Self • Conversioni

- $101101_b \overset{DEC}{=} \overset{543210}{101101} = 2^5+2^3+2^2+2^0$
  $= 32+8+4+1 = 45$ ✓

- $42_D \overset{BIN}{=}$ ✓

$42/2 = 21$ R0 — 0
$21/2 = 10$ R1 — 1
$10/2 = 5$ R0 — 0
$5/2 = 2$ R1 — 1
$2/2 = 1$ R0 — 0
$1/2 = 0$ R1 — 1

dx ↑ sx

$= \overset{5\,4\,3\,2\,1\,0}{101010}$
$= 32+0+8+0+2+0$
$= 42$

- 128DEC in HEX: ✓

$128/16 = 8$ R0 — 80
$8/16 = 0$ R8

9   A B C D E F (10 11 12 13 14 15)

- F8 HEX in BIN: ✓

F8 in DEC
$F \cdot 16^1 + 8 \cdot 16^0$
$224 + 8$
$= 248$

DEC in BIN
$248/2 = 124$ R0 — 0
$124/2 = 62$ R0 — 0
$62/2 = 31$ R0 — 0
$31/2 = 15$ R1 — 1
$15/2 = 7$ R1 — 1
$7/2 = 3$ R1 — 1
$3/2 = 1$ R1 — 1
$1/2 = 0$ R1 — 1

11111000

- 110110 BIN in OTT = ✓

$\overset{543210}{110110}$ BIN in DEC
$2^5+2^4+2^2+2^1$
$32+\cancel{16}+\cancel{4}+2 = 54$ (20)
54 DEC in OTT
$54/8 = 6$ R6
$6/8 = 0$ R6

$54 \,|\, 8$
$48 \,|\, 6$
$//6$

8.

- 56 OTT in BIN = ✓

56_0 in DEC
$5 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = 46$ DEC
DEC in BIN
$46/2 = 23$ R0 — 0
$23/2 = 11$ R1 — 1
$11/2 = 5$ R1 — 1
$5/2 = 2$ R1 — 1
$2/2 = 1$ R0 — 0
$1/2 = 0$ R1 — 1

dx ↑ sx

101110

- 99 DEC in HEX = ✓

$99/16 = 6$ R3
$3/16 = 0$ R3
$= 63$

$62+$
64
$126+$
128
254

- $\overset{76543210}{11111111}$ BIN in DEC $= 2^7+2^6+2^5+2^4+2^3+2^2+2^1+2^0 = 255$
$= 128+64+32+\cancel{16+8+4+2+1}$
$+30$

- AB_{HEX} IN BIN → AB IN DEC $\quad$ 171 DEC IN BIN

$10 \cdot 16^1 + 11 \cdot \cancel{16}$

$160 + 11 = 171$

$171/2 = 85$ R0 1
$85/2 = 42$ R1 1
$42/2 = 21$ R0 0
$21/2 = 10$ R0 1
$10/2 = 5$ R0 0
$5/2 = 2$ R1 1
$2/2 = 1$ R1 0
$1/2 = 0$ R1 1

10101011

$$\begin{array}{r|l} 85 & 2 \\ 8 & 42 \\ 5 & \\ 4 & \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 171 & 2 \\ 16 & 85 \\ 11 & \\ 10 & \\ 1 & \end{array}$$

$16 \cdot 4 = 64$

$$\begin{array}{r|l} 77 & 16 \\ 64 & 4 \\ 13 & \end{array}$$

13 BCD

- 1001101_{BIN} IN HEX

IN DEC
$2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^0$
$64 + 8 + 4 + 1$
$76 + 1 = 77$

IN HEX
$77/16 = 4$ R13 = 4D
$13/16 = 0$ R13

PARTE DI LFT:

CONCATENAZIONE LINGUAGGI:

$L1 = \{ca, pa, po\}$, $L2 = \{sta, ne, lo\}$ $\quad L1L2 = \{$casta, pasta, posta, cane, pane, pone, calo, palo, polo$\}$

POTENZA:

$L1 = \{0, 1 \dots 9\}$ (num matricola) siccome il codice matricola è formato da 6 cifre, ciò è ottenibile tramite potenza di 6 L^6

$L_1^0 = \{\varepsilon\}$, $L_1^1 = L^0 L^1 = \{0, 1, 2 \dots 9\}$, $L_1^2 = L^1 L^1 = \{00, 01, 02 \dots\}$, $L_1^3 = L L^2 = \{000, \dots\}$

CHIUSURA DI KLEENE:

$L\{a,b\}^* = L^0 \cup L^1 \dots$

$= \{\varepsilon\} \cup \{a, b\} \cup \{aa, bb, \dots\} \cup \{$

Es 2: Formare linguaggio composto da num matricola e cognome

Esso sarà composto dai seguenti linguaggi: $L_{mg} = L_{mat} L_{cog}$ in cui
- L_{mat} = è il linguaggio che definisce il num matricola
- L_{cog} = è il linguaggio che definisce il cognome (inizia per let maiusc)

$L_{mat} = \{0, 1 \dots 9\}^6$, $\quad L_{cog} = \{A \dots Z\}\{a, b \dots z\}^+$

In questo caso si concatena la prima lettera in maiusc con la chiusura transitiva (es. El) per definire cognomi infiniti

ESERCIZI LFT 01:

(1)

Esercizio 1

Dimostrare con dei controesempi che non sono valide le seguenti relazioni. Per ciascuna di esse, trovare la forma corretta o delle condizioni sufficienti a farla valere:

1. $L\emptyset = \emptyset L = L$
2. $L\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}L = \{\varepsilon\}$
3. $L_1L_2 = L_2L_1$
4. $L^+ = L^* - \{\varepsilon\}$

1.1 $L\emptyset = \emptyset L = L$ $\quad L\emptyset = \{w\emptyset \mid w \in L\} = \emptyset$ Ipotesi se $L\emptyset = \emptyset$ allora
$\emptyset L = \{\emptyset w \mid w \in L\} = \emptyset$
$L = \{w \mid w \in L\} = L$ se L ha più di 1 elem

1.2 $L\{\varepsilon\} = \{\varepsilon\}L = \{\varepsilon\}$ se $L \neq \{\varepsilon\}$ allora non vale
$L\{\varepsilon\} = \{uv \mid u \in L \wedge v \in \{\varepsilon\}\} = L$
corretto se $L = \{\varepsilon\}$ es $L = \{a\}$ $L\{\varepsilon\} = \{a\varepsilon\}$ $=$ ma $L\{\varepsilon\} \neq \{\varepsilon\}$
$\{\varepsilon\}L = \{\varepsilon a\}$

1.3 $L_1L_2 = L_2L_1$ se $L_1 = \{ab\}, L_2 = \{bc\}$ $\quad L_1L_2 = L_2L_1 \iff \forall w_{L_1} \forall z_{L_2} (wz = zw)$
corretto se L_1 ed L_2 contengono solo parole palindrome $\quad L_1L_2 = \{abbc\}$ $L_2L_1 = \{bcab\}$
$L_1L_2 = \{w, z \mid w \in L_1 \wedge z \in L_2\}$

1.4 $L^+ = L^* - \{\varepsilon\}$ invalido se $L = \emptyset$
valido solo se $L \neq \{\varepsilon\}$

(2)

Esercizio 2

Elencare dieci stringhe dei seguenti linguaggi definiti sull'alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$:

1. $(\Sigma^2 \cup \Sigma^3)\{a, b\}$
2. $\Sigma^+ - \{b, c\}^*$
3. $\{w \in \Sigma^* \mid w$ contiene un egual numero di a, b e $c\}$
4. $\{w \in \Sigma^* \mid w$ è palindroma, ovvero $w = w^R\}$

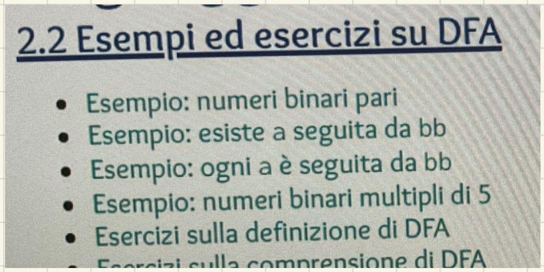
2.1 $(\Sigma^2 \cup \Sigma^3)\{a, b\}$ $= \{aaa, bbbb, abab, aba, bab, bba, bbba, abbb, abba, baba\}$
$\{aa, bbb, cc..\}$

2.2 $\Sigma^+ - \{b, c\}^* = \{a, a, a, aaa, aaaa, aaaaa, aaaaaa, aaaaaaa, aaaaaaaa, aaaaaaaaa, aaaaaaaaaa\}$

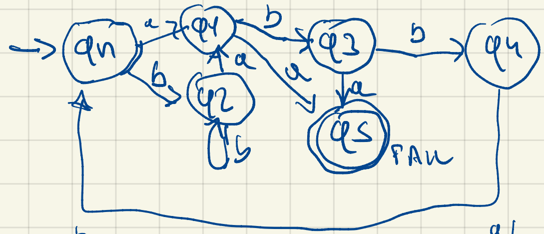
2.3 $\{w \in \Sigma^* \mid w$ contiene equal numero di a, b e c$\} = \{\varepsilon, abc, aabbcc, aaabbbccc, aaaabbbbcccc, aaaaabbbbbccccc, aaaaaabbbbbbcccccc, aaaaaaabbbbbbbccccccc, ...\}$

2.4 $\{w \in \Sigma^* \mid w = w^R\} = \{\varepsilon, a, b, c, aa, bb, cc, aba, aca, bcb\}$

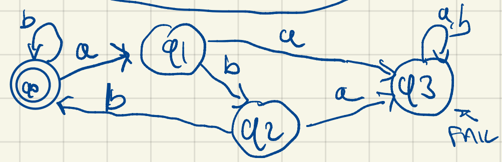
ESERCIZI SU CREAZIONE AUTOMI A STATI FINITI • LFT 02

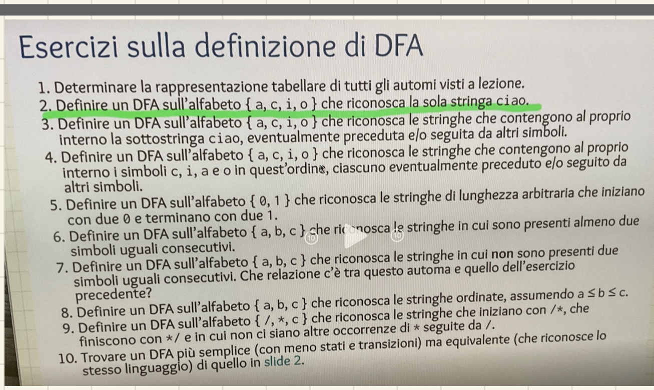


3. ogni a è seguita da bb



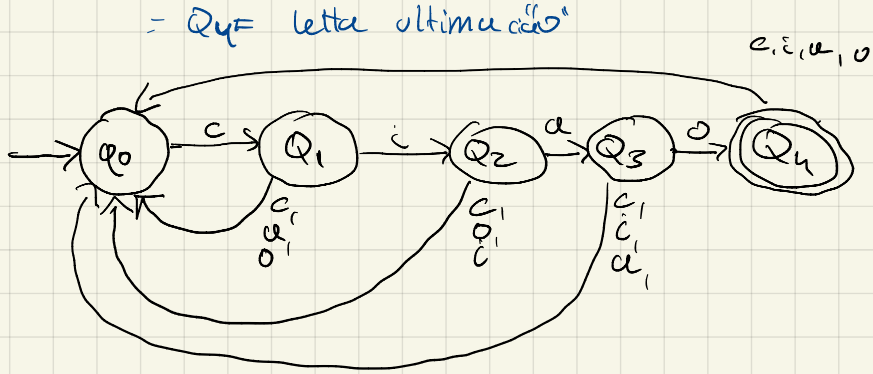
q0 = ogni a è seguita da bb
q1 = ultimo simbolo era a
q2 = ultimi 2 erano ab
q3 = a seguito da seq ≠ da bb





2. Definire un DFA su $\Sigma = \{a, c, i, o\}$ che riconosca la sola stringa "ciao"

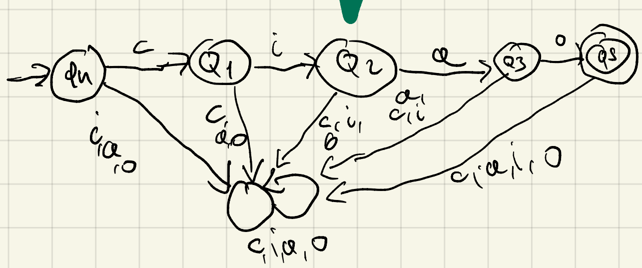
STATI:
- Q_0 = Non riconosciuta
- Q_1 = letta ultima "c"
- Q_2 = letta ultima "ci"
- Q_3 = letta ultima "cia"
- Q_4 = letta ultima "ciao"

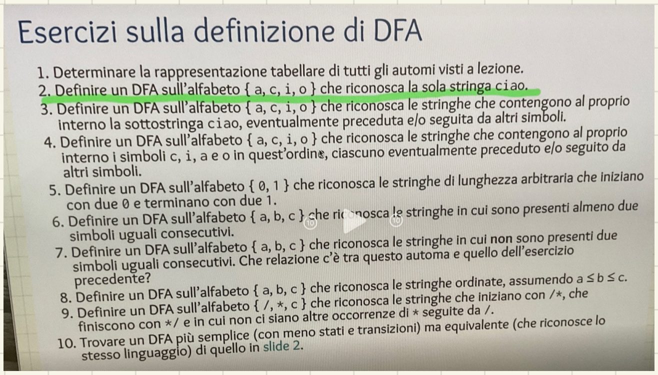


TIPS:

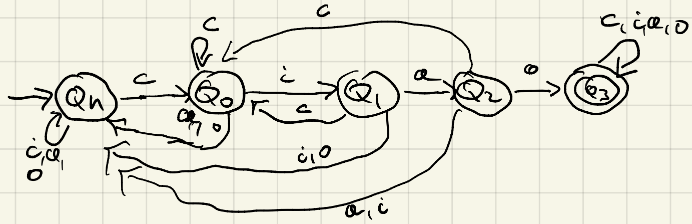
In questi casi, quando bisogna riconoscere che una stringa sia esattamente un'altra conviene creare uno stato trappola in cui ci finiscono le stringhe errate:

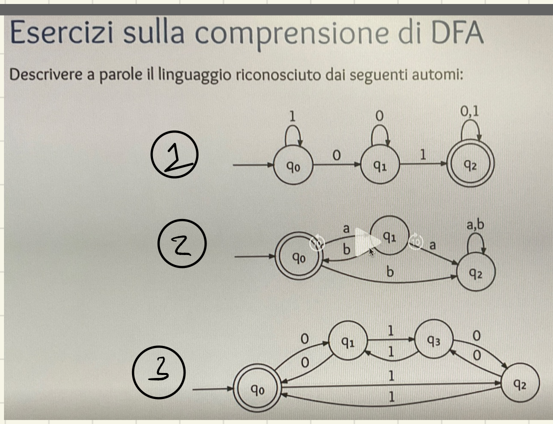
2. V2 :





3. Definire un DFA sull' $\Sigma = \{c, i, a, o\}$ che riconosca le stringhe che contengono al loro interno la sottostringa "ciao" eventualmente preceduta o succeduta da altri simboli.

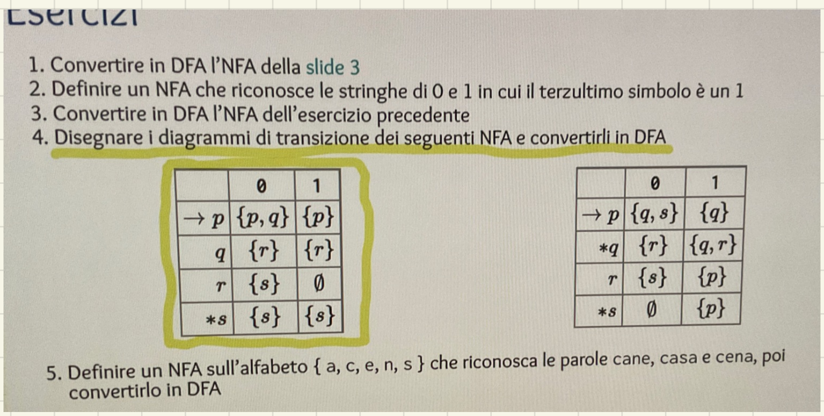




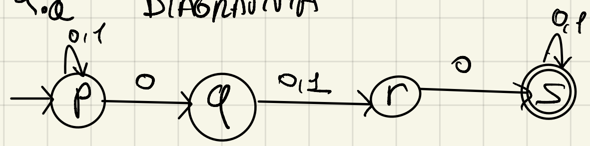
1. Dato un $\Sigma = \{0,1\}$, riconosce la presenza della sotto-stringa "01"

2. Dato un $\Sigma = \{a,b\}$ riconosce la non-presenza delle sottostringhe "aa" oppure "b"

3. Dato un $\Sigma = \{1,0\}$ riconosce le stringhe palindrome $w = w^R$ "0101", "00", "0110", "010010"



4.a DIAGRAMMA



DFA

	0	1
→{p}	{q,p}	{p}
{q,p}	{p,q,r}	{p,r}
{p,q,r}	{p,q,r,s}	{p,r}
{p,r}	{p,s}	{p}
*{p,q,r,s}	{p,q,r,s}	{p,r,s}
*{p,s}	{q,p,s}	{p,s}
*{prs}	{p,q,s}	{p,s}
*{q,p,s}	{p,q,r,s}	{p,r,s}

ε-NFA >

Esercizi

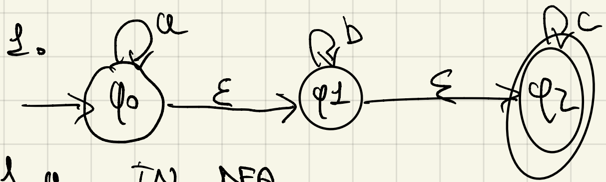
1. Definire ε-NFA che riconosca le stringhe composte da 0 o più a, seguite da 0 o più b, seguite da 0 o più c.
2. Definire ε-NFA che riconosca le stringhe formate da 01 ripetuto una o più volte, o da 010 ripetuto una o più volte.
3. Per l'ε-NFA rappresentato in forma tabellare qui sotto, calcolare l'ε-chiusura di ciascuno stato, elencare tutte le stringhe di lunghezza ≤3 accettate dall'automa e convertire l'automa in DFA.

	ε	a	b	c
→p	∅	{p}	{q}	{r}
q	{p}	{q}	{r}	∅
*r	{q}	{r}	∅	{p}

4. Per l'ε-NFA rappresentato in forma tabellare qui sotto, calcolare l'ε-chiusura di ciascuno stato, elencare tutte le stringhe di lunghezza ≤3 accettate dall'automa e convertire l'automa in DFA.

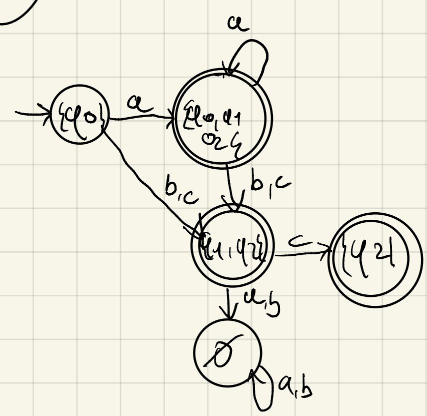
	ε	a	b	c
→p	{q,r}	∅	{q}	{r}
q	∅	{p}	{r}	{p,q}
*r	∅	∅	∅	∅

1.



1.a IN DFA

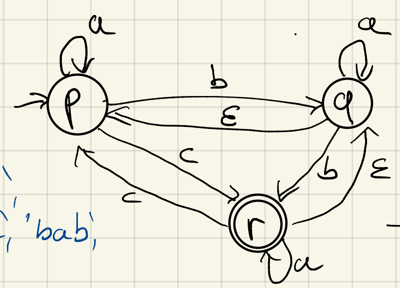
	a	b	c
→{q0}	{q0,q1,q2}	{q1,q2}	{q1,q2}
*{q0,q1,q2}	{q0,q1,q2}	{q1,q2}	{q1,q2}
*{q1,q2}	{q2}	{q1,q2}	{q2}
*{q2}	∅	∅	{q2}



3.

3. Per l'ε-NFA rappresentato in forma tabellare qui sotto, calcolare l'ε-chiusura di ciascuno stato, elencare tutte le stringhe di lunghezza ≤3 accettate dall'automa e convertire l'automa in DFA.

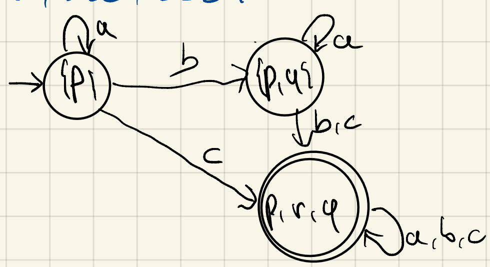
	ε	a	b	c
→p	∅	{p}	{q}	{r}
q	{p}	{q}	{r}	∅
*r	{q}	{r}	∅	{p}



ECLOSE(p) = {p}
ECLOSE(q) = {q, p}
ECLOSE(r) = {r, q, p}

	a	b	c
→{p}	{p}	{p,q}	{p,r,q}
{q,p}	{q,p}	{q,p,r}	{p,r,q}
*{p,r,q}	{p,r,q}	{p,r,q}	{p,r,q}

Stringhe
{'c', 'b.b', 'a.b.b', 'b,c', 'ac', 'ccc', 'ca', 'caa', 'cab', 'cb', 'cc', 'bab', 'bba', 'aca', 'bbc', 'bbb'}



Dimostrazioni

1. Dimostrare che per ogni DFA esiste un ε-NFA equivalente (cioè che riconosce lo stesso linguaggio) che ha esattamente **uno** stato finale
2. Dimostrare che i linguaggi regolari sono **chiusi** rispetto all'operazione di **concatenazione.** Suggerimento: usare il risultato dimostrato nell'esercizio precedente

1. CASO BASE: DFA CON 1 STATO FINALE d, N
L'nfa avrà lo stesso stato finale $|F_d| = |F_n|$

CASO INDUTTIVO: DFA CON PIÚ ~~DI~~ 1 STATO FINALE
L'ε-NFA avrà

Esercizi sulla definizione di espressioni regolari

Definire espressioni regolari che generino i seguenti linguaggi:

1. stringhe di a, b e c che iniziano con due a e finiscono con due b
2. stringhe di `0` e `1` la cui lunghezza è un multiplo di 3
3. stringhe di `0` e `1` con un numero pari di `0`
4. stringhe di a, b e c che **non contengono** la sottostringa ab
5. costanti numeriche binarie pari senza `0` inutili a sinistra (es. `0`, `10`, ma non `010` o `11`)
6. costanti numeriche decimali con virgola facoltativa (es. `42`, `.5`, `12.3`, `12.` ma non `.`)

1. $L((aa)(abc)^*(bb))$ $\Sigma = \{a,b,c\}$

$= (L(a)L(a))\ L(a+b+c)^*\ (L(b)L(b))$

$= (\{a\}\{a\})(\{a,b,c\}^*)(\{b\}\{b\})$

$= \{aa\}\{a,b,c\}^*\{bb\}$

$= \{aa\{\{\varepsilon, a, b, c, abc \dots\}\{bb\}$

$= \{aa \dots bb\}$

2. $\Sigma = \{0,1\}$ $L(((0+1)(0+1)(0+1))^*)$

Definendo la regex, il simbolo + significa questo o quello.
Nell'esercizio mettendo 3 elementi ^(conte) concatenandoli si ottengono tutti i multipli di 3

3. $\Sigma = \{0,1\}$ $L((1(0+1)0(0+1)0(0+1))^*1^*)$

4. $\Sigma = \{a,b,c\}$ $L((a)^*c(c)^*(b)^*)$

5. $\Sigma = \{0,1\}$ $L(1^*0^*)$

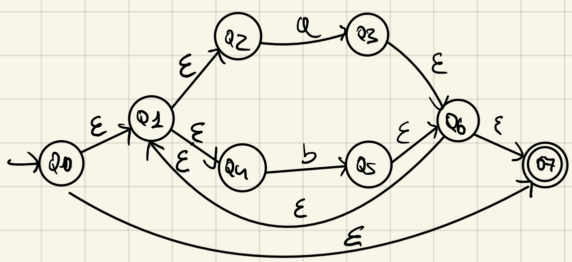
6. $\Sigma = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,.\}$ $L((.+0..9^*)0..9^*(.+0..9^*)+.))$

Esercizi sulla conversione di espressione regolari

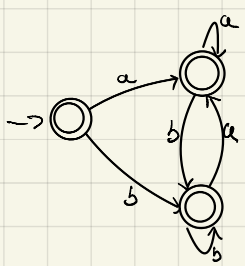
Convertire le seguenti espressioni regolari in ε-NFA e gli automi ottenuti in DFA:

1. $(a+b)^*$
2. $(ab)^*$
3. a^*b^*
4. $a^* + b^*$

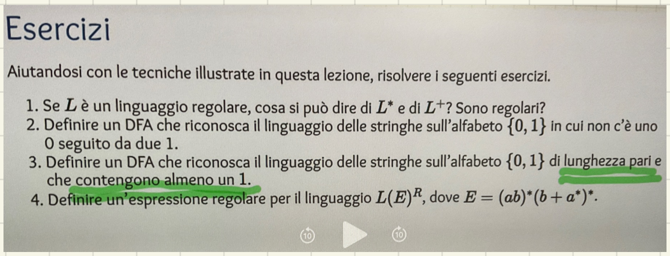
1. $(a+b)^*$



	a	b
→{0,1,2,4,7}	{1,2,3,4,6,7}	{1,2,4,5,6,7}
*{1,2,3,4,6,7}	{1,2,3,4,6,7}	{1,2,4,5,6,7}
*{1,2,4,5,6,7}	{1,2,3,4,6,7}	{1,2,4,5,6,7}



PROPRIETÀ DI CHIUSURA DEI LINGUAGGI



2. $L((011)^*)$ $\overline{L}$

1. Se L è un linguaggio regolare, allora esiste un'espressione regolare E tale che $L = L(E)$.
- Si dimostra che L^* è regolare per la possibilità di effettuare la chiusura di Kleene su e $L(E^*)$ che a sua volta riconosce L^* rendendolo regolare
- Si dimostra che L^+ è regolare in maniera indiretta come $L^* - \varepsilon$

FDI • ES L6

1. Cosa dice il Teorema Fondamentale dell'Aritmetica?

Il Teorema Fondamentale dell'Aritmetica dice che ogni numero intero ≥ 2 è rappresentabile come prodotto di numeri primi. $\forall n \in \mathbb{Z} \, (n > 1 \models n = \overbrace{p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdots p_i}^{\text{Primi}})$

2. Definire il concetto di Minimo Comune Multiplo a 2 interi

Il minimo comune multiplo è il numero minimo risultante dal prodotto di due numeri ovvero $\forall_{a,b} \in \mathbb{Z}_{\geq 1} \, (mcm = \min(\{ m \in \mathbb{Z} \mid a | m \wedge b | m \}))$.

In particolare, ogni numero ≥ 1 può essere espresso come prodotto di primi per il Teorema Fondamentale dell'informatica:

$a = p_0^k \cdots p_n^m$
$b = p_0^h \cdots p_n^m$

il mcm è rappresentabile come
$mcm = p_0^{\max(n)} \cdots p_n^{\max(m)}$
includendo tutti i primi e con esponente maggiore

si pone quindi $a | m = \frac{p_0^k \cdot p_1 \cdot p_2 \ldots}{p_0^h \cdot p_2}$ che $a | m$ e $b | m$ in quanto m $b | m = \frac{p_0^k \cdot p_1 \cdot p_2}{p_0^h \cdot p_2}$ è formato da l'esponente maggiore per cui sarà sempre divisibile. è anche il minimo in quanto se si toglierebbero primi o esponenti allora $b \nmid m \vee a \nmid m$

3. cosa vuol dire che x è divisibile per n

x è "divisibile per" n o $x | n$ see solo se esiste un q (quoziente) tale che: $n = q \cdot x$

Oppure, in caso venga effettuata una div. euclidea tra x e n non esiste resto.

4. Verificare se 27 è un numero primo

27 non è un numero primo in quanto $3 | 27$

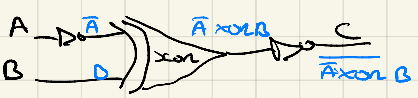
5. Trovare l'MCD/gcd di

5.a $\emptyset$ e 18 — $\emptyset$ può essere diviso da tutti, quindi 18

5.b 9 e 18 — $9 = 3^2$ $\quad 18 = 2 \cdot 3^2$ $\quad gcd = 3^2 = 9$

5.c $3^2 \cdot 5^1$ e $2^2 \cdot 5^2$: $\quad mcd = 5^1 = 5$

6. Calcolare la Tabella di verità del circuito; quindi riconoscere la porta logica



A	B	Ā	Ā xor B	C
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	1	0

da essa calcolata: XOR

7. Qual è il più grande valore numerico che può essere rappresentato con 3 Byte se ogni cifra viene rappresentata usando il codice ASCII per Byte?

999 in quanto 1 Byte = 1 carattere

8. Quanti bit sono memorizzati in 1MB? $\underbrace{2^{20}}_{\text{1 MibiByte}} \cdot 8 \text{ bit} = 2^{23}$ bit

9. Duplicando un CD audio si possono verificare perdite di qualità?

Col tempo se la superficie riflettente letta dal laser si usura potrebbero esserci delle perdite di duplicazione che un CD all'altro, siccome sono dati in digitale di norma no.

10. Codificare in codice ASCII il Testo della stringa "Fondamenti_C@unito.it" in BIN ed HEX

$\underbrace{01100110}_{\substack{F \\ 6\,6}} \mid \underbrace{01101111}_{\substack{o \\ 6\,F}} \mid \underbrace{01101110}_{\substack{n \\ 6\,D}} \; \ldots$

FDI • ES 26

11. Rappresentare '15' in BIN   1111

15	2
7	1
3	1
1	1
0	1

12. Rappresentare '10100' in DEC

$10100 = 16+4=20$

13. Rappresentare '-18' su complemento a 2 su 8 bit

18 in BIN = 10010 → 00010010

11101110

18	2
9	0
4	1
2	0
1	0
0	1

14. Trasformare 21.0625_{DEC} in BIN con virgola fissa

21	2
10	1
5	0
2	1
1	0
0	1

21 = 10101 → 10101.0001

$\frac{1}{4} = 0.25$

$\frac{1}{8} = 0.125$

$\frac{1}{16} = 0.0625$

15. Trasformare 21.0625 in virgola mobile con 8 bit

In virgola fissa: 10101.0001 va scritto in notazione standard   overflow

0.101010001   5 pos a sx   ovvero ste = 9 = 1001

0 100 1010

9	2
4	1
2	0
1	0
0	1

ESERCIZIO 04:

2) Per ognuna delle differenze in DEC, tradurre la somma con gli args. in BIN. Usare 4 cifre incluso segno e invertire segno al secondo arg delle sottrazione in modo da trasformarlo in somma

$2-(-4) =$ 2 = 0010, +4 = 0100

$1-5 =$ 1 = 0001, 5 = 0101, −5 = 1011

$4-6 =$ 4 = 0100, 6 = 0110, −6 = 1010

$6-(-1) = 6+1$ 6 = 0110, 1 = 0001

$3-(-2) = 3+2$ 3 = 0011, 2 = 0010

3) Per ogni somma in C_2, fornire risultato se calg. funziona, altrimenti overflow

0100 + 0011 = 0111

0101 + (=5) 0110 (=6) = 1011 (=11) overflow

1010 + 1010 = 10100 overflow

1010 + 0111 = 10001 ~~overflow~~ (0110 = 6, 0111 = 7)
Non è overflow in quanto −6+7 sta nei numeri rappresentabili

0111 + 0001 = 1000 overflow nei negativi

4) Per ogni num. in C_2, trovare opposto in C_2

01010101	01111111	00000000	11111110	11111100	00000001
10101011	1000001	00000000	0000010	00000100	11111111

64 + 16 = 80 + 4 = 84 + 1 = 85   −85 =

2 Oct • FLOATING POINT

1) Trasformare i seguenti $\mathbb{R}$ in floating point a 8 bit con segno $\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{32}\ \frac{1}{64}$ $\quad \frac{8+2+1}{64} = \frac{11}{64}$

10101011 : $1|010|1011 = 010 = 2-4 = -2 = 1011 \cdot 10^{-2} = 0.001011 = -\frac{11}{64}$

11011100 : $1|101|1100 = 101 = 5-4 = 1 \Rightarrow 1.100 = -1\frac{1}{2}$

01001010 : $0|100|1010 = 100 = 4-4 = 0 \quad 0.1010 \quad \frac{4+1}{8} = \frac{5}{8} = +\frac{5}{8}$

01101101 : $0|110|1101 = 110 = 6-4 = 2 \quad 11.01 = 3 + \frac{1}{4}$

00111001 : $0|011|1001 = 011 = 3-4 = -1 \quad 0.01001 = \frac{8+1}{32} = \frac{9}{32}$

3) Trasformare i seguenti $\mathbb{R}$ in Floating Point 8b arrotondando correttamente

$x\,x\,x\,x\,.\,x\,x\,x\,x$

111
3
2
1
0
-1
-2
-3

$5 + \frac{1}{4} = \left.\begin{matrix} 5 = 0101 \\ \frac{1}{4} = .0100 \end{matrix}\right] \quad 101.0100 \quad sp. -3 = -3-4 = -7 = 001 \rightarrow 0\ 111\ 1010$

$-3\frac{1}{2} = \left.\begin{matrix} 3 = 0011 \\ \frac{1}{2} = 0.1 \end{matrix}\right\} \quad 11.1 \quad sp -2 = -2-4 = -6 \quad 110 \rightarrow 1\ 110\ 1110$

$2 + \frac{3}{4} \quad \left.\begin{matrix} 2 = 0010 \\ \frac{1}{2}+\frac{1}{4} = .11 \end{matrix}\right\} \quad 10.11 \quad sp -2 = -2-4 = -6 = 110 \rightarrow 0\ 110\ 1011$

$-4 + \frac{3}{8} = \left.\begin{matrix} 4 = 0100 \\ \frac{3}{8} = \frac{1}{8} + \frac{2}{8}\frac{1}{4} = 0.011 \end{matrix}\right\} \quad 100.011 \quad sp -3 = -3-4 = -7 = 111 \rightarrow 1\ 111\ 1000$

Quale è la minima floating point notation 8 bit? Dovete fornire la forma binaria della notazione, non il suo valore decimale

$000 = 0 - 4 = -4$

$111 = 7 - 4 = 3$

- a. 1000|0000 si risolve a -0 NO
- b. 1000|1000 sarebbe 0.00001000
- c. 1000|1111 sarebbe 0.00001111
- d. 1111|1111 — 0.1111 = 1111
- e. 00000000 0 sicuramente NO

LOS

La seguente codifica delle lettere A-H con 6 bit ha Hamming distance almeno 3.

A 000000
B 001111
C 010011
D 011100
E 100110
F 101001
G 110101
H 111010

Decodificate i seguenti messaggi, supponendo che ogni gruppo di 6 bit contenga al massimo un errore

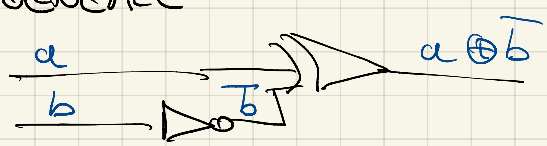
C A B
010001 000000 001011

H E A D
011010 110110 100000 011100

B E D
001111 100100 001100

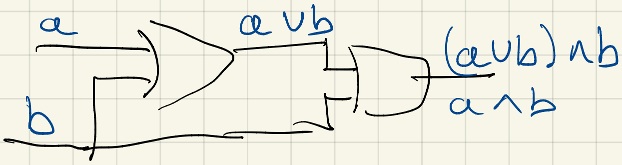
RIP. GENERALE

a)



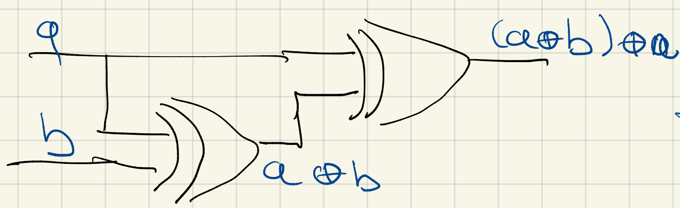
a	b	$\bar b$	$a \oplus \bar b$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1

b)



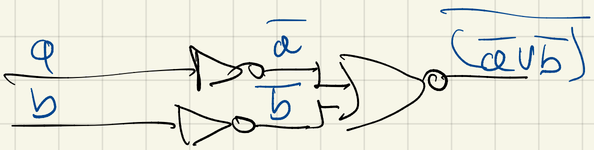
a	b	$a \wedge b$	$a \vee b$	$(a \vee b) \wedge b$
0	0	0	0	0
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	1

c)

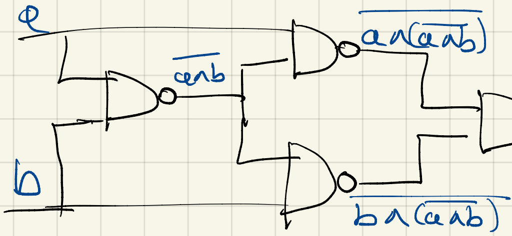


a	b	$a \oplus b$	$a \oplus (a \oplus b)$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	1

z)



$\overline{(a \vee b)} = \bar a \wedge \bar b$

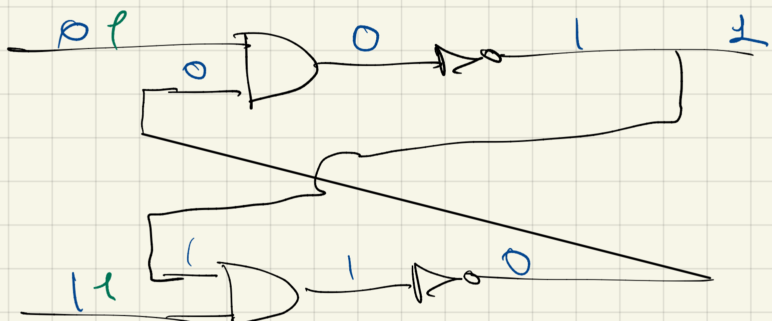
3) 

$\overline{(\overline{a\wedge(\overline{a\wedge b})})\wedge(\overline{b\wedge(\overline{a\wedge b})})}$

$= (a\wedge(\overline{a\wedge b}))\vee(b\wedge(\overline{a\wedge b}))$

$= (a\wedge(\bar a\vee\bar b))\vee(b\wedge(\bar a\vee\bar b))$

$= a\wedge\bar b \vee b\wedge\bar a$

4) 

5)

$8F = 1000\ 1111$ (bit positions 7 6 5 4 3 2 1 0; weights 8 4 2 1)

$6F = 0110$

$FF = 1111$

$1F = 0001$

9, A 10, B 11, C 12, D 13, E 14, F 15

6) 11111 (16 8 4 2 1) $\quad 10000$ (16 8 4 2 1; 4 3 2 1 0) $\quad 10101$ (16 4 1; 4 3 2 1 0) $\quad 11100$ (16 8 4; 4 3 2 1 0)

7) $10100 = 20-16 = +4 \qquad 01111 = 15-16 = -1 \qquad 10110 = 22-16 = 6$

$01100 = 12-16 = -4 \qquad 10000 = 16-16 = 0$

8) 64 32 16 8 4 2 1 / 6 5 4 3 2 1 0

$13 = 0001101 \qquad 16 = 0010000$

$-13 = 0001101$

1110011

9) 5b C2 (16 8 4 2 1 / 4 3 2 1 0)

$5+1 = \; 5 = 00101, \; 1 = 00001$

$12+(-5) = \; 12 = 01100, \; -5 = 00101 \to 11011$

$5+(-1) = \; 5 = 00101, \; -1 = 00001 \to 11111$

$8+(-7) = \; 8 = 01000, \; -7 = 00111 \to 11001$

$0-4 = 1-4 1 \quad 100$ (4 2 1 / 2 1 0)

10) $-31/32 = -\frac{\cancel{30}\,15}{\cancel{32}\,16} - \frac{1}{32}$ $\qquad 0.xxxxx$ ($2^{-1}\ 2^{-2}\ 2^{-3}\ 2^{-4}\ 2^{-5}$: $\frac12\ \frac14\ \frac18\ \frac1{16}\ \frac1{32}$)

$= -\frac{\cancel{14}\,7}{\cancel{16}\,8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32}$

$= -\frac{\cancel{6}\,3}{\cancel{8}\,4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32} \qquad 0.11111 \to 1|100|1111$

$= -\frac{\cancel{2}\,1}{\cancel{4}\,2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{16} - \frac{1}{32}$

$=$

$-7 \quad \frac{1}{2} = \frac{7 = 0111}{\frac{1}{2} = 0.1}$ } 111.1 $\quad 1|001|1111$

$-3 \; 3x$

$-3-4=-7$

111

421

$-3 \quad 3/4 = \frac{1}{2}+\frac{1}{4} = .11$ $\quad +3 = 0011$ } 11.11 $\quad 1|110|1111$

$-2 \; 3x$

$-2-4=-6$

0110

2 2 1 2 3 1 1 3 4 3 1 2 1 3 5 3 6

y y x y _ x x _ [4] _ x y x _ [5] _ [6]

4: yyxy 5: xx 6: xyx

La seguente codifica delle lettere A-H con
6 bit ha Hamming distance almeno 3.

A	000000
B	001111
C	010011
D	011100
E	100110
F	101001
G	110101
H	111010

Decodificate

010010 C

001000 A

001110 B

101111 B

000000 A

110111 G

100110 E

FDI • L11 • ES

1) Provare che $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$ $\forall A, B, C$ o fornire contro esempio

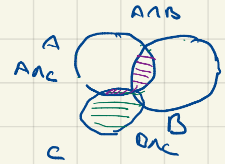
Caso 1: Ipotesi $(A \cap B) \cup C$ Tesi: $A \cap (B \cup C)$

$(A \cap B) \cup C = \{a \mid a \in C \vee (a \in A \wedge a \in B)\}$ ovvero $(A \cup C) \cap (B \cup C)$ *

$A \cap (B \cup C) = \{a \mid a \in A \wedge a \in B \vee a \in C\}$ ovvero $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

per proprietà insiemi

Es: $a \in A \wedge a \in B \wedge a \notin C$ nel secondo sì nel primo NO



FDI • L12 • ES

1) Provare che per tutti i numeri reali x e i reali positivi d $|x| < d$ se e solo se $-d < x < d$

$p: |x| < d$ per $x \in \mathbb{R}$ e $d \in \mathbb{R}^+$

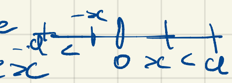
$q: -d < x < d$ $\quad$ = $\quad$ =

caso 1: Ipotesi: 'p', Tesi: 'q'

- $x \geq 0 \Rightarrow |x| = x$

Per ipotesi $|x| < d \Rightarrow x < d$

quindi $-d < -x$. ne consegue che $-d < x$



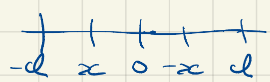
quindi $-d < x < d$ verificata

- $x < 0$

Per ipotesi $|x| < d \Rightarrow -x < d$

quindi $-d < x$. ne consegue che $-d < x < -x < d$

$-d < x < d$



Caso 2: Ipotesi: 'q' Tesi: 'p'

se $-d < x < d$,

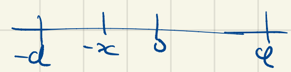
- $x \geq 0 \Rightarrow |x| = x$

$|x| < d \Rightarrow x < d$ vero per ipotesi

- $x < 0 \Rightarrow |x| = -x$

quindi $-d < -x$ per ipotesi

$x < d$



Analogamente $-x < d$ per ipotesi: $-d < x$,

ovvero $-d < x < d$ verificata

2) Dati gli insiemi A, B, C provare che le seguenti espressioni sono equivalenti:

a) $A \subseteq B$ $\quad$ b) $A \cap B = A$ $\quad$ c) $A \cup B = B$

SCHEMA: $a \to b$, $b \to c$, $c \to a$

Caso 1: $a \to b$

$A = \{a \mid a \in A \wedge a \in B\}$ per Ipotesi se $A \subseteq B$, allora se $a \in A$ allora $a \in B$ per def. sotto-insiemi

$A \cap B = \{a \mid a \in A \wedge a \in B\}$

Per def. intersezione

$A \subseteq B \models A \cap B \equiv A$ $\square$

Caso 2: $b \to c$

$A \cap B = \{a \mid a \in A \wedge a \in B\} = A$, ovvero $A \cap B = \{a \in A\}$

ne consegue che $A \subseteq B$.

Di conseguenza:

$A \cup B = \{a \mid a \in A \vee a \in B\}$ ma siccome $A \subseteq B$ se $a \in A$ allora $a \in B$ per def sottoinsiemi

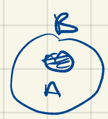
$= \{a \mid a \in B\}$

$= B$ $\square$

Caso 3: $a \to c$

Per le prop. delle composizioni $a \to b \to c \equiv a \to c$

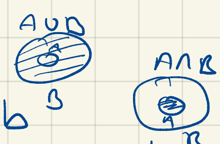
Caso 4: $b \to a$



$A \cap B = \{a \mid a \in A \wedge a \in B\}$

$= \{a \mid a \in A\}$ solo se $A \subseteq B$

Verificata



Caso 5: $c \to b$

$A \cup B = \{a \mid a \in A \vee a \in B\}$

Se $A \cup B = B$, allora $A \subseteq B$

ma siccome per ipotesi A

$A \cap B = A$ per le prop. dei sotto-insiemi

$\square$

Caso 6: $c \to a$

se $c \to b \to a \models c \to a$

FDI • L13

1. Dati a, b numeri reali con $a<b$, provare che esiste un num reale x che soddisfa la condizione $a<x<b$

Ovvero $a<b \models \exists x(a<x<b)$. Se $a<b$

$= a+a<b+a$

$= \frac{\cancel{2}a}{\cancel{2}} < \frac{b+a}{2}$

analogamente

$a<b$

$\frac{a+b}{2} < \frac{b+\cancel{b}}{\cancel{2}}$

$\frac{a+b}{2} < b$

Ne consegue che $a < \frac{b+a}{2} < b$

2. Dimostrare che esiste un primo p tale che 2^p-1 è composto

Per def i num primi sono $= \{n \in \mathbb{Z} \mid n \geq 2 \wedge \nexists d(d \geq 2 \wedge d<n \models d \mid n)\}$

Se p è primo e 2^p-1 è composto, allora esiste un $q \leq \lfloor \sqrt{2^p-1} \rfloor$ tale che $q \mid 2^p-1$.

Inoltre per il teorema Fondamentale dell'aritmetica, $p = q_1 \cdot q_2 \cdot q_n$ $\forall q_n \in \mathbb{Z}_{\geq 2}$ primi

I num. primi sono: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 .....

$2^p-1 = 2^2-1 = 3$ primo (4)

$= 2^3-1 = 7$ primo (8)

$= 2^5-1 = 31$ primo

$= 2^7-1 = 127$ primo

$= 2^{11}-1 = 2047$ $23 \mid 2047$ Non è primo

3. Dato $A = \frac{s_1+s_2+\dots+s_n}{n}$ definita come la media dei numeri $s_1, \dots s_n$.

Provare l'esistenza che esiste un i tale che $s_i \geq A$

$P = A = \frac{s_1+s_2+\dots s_n}{n}$ $\quad Q = \exists i(s_i \geq A)$

Dim. Per assurdo $P \not\models \neg Q$ Ipotesi: P Tesi: $\nexists i(s_i \geq A)$

Se $\neg Q$, allora $\forall s_i$ $s_i < A$. Ma se è così:

$$A = \frac{S_1+S_2 \dots S_n}{n} < \frac{\overbrace{A+A+A\dots}^{n}}{n} = \frac{\cancel{n} \cdot A}{\cancel{n}} = A$$

$A < A$ contraddizione. Di conseguenza deve esistere un S_i t.c. $S_i \leq A$

4. Provare per risoluzione che $a, \neg a \vee c, \neg c \vee d \models d$

$\neg a \vee c$ e $\neg c \vee d \equiv \neg a \vee d$ per ris.

$a \vee \text{False}$ e $\neg a \vee d \equiv d$ verificato

2 14

1. Data la def. di Fattoriale come $n! = \begin{cases} 1 & n=0 \\ n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\ldots 2\cdot 1 & n\geq 1 \end{cases}$ Dimostrare per induzione che $n! \geq 2^{n-1}$ $\forall n \geq 1$

$P(x) \Rightarrow n! \geq 2^{n-1}$ $\forall n \geq 1$

- CASO BASE $P(1)$: $1! \geq 2^{\cancel{1-1}\,0} \Rightarrow 1 \geq 1$ Verificata

- CASO INDUTTIVO. IPOTESI: $P(x)$, Tesi: $P(x+1) = (n+1)! \geq 2^{(n+1)-1}$
$= (n+1)! \geq 2^n$

$P(x+1) = (n+1)\cdot n! \geq 2^{n-1}$ Per ipotesi induttiva

Hint: Sfruttare il $\forall n \geq 1$ in modo da semplificare la parte a dx del $\geq$ con altra disequazione

$(n+1)\cdot n\cdot(n-1)\ldots \geq \underbrace{2^{n-1}\cdot(n+1)}$

$n+1$ è sicuramente ≥ 2 Per def. di n

$(n+1)! \geq 2^{n-1}\cdot(n+1)$

$\geq$

$2^{n-1}\cdot 2 = 2^n \rightarrow 2^{n-1}\cdot(n-1) \geq 2^{n-1}\cdot 2$

$\geq \boxed{2^n}$

Verificata data l'ipotesi induttiva

2) Dimostrare per induzione che $\forall r \neq 1$ $a + ar^1 + ar^2 + \ldots + ar^n = \frac{a(r^{n+1}-1)}{r-1}$

Ovvero $\sum_{i=0}^{i} a\cdot r^i = \frac{a(r^{n+1}-1)}{r-1}$

CASO BASE $P(0)$: $\sum_{i=0}^{0} a\cdot r^0 = \frac{a(r^{0+1}-1)}{r-1}$

$a = \frac{a\cdot\cancel{(r-1)}}{\cancel{r-1}}$ Verificato

CASO INDUTTIVO. Ipotesi $P(n)$ Tesi $P(n+1) = \sum_{i=0}^{i+1} a\cdot r^{(i+1)} = \frac{a(r^{(n+2)}-1)}{r-1}$

$\sum_{i=0}^{i+1} = \frac{a\cdot(r^{n+1}-1)}{r-1} + a\cdot r^n$

Per ipotesi induttiva

$ar^{n+1}\cdot a^r = ar^{n+2}$

$\frac{a\cdot(r^{n+1}-1)\cdot ar^n}{r-1} = \frac{ar^{n+1} - a \cdot ar^n}{r-1} = \frac{ar^{n+2}-a}{r-1} = \frac{a(r^{n+2}-1)}{r-1}$ Verificata

$\square$

L15 • 2023-11-06

1. Dimostrare che $5^n - 1$ è divisibile per 4 $\forall n \geq 1$

Ovvero $P(n) \Rightarrow 4 \mid 5^n - 1 \quad \forall n \geq 1$

- CASO BASE $P(1) \Rightarrow 4 \mid 5^1 - 1$

$\Rightarrow 4 \mid 4$ Verificata

- CASO IND. IPOTESI $= P(n)$, TESI $P(n+1) \Rightarrow 4 \mid 5^{(n+1)} - 1$

Per ipotesi induttiva, se $P(n)$ allora $P(n+1)$ è rappresentabile come: $\Rightarrow 4 \mid 5^n \cdot 5 - 1$

$\Rightarrow 4 \mid 5^n \cdot 4 ?$

$\underbrace{4 \mid 5^n - 1}_{\text{Per ipotesi induttiva}} \cdot (\underbrace{5-1}_{4}) \Rightarrow 4 \mid 4 \cdot \underbrace{(5^n - 1)}_{\in \mathbb{Z}}$

Per def. di divisibilità è divisibile per 4

2. Dimostrare che, se $|X| = n$, allora $|\mathcal{P}(x)| = 2^x$ per ogni $n \geq 0$

$P(n) \Rightarrow |\mathcal{P}(X)| = 2^n \quad \forall n \geq 0 \in \mathbb{N}$

- CASO BASE $P(0)$: $|X| = 0 \models P(0) \Rightarrow |\mathcal{P}(x)| = 2^0 = 1$ Verificata

$X = \emptyset$

- CASO INDUTTIVO IPOTESI $P(n)$, TESI $P(n+1) \Rightarrow |X| = n+1 \models |\mathcal{P}(x)| = 2^{n+1}$

Per Ipotesi induttiva, $P(n+1) \Rightarrow |X| = n+1 \models |\mathcal{P}(x)| = \underbrace{2^n}_{\text{Per ipotesi induttiva}} + 2^n$

$\models 2 \cdot 2^n$

$\models 2^{n+1}$ Verificata

L16 •

1) Dato $H_k = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \dots + \frac{1}{k}$ per tutti i $k \geq 1$, provare che

$H_{2^n} \geq 1 + \frac{n}{2}$

H_k può essere definito come $\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{n} \quad \forall k \geq 1 \in \mathbb{N}$

Si vuole quindi dimostrare che $\sum_{i=1}^{2^n} \frac{1}{2^n} \quad \forall n \geq 0 \quad \geq 1 + \frac{n}{2}$

- CASO BASE ($n = 0$)

$1 + \frac{1}{2^0} \geq 1 + \cancel{\frac{0}{2}}$ Verificata

- CASO INDUTTIVO Ipotesi $P(n)$ Tesi $P(n+1) \Rightarrow \sum_{i=1}^{2^{n+1}} \frac{1}{2^{n+1}} \geq 1 + \frac{n+1}{2}$

$$\sum_{i=1}^{2^{n+1}} \frac{1}{2^{n+1}} = \sum_{i=1}^{2^n} \frac{1}{2^n} + \Big(\underbrace{\frac{1}{2^n} + \dots + \frac{1}{2^n}}_{2^n \text{ volte}} \Big) \geq 1 + \frac{n}{2} + \Big(\frac{1}{2^n} \dots + \dots + \frac{1}{2^n} \Big)$$

$$\geq 1 + \frac{n}{2} + \frac{\cancel{2^n}}{\cancel{2^n}} 1$$

$$\geq 1 + \frac{n+1}{2}$$ Verificata

FDI • L18

1) Data la sequenza $c_1 = 0$ $c_n = c_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} + n$ $\forall n \geq 1$ dim $c_n < 2n$

CASO BASE $n=1$

$0 < 2$ verificato

CASO IND. IP: $P(1) \dots P(n)$ TH: $P(n+1)$

$c_{\lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor} + (n+1) < n+1 \cdot 2$

$c_{\frac{n+1}{2}} < \frac{n+1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2}$ per ip ind forte

$\underbrace{c_{\frac{n+1}{2}} + (n+1)}_{c_{n+1}} < 2(n+1)$ Verificata

FDI • 2-19

1) Se f e g sono iniettive, allora $f \circ g$ è iniettiva

Dati 2 insiemi X, Y, $x\, f(x)$ $x \in X$ è iniettiva e $g(y)$ $y \in Y$ è iniettiva allora $f = \{(x,y) \in V \mid \forall_x \exists! y \in V\}$ ma se $g: Y \to X$ è iniettiva allora ad ogni elem. di X corrisponde 1 elem di Y. Ora è biettiva e $f = g^{-1}$

FDI • ESERCIZI DI REVISIONE CAPITOLO

1. $2 + 4 + \dots + 2n = n(n+1)$

$\sum_{i=1}^{n} 2i = n(n+1)$

CASO BASE $n=1$

$2 = 1 \cdot (1+1) \Rightarrow 2 = 2$ Verificata

CASO IND: IPOTESI $\Rightarrow \sum_{i=1}^{n} 2i = n(n+1)$

TESI $= \sum_{i=1}^{n+1} 2i = (n+1)(n+2)$
$= n^2 + 2n + n + 2$

Per ip. Ind: $\sum_{i=1}^{n+1} 2i = n(n+1) + 2(n+1)$
$= n^2 + n + 2n + 2$
Verificata

2. $2^{n+1} < 1 + (n+1) \cdot 2^n$

CASO BASE $P(0)$

$2^1 < 1 + 1 \cdot 2^0$

$2 < 3$ Verificata

CASO IND. IPOTESI: $2^{n+1} < 1 + (n+1) \cdot 2^n$

TESI: $2^{n+2} < 1 + (n+2) \cdot 2^{n+1}$
$< 1 + 2n^{n+1} + 2^{n+2}$

Per ipotesi ind: $2^{n+1} < (1 + (n+1) \cdot 2^n) + (1 + (n+2) \cdot 2^{n+1})$
$(n+2) \cdot 2^n \cdot 2$

$2^{n+1} < 2 + 2n^n + 2^n + 2^n + 8^n$

$2^{n+1} <$

FDI • L20 - 2023-11-21

1. Example 3.2.7 Define a sequence s as

$$s_n = 2^n + 4 \cdot 3^n \qquad n \geq 0.$$

(a) Find s_0.
(b) Find s_1.
(c) Find a formula for s_i.
(d) Find a formula for s_{n-1}.
(e) Find a formula for s_{n-2}.
(f) Prove that $\{s_n\}$ satisfies

$$s_n = 5s_{n-1} - 6s_{n-2} \qquad \text{for all } n \geq 2.$$

a) $S_0 = 2^0 + 4 \cdot 3^0 = 5$

b) $S_1 = 2 + 4 \cdot 3 = 14$

c) $S_i = 2^i + 4 \cdot 3^i \quad i \geq 0$

d) $S_{n-1} = 2^{(n-1)} + 4 \cdot 3^{(n-1)} \quad n \geq 0$

e) $S_{n-2} = 2^{(n-2)} + 4 \cdot 3^{(n-2)} \quad n-2 \geq 0$

f) CASO BASE $n=2$

$S_2 = 2^2 + 4 \cdot 3^2 = 4 + 36 = 40$ ora $40 = 5 \cdot 14 - 6 \cdot 5 = 70 - 30 = 40$ Verificato

CASO INDUTTIVO $P(n)$

Ipotesi: $S_n = 5 \cdot S_{n-1} - 6 S_{n-2}$

Tesi: $S_{(n+1)} = 5 \cdot S_n - 6 \cdot S_{n-1}$

Per induzione forte, per ipotesi induttiva $P(1) \dots P(n)$ sono validi

$S_{(n+1)} =$??? NON PORTA A NIENTE

$=$

F) Dimostrazione Diretta:

$S_n = 5 \cdot S_{n-1} - 6 \cdot S_{n-2} \quad \forall n \geq 2$

$S_n = 5 \cdot (2^{n-1} + 4 \cdot 3^{(n-1)}) - 6 \cdot (2^{n-2} + 4 \cdot 3^{n-2})$

$S_n = 10 \cdot 2^{n-1} + 20 \cdot 3^{n-1} - 12 \cdot 2^{n-2} - 24 \cdot 3^{n-2}$

$= 5 \cdot 2^n - 3 \cdot 2^n - 8 \cdot 3^{n-1} + 20 \cdot 3^{n-1}$

$= 2^n - 12 \cdot 3^{n-1}$

$= 2^n - 4 \cdot 3^n$

$2^n - 4 \cdot 3^n$

2. Se R ed S sono relazioni d'ordine riflessive, $R \cup S$ è riflessiva?

R è riflessiva $\longleftrightarrow$ $aRa \in R \quad \forall a$

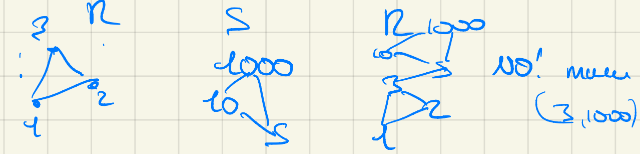
S ″ $\longleftrightarrow$ $bRb \in S \quad \forall b$

Se R, S sono riflessive, allora $R \cup S$ sono riflessive

In maniera inversa, se $R \cup S$ sono riflessive, allora R ed S sono singolarmente riflessive

3. Se R, S sono transitive determina se
$R \cup S$ è transitiva
$R \cap S$ ″
$R \circ S$ ″

a) $(1,2),(2,3),(3,2)$ $(5,10),(10,1000),(5,1000)$



NO! manca $(3,1000)$

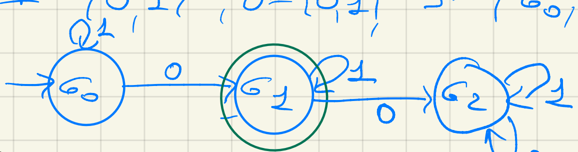
b)

FDI • L27 - Automi e Macchine a stati finiti deterministici

Pag 573 es 25

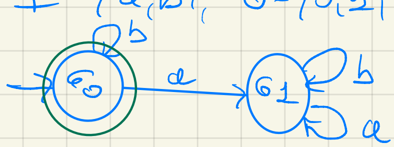
1) Disegnare una macchina a stati finiti che scrive in
- Output 1 quando vede in input il primo 0 e fin quando vede un altro 0 dopodiché manda in out 0
- Output 0 in tutti le altre casistiche

$I = \{0, 1\}, \; O = \{0, 1\} \quad S = \{\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2\}$



2) Disegnare una macchina a stati finiti che accetta precisamente le stringhe sull'insieme $\{a, b\}$ che non contengono 'a'

$I = \{a, b\}, \; O = \{0, 1\}, \; S = \{\sigma_0, \sigma_1\} \quad \sigma = \sigma_0$



$A = \{\sigma_0\}$

$w = \underbrace{bb \dots}_{\sigma_0} \underbrace{a \dots}_{\sigma_1}$

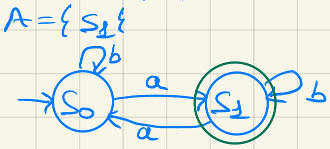
FDI • L26 - Automi e Macchine a stati finiti deterministici

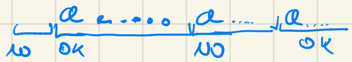
3) Disegnare una macchina a stati finiti che accettano le stringhe in $\{a,b\}$ che contengono un numero dispari di 'a'.

$I=\{a,b\}$, $O=\{0,1\}$, $S=\{S_0, S_1\}$

a pari, a disp.

$A=\{S_1\}$





FDI • L27 - Linguaggi e Grammatiche

1. Definire la grammatica per generare il seguente linguaggio $L(G_2)=\{a^k b b^k \mid k \in N\}$?

$N=\{\sigma, A, B\}$, $T=\{a,b\}$ $\quad P=\{\sigma \to Aa,\ A \to Ba,\ B \to Aa,\ B \to Ab,\ A \to Bb,\ A \to \varepsilon,\ B \to \varepsilon\}$

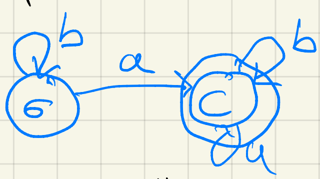
$\sigma=\sigma$ $\quad P=\{\sigma \to AabbB,\ B \to Bb,\ A \to Aa,\ B \to \varepsilon,\ A \to \varepsilon\}$

2. Date $N=\{\sigma, S\}$, $T=\{a,b\}$ $P=\{\sigma \to b\sigma,\ \sigma \to aS,\ S \to bS,\ S \to b\}$ è regolare? Sì

$A \to a$, $A \to aB$, $A \to \varepsilon$

3. Partendo dalla seguente grammatica, Definire l'automa
$T=\{a,b\}$ $N=\{\sigma, C\}$ $\sigma=\sigma$

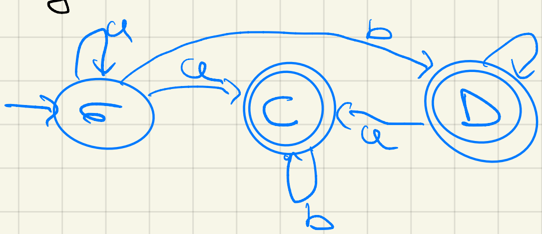
$P=\{\sigma \to b\sigma,\ \sigma \to aC,\ C \to bC,\ C \to b\}$



$A=(I, S, A, f, \sigma)$

a,b $\quad$ σ,C $\quad$ C $\quad$ σ

4. Disegnare l'automa a stati finiti ND



The transition diagram of the nondeterministic finite-state automaton

$\mathcal{I}=\{a,b\}$, $\mathcal{S}=\{\sigma, C, D\}$, $\mathcal{A}=\{C, D\}$

with initial state σ and next-state function

$\mathcal{S}$ \ $\mathcal{I}$	f: a	f: b
σ	$\{\sigma, C\}$	$\{D\}$
C	$\varnothing$	$\{C\}$
D	$\{C, D\}$	$\varnothing$

RECAP: L7 • Proposizioni e tavole di verità

p	q	p∨q	¬p	p∨q∧¬p	p∧q	¬p∨q	(p∧q)∨(¬p∨q)	(¬p∨q)∨p
0	0	0	1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1	1	1	1

$\neg(P\wedge Q)\vee(\neg P\vee R)$ De Morgan!

$\cancel{(\neg P\wedge\neg Q)\vee(\neg P\vee R)}$

$\cancel{\neg P\wedge(\neg Q\vee R)\rightarrow(\neg P\wedge\neg Q)\vee(\neg P\vee R)}$

$(\neg P\vee\neg Q)\vee(\neg P\vee R)$

$\neg(\neg P\vee\neg Q)\wedge\neg(\neg P\vee R)$

$(P\wedge Q)\wedge(P\wedge R)$

$(\neg P\vee Q)\vee P \Rightarrow \cancel{(\neg P\vee P)}\vee(Q\vee P)$

$\cancel{\neg(P\wedge Q)\vee(R\wedge\neg Q)}$

$(\neg P\wedge\neg Q)\vee(R\wedge\neg Q)$

$(\neg P\vee R)\wedge\neg Q$

Dimenticato di De-Morgan

$\overline{A\cap B}=\bar{A}\cup\bar{B}$ quindi

$\neg(P\wedge Q)=\neg P\vee\neg Q$

$(\neg P\vee\neg Q)\vee(R\wedge\neg Q)$

$\neg P\vee(\neg Q\vee(R\wedge\neg Q))$

$\neg Q\vee R\wedge\cancel{\neg Q\vee\neg Q}$

$(\neg P\vee\neg Q)\vee(\neg P\vee R)$

P	Q	R	¬P	¬Q	¬P∨¬Q	R∧¬Q	(¬P∨¬Q)∨(R∧¬Q)	¬P∨R	(¬P∨Q)∨(¬P∨R)
0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	1	1

RECAP • 28 - PROPOSIZIONI IPOTETICHE: EQUIVALENZE

$P=p\wedge q,\ Q=\neg p\vee\neg q\ \models P\equiv Q$ $\neg(\neg p\vee\neg q)\rightarrow\neg\neg p\wedge\neg\neg q=p\wedge q$

p	q	p∧q	¬p	¬q	¬p∨¬q	
0	0	0	1	1	1	?
0	1	0	1	0	1	
1	0	0	0	1	1	
1	1	1	0	0	0	

$P=p\rightarrow q\quad Q=\neg p\vee q\ \models P\equiv Q$?

Implica Falsa solo quando la p è vera e q è Falsa, oppure vera quando la premessa è Falsa / la conclusione è vera.

$P=p\wedge(q\vee r),\ Q=(p\vee q)\wedge(p\vee r)$

$\models P\equiv Q$?

$P=(p\wedge q)\vee(p\wedge r)\quad Q=p\vee(q\wedge r)$

$P=p\rightarrow q,\ Q=\neg q\rightarrow\neg p\ \models P\equiv Q$?

$\neg p\vee q\quad \cancel{\neg}\neg q\vee\neg p$

p	q	r	q∨r	p∧(q∨r)	p∨q	p∨r	(p∨q)∧(p∨r)
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Varia quando $\neg p\wedge q\wedge r$ e $p\wedge\neg q\wedge\neg r$

RECAP • 2a - Regole di Inferenza

$(p \to q \land q \to r) \to r \to p$

$(\neg p \lor q) \land (\neg q \lor r) \to \neg r \lor p$

?

$(\neg p \lor r) \to (\neg r \lor p)$

$\neg(\neg p \lor r) \lor \neg(\neg r \lor p)$

$p \land \neg r \lor r \land \neg p$

$\neg((\neg p \lor q) \land (\neg q \lor r)) \lor (\neg r \lor p)$

$\neg(\neg p \lor q) \lor \neg(\neg q \lor r) \lor (\neg r \lor p)$

$(p \land \neg q) \lor (q \land \neg r) \lor (\neg r \lor p)$

p	q	r	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$p \land \neg q$	$q \land \neg r$	$\neg r \lor p$	
0	0	0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1	1	1

$(p \lor q) \land \neg p \to q$

$\neg((p \lor q) \land \neg p) \lor q$

$\neg(p \lor q) \lor p \lor q$

$(\neg p \land \neg q) \lor p \lor q$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \land \neg q$	R
1	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1

$(p \land q) \land \neg p \to q \Rightarrow \neg((p \land q) \land \neg p) \lor q \Rightarrow (\neg(p \land q) \lor p) \lor q \Rightarrow \neg p \lor \neg q \lor p \lor q$

$(p \to q \land q \to r) \to r \to p \Rightarrow \neg((p \to q) \land (q \to r)) \lor (r \to p) \Rightarrow (\neg(p \to q) \lor \neg(q \to r)) \lor (r \to p)$

$\Rightarrow (\neg(p \to q) \lor \neg(q \to r)) \lor (r \to p) \Rightarrow (\neg(\neg p \lor q) \lor \neg(\neg q \lor r)) \lor (\neg r \lor p) \Rightarrow ((p \land \neg q) \lor (q \land \neg r)) \lor (\neg r \lor p)$

$(p \lor \neg r) \lor (\neg r \lor p)$

p	q	r	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$p \land \neg q$	$q \land \neg r$	$(p \land \neg q) \lor (q \land \neg r)$	$\neg r \lor p$	r
0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1

RECAP • L9 - INFERENZA (CONTINUA)

$((p \to r) \land (p \to q)) \to p \to (r \land q)$

$\neg((p \to r) \land (p \to q)) \lor (p \to (r \land q))$
$\neg(p \to r) \lor \neg(p \to q) \lor (\neg p \lor (r \land q))$
$\neg(\neg p \lor r) \lor \neg(\neg p \lor q) \lor (\neg p \lor (r \land q))$
$(p \land \neg r) \lor (p \land \neg q) \lor (\neg p \lor (r \land q))$
$p \land (\neg r \lor \neg q) \lor \neg p \lor (r \land q)$

$\neg p$	p	q	r	$\neg r$	$\neg q$	$\neg r \lor \neg q$	$r \land q$	$p \land (\neg r \lor \neg q)$	$\neg p \lor (r \land q)$
1	0	0	0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0	1

$(p \to (r \lor q) \land r \to \neg q) \to (p \to r)$
$\neg(p \to (r \lor q) \land r \to \neg q) \lor (\neg p \lor r)$
$\neg(p \to r \lor q) \lor \neg(r \to \neg q) \lor (\neg p \lor r)$
$\neg(\neg p \lor (r \lor q)) \lor \neg(\neg r \lor \neg q) \lor (\neg p \lor r)$
$p \land \neg(r \lor q) \lor (r \land q) \lor (\neg p \lor r)$
$p \land \underbrace{(\neg r \land \neg q) \lor (r \land q)} \lor (\neg p \lor r)$

$\overline{A \land B} = \overline{A} \lor \overline{B}$
$\overline{A \lor B} = \overline{A} \land \overline{B}$

$(p \to r \land r \to q) \to q$
$\neg(p \to r \land r \to q) \lor q$
$\neg(p \to r) \lor \neg(r \to q) \lor q$
$\neg(\neg p \lor r) \lor \neg(\neg r \lor q) \lor q$
$(p \land \neg r) \lor (r \land \neg q) \lor q$
$p = F,\ q = F,\ r = F$

$p \land \neg(\neg r \land \neg q) \land \neg(r \land q) \lor (\neg p \lor r)$
$p \land \underbrace{(r \lor q) \land (\neg r \lor \neg q)}_{\text{contraddizione!}} \lor (\neg p \lor r)$

$(\neg r \to \neg p \land r) \to p$
$\neg((\neg r \to \neg p) \land r) \lor p$
$\neg(\neg r \to \neg p) \lor \neg r \lor p$
$\neg(r \lor \neg p) \lor \neg r \lor p$
$(\neg r \land p) \lor \neg r \lor p \qquad P = F,\ R = V$

$p \to r \land r \to q \land p \to q$
$\neg(p \to r \land r \to q \land p) \lor q$
$\neg(p \to r \land r \to q) \lor \neg p \lor q$
$\neg((\neg p \lor r) \land (\neg r \lor q)) \lor \neg p \lor q$
$\neg(\neg p \lor r) \lor \neg(\neg r \lor q) \lor \neg p \lor q$
$(p \land \neg r) \lor (r \land \neg q) \lor \neg p \lor q \qquad p = T,\ q = F,$

RECAP - L10 • QUANTIFICATORI

$x^2 = a - y^2 \Rightarrow \cancel{a - y^2} + y^2 = a \cdot \frac{1}{y^2}$

$y^2 = a \cdot \frac{1}{y^2} - a$

$\neg(x < y) \lor (x^2 < y^2)$
$x \geq y \lor (x^2 < y^2)$

$0 \geq y \lor 0^2 < y$

RECAP • LE-L11

1) $((p \to q \lor r) \land (p \lor \neg q) \land r \lor q) \to q$ è valida?

$\neg((p \to q \lor r) \land (p \lor \neg q) \land r \lor q) \lor q$

$\neg((p \to q \lor r) \land (p \lor \neg q) \lor \neg(r \lor q) \lor q$

$\neg(p \to q \lor r) \lor \neg(p \lor \neg q) \lor (\neg r \land \neg q) \lor q$

$\neg(\neg p \lor (q \lor r)) \lor (\neg p \land q) \lor (\neg r \lor \neg q) \lor q$

$(p \land \neg(q \lor r)) \lor (\neg p \land q) \lor (\neg r \lor \neg q) \lor q$

$p \land (\neg q \land \neg r) \lor (\neg p \land q) \lor (\neg r \lor \neg q) \lor q$

$(p \land \neg q) \lor (p \land \neg r) \lor (\neg p \land q) \lor (\neg r \lor \neg q) \lor q$

$(p \land \neg q) \lor (p \land \neg r) \lor (\neg p \land q) \lor (\neg r \lor q) \lor (\cancel{\neg q \lor q})$

$r = T,\ q = F,\ p = F$

$-1 = y^2$

$y = \sqrt{-1}$

RECAP • L13

$z_y \subseteq y$

$P(x) = \{\emptyset, x, \dots\}$, $P(y) = \{\emptyset, y, \dots\}$, $x \cup y = \{z \mid z \in x \lor z \in y\}$

$P(x) \cup P(y) = \{\emptyset, x, y,$ $\qquad P(x \cup y) = \{\emptyset, x \cup y, x, y, z_y, z_x$

Siano X, Y insiemi e P(X) l'insieme dei sottoinsiemi Z di X: ovvero l'insieme degli insiemi Z tali che Z⊆X. Provate che **non è vero** che per tutti gli X, Y vale:

P(X ∪ Y) ⊆ P(X) ∪ P(Y)

Sappiamo che $x \cup y = \{z \mid z \in x \lor z \in y\}$, Definiamo W l'insieme dei sotto-insiemi di y

$P(x) = \{\emptyset, x, Z\}$, $P(y) = \{\emptyset, y, W\}$ $\quad P(x \cup y) = \{\emptyset, x \cup y, x, y, W, Z\}$

$P(x) \cup P(y) = \{\emptyset, x, Z, y, W\}$ ma $P(x \cup y)$ contiene anche $x \cup y$, per cui non è valida

Siano X, Y insiemi e P(X) l'insieme dei sottoinsiemi Z di X: ovvero l'insieme degli insiemi Z tali che Z⊆X. Provate che

P(X) ∩ P(Y) = P(X ∩ Y)

$x \cap y = \{z \mid z \in x \land z \in y\}$, Definiamo

- Z_x come l'insieme dei sotto-insiemi di X escluso $\emptyset$ e X stesso
- Z_y // di y escluso $\emptyset$ e y stesso

$\Big] \; Z_{xy} = \bigcup_{i=0}^{n} = z_i \in Z_x \land z \in Z_y$

$P(x) = \{\emptyset, x, Z_x\}$, $P(y) = \{\emptyset, y, Z_y\}$, $P(x \cap y) = \{\emptyset, x \cap y, Z_{xy}\}$

$P(x) \cap P(y) = \{\emptyset, x \cap y, Z_{xy}\}$

RECAP • 2 1 4

Supponiamo che A Δ B, la differenza simmetrica tra due insiemi A e B, sia definita come A Δ B = (A ∪ B) − (A ∩ B), ovvero l'insieme degli elementi che appartengono ad A oppure B, ma non a entrambi.

Provate che A Δ B = (A − B) ∪ (B − A) per tutti gli insiemi A e B.

$A \setminus B = \{a \in A \mid a \notin B\}$ $\quad (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{z \mid (z \in A \land z \notin B) \lor (z \in B \land z \notin A)\}$

$B \setminus A = \{b \in B \mid b \notin A\}$

$\updownarrow$ uguali

$(z \in A \lor z \in B) \land (z \in A \land z \in B)$

$A \cup B = \{z \mid z \in A \lor z \in B\}$ $\quad (A \cup B) \setminus (A \cap B) = \{z \mid z \in A \cup B \land z \notin A \cap B\}$

$A \cap B = \{z \mid z \in A \land z \in B\}$ $\quad (z \in A \lor z \in B) \land (z \notin A \lor z \notin B)$

Supponiamo che A Δ B, la differenza simmetrica tra due insiemi A e B, sia definita come A Δ B = (A − B) ∪ (B − A) per tutti gli insiemi A e B.

Provate che se x∈(A Δ B) Δ C allora x appartiene esattamente a **un** insieme oppure esattamente a **tre** insiemi tra A,B,C.

Si vuole provare che: $A \Delta B \models x \in (A \Delta B) \Delta C \leftrightarrow (x \in A \land x \notin B \cup C) \lor (x \in B \land x \notin A \cup C) \lor (x \in C \land x \notin A \cup B) \lor x \in A \cap B \cap C$

Caso 1: Assumendo che $x \in (A \Delta B) \Delta C$

ovvero $x \in ((A-B) \cup (B-A)) \Delta C$ ovvero $x \in ((A-B) \cup (B-A)) - C \ \cup\ (C - ((A-B) \cup (B-A)))$

ovvero $((x \in A \land x \notin B) \lor (x \notin A \land x \in B)) \land x \notin C \ \cup\ (x \in C) \land x \notin ((x \in A \land x \notin B) \cup (x \in B \land x \notin A))$

ovvero $(\underbrace{(x \in A \land x \notin B \land x \notin C)}_{x \in A \land x \notin B \cup C} \lor \underbrace{(x \in B \land x \notin A \land x \notin C)}_{\lor\ x \in B \land x \notin A \cup C}) \cup (x \in C \land x \notin A) \lor (x \in C \land x \notin B) \lor x \in A \cap B \cap C)$

$\lor\ x \in C \land x \in A \cup B$

Verificata

Caso 2: Assumendo che $x \in (x \in A \land x \notin B \cup C) \lor (x \in B \land x \notin A \cup C) \lor (x \in C \land x \notin A \cup B) \lor x \in A \cap B \cap C$

Essendo le 2 espressioni equivalenti per il caso 1 è verificata

$\square$

Supponiamo che A Δ B, la differenza simmetrica tra due insiemi A e B, sia definita come A Δ B = (A − B) ∪ (B − A) per tutti gli insiemi A e B.

Provate che se x∈(A Δ B) Δ C è falso allora x appartiene esattamente a **zero** oppure esattamente a **due** insiemi tra A,B,C.

Si vuole dimostrare che:

$\neg(x \in (A \Delta B) \Delta C) \longleftrightarrow (x \notin A \cup B \cup C) \lor (x \in A \cap B \land x \notin C) \lor (x \in A \cap C \land x \notin B) \lor (x \in B \cap C \land x \notin A)$

$\neg(((x \in A \land x \notin B \cup C) \lor (x \in B \land x \notin A \cup C) \lor (x \in C \land x \notin A \cup B)) \lor x \in A \cap B \cap C)$

sse $\neg((x \in A \land x \notin B \cup C) \lor (x \in B \land x \notin A \cup C) \lor (x \in C \land x \notin A \cup B)) \land \neg(x \in A \cap B \cap C)$

sse $\neg((x \in A \land x \notin B \cup C) \lor (x \in B \land x \notin A \cup C)) \land \neg(x \in C \land x \notin A \cup B) \quad \land\ x \notin A \cap B \cap C$

sse $\neg(x \in A \land x \notin B \cup C) \land \neg(x \in B \land x \notin A \cup C) \land (x \notin C \lor x \in A \cap B) \quad \land\ (x \notin A \cap B \cap C)$

sse $(x \notin A \lor x \in B \cap C) \land (x \notin B \lor x \in A \cap C) \land (x \notin C \lor x \in A \cap B) \quad \land\ (x \notin A \cap B \cap C)$

che corrisponde alla conclusione, verificata.

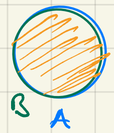
RECAP • 115

Provate che per tutti gli insiemi A, B abbiamo (A/\B=A) --> (A\/B=B)

Caso 1 Assumendo che $A \cap B = A$

se $A \cap B = A$, vuol dire che $A = B$

allora, se $A = B$ $A \cup B \equiv B \cup B$ che è equivalente a B



$A \cap B = A$

Caso 2 $A \cup B = B$

Analogamente, se $A \cup B = B$, allora $A = B$ quindi

$A \cap B \equiv A \cap A \rightarrow A \cap B = A$ perché $A \cap A = A$ Verificato $\square$

Provate che per tutti gli insiemi A, B abbiamo che:

(A incluso in B) --> (A /\ B = A)

$A \subseteq B \rightarrow A \cap B = A$

Caso 1: $A \subseteq B$ Assioma: $A \cap B = \{x \mid x \in A \land x \in B\}$

$A \subseteq B$ sse $\forall_a \in A (a \in B) = X$

sse $X = \{a \mid a \in A \land a \in B\}$

sse $X \equiv A \cap B$ Verificato

Caso 2 $A \cap B = A$

$A \cap B$ sse $A \cap B \doteq \{x \mid x \in A \land x \in B\} = A$

sse $A \cup B = \{x \mid x \in A\}$

sse $A \subseteq B$ Verificato $\square$

$A \to B, C \to D \models A \land C \to C \land D$

$\neg A \lor B \land \neg C \lor D \models \neg(A \land C) \lor (C \land D)$

$(\neg A \lor B) \land (\neg C \lor D) \models (\neg A \lor \neg C) \lor (C \land D)$

$\models$

$A = T, C = T, D = F$

$B = F$

Provate la seguente equivalenza. Per tutti i numeri reali x,d, abbiamo |x| < d se e solo se -d < x < +d.

Ovvero: $\forall_x \forall_d (|x| < d \longleftrightarrow -d < x < +d)$ in $\langle \mathbb{R} \rangle$

$-d \quad |x| \quad d$

Caso 1 Assumo che $|x| < d$

$|x| < d$ sse

$- x < 0$, $x \cdot -1 < d$ sse $-(x \cdot -1) > d \cdot -1$ sse $x > -d$

$- x \geq 0$, $x < d$ $-(x) > -d$ sse $-x > -d$

Entrambe sono maggiori di x. Verificato

Caso 2: Assumo che $-d < x < +d$

$-d < x < +d$ sse $-d < x \land x < d$ sse $-1 \cdot d > x \cdot -1 \land -1 \cdot x > -1 \cdot d$

$d > -x \land -x > -d$

Ma se $-d < x < d$ e $-d < -x < d$ sse $-d < -x < d$

allora $-d < |x| < d$ ovvero

$-d < |x| \land |x| < d$ Verificato $\square$

$a | b \Rightarrow b = a \cdot k$ $a | c \Rightarrow c = k_a \cdot a$

$a | b \land b | c \models a | c$?

$b | c \Rightarrow c = k_b \cdot b$

$c = k_b \cdot a \cdot k$ $k_b \cdot k \in \mathbb{Z} = k_a$

$c = k_a \cdot a$

$\neg((1+1=3) \land (2+1=4 \lor 1=2))$

$\neg(1+1=3) \lor \neg(2+1=4 \lor 1=2)$

$\neg(1+1=3) \lor \neg(2+1=4) \land \neg(1=2)$

$\neg(1+1=3 \lor (2+1=4 \land 1=2))$

$\neg(1+1=3) \land \neg(2+1=4 \land 1=2)$

$\neg(1+1=3) \land \neg(2+1=4) \lor \neg(1=2)$

$\neg((1+1=3) \rightarrow (2+1=4 \lor 1=2))$

$\neg(\neg(1+1=3) \lor (2+1=4 \lor 1=2))$

$(1+1=3) \land \neg((2+1=4) \lor (1=2))$

$(1+1=3) \land \neg(2+1=4) \land \neg(1=2)$

RECAP • 2-13-16

$A \to B, B \to C \models C \to A$

$(\neg A \lor B) \land (\neg B \lor C) \models \neg C \lor A$

$(\neg A \lor C) \models \neg C \lor A$

$\models (\neg A \lor C) \land (\neg C \lor A)$ contraddizione

$A \to B, C \to D \models A \land C \to C \land D$

$(\neg A \lor B) \land (\neg C \lor D) \models \neg(A \land C) \lor (C \land D)$

$\models (\neg A \lor B) \land (\neg C \lor D) \land (\neg A \lor \neg C) \lor (C \land D)$

$\models \neg A \land (\neg C \lor D)$

$\exists_x (4|x) \to \forall_x (4 \nmid x)$

$< 2\mathbb{Z}$

$\exists_x (2|x \to 4|x)$

$\forall x(\neg(2 \nmid x \lor 4|x))$

$\forall x(\neg(2 \nmid x) \land \neg(4|x))$

$\forall x(2|x \land 4 \nmid x)$

$\exists x(2|x \land 4|x)$

$\forall x(\neg((2|x) \land (4|x)))$

$\forall x(\neg(2|x) \lor \neg(4|x))$

$\forall x(2 \nmid x \lor 4 \nmid x)$

$\forall_x (4|x \to 2|x)$

$\exists x(\neg(4 \nmid x \lor 2|x))$

$\exists x(4|x \land 2 \nmid x)$

$(G \lor A) \to (H \to B) \land (H \to (H \land B)) \to \neg K \models G \to \neg K$

$\neg(G \lor A) \lor (\neg H \lor B) \land \neg(\neg H \lor (H \land B)) \lor K \models \neg G \lor K$

$(\neg G \land \neg A) \lor (\neg H \lor B) \land (H \land \neg(H \land B)) \lor K \models //$

$(\neg G \land \neg A) \lor (\neg H \lor B) \land (H \land (\neg H \lor B)) \lor K \models //$

$(\neg G \land \neg A) \lor (\neg H \lor B) \land ((\underbrace{H \land \neg H}_{F} \lor (H \land B)) \lor K \models$? Non valida

$(G \to B) \land (\neg G \to N) \land (B \lor \neg N) \models N \lor \neg B$

$(\neg G \lor B) \land (G \lor N) \land (B \lor \neg N) \models //$

$(B \lor N) \land (B \lor \neg N) \models N \lor \neg B$

$\underline{B \land B}, \models N \lor \neg B$

<u>Sempre Vero</u>

$B \models (B \lor C) \land (B \lor D)$

T ∧ T <u>si</u>

$I \to (J \to K) \models (I \to J) \to K$

$\neg I \lor (\neg J \lor K) \models \neg(\neg I \lor J) \lor K$

$\models (I \land \neg J) \lor K$

$I = F$, $J = V$, $K = F$ ← Non Valida

$(D \lor F) \land (K \to \neg F) \models \neg F \to (D \lor K)$

$(D \lor F) \land (\neg K \lor \neg F) \models F \lor (D \lor K)$

$(D \lor \neg K) \models (D \lor K)$ Non Valido per $D = F$ e $K = F$

$H \to (D \to (B \lor P)) \land (D \lor P) \models H \to P$

$\neg H \lor (\neg D \lor (B \lor P)) \land (D \lor P) \models \neg H \lor P$

$\neg H \lor (\neg D \lor B) \lor (\neg D \lor P) \land (D \lor P) \models //$

$\neg H \lor (\neg D \lor B) \lor (\neg D) \land P \models \neg H \lor P$

$N \to (D \to P) \land (N \to D) \models N \to P$

$\neg N \lor (\neg D \lor P) \land (\neg N \lor D) \models \neg N \lor P$

$\neg N \lor (P \lor \neg N) \models$

$\cancel{\neg N \lor \neg N}\ \neg N \lor P \models \neg N \lor P$