperto per insegnargli il mestiere. Ogni lavoratore esperto che svolge affiancamento rende per 70 ore di lavoro al mese (anziché 150). Dopo il mese di apprendistato i lavoratori neoassunti diventano esperti, con pari abilità lavorativa e stipendio. Le quantità di ore/lavoro da coprire per i prossimi 5 mesi sono rispettivamente di 2000, 4000, 7000, 3000, 3500 ore. Infine, se si assumono almeno 10 persone nel corso dei primi due mesi, l'azienda puó incassare un contributo statale di 100000 euro. Formulare il programma lineare che consente di pianificare le assunzioni riducendo al minimo i costi del personale nei prossimi cinque mesi.

(2) Def. funzione obiettivo:

$$\min z = \left[\sum_{m=1}^{m=5} \sum_{t=1}^{t3} a_{mt} \cdot costi_t \right] - b_1 \cdot 100'000$$

(3) Vincoli:

- $a_{mt} \in \mathbb{N} \quad \forall\, m \in \{1, \dots, 5\},\ t \in \{1,2,3\}$
- $A^0 = \begin{bmatrix} 20 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ "Nel mese prima delle assunzioni (colonna 0) ci sono 20 esperti"
- $\underbrace{a_{m2}}_{A} = \underbrace{a_{m3}}_{N} \quad \forall\, m \in \{1, \dots, 5\}$ → il # di esperti che affiancano deve essere coerente
- $\sum_{t=1}^{t=3} a_{1t} \cdot produce_t \geq 2000$
- $\sum_{t=1}^{t=3} a_{3t} \cdot produce_t \geq 7'000$
- $\sum_{t=1}^{t=3} a_{2t} \cdot produce_t \geq 4'000$
- $\sum_{t=1}^{t=3} a_{4t} \cdot produce_t \geq 3'000$
- $\sum_{t=1}^{t=3} a_{5t} \cdot produce_t \geq 3'500$
- $\sum_{m=1}^{m=2} a_{m2} \geq 10 \cdot \quad + b_1$

E7

ESERCIZIO 7. L'azienda PC4All produce pc e deve acquistare le scorte di materie prime necessarie per la produzione dei case. Per produrre i case nel mese corrente sono necessari i seguenti materiali:

- viti: 15000 unità;
- plastica: 1300 kg.;
- acciaio: 2900 kg.

Per effettuare gli acquisti l'azienda si può appoggiare a quattro fornitori, i quali le forniscono le materie prime in lotti contenenti le seguenti quantità di materiale:

	viti	plastica	acciaio
F1	50	3	5
F2	30	4	7
F3	25	1	3
F4	10	8	1

Nell'ottica di gestire al meglio il proprio magazzino, la PC4All intende avere, alla fine del mese, la minor quantità di materiale non utilizzato possibile e, a tal fine, è disposta anche a comprare una quantità di materie prime inferiore alle proprie necessità. Il costo per lo stockaggio o per il mancato acquisto di una unità di materiale è il seguente:

Viti	0.2 euro/pezzo
Plastica	1 euro/kg.
Acciaio	3 euro/kg.

Per motivi commerciali l'azienda, se acquista dei lotti di materiale dal fornitore F1, è impossibilitata a rifornirsi dai fornitori F2 ed F4.

Formulare il modello di programmazione lineare che minimizzi i costi derivanti dallo scostamento tra le quantità di materiali acquistate e quelle necessarie, tenendo conto che non è possibile comprare porzioni di lotto di materiali.

(0) Analisi

- Serve avere la quantità di materiali acquistati e quelle necessarie per il Δ
- Si chiede il min tra |acquistati − necessarie|

(1) Def. variabili di controllo:

$t \in \{1, 2, 3\}$ 1 = viti, 2 = Plastica, 3 = acciaio

$F \in \{1, 2, 3, 4\}$ 1 = F1, 2 = F2, ..., 4 = F4

$$A \in M(\overset{F}{4}, \overset{t}{3}, \mathbb{N})$$

$$\begin{array}{cl} \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ t_1 & t_2 & t_3 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{array} \end{array}$$

- $a \in A$ # di elementi acquistati per l't-esimo prodotto da l'F-esimo fornitore
- $need_i = \begin{bmatrix} 15000 \\ 1300 \\ 2900 \end{bmatrix} \Rightarrow$ # attesi per l't-esimo prodotto
- available $\begin{bmatrix} 20 & 3 & 5 \\ 20 & 4 & 7 \\ 25 & 1 & 3 \\ 10 & 8 & 1 \end{bmatrix}$

$by_1 \to$ scelgo di usare l'azienda 1

(2) Def. Funzione obiettivo:

$$\min z = 0.2 \left[need_1 - \sum_{F=1}^{F=4} a_{1F} \right] + 1 \cdot \left[need_2 - \sum_{F=1}^{F=4} a_{2F} \right] + 3 \cdot \left[need_3 - \sum_{F=1}^{F=4} a_{3F} \right]$$

L 7

ESERCIZIO 7. L'azienda PC4All produce pc e deve acquistare le scorte di materie prime necessarie per la produzione dei case. Per produrre i case nel mese corrente sono necessari i seguenti materiali:

- viti: 15000 unità;
- plastica: 1300 kg.;
- acciaio: 2900 kg.

Per effettuare gli acquisti l'azienda si può appoggiare a quattro fornitori, i quali le forniscono le materie prime in lotti contenenti le seguenti quantità di materiale:

	viti	plastica	acciaio
F1	50	3	5
F2	30	4	7
F3	25	1	3
F4	10	8	1

Nell'ottica di gestire al meglio il proprio magazzino, la PC4All intende avere, alla fine del mese, la minor quantità di materiale non utilizzato possibile e, a tal fine, è disposta anche a comprare una quantità di materie prime inferiore alle proprie necessità. Il costo per lo stockaggio o per il mancato acquisto di una unità di materiale è il seguente:

Viti	0.2 euro/pezzo
Plastica	1 euro/kg.
Acciaio	3 euro/kg.

Per motivi commerciali l'azienda, se acquista dei lotti di materiale dal fornitore F1, è impossibilitata a rifornirsi dai fornitori F2 ed F4.

Formulare il modello di programmazione lineare che minimizzi i costi derivanti dallo scostamento tra le quantità di materiali acquistate e quelle necessarie, tenendo conto che non è possibile comprare porzioni di lotto di materiali.

(3) Def. vincoli:

- $a_{m,n} \in \mathbb{N}_{\geq 0} \; \forall\, m \in \{1, \dots, 4\}, n \in \{1,2,3\}$
- $\sum_{i=1}^{i=4} \sum_{j=1}^{j=3} a_{ij} \leq \text{available}_{ij} \; a \in A \rightarrow$ coerenza dei pezzi disponibili
- $\sum_{i=1}^{i=3} a_{i1} > 0 \rightarrow \sum_{i=1}^{i=3} a_{i2} = 0 \land \sum_{i=1}^{i=3} a_{i4} = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^{i=3} a_{i3} + \sum_{i=1}^{i=3} a_{i4} \leq M \cdot (1 - buy_1)$
- $\sum_{i=1}^{i=3} a_{i1} \leq M \cdot buy_1$