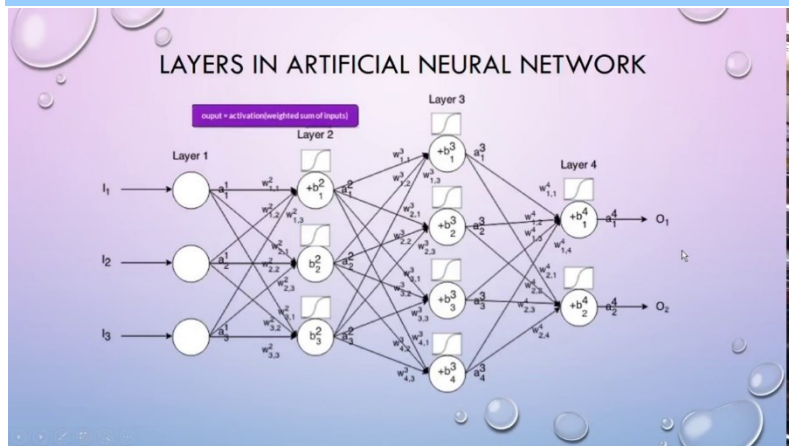
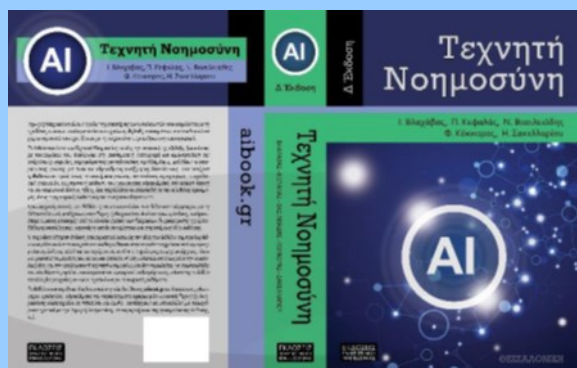


# Κεφάλαιο 19



## Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (Artificial Neural Nets)



Τεχνητή Νοημοσύνη - Δ' Έκδοση-Εκδόσεις Πανεπιστημίου Μακεδονίας  
ISBN: 978-618-5196-44-8 - <https://aikoob.gr/>  
Ι. Βλαχάβας, Π. Κεφαλάς, Ν. Βασιλειάδης, Φ. Κόκκορας, Η. Σακελλαρίου.

Ι. Βλαχάβας, καθηγητής  
Τμήμα Πληροφορικής, ΑΠΘ



# Εισαγωγή

- ❖ Τα νευρωνικά δίκτυα (ΝΔ) είναι μια ιδιαίτερη προσέγγιση στη δημιουργία συστημάτων με νοημοσύνη καθώς αποφεύγουν να αναπαραστήσουν ρητά τη γνώση και να υιοθετήσουν ειδικά σχεδιασμένους αλγόριθμους αναζήτησης.
- ❖ Βασίζονται σε βιολογικά πρότυπα καθώς χρησιμοποιούν δομές και διαδικασίες που μιμούνται τις αντίστοιχες του ανθρώπινου εγκέφαλου.



# Βιολογικός Νευρώνας

❖ **Νευρώνας:** Η δομική μονάδα του εγκεφάλου.

❑ **Σώμα:** Ο πυρήνας του νευρώνα.

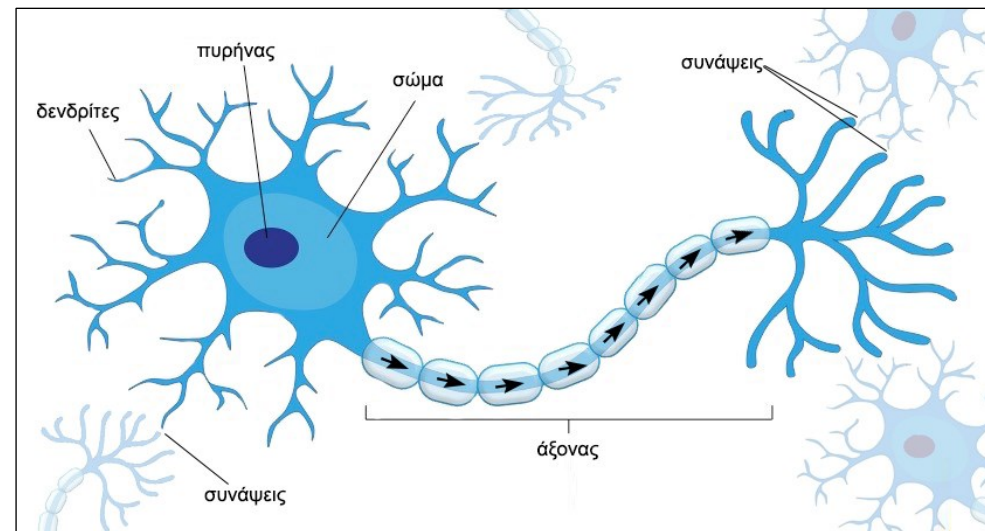
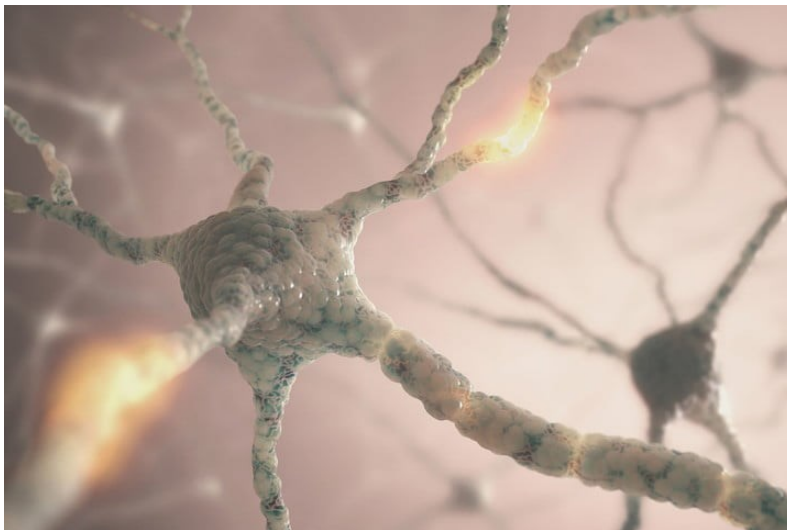
❑ **Δενδρίτες:** Μεταφέρουν ηλεκτρικά σήματα από γειτονικούς νευρώνες (σημεία εισόδου).

❑ **Άξονας:** Υπό κατάλληλες συνθήκες, εξάγει ηλεκτρικά σήματα προς γειτονικούς νευρώνες.

❖ Στο άκρο κάθε δενδρίτη υπάρχει ένα απειροελάχιστο κενό που ονομάζεται **σύναψη**.

❑ Η ικανότητα μάθησης και μνήμης που παρουσιάζει ο εγκέφαλος οφείλεται στην ικανότητα των συνάψεων να μεταβάλουν την αγωγιμότητά τους.

❑ Τα σήματα που εισέρχονται στο **σώμα** μέσω των **δενδριτών**, συνδυάζονται και αν το αποτέλεσμα ξεπερνά κάποιο **κατώφλι**, διαδίδεται μέσω του **άξονα** προς άλλους νευρώνες.





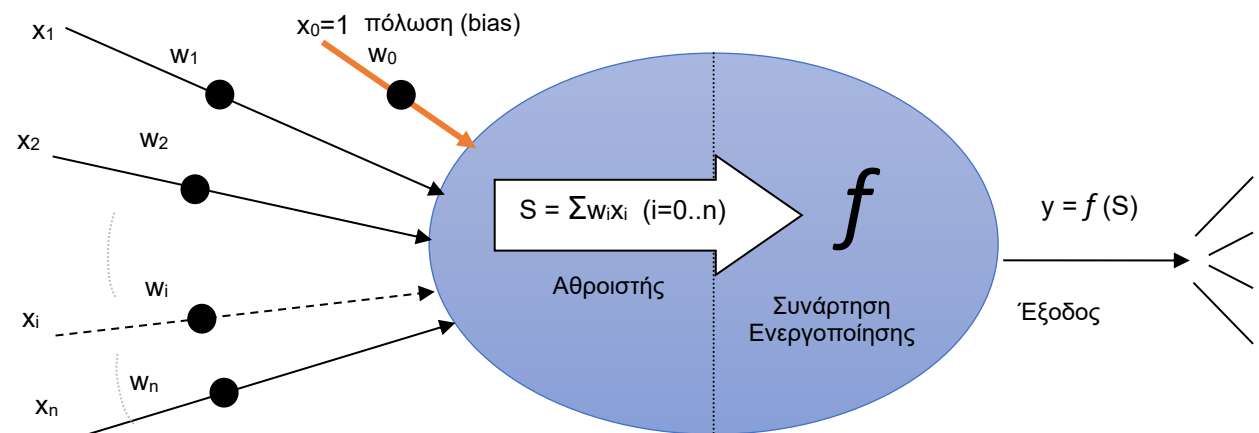
# Φυσικά Νευρωνικά Δίκτυα

- ❖ Ο εγκέφαλος του ανθρώπου αποτελείται από περίπου 100 δισεκατ. νευρώνες.
  - ❑ Κάθε νευρώνας συνδέεται κατά μέσο όρο με 1.000 άλλους νευρώνες.
  - ❑ Άρα, υπάρχουν συνολικά περίπου 100 τρισεκατομμύρια συνάψεις
  - ❑ Είναι προφανές ότι κάθε προσπάθειά να αντιγραφεί η δομή και η λειτουργία του εγκεφάλου σε τέτοια κλίμακα είναι αδύνατη.
  - ❑ Τα μοντέλα που κατασκευάζονται περιλαμβάνουν μερικές χιλιάδες τεχνητούς νευρώνες, έχουν το πολύ ένα εκατομμύριο τεχνητές συνάψεις και παρουσιάζουν πολύ περιορισμένη λειτουργικότητα σε σχέση με τον ανθρώπινο εγκέφαλο.
- ❖ Εκτιμάται ότι ο εγκέφαλος ενός ενήλικα καταναλώνει περίπου το 20% της ενέργειας που απαιτεί το σώμα σε ημερήσια βάση.
  - ❑ Αν και ο χρόνος απόκρισης των βιολογικών νευρώνων είναι της τάξης των χιλιοστών του δευτερολέπτου (msec), εντούτοις ο εγκέφαλος είναι σε θέση να λαμβάνει πολύπλοκες αποφάσεις, εκπληκτικά γρήγορα.
  - ❑ Κατά μία άποψη, αυτό οφείλεται στο ότι η υπολογιστική ικανότητα του εγκεφάλου και η πληροφορία που περιέχει είναι διαμοιρασμένα σε όλο του τον όγκο.
  - ❑ Πρόκειται δηλαδή για ένα παράλληλο και κατανεμημένο υπολογιστικό σύστημα.
- ❖ Αυτά τα χαρακτηριστικά είναι και το κυριότερο κίνητρο πίσω από την επιθυμία να μοντελοποιηθεί ο ανθρώπινος εγκέφαλος με τα **τεχνητά νευρωνικά δίκτυα**.



# Μοντέλο Τεχνητού Νευρώνα (*artificial neuron*)

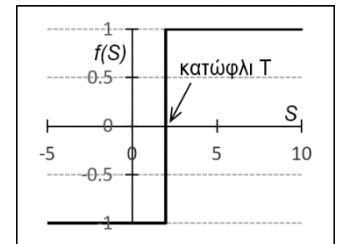
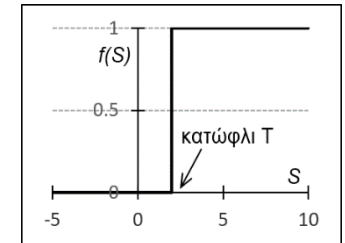
- ❖ Υπολογιστικό μοντέλο με δομή αντίστοιχη του βιολογικού νευρώνα.
- ❖ Δέχεται **σήματα εισόδου**  $x_1, x_2, \dots, x_n$ : Συνεχείς μεταβλητές (αντί ηλεκτρικών παλμών).
- ❖ Κάθε σήμα εισόδου μεταβάλλεται από μια αρνητική ή θετική **τιμή βάρους**  $w_i$  (*weight*): Αντίστοιχο των συνάψεων.
  - ❑ **Πόλωση** (*bias*): Ειδική περίπτωση βάρους ( $w_0$ ) που επιδρά σε τιμή εισόδου  $x_0=1$ . Πρόκειται για εξωτερικό ερέθισμα. Μπορεί να παρέχει έμμεσο έλεγχο στη συνάρτηση ενεργοποίησης.
- ❖ Το σώμα του τεχνητού νευρώνα αποτελείται από:
  - ❑ τον **αθροιστή** (*sum*): προσθέτει τα επηρεασμένα από τα βάρη σήματα εισόδου και παράγει την ποσότητα  $S$ .
  - ❑ τη **συνάρτηση ενεργοποίησης** (*activation function*): μη γραμμικό φίλτρο που διαμορφώνει το σήμα εξόδου  $y$ , σε συνάρτηση με την ποσότητα  $S$ .
- ❖ **Έξοδος** (αριθμητική τιμή)
  - ❑ (Μπορεί να) Αποτελεί είσοδο σε άλλους νευρώνες.





# Συναρτήσεις Ενεργοποίησης (1/3)

- ❖ Βασική απαίτηση: **να είναι μη γραμμική** ώστε να μπορεί να μοντελοποιεί μη γραμμικά φαινόμενα.
- ❖ Συνήθεις συναρτήσεις:
  - ❑ Η **βηματική** (*step*) συνάρτηση: δίνει στην έξοδο αποτέλεσμα (συνήθως 1) μόνο αν η τιμή που υπολογίζει ο αθροιστής είναι μεγαλύτερη από μία τιμή κατωφλίου  $T$ .
  - ❑ Η συνάρτηση **πρόσημου** (*sign*) δίνει αρνητική (ή θετική) έξοδο αν η τιμή που υπολογίζει ο αθροιστής είναι μικρότερη (ή μεγαλύτερη) από μία τιμή κατωφλίου  $T$ .
  - ❑ Οι επόμενες δύο συναρτήσεις ενεργοποίησης θυμίζουν σε κάποιο βαθμό τις "βηματική" και "πρόσημου", καθώς τα όρια τιμών εξόδου είναι και εδώ 0 ως 1 ή -1 ως 1, αλλά η μετάβαση από την μία ακραία τιμή στην άλλη γίνεται περισσότερο ομαλά.
    - ✓ Ανήκουν σε μία ευρύτερη οικογένεια συναρτήσεων που ονομάζονται σιγμοειδείς (sigmoid) καθώς έχουν τη χαρακτηριστική γραφική παράσταση σχήματος πεπλατυσμένου "S"





## Συναρτήσεις Ενεργοποίησης (2/3)

❖ Η **λογιστική** (*logistic*) συνάρτηση - μέλος οικογένειας **σιγμοειδών** συναρτήσεων. Ορίζεται ως:

$$f(S) = \frac{1}{1 + e^{-aS}}$$

❖ Η συνάρτηση **υπερβολικής εφαπτομένης** (*hyperbolic tangent*) με έξοδο μεταξύ -1 και 1

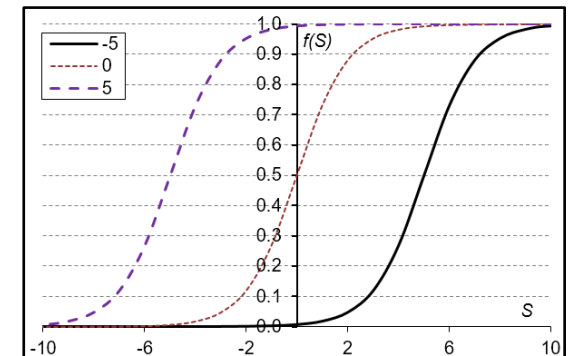
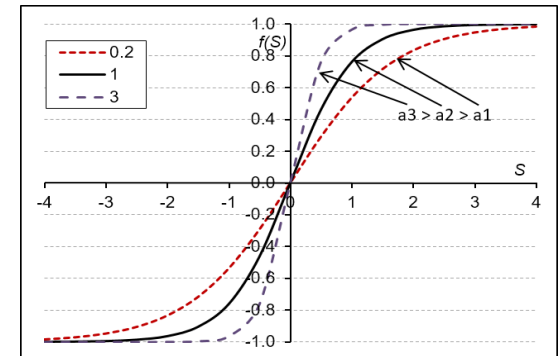
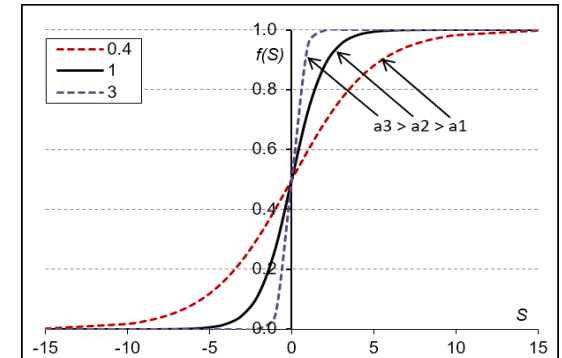
$$g(S) = \tanh(S) = \frac{e^{aS} - e^{-aS}}{e^{aS} + e^{-aS}} \quad \text{ισχύει μάλιστα } g(x) = 2 \cdot f(2 \cdot x) - 1$$

❖ Ο **συντελεστής  $a$**  ρυθμίζει την ταχύτητα μετάβασης μεταξύ των δύο ακραίων τιμών (συνήθως 0 και 1 ή -1 και 1)

- ❑ Οι 2 αυτές συναρτήσεις είναι συνεχείς και παραγωγίσιμες σε όλο το φάσμα τιμών εισόδου
- ❑ Λειτουργούν ως φίλτρο που καταστέλλει τις μεγάλες τιμές

❖ **Πόλωση** (*Bias*)

- ❑ Η τιμή της καθορίζει έμμεσα και δυναμικά, τη θέση της συνάρτησης ενεργοποίησης σε σχέση με τον άξονα  $x$ .
- ❑ Με μη μηδενική πόλωση, η καμπύλη μπορεί και μετατοπίζεται αριστερά ή δεξιά και να καθίσταται λειτουργική για την εκπαίδευση σε κάποιο άλλο εύρος τιμών  $S$  και όχι εκατέρωθεν του  $S=0$  (π.χ. μεταξύ 0 και 10)







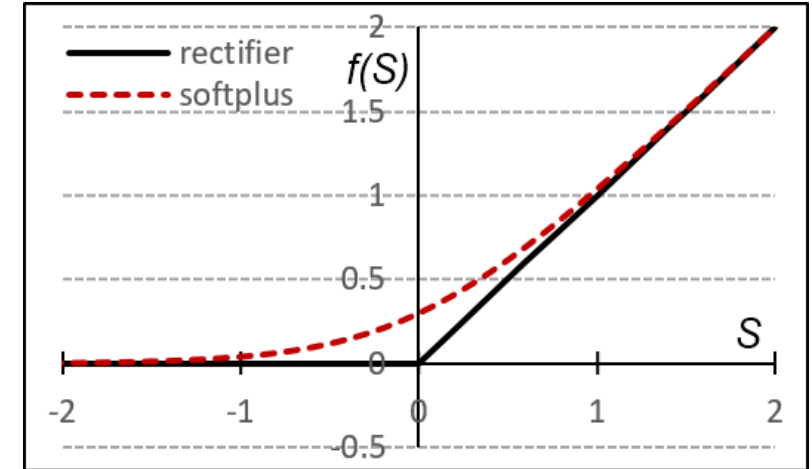
## Συναρτήσεις Ενεργοποίησης (3/3)

- ❖ Πρόσφατα, ένα νέο είδος ΤΝΔ έγινε δημοφιλές, τα βαθιά νευρωνικά δίκτυα.
- ❖ Η έρευνα έδειξε πως για την εκπαίδευσή τους είναι αποτελεσματική μια άλλη, τμηματικά γραμμική συνάρτηση, η **συνάρτηση ανόρθωσης** (rectifier function)

- ❑ ενώ ο νευρώνας που την χρησιμοποιεί ονομάζεται **ReLU** (Rectified Linear Unit), με αποτέλεσμα να καθιερωθεί να αποκαλείται **ReLU** και η ίδια η συνάρτηση.

$$f(S) = \begin{cases} S & \text{για } S > 0 \\ 0 & \text{για } S \leq 0 \end{cases}$$

- ❖ Μια πιο ομαλή εκδοχή της συνάρτησης ανόρθωσης είναι η **softplus** που απεικονίζεται στο Σχήμα και ορίζεται ως εξής:  $f(S) = \ln(1 + e^S)$



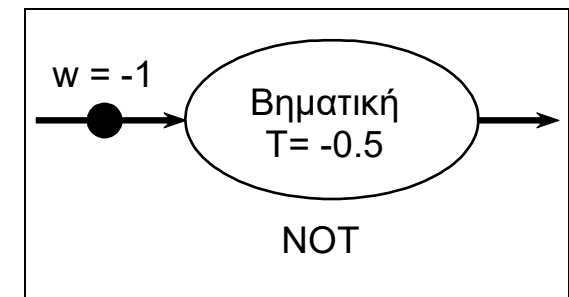
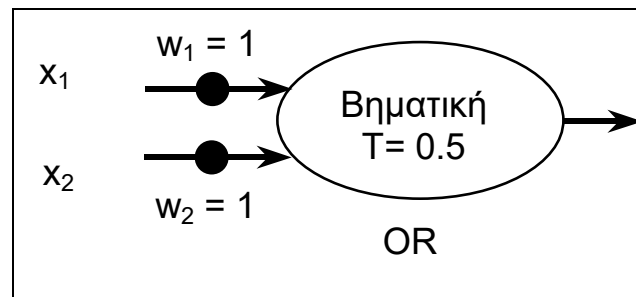
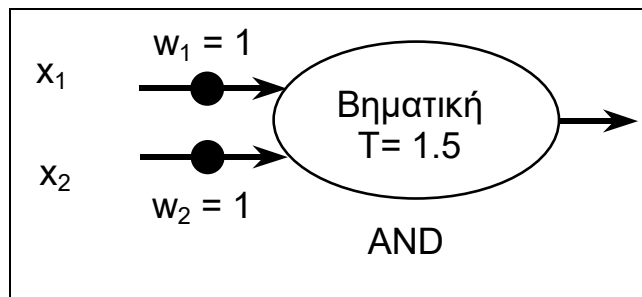
- ❖ Μια τελευταία συνάρτηση ενεργοποίησης που αξίζει να αναφερθεί και που χρησιμοποιείται στην έξοδο νευρωνικών δικτύων, είναι η **softmax**:  $\varphi_i = \frac{e^{z_i}}{\sum_{j=1}^k e^{z_j}}$

- ❑ όπου θεωρείται ότι υπάρχουν k έξοδοι (κλάσεις), ενώ  $z_i$  είναι η είσοδος και  $\varphi_i$  είναι η έξοδος στον i-στό νευρώνα εξόδου.
- ❑ Σε προβλήματα ταξινόμησης (classification) συνηθίζεται να υπάρχουν στην έξοδο του δικτύου τόσοι νευρώνες όσες και οι προβλεπόμενες κλάσεις.
- ❑ Η softmax μετατρέπει την έξοδο σε πιθανότητα να ανήκει η είσοδος σε δεδομένη κλάση (κατηγορία).
  - ✓ Χωρίς τη softmax η έξοδος είναι ένας απλός αριθμός και η κλάση προκύπτει από την μεγαλύτερη έξοδο





# Υλοποίηση Λογικών Συναρτήσεων με Τεχνητό Νευρώνα



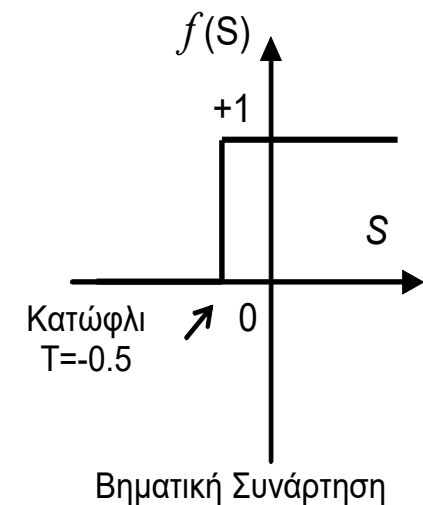
## ❖ Παράδειγμα: υλοποίηση του NOT:

### ❑ Σχεδίαση:

- ✓ Συνάρτηση Ενεργοποίησης: η βηματική συνάρτηση με κατώφλι  $T=-0.5$
- ✓ Οι τιμές εισόδου μπορούν να είναι 0 (ψευδές) ή 1 (αληθές).

### ❑ Λειτουργία:

- ✓ Αν η είσοδος του νευρώνα είναι 0 τότε πολλαπλασιάζεται με το βάρος  $w=-1$  δίνει  $S=0$ . Η τιμή αυτή ξεπερνά το κατώφλι του  $-0.5$ , οπότε στην έξοδο παράγεται 1.
- ✓ Στην περίπτωση που η τιμή εισόδου είναι 1 τότε  $S = -1$ , τιμή που βρίσκεται κάτω του κατωφλίου  $-0.5$ , με αποτέλεσμα να παράγεται στην έξοδο 0.





# Perceptron

❖ Η πιο απλή τοπολογία δικτύου με απλή τροφοδότηση.

- ❑ Πρόκειται για ένα μοναδικό τεχνητό νευρώνα,
- ❑ Χρησιμοποιεί ως συνάρτηση κατωφλίου τη βηματική συνάρτηση.

❖ Μάθηση με επίβλεψη. Ο αλγόριθμος μεταβολής των βαρών είναι ο ακόλουθος:

Μέχρις ότου ικανοποιηθεί η συνθήκη τερματισμού της εκπαίδευσης επανέλαβε:

Για κάθε ζευγάρι εισόδου  $x$  και επιθυμητής εξόδου  $t$  από το σύνολο εκπαίδευσης

1. Υπολόγισε την έξοδο  $y$
2. Εάν  $y=t$  τότε δε γίνεται καμία μεταβολή στα βάρη
3. Εάν  $y \neq t$  τότε μετέβαλε τα βάρη των ενεργών γραμμών εισόδου (αυτών που έχουν σήμα  $\neq 0$ ) κατά την ποσότητα  $\Delta w = d \cdot (t - y) \cdot x$  έτσι ώστε το  $y$  να πλησιάσει το  $t$ .

❖ Η ποσότητα  $d$  ονομάζεται **ρυθμός μάθησης** (*learning rate*)

- ❑ έχει συνήθως τιμή μεταξύ 0 και 1
- ❑ καθορίζει το ρυθμό μεταβολής των βαρών.

❖ Αποδεικνύεται ότι εάν υπάρχει ένα διάνυσμα βαρών  $W_1$  που παράγει την επιθυμητή έξοδο για όλα τα διανύσματα εκπαίδευσης, τότε ξεκινώντας από ένα τυχαίο διάνυσμα βαρών  $W_0$  και μετά από πεπερασμένο αριθμό βημάτων, ο αλγόριθμος perceptron θα συγκλίνει σε κάποιο διάνυσμα βαρών  $W^*$ , όχι απαραίτητα το  $W_1$ , το οποίο επίσης θα παράγει την επιθυμητή έξοδο για όλα τα διανύσματα εκπαίδευσης.

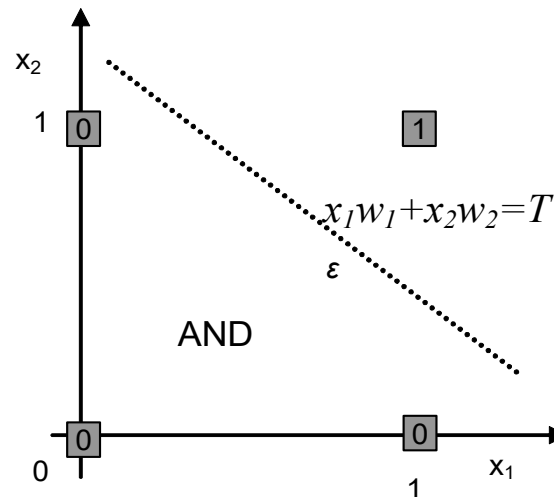


- ☐ Δηλαδή, ο αλγόριθμος θα συγκλίνει και αυτό ισχύει για κάθε πρόβλημα που χαρακτηρίζεται από τη ιδιότητα της γραμμικής διαχωρισιμότητας
- ☐ Η εκπαίδευση στον αλγόριθμο μάθησης perceptron τερματίζει όταν πάψουν να μεταβάλλονται τα βάρη, δηλαδή όταν μηδενιστεί το σφάλμα  $t_i - y_i$  για όλα τα δεδομένα εκπαίδευσης



# Γραμμική Διαχωρισιμότητα (1/2)

- ❖ Ένα perceptron με  $n$  γραμμές εισόδου μπορεί να θεωρηθεί ότι αναπαριστά ένα υπερεπίπεδο  $n-1$  διαστάσεων που διαχωρίζει τα διανύσματα εισόδου σε δύο ομάδες, τοποθετώντας από τη μία μεριά όσα παράγουν έξοδο 1 και από την άλλη όσα παράγουν έξοδο 0.
- ❖ Προβλήματα των οποίων οι τιμές εισόδου-εξόδου υπόκεινται σε αυτό τον κανόνα ονομάζονται **γραμμικώς διαχωρίσιμα** (*linearly separable*).
- ❖ Παραδείγματα:



## Συνάρτηση XOR (μη γραμμικώς διαχωρίσιμη)

## Συνάρτηση AND (γραμμικώς διαχωρίσιμη)

Η ευθεία  $\epsilon$  χωρίζει τα ζευγάρια εισόδου-εξόδου σε δύο περιοχές.

Εκτός από το AND, το perceptron είναι σε θέση να μοντελοποιήσει και τις στοιχειώδεις λογικές πύλες OR και NOT

Τέτοια προβλήματα δεν μπορούν να μοντελοποιηθούν με perceptron και απαιτούν τη χρήση ΤΝΔ με ενδιάμεσα κρυφά επίπεδα



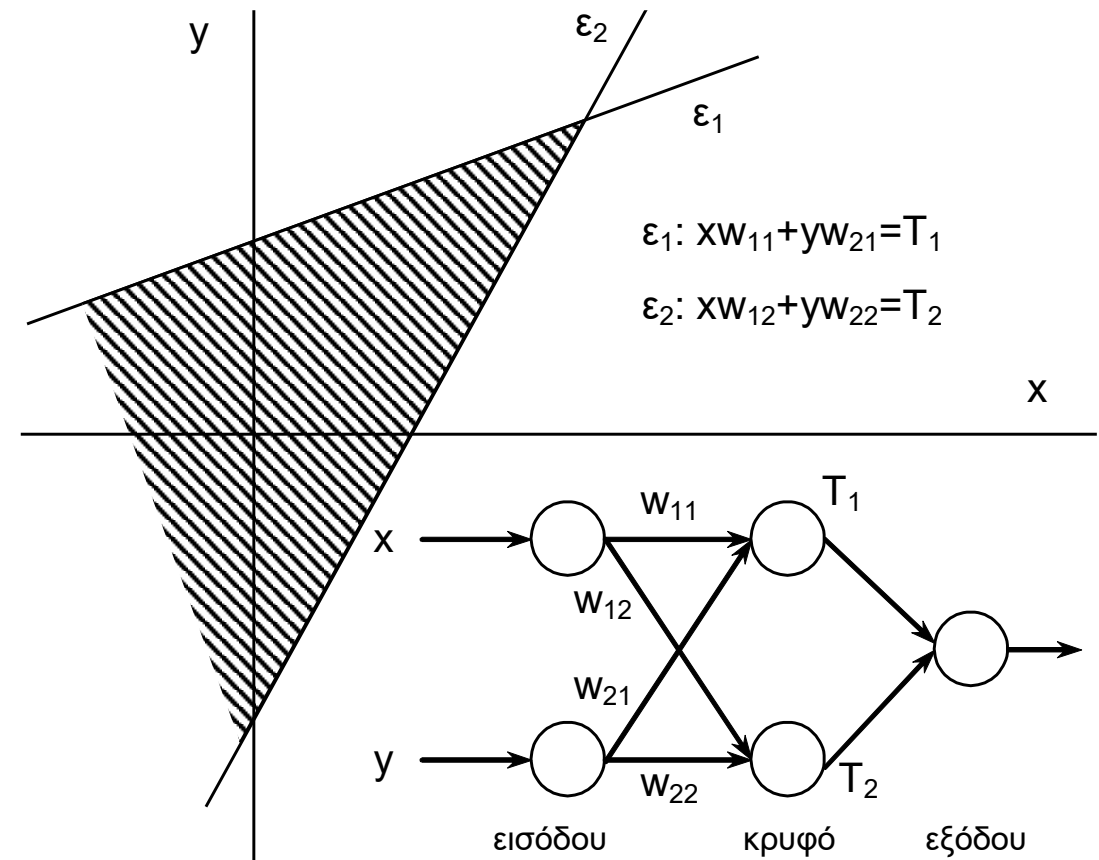
## Γραμμική Διαχωρισσιμότητα (2/2)

❖ Γιατί τα ΤΝΔ με κρυφά επίπεδα (και νευρώνες) έχουν καλύτερη διαχωρισσιμότητα;

- ❑ Ο χώρος των τιμών εισόδου οριοθετείται με πιο πολύπλοκο τρόπο εξαιτίας της πολυπλοκότητας των συνδέσεων.
- ❑ Παράγονται περισσότερες ευθείες.

❖ Στο σχήμα:

- ❑ Οι δύο νευρώνες του κρυφού επιπέδου παράγουν τις ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$ .
- ❑ Η έξοδος πρέπει να είναι στην γραμμοσκιασμένη περιοχή.
- ❑ Αν υπήρχε και τρίτος νευρώνας θα υπήρχε και  $\epsilon_3$  που θα βελτίωνε περισσότερο την διαχωρισσιμότητα.





## Κανόνας Δέλτα (1/2)

- ❑ Γενίκευση του αλγορίθμου εκπαίδευσης του perceptron. (Widrow και Hoff, αρχές δεκαετίας '60)
  - ✓ Προκύπτει θεωρητικά από την ελαχιστοποίηση του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (*mean square error*) των διανυσμάτων εκπαίδευσης.
  - ✓ Δε μπορεί να εφαρμοστεί σε δίκτυα με κρυφά επίπεδα επειδή δεν είναι γνωστή η επιθυμητή έξοδος για τους νευρώνες των κρυφών επιπέδων.

- ❑ Μέσο τετραγωνικό σφάλμα  $E$  στο στοιχειώδες perceptron, για  $p$  διανύσματα εκπαίδευσης:

$$E = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p (t_k - input_k)^2$$

- ✓  $k$  αφορά στα διανύσματα εκπαίδευσης
- ✓  $input_k$ : σήμα εισόδου του νευρώνα (χωρίς συνάρτηση ενεργοποίησης)
- ✓  $t_k$ : επιθυμητή έξοδος
- ❑ Συνολικό σήμα εισόδου για κάποιο διάνυσμα εκπαίδευσης  $p$ :  $input = \sum_{i=1}^n w_i x_i$
- ❑ Ο κανόνας Δέλτα ακολουθεί την αρνητική κλίση της επιφάνειας σφάλματος, με κατεύθυνση προς το ελάχιστό της. Δηλαδή:  $\Delta w_i \propto -\frac{\partial E}{\partial w_i}$
- ❑ Η παράγωγος του  $E$  ως προς τα  $w$  είναι:  $\nabla E = \left( \frac{\partial E}{\partial w_1}, \dots, \frac{\partial E}{\partial w_n} \right)$
- ❑ Προκύπτει ότι η μεταβολή στην τιμή του βάρους  $w_i$ , εξαιτίας της εκπαίδευσης με ένα μόνο από τα διανύσματα εκπαίδευσης, δίνεται από τη σχέση:  $\Delta w_i = w_{i(new)} - w_{i(old)} = d(t - input)x_i$ 
  - ✓ όπου **input** το συνολικό σήμα εισόδου του νευρώνα, **t** είναι η επιθυμητή έξοδος,  **$w_{i(old)}$**  και  **$w_{i(new)}$**  η παλιά και η νέα τιμή του βάρους  $w_i$  αντίστοιχα,  **$x_i$**  η επιμέρους είσοδος  $i$  της οποίας το βάρος αναπροσαρμόζουμε και **d** ο ρυθμός μάθησης (*learning rate*).



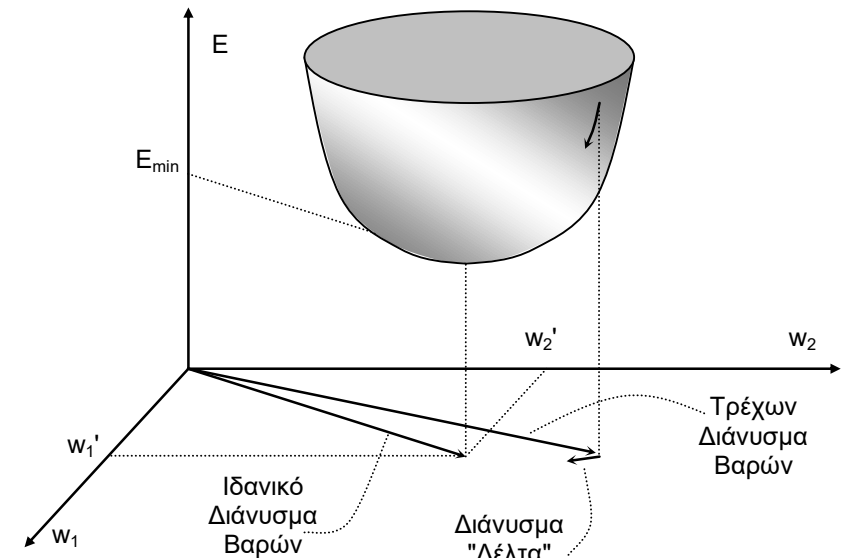
## Κανόνας Δέλτα (2/2)

- ❖ Γεωμετρική αναπαράσταση κανόνα Δέλτα για στοιχειώδες perceptron με 2 εισόδους.
- ❖ Ονομάζεται και κανόνας της επικλινούς καθόδου (*gradient descent rule*) εξαιτίας του ότι ακολουθεί την αρνητική κλίση της επιφάνειας σφάλματος, με κατεύθυνση προς το ελάχιστό της.

$$\Delta w_i = w_{i(new)} - w_{i(old)} = d(t - input)x_i$$

- ❑ ισχύει και στην περίπτωση που αντί του συνολικού σήματος εισόδου *input*, χρησιμοποιηθεί η πραγματική έξοδος *y* του νευρώνα:
- ❑ Αν η *f* είναι μια συνεχής συνάρτηση ενεργοποίησης τότε η σχέση για το  $\Delta w_i$  περιέχει και παράγοντα *f'* (1<sup>η</sup> παράγωγος) ο οποίος πριν εκφυλιζόταν).

- ❖ Ο αλγ. Δέλτα δεν μπορεί να εφαρμοστεί αυτούσιος σε δίκτυα με κρυφά επίπεδα.
  - ❑ δεν είναι γνωστή με ακρίβεια η επιθυμητή έξοδος *t* στους νευρώνες των κρυφών επιπέδων
- ❖ Αποτέλεσμα: Η έρευνα στα ΤΝΔ περιορίστηκε σημαντικά για πολλά χρόνια.
- ❖ Η λύση δόθηκε με τη μέθοδο της ανάστροφης μετάδοσης του λάθους
  - ❑ μαθηματικός τρόπος μεταφοράς του σφάλματος του επιπέδου εξόδου προς τα πίσω



$$y = f\left(\sum_{i=0}^n w_i x_i\right)$$





# Τεχνητά Νευρωνικά Δίκτυα (ΤΝΔ)

## multi-layer perceptrons ή MLP

❖ Συστήματα επεξεργασίας δεδομένων που αποτελούνται από ένα πλήθος τεχνητών νευρώνων οργανωμένων σε δομές παρόμοιες με αυτές του ανθρώπινου εγκεφάλου.

❖ Αποτελούνται από στρώματα ή επίπεδα (layers) νευρώνων

❑ *επίπεδο εισόδου (input layer)*

- ✓ περιέχει νευρώνες χωρίς συνάρτηση ενεργοποίησης και βάρη εισόδου
- ✓ δεν εκτελούν κάποιο υπολογισμό
- ✓ προωθούν κατάλληλα το σήμα εισόδου σε επόμενο επίπεδο

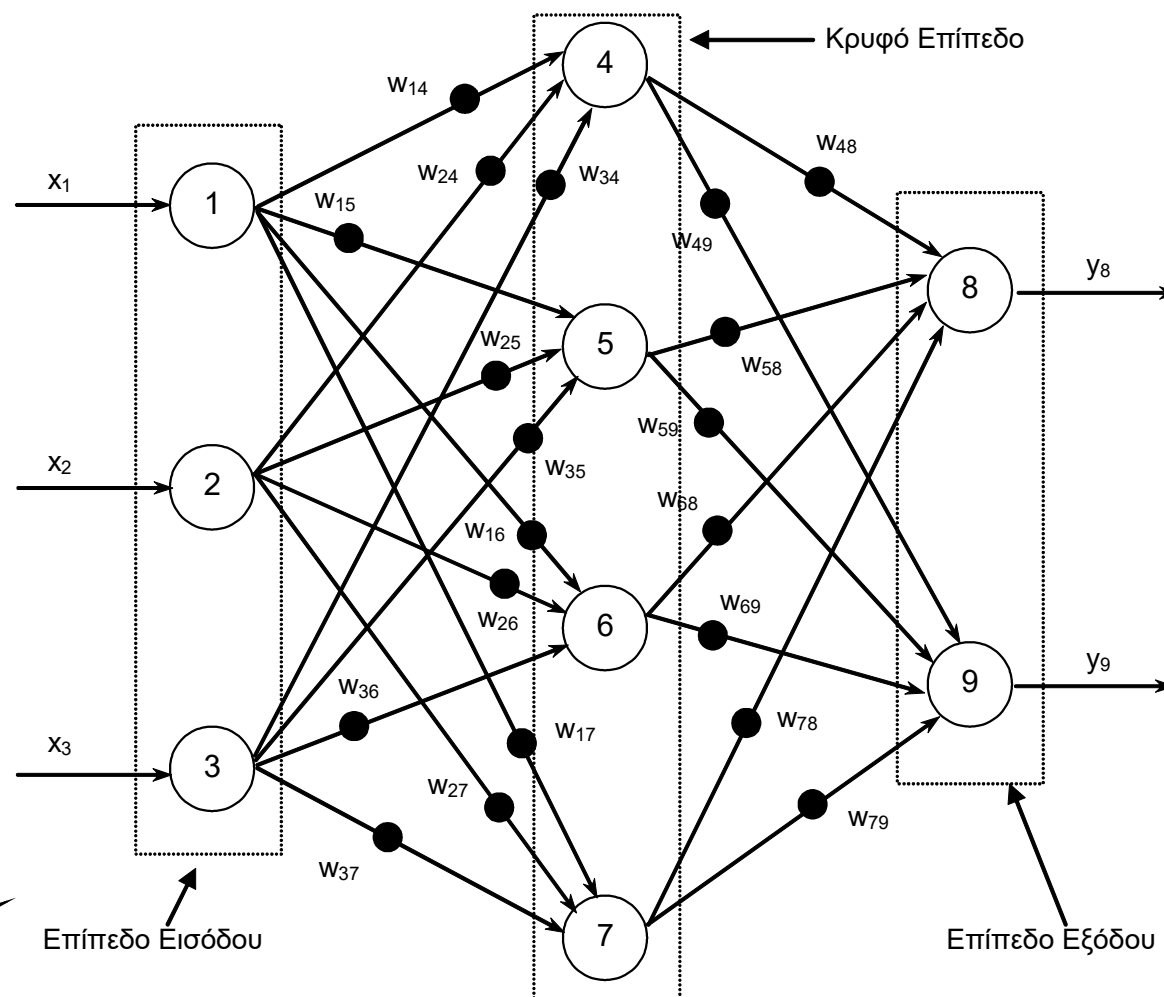
❑ *ενδιάμεσα ή κρυφά επίπεδα (hidden layers)*

- ✓ Προαιρετικά. Μπορούν να υπάρχουν, ένα ή περισσότερα.

❑ *επίπεδο εξόδου (output layer)*

❖ Συντομογραφία για πολυεπίπεδα ΤΝΔ:  $(p, m_1, m_2, \dots, m_q, n)$

Πλήρως συνδεδεμένο ΤΝΔ  
απλής τροφοδότησης 3-4-2

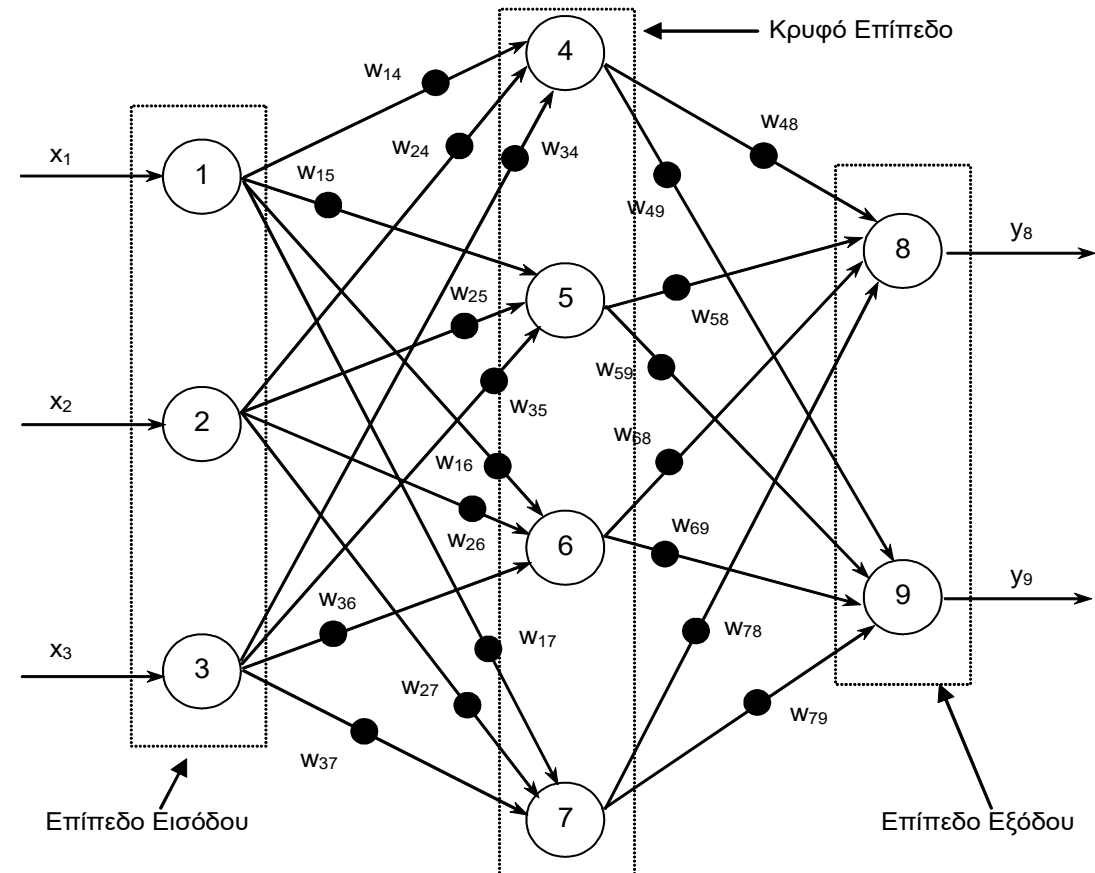




# Ροή Πληροφορίας

❖ Το ΤΝΔ του σχήματος είναι ένα πλήρως συνδεδεμένο πρόσθιας τροφοδότησης (feedforward).

- ❑ Δέχεται τα σήματα εισόδου  $x_1$ ,  $x_2$  και  $x_3$  (διάνυσμα εισόδου) και μετά από εσωτερική επεξεργασία παράγει στην έξοδο τα σήματα  $y_8$  και  $y_9$  (διάνυσμα εξόδου).
- ❑ Για παράδειγμα, ο νευρώνας 5 δέχεται τρία σήματα εισόδου από τους νευρώνες (1, 2 και 3) του επιπέδου εισόδου.
- ❑ Τα σήματα αυτά τροποποιούνται από τα βάρη  $w_{15}$ ,  $w_{25}$  και  $w_{35}$  και αθροίζονται από τον αθροιστή του νευρώνα 5.
- ❑ Το συνολικό σήμα από τον αθροιστή δέχεται τη δράση της συνάρτησης ενεργοποίησης του νευρώνα 5 και το αποτέλεσμα στέλνεται στους νευρώνες 8 και 9.
- ❑ Η λειτουργία των υπολοίπων νευρώνων είναι παρόμοια.





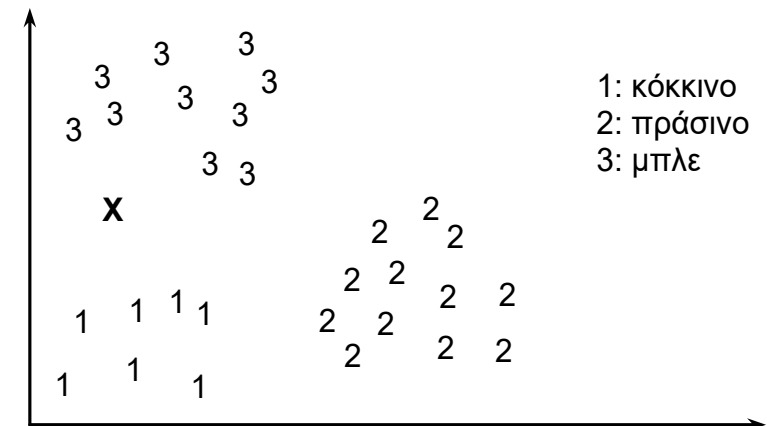
# Χαρακτηριστικά - Ορολογία

- ❖ Οι νευρώνες των διαφόρων στρωμάτων μπορεί να είναι:
  - ☐ Πλήρως συνδεδεμένοι (*fully connected*)
    - ✓ Συνδέονται με όλους τους νευρώνες του επόμενου επιπέδου.
  - ☐ Μερικώς συνδεδεμένοι (*partially connected*)
- ❖ Τα ΤΝΔ χαρακτηρίζονται ως:
  - ☐ Δίκτυα με πρόσθια τροφοδότηση (*feedforward*)
    - ✓ Δεν υπάρχουν συνδέσεις από νευρώνες ενός επιπέδου προς νευρώνες προηγούμενου επιπέδου.
    - ✓ Η ροή πληροφορίας είναι μιας κατεύθυνσης.
  - ☐ Δίκτυα με ανατροφοδότηση (*feedback ή recurrent*)
    - ✓ Υπάρχουν συνδέσεις από νευρώνες ενός επιπέδου προς νευρώνες προηγούμενου επιπέδου ή/και συνδέσεις μεταξύ νευρώνων ίδιου επιπέδου.
    - ✓ Οι υπολογισμοί γίνονται σε δύο στάδια:
      - ✓ στο πρώτο στάδιο υπολογίζονται τα μεγέθη που αφορούν συνδέσεις πρόσθιας τροφοδότησης
      - ✓ στο δεύτερο γίνονται οι υπολογισμοί για τις συνδέσεις ανατροφοδότησης.
- ❖ Αν και σε ορισμένες περιπτώσεις τα δίκτυα με ανατροφοδότηση είναι πολύ χρήσιμα, πολλές εφαρμογές νευρωνικών δικτύων χρησιμοποιούν δίκτυα πρόσθιας τροφοδότησης.



# Τοπολογία και μέγεθος ΤΝΔ

- ❖ Ένα πρώτο ερώτημα για την δημιουργία ενός ΤΝΔ είναι αυτό της τοπολογίας του δικτύου
  - ❑ Δηλαδή πόσες εισόδους, εξόδους και κρυφά επίπεδα θα έχει το δίκτυο, από πόσους νευρώνες θα αποτελείται το κάθε επίπεδο και πώς θα συνδέονται οι νευρώνες μεταξύ τους.
- ❖ Σε προβλήματα ταξινόμησης με πολλές παράμετροι εισόδου και μια παράμετρο εξόδου (κλάση) το πλήθος εισόδων στο ΤΝΔ θα ισούται με το πλήθος των παραμέτρων εισόδου.
  - ❑ Εξαίρεση αποτελεί η κωδικοποίηση λέξεων σε εφαρμογές επεξεργασίας φυσικής γλώσσας
    - ✓ [one-hot encoding](#)
- ❖ Σε προβλήματα παρεμβολής (*regression*) το επίπεδο εξόδου έχει προφανώς έναν νευρώνα.
  - ❑ Αν οι παράμετροι πρόβλεψης είναι περισσότεροι (πολλαπλή παρεμβολή – multi target regression) το πλήθος νευρώνων στην έξοδο πρέπει να συμφωνεί.
- ❖ Η χρήση ενός μόνο νευρώνα εξόδου για προβλήματα ταξινόμησης όπου οι κλάσεις δεν έχουν κάποια σειρά (unordered classes ή nominal) αντενδείκνυται.
  - ❑ Στο Σχήμα, το στοιχείο X θα μπορούσε να χαρακτηριστεί κατηγορίας 1 ή 3 (δηλαδή, κόκκινο ή μπλε) με περίπου ίση πιθανότητα.
  - ❑ Ένα ΤΝΔ με ένα νευρώνα εξόδου που έχει εκπαιδευτεί να αναγνωρίζει τις κλάσεις 1, 2 και 3, θα προβλέψει έναν αριθμό μεταξύ 1 και 3, δηλαδή κοντά στο 2.
    - ✓ Το 2 όμως αντιστοιχεί σε άλλη κλάση (πράσινο), πρόβλεψη που είναι λάθος αν και στέκει αριθμητικά.



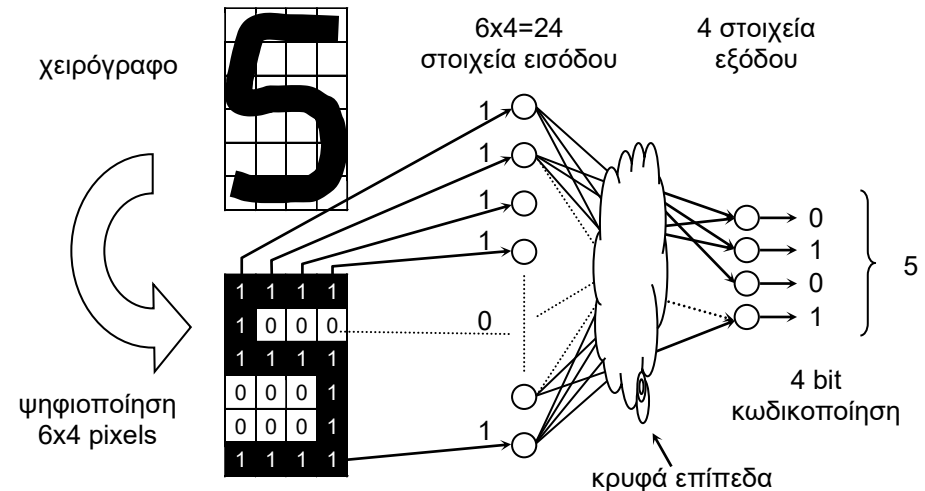


## Τοπολογία και μέγεθος ΤΝΔ (συνεχ.)

- ❖ Υπάρχουν βέβαια και ιδιαίτερες περιπτώσεις εισόδου, όπως είναι οι εικόνες.
- ❖ Ένας τρόπος εισαγωγής εικόνας σε ΤΝΔ είναι να αντιμετωπιστεί ως ένα διάνυσμα με τιμές την φωτεινότητα των εικονοστοιχείων (pixels), με δύο (άσπρο, μαύρο) ή περισσότερες τιμές (grayscale) ή τρία χρωματικά κανάλια (RGB).

❑ Για παράδειγμα (Σχήμα), μια εικόνα 6×4 εικονοστοιχείων παράγει ένα διάνυσμα εισόδου 24 στοιχείων, άρα απαιτούνται 24 κόμβοι στο επίπεδο εισόδου του ΤΝΔ

- ✓ Αν και η προσέγγιση αυτή επικράτησε για αρκετά χρόνια στην έρευνα στα ΤΝΔ, δεν είναι πλέον η δημοφιλέστερη.
- ✓ Στη μετατροπή σε διάνυσμα χάνεται πιθανώς χρήσιμη χωρική πληροφορία, δεδομένου ότι ένα ψηφίο-pixel έχει μόνο δύο γειτονικά ενώ στην εικόνα έχει οκτώ.
- ✓ Λύση με Βαθιά ΝΝ





## Τοπολογία και μέγεθος ΤΝΔ (συνεχ.)

- ❖ Γενικοί κανόνες για το πλήθος των κρυφών επιπέδων και των νευρώνων σε αυτά δεν υπάρχουν. Ο αριθμός των νευρώνων στα κρυφά επίπεδα σχετίζεται με πολύπλοκο τρόπο με:
  - ☐ τον αριθμό των νευρώνων στα επίπεδα εισόδου και εξόδου,
  - ☐ τον αριθμό των διανυσμάτων εκπαίδευσης και την ύπαρξη ή όχι θορύβου σε αυτά,
  - ☐ την πολυπλοκότητα της συνάρτησης ή της κατηγοριοποίησης που πρέπει να μάθει το ΤΝΔ
  - ☐ τις συναρτήσεις ενεργοποίησης που χρησιμοποιούνται, κλπ
- ❖ Εμπειρικός κανόνας για προβλήματα ταξινόμησης:
  - ☐ Αριθμός νευρώνων στα κρυφά επίπεδα < αριθμό διανυσμάτων εκπαίδευσης
    - ✓ Λόγος: για να αποφευχθεί η αποκλειστική συσχέτιση ενός κρυφού νευρώνα με ένα διάνυσμα εκπαίδευσης (απομνημόνευση)
- ❖ Συνήθως κάθε νευρώνας συνδέεται με όλους τους νευρώνες του επόμενου επιπέδου.
- ❖ Η προσθήκη κρυφών επιπέδων δίνει περισσότερη ικανότητα μοντελοποίησης από την προσθήκη επιπλέον νευρώνων σε υπάρχοντα κρυφά επίπεδα.
  - ☐ Αλλά ΤΝΔ με δύο κρυφά επίπεδα μπορούν να μοντελοποιήσουν οποιαδήποτε συνάρτηση σε προβλήματα ταξινόμησης, επομένως, περισσότερα κρυφά επίπεδα είναι αχρείαστα.
  - ☐ Για το λόγο αυτό, ΤΝΔ με πάνω από δύο κρυφά επίπεδα χαρακτηρίζονται ως βαθιά ΤΝΔ.
- ❖ Βέβαια, στα βαθιά ΤΝΔ κάποια κρυφά επίπεδα έχουν ιδιαίτερο ρόλο
  - ☐ π.χ. εντοπισμός χαρακτηριστικών σε εικόνες, οπότε η ύπαρξη πολλών επιπέδων δικαιολογείται.



❖ Γενικά, απαιτούνται αρκετές δοκιμές και πειραματισμοί μέχρις ότου βρεθεί μία καλή δομή δικτύου για δεδομένο πρόβλημα





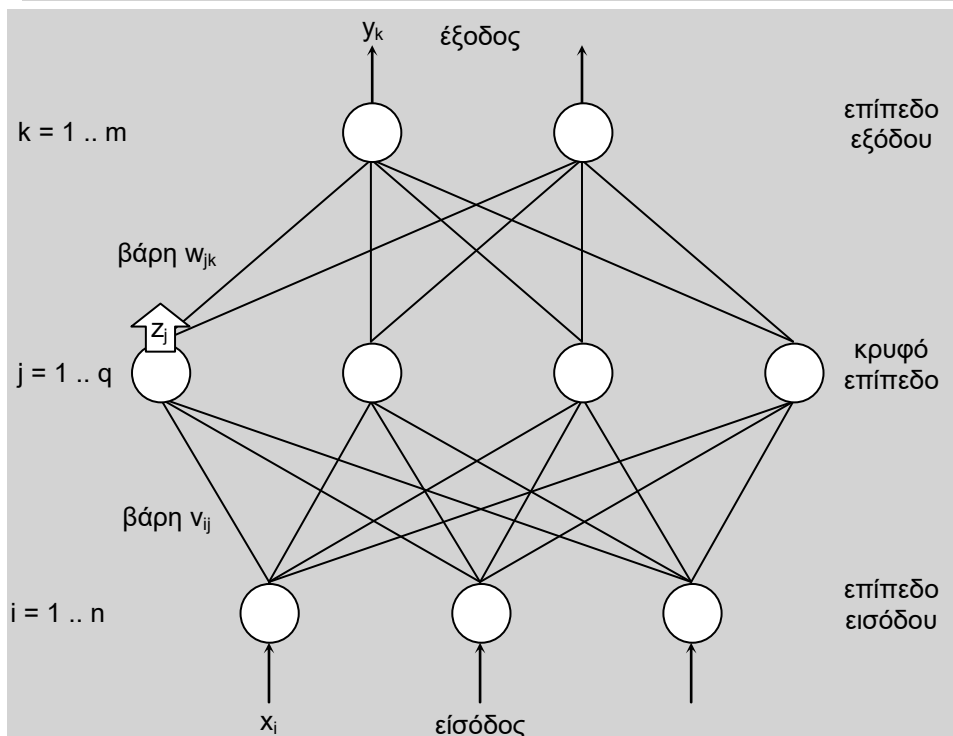
# Ανάστροφη Μετάδοση Λάθους (*back propagation*)

❖ Αποτελεί την πιο γνωστή μέθοδο εκπαίδευσης ΤΝΔ πολλών επιπέδων.

❖ Βασίζεται στο γενικευμένο κανόνα Δέλτα - ΓΚΔ (*generalized Delta rule*)

❑ **Βασική Ιδέα:** να καθοριστεί το ποσοστό του συνολικού σφάλματος που αντιστοιχεί σε κάθε νευρώνα, ακόμη και αυτών που ανήκουν σε κρυφά επίπεδα.

❑ Γίνεται έτσι δυνατό να υπολογίζονται οι διορθώσεις στα βάρη κάθε νευρώνα ξεχωριστά.



$$input_j = \sum_{i=1}^n v_{ij} x_i \quad z_j = f(input_j) = f\left(\sum_{i=1}^n v_{ij} x_i\right)$$

$$input_k = \sum_{j=1}^q w_{jk} z_j \quad y_k = f(input_k) = f\left(\sum_{j=1}^q w_{jk} z_j\right)$$

Αποδεικνύεται ότι (σχέσεις ΓΚΔ):

❑ για επίπεδο εξόδου:  $\Delta w_{jk} = d \cdot \delta_k \cdot z_j$  με  $\delta_k = (t_k - y_k) f'(input_k)$

❑ για κρυφό επίπεδο:  $\delta_j = f'(input_j) \sum_{k=1}^m \delta_k w_{jk}$  με  $\Delta w_{ij} = d \cdot \delta_j \cdot x_i$

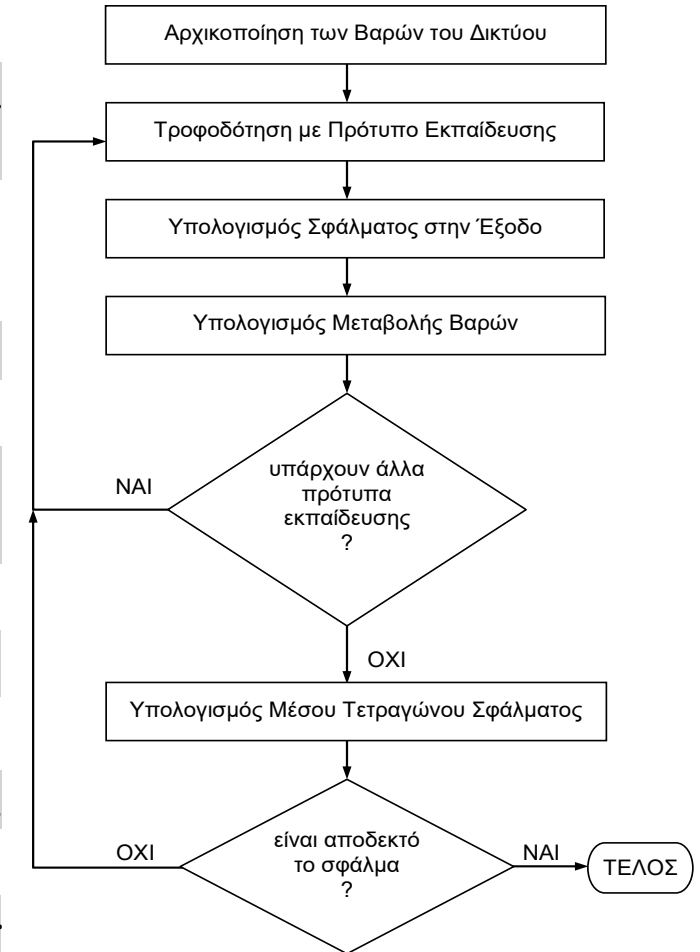
❖ Η αναπροσαρμογή των βαρών γίνεται από το επίπεδο εξόδου προς το εισόδου.

❑ *ανάστροφο πέρασμα (backward pass) ή ανάστροφη μετάδοση (back propagation)*



## Ανάστροφη Μετάδοση Λάθους (συνεχ.)

- ❖ Είναι μία διαδικασία βελτιστοποίησης επικλινούς καθόδου (*gradient descent optimization procedure*) που ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα  $E$  μεταξύ της εξόδου του δικτύου και της επιθυμητής εξόδου, για τα  $p$  διανύσματα εκπαίδευσης.
- ❖ Αναζήτηση τύπου αναρρίχησης λόφου:
  - ❑ Η διόρθωση που γίνεται κάθε φορά προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει το σφάλμα κάνοντας εκείνες τις αλλαγές που φαίνεται να το μειώνουν τοπικά.
- ❖ Προβλήματα:
  - ❑ Τοπικά ελάχιστα: η εγγενής αδυναμία της αναζήτησης αναρρίχησης λόφων να βρει το ολικό ελάχιστο
  - ❑ *Network paralysis*: ένα ή περισσότερα βάρη έχουν σταθερά υψηλές απόλυτες τιμές και δεν τροποποιούνται σημαντικά σε κάθε διόρθωση.
- ❖ Τα διανύσματα εκπαίδευσης δεν πρέπει να μεταβάλλονται: δεν επέρχεται σύγκλιση.
  - ❑ σε αντίθεση με τα βιολογικά συστήματα που μαθαίνουν ακόμη κι όταν αλλάζουν τα δεδομένα που τους παρουσιάζονται.
- ❖ Ο έλεγχος απόδοσης γίνεται με πρότυπα αξιολόγησης (*validation data*).





# Δεδομένα Εκπαίδευσης

- ❖ Συνηθέστερος τρόπος χρήσης των δεδομένων εκπαίδευσης: σε **κύκλους εκπαίδευσης** που ονομάζονται **εποχές** (*epochs*). Ειδικότερα:
  - ☐ **μάθηση δέσμης** (*batch learning*)
    - ✓ το δίκτυο δέχεται ως είσοδο, ένα-ένα, όλα τα διανύσματα εκπαίδευσης,
    - ✓ αθροίζει τη μεταβολή στην τιμή των βαρών που προκύπτει από κάθε διάνυσμα και
    - ✓ αναπροσαρμόζει τα βάρη στο τέλος κάθε κύκλου, βάσει της συσσωρευμένης μεταβολής
    - ✓ δίνει γρηγορότερα αποτέλεσμα, αλλά έχει μεγαλύτερες απαιτήσεις μνήμης
  - ☐ **επαυξητική μάθηση** (*incremental learning*)
    - ✓ όπως η μάθηση δέσμης, αλλά η αναπροσαρμογή των βαρών γίνεται μετά τη χρήση **ενός** από τα διανύσματα εκπαίδευσης
  - ☐ συνδυασμός των δύο παραπάνω μεθόδων
- ❖ Η εκπαίδευση συνήθως τερματίζεται όταν το κριτήριο ελέγχου της ποιότητας του δικτύου φτάσει σε κάποια επιθυμητή τιμή.
- ❖ Κριτήρια Ελέγχου Ποιότητας
  - ☐ μέσο σφάλμα του συνόλου εκπαίδευσης
  - ☐ μεταβολή του μέσου σφάλματος του συνόλου εκπαίδευσης
- ❖ Κανονικοποίηση δεδομένων εκπαίδευσης και ελέγχου
  - ☐ τα δεύτερα, με βάση τις παραμέτρους κανονικοποίησης των πρώτων



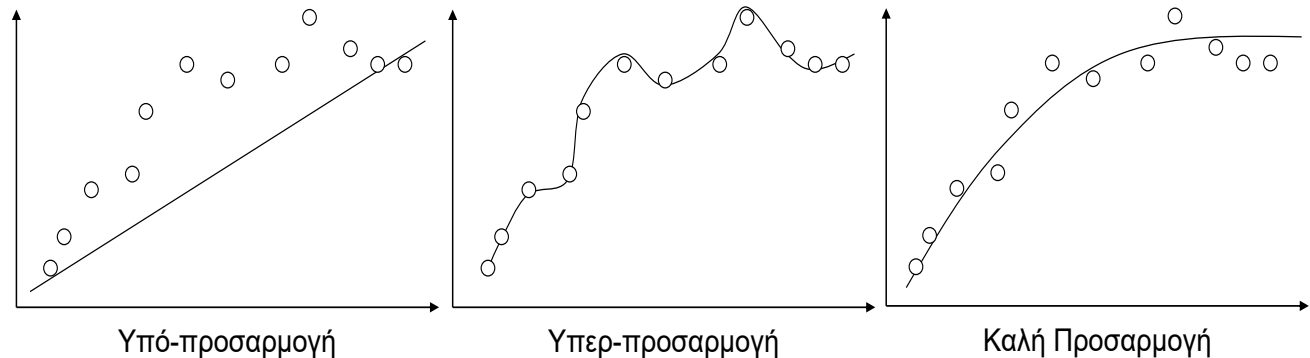
# Χαρακτηριστικά Εκπαίδευσης

❖ Στην εκπαίδευση ενός ΤΝΔ, μπορεί να εμφανιστούν φαινόμενα:

- ❑ υποπροσαρμογής ή ατελούς μάθησης (*underfitting*): αποτυχία μοντελοποίησης δεδομένων εκπαίδευσης, π.χ. λόγω απλότητας του ΤΝΔ
- ❑ υπερπροσαρμογής (*overfitting*): ένα πολύπλοκο ΤΝΔ ενδέχεται να μοντελοποιήσει υπερβολικά τα δεδομένα εκπαίδευσης καθώς και το θόρυβο που πιθανώς υπάρχει σε αυτά (απομνημόνευση)
  - ✓ θα δίνει σωστή πρόβλεψη για τα δεδομένα εκπαίδευσης αλλά λανθασμένες προβλέψεις για άλλα δεδομένα εισόδου.

❖ Σε ΤΝΔ με κρυφά επίπεδα (εμπειρικές εκτιμήσεις):

- ❑ δεδομένα εκπαίδευσης με θόρυβο: τουλάχιστο 30 φορές περισσότερα από τα βάρη
- ❑ δεδομένα εκπαίδευσης χωρίς θόρυβο: τουλάχιστο 5 φορές περισσότερα από τα βάρη



❖ Αυτά τα προβλήματα εμφανίζονται και σε άλλες μη γραμμικές μεθόδους πρόβλεψης

- ❑ Αυτό μπορεί να οφείλεται σε παράγοντες όπως ατελή εκπαίδευση (π.χ. παγίδευση σε τοπικό ακρότατο της συνάρτησης σφάλματος), κακή ποιότητα δεδομένων εκπαίδευσης, κακή επιλογή μοντέλου, κλπ.



## Βασικές Ιδιότητες των ΤΝΔ

- ❖ Ικανότητα να μαθαίνουν μέσω παραδειγμάτων (learn by example).
  - ❑ Οργανώνουν την πληροφορία των δεδομένων εισόδου σε χρήσιμες μορφές.
  - ❑ Κωδικοποιούν τη σχέση που ισχύει μεταξύ των δεδομένων εισόδου και εξόδου.
- ❖ Η δυνατότητα θεώρησής τους ως κατανεμημένη μνήμη (distributed memory) και ως μνήμη συσχέτισης (associative memory).
  - ❑ Η πληροφορία που κωδικοποιούν είναι κατανεμημένη σε όλα τα βάρη της συνδεσμολογίας τους.
  - ❑ Η ανάκληση της πληροφορίας γίνεται με βάση το περιεχόμενο και όχι τη διεύθυνση, όπως δηλαδή συμβαίνει και με τον ανθρώπινο εγκέφαλο.
- ❖ Η μεγάλη τους ανοχή σε σφάλματα (fault-tolerant).
  - ❑ Η κακή λειτουργία ή η καταστροφή ενός νευρώνα ή κάποιων συνδέσεων δεν είναι ικανή να διαταράξει σημαντικά την λειτουργία τους καθώς η πληροφορία που εσωκλείουν δεν είναι εντοπισμένη σε συγκεκριμένο σημείο αλλά διάχυτη σε όλο το δίκτυο.
  - ❑ Γενικά, το μέγεθος του σφάλματος λόγω "δομικών αστοχιών" είναι ανάλογο του ποσοστού των κατεστραμμένων συνδέσεων.
- ❖ Η εξαιρετική ικανότητά τους για αναγνώριση προτύπων (pattern recognition).
  - ❑ Δεν επηρεάζονται από ελλιπή ή/και με θόρυβο δεδομένα.



# Εξέλιξη

- ❖ Τα ΤΝΔ μπορούν γενικά να προσεγγίσουν πολύπλοκες συσχετίσεις μεταξύ εισόδου και εξόδου.
- ❖ Τα τελευταία χρόνια η βελτίωση της υπολογιστικής ισχύος και των υποδομών πληροφορικής γενικότερα έδωσαν τη δυνατότητα
  - ❑ υλοποίησης νευρωνικών δικτύων με εκατοντάδες επίπεδα και συνδυασμό διαφόρων αρχιτεκτονικών,
  - ❑ τα επονομαζόμενα **βαθιά νευρωνικά δίκτυα** (*deep neural networks*)
    - ✓ με εντυπωσιακές δυνατότητες μάθησης (**βαθιά μάθηση** – **deep learning**) από δεδομένα ήχου (ομιλίας), κειμένου και εικόνας, και πλήθος εφαρμογών.
- ❖ Οι εξελίξεις αυτές στηρίχθηκαν στην καλύτερη κατανόηση για τον εγκέφαλο και τον τρόπο λειτουργίας του (που προήλθαν από τις νευροεπιστήμες), σε συνδυασμό με:
  - ❑ την μεγάλη διαθέσιμη υπολογιστική ισχύ (NVIDIA GPUS),
  - ❑ τον μεγάλο όγκο δεδομένων που παράγεται και αποθηκεύεται καθημερινά στις μηχανογραφημένες υπηρεσίες και κυρίως στα κοινωνικά δίκτυα,
  - ❑ καλύτερους αλγόριθμους και
  - ❑ σημαντική χρηματοδότηση για έρευνα από μεγάλες εταιρίες (GOOGLE, MICROSOFT, AMAZON, FACEBOOK, BAIDU, κτλ.).
- ❖ Αποτέλεσμα των παραπάνω εξελίξεων είναι
  - ❑ μια δεύτερη "άνοιξη" για τα ΤΝΔ, που το τέλος της δεύτερης δεκαετίας του 2000 τα βρίσκει να περιλαμβάνουν εκατομμύρια νευρώνες που διασυνδέονται με τεχνητές συνάψεις της τάξης των δισεκατομμυρίων και να επιτελούν εντυπωσιακές λειτουργίες ώστε να θεωρούνται η τεχνολογία αιχμής στην μηχανική μάθηση και την τεχνητή νοημοσύνη γενικότερα.



# Μνήμες Συσχέτισης (*associative memories*)

- ❖ Συστήματα μνήμης που ορίζουν απεικονίσεις μεταξύ δύο αναπαραστάσεων  $X$  και  $Y$  έτσι ώστε όταν δοθεί η μία να μπορεί να ανακληθεί η άλλη.
  - ❑ Η ανάκληση πληροφορίας γίνεται με βάση το βαθμό ομοιότητας μεταξύ του διανύσματος εισόδου και των αποθηκευμένων προτύπων και όχι κάποια διεύθυνση μνήμης.
- ❖ Ανάλογα με τις διαφορές μεταξύ εισόδου και εξόδου διακρίνουμε:
  - ❑ *αυτοσυσχετιζόμενες μνήμες (auto-associative memories)*: ανακαλούν αποθηκευμένα πρότυπα που μοιάζουν κατά το δυνατό σε δοθέν διάνυσμα εισόδου
  - ❑ *ετεροσυσχετιζόμενες μνήμες (hetero-associative memories)*: είσοδος και έξοδος διαφέρουν, όχι μόνο στο περιεχόμενο αλλά ενδεχομένως και στη δομή.
- ❖ Ανάλογα με το αν η έξοδός τους μπορεί να είναι προϊόν παρεμβολής, διακρίνουμε:
  - ❑ *με δυνατότητα παρεμβολής (interpolative associative memories)*: αν π.χ. συσχετίζουν το 1 με το 5 και το 2 με το 6, τότε σε περίπτωση εισόδου 1.4 θα παράγουν έξοδο 5.4.
  - ❑ *προσφυζτική μνήμη συσχέτισης (accretive associative memory)*: στο προηγούμενο παράδειγμα θα έδινε αποτέλεσμα 5 (γιατί το 1.4 είναι πλησιέστερα στο 1).
- ❖ Τύποι ΤΝΔ που συνιστούν μνήμες συσχέτισης:
  - ❑ Γραμμικοί Συσχετιστές
  - ❑ Δίκτυα Hopfield
  - ❑ Μνήμες Συσχέτισης Διπλής Κατεύθυνσης





# Γραμμικοί Συσχετιστές (*linear associator*) (1/3)

- ❖ ΤΝΔ πρόσθιας τροφοδότησης: η έξοδος παράγεται με ένα μόνο πρόσθιο πέρασμα.
- ❖ Οι νευρώνες επιπέδου εξόδου: γραμμική συνάρτηση ενεργοποίησης
- ❖ Πρότυπα συσχέτισης: δυαδικά (binary, 0 ή/και 1) ή διπολικά (bipolar, +1 ή/και -1)
- ❖ Εκπαίδευση:

❑  $\Delta w_{ij} = x_i \cdot y_j$  (κανόνας Hebb)

❑ μετά από  $p$  ζευγάρια εκπαίδευσης

$$w_{ij} = \sum_{k=1}^p w_{ki} w_{kj}$$

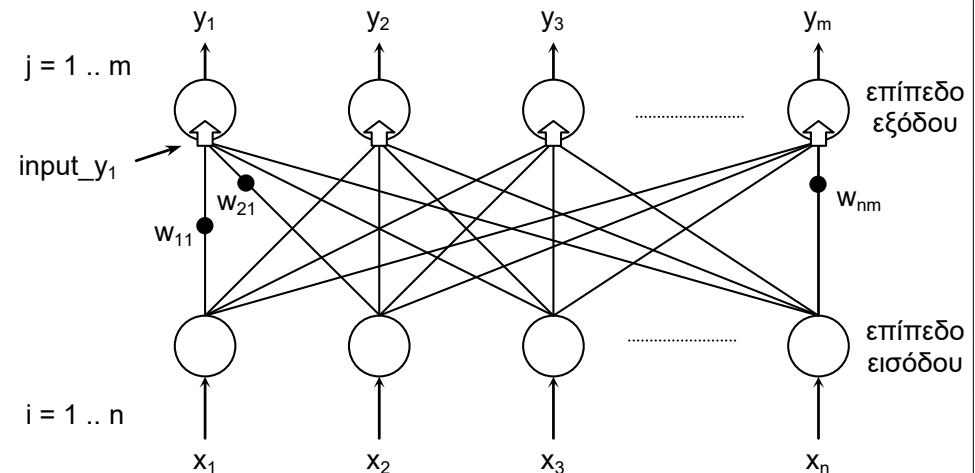
❑ εκφυλίζεται σε πολ/σμό πινάκων

Αν  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$

$$W_k = X^T \cdot Y_k = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \cdot [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_m] = \begin{bmatrix} x_1 y_1 & x_1 y_2 & \dots & x_1 y_m \\ x_2 y_1 & x_2 y_2 & \dots & x_2 y_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n y_1 & x_n y_2 & \dots & x_n y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta w_{11} & \Delta w_{12} & \dots & \Delta w_{1m} \\ \Delta w_{21} & \Delta w_{22} & \dots & \Delta w_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta w_{n1} & \Delta w_{n2} & \dots & \Delta w_{nm} \end{bmatrix}$$

❖ Για όλο το σύνολο εκπαίδευσης:  $W = \sum_{k=1}^p W_k = \sum_{k=1}^p X_k^T \cdot Y_k$

❖ Για κάθε  $X:Y$  το  $W$  αναλύεται σε:  $f_1(X, Y) + f_2(\text{υπόλοιπων } X:Y)$  (2<sup>ος</sup> όρος: [crosstalk](#))





## Γραμμικοί Συσχετιστές (2/3)

❖ Ανάκληση: είσοδος ένα διάνυσμα  $X$  - αναμενόμενη έξοδος το συσχετιζόμενο διάν.  $Y$

❖ Στην πράξη, ο υπολογισμός μπορεί να γίνει με χρήση πινάκων:  $Y_k = f(X_k \cdot W)$

□ όπου  $f$  είναι η συνάρτηση ενεργοποίησης των νευρώνων του επιπέδου εξόδου

$$y_j = \begin{cases} 1 & , y_{input\_j} > 0 \\ 0 & , y_{input\_j} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{για δυαδικά διανύσματα } X \text{ και } Y$$

για διπολικά διανύσματα  $X$  και  $Y \Rightarrow$

$$y_j = \begin{cases} +1 & , y_{input\_j} \geq 0 \\ -1 & , y_{input\_j} < 0 \end{cases}$$

□  $y_{input\_j}$  είναι το συνολικό σήμα εισόδου στο νευρώνα  $j$  του επιπέδου εξόδου

❖ Παράδειγμα ετεροσυσχετιζόμενης μνήμης (με ΤΝΔ 4-2):

Δεδομένα Εκπαίδευσης

	$X_i$	$Y_j$
p1:	(1, 0, 0, 0)	(1, 0)
p2:	(1, 1, 0, 0)	(1, 0)
p3:	(0, 0, 0, 1)	(0, 1)
p4:	(0, 0, 1, 1)	(0, 1)

$$W_1 = X_1^T \cdot Y_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [1 \ 0] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$W_2 = X_2^T \cdot Y_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [1 \ 0] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$W_3 = X_3^T \cdot Y_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [0 \ 1] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$W_4 = X_4^T \cdot Y_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [0 \ 1] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$W = \sum_{k=1}^4 W_k = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$



❖ Ανάκληση: έστω  $X_i = p_1$ . Θα ανακληθεί το:  $Y_1 = f \left( \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right) = f \left( \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$  (σωστό)



## Γραμμικοί Συσχετιστές (3/3)

❖ **Παράδειγμα αυτοσυσχετιζόμενης μνήμης:** ζητούμενο είναι ένας γραμμικός συσχετιστής που να ανακαλεί το διπολικό διάνυσμα  $X=(1, 1, 1, -1)$ . (προφανώς με ΤΝΔ 4-4)

❖ Πίνακας Βαρών:  $W = X^T \cdot X = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot [1 \ 1 \ 1 \ -1] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

❖ **Ανάκληση:** ανοχή σε θόρυβο και σε ελλιπή δεδομένα

αρχικό διάνυσμα εκπαίδευσης:	$[1 \ 1 \ 1 \ -1] \cdot W = [4 \ 4 \ 4 \ -4] \rightarrow [1 \ 1 \ 1 \ -1]$
αρχικό διάνυσμα με θόρυβο:	$[-1 \ 1 \ 1 \ -1] \cdot W = [2 \ 2 \ 2 \ -2] \rightarrow [1 \ 1 \ 1 \ -1]$
αρχικό ελλιπές διάνυσμα:	$[0 \ 0 \ 1 \ -1] \cdot W = [2 \ 2 \ 2 \ -2] \rightarrow [1 \ 1 \ 1 \ -1]$
αρχικό διάνυσμα με πολύ θόρυβο:	$[-1 \ -1 \ 1 \ -1] \cdot W = [0 \ 0 \ 0 \ 0] \rightarrow \text{δεν γίνεται αναγνώριση}$

❖ Καθώς αποθηκεύονται όλο και περισσότερα πρότυπα, το δίκτυο χάνει τη **δυνατότητα διόρθωσης**: γιατί ο πίνακας  $W$  γίνεται **ταυτοτικός πίνακας** (*identity matrix*).

❑ αποτέλεσμα: η έξοδος θα είναι πάντα ίδια με την είσοδο, η οποία βέβαια δεν θα είναι πάντα κάποιο από τα πρότυπα που αρχικά απομνημόνευσε το δίκτυο.

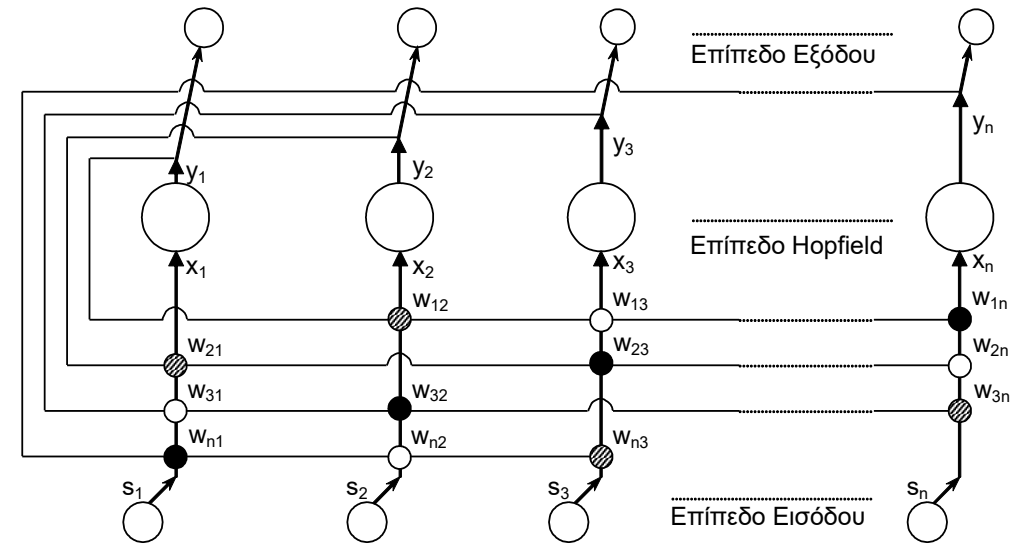
❖ Η **τέλεια ανάκληση** είναι δυνατή μόνο όταν τα διανύσματα εισόδου είναι ορθογώνια μεταξύ τους, δηλαδή όταν  $X_i \cdot X_j = 0$  για  $i \neq j$ .

❑ μόνο τότε ο όρος αλληλεπίδρασης (cross-talk) της συσχέτισης είναι μηδενικός

❖ Χωρητικότητα (με τέλεια ανάκληση) δομής  $n \times n$ :  $n-1$  διπολικά ζευγάρια

# Δίκτυα Hopfield (1/3)

- ❖ Αποτελούνται από ένα μόνο επίπεδο νευρώνων, το επίπεδο Hopfield.
- ❖ Δίκτυα με ανατροφοδότηση (*recurrent*): οι συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων είναι αμφίδρομες (επιπλέον, έχουν και συμμετρικά βάρη).
- ❖ Λειτουργούν ως αυτοσυσχετιζόμενες μνήμες αλλά υπολογίζουν την έξοδό τους αναδρομικά στο χρόνο, μέχρις ότου το σύστημα να σταθεροποιηθεί.



<p>Διανύσματα εισόδου:</p> $S=(s_1, s_2, ..., s_n)$	<p>Είσοδοι σε επίπεδο Hopfield</p> $x_j = \sum_{i=1, i \neq j}^n y_i w_{ij} + s_j$	<p>Για <math>p</math> πρότυπα προς αποθήκευση:</p> $W = \sum_{k=1}^p W_k = \sum_{k=1}^p S_k^T \cdot S_k$	<p>Συναρτ. Ενεργοποίησης</p> $y_i = \begin{cases} 1 & , \quad x_i > \theta_i \\ y_i' & , \quad x_i = \theta_i \\ -1 & , \quad x_i < \theta_i \end{cases}$
<p>Έξοδος του δικτύου:</p> $(y_1, y_2, ..., y_n)$			

- ❖ Ο πίνακας βαρών  $W$  είναι τετράγωνος, συμμετρικός ( $w_{ij}=w_{ji}$ ), με  $w_{ii}=0$  (οι νευρώνες δε συνδέονται με τον εαυτό τους).
- ❖ Στη συνάρτηση ενεργοποίησης,  $y_i'$  είναι η έξοδος του προηγούμενου κύκλου υπολογισμών, ενώ το κατώφλι  $\theta_i$  συνήθως τίθεται ίσο με μηδέν.



## Δίκτυα Hopfield (2/3)

❖ Παράδειγμα: θέλουμε να αποθηκευτεί το διάνυσμα (πρότυπο)  $S_1=(1, 1, 1, 0)$

❖ Πίνακας Βαρών:  $W_1 = S_1^T \cdot S_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot [1 \ 1 \ 1 \ -1] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$

☐ έγινε μετατροπή του δυαδικού διανύσματος  $S_1$  σε διπολικό (αντικατάσταση των 0 με -1)

☐ τέθηκε  $w_{ii}=0$ , όπως ορίζει η δομή του δικτύου Hopfield

❖ Ανάκληση: για κάθε διάνυσμα εισόδου, το δίκτυο θα ισορροπήσει στο "κοντινότερο" διάνυσμα από το σύνολο των διανυσμάτων με τα οποία εκπαιδεύτηκε.

☐ μπορεί να ανακαλέσει κάποιο πρότυπο ακόμα και με αλλοιωμένη είσοδο

❖ Διαδικασία ανάκλησης (τερματίζει όταν το δίκτυο συγκλίνει, κάτι εξασφαλισμένο):

1. Δίνεται στο δίκτυο το δυαδικό διάνυσμα εισόδου  $S'$

2. Αρχικοποιείται το δίκτυο με  $x_i=s_i$ ,  $y_i=x_i$  και *convergence=false*

3. Εφόσον το δίκτυο δεν συγκλίνει, δηλ. εφόσον *convergence=false*

α) Επιλέγεται τυχαία ένας από τους νευρώνες, έστω ο  $j$

β) Υπολογίζεται η είσοδός του  $x_j = \sum_{i=1, i \neq j}^n y_i w_{ij} + s_j$

γ) Εφαρμόζεται η συνάρτηση ενεργοποίησης του νευρώνα  $j$  στην είσοδο  $x_j$

δ) Περιοδικά, ελέγχεται εάν έχει επέλθει σύγκλιση (υπολογισμός *convergence*)



## Δίκτυα Hopfield (3/3)

- ❖ Έστω το δίκτυο Hopfield με τον πίνακα βαρών  $W_1$  (προηγούμενη διαφάνεια)
- ❖ Τροφοδοτείται με το διάνυσμα  $S'=(s'_1, s'_2, s'_3, s'_4)=(0, 0, 1, 0)$ , αλλοιωμένη μορφή του  $S_1$  που είναι αποθηκευμένο στο δίκτυο.

- ❖ Αρχικά η έξοδος είναι  $Y=S'=(0, 0, 1, 0)$  και  $\vartheta_i=0$  ( $i=1,2,3,4$ )

$$y_i = \begin{cases} 1 & , x_i > \theta_i \\ y_i' & , x_i = \theta_i \\ -1 & , x_i < \theta_i \end{cases}$$

- ❖ Κύκλοι λειτουργίας:

□ Έστω ότι επιλέγεται ο νευρώνας  $j=1$ :

$$x_1 = \sum y_i \cdot w_{i1} + s'_1 = (0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot (-1)) + 0 = 1$$

Επειδή  $1 > \vartheta_1$  θα είναι  $y_1=1$ . Άρα η έξοδος γίνεται  $Y=(1, 0, 1, 0)$

□ Έστω τώρα ότι επιλέγεται ο νευρώνας  $j=4$ .

$$x_4 = \sum y_i \cdot w_{i4} + s'_4 = (1 \cdot (-1) + 0 \cdot (-1) + 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 0) + 0 = -2$$

Επειδή  $-2 < \vartheta_4$  θα είναι  $y_4=-1$ . Άρα η έξοδος είναι  $(1, 0, 1, -1)$  και σε δυαδική μορφή  $(1, 0, 1, 0)$ .

□ Επιλέγεται αυτή τη φορά ο νευρώνας  $j=3$ .

$$x_3 = \sum y_i \cdot w_{i3} + s'_3 = (1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot (-1)) + 1 = 2$$

Επειδή  $2 > \vartheta_3$  θα είναι  $y_3=1$ . Άρα η έξοδος παραμένει  $(1, 0, 1, 0)$

□ Τέλος, επιλέγεται ο νευρώνας  $j=2$

$$x_2 = \sum y_i \cdot w_{i2} + s'_2 = (1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot (-1)) + 0 = 2$$

Επειδή  $2 > \vartheta_2$  θα είναι  $y_2=1$ . Άρα η έξοδος γίνεται  $(1, 1, 1, 0)$  **σωστή ανάκληση**

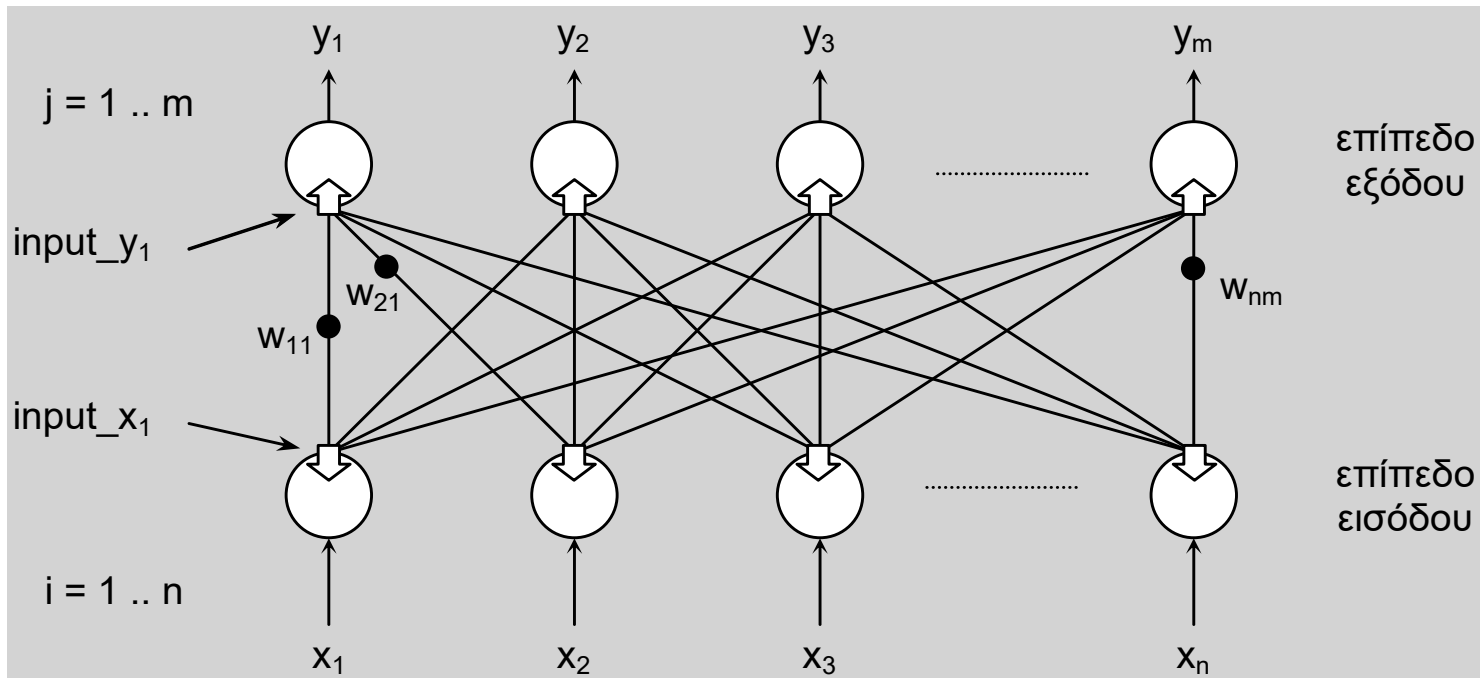
**Σημείωση:** στα  $\Sigma$  χρησιμοποιείται το τρέχον  $Y$  σε δυαδική μορφή (0 και 1 αντί -1 και 1) και το διπολικό αποτέλεσμα που παράγεται μετατρέπεται σε δυαδικό για να χρησιμοποιηθεί στο επόμενο βήμα.





# Μνήμες Συσχέτισης Διπλής Κατεύθυνσης (Bidirectional Associative Memories - BAM)

- ❖ Επέκταση μοντέλου Hopfield με ένα επιπλέον επίπεδο νευρώνων.
- ❖ Οι συνδέσεις μεταξύ των νευρώνων είναι διπλής κατεύθυνσης, δηλαδή  $w_{ij}=w_{ji}$



- ❖ Οι νευρώνες στα δύο επίπεδα λειτουργούν σαν στοιχεία εισόδου ή εξόδου, ανάλογα με την κατεύθυνση προς την οποία γίνονται υπολογισμοί.
- ❖ Συνάρτηση Ενεργοποίησης: διακριτή συνάρτηση κατωφλίου.
- ❖ Διανύσματα εισόδου  $X$  και εξόδου  $Y$ : διπολικά ή δυαδικά.



# Μνήμες Συσχέτισης Διπλής Κατεύθυνσης

- ❖ Εκπαίδευση: με ζευγάρια διπολικών διανυσμάτων εισόδου-εξόδου και βηματική συνάρτηση ενεργοποίησης.

πίνακας βαρών	$W$ για ταυτόχρονη αποθήκευση $p$ ζευγαριών	είσοδος σε κάθε νευρώνα του επιπέδου $Y$	έξοδος $y_j$
$W_k = X_K^T \cdot Y_K$	$W = \sum_{k=1}^p W_k$	$input\_y_j = \sum_{i=1}^n x_i w_{ij}$	$y_j = \begin{cases} 1 & , \text{input\_}y_j > 0 \\ y_j' & , \text{input\_}y_j = 0 \\ -1 & , \text{input\_}y_j < 0 \end{cases}$

❑ όπου  $y_j'$  είναι η έξοδος του προηγούμενου κύκλου υπολογισμών

❑ Αντίστοιχες σχέσεις ισχύουν για τους νευρώνες του επιπέδου  $X$

- ❖ Ανάκληση: έστω  $X^*$  το διάνυσμα εισόδου (πιθανώς με θόρυβο)

1. Δίνεται στο δίκτυο το διάνυσμα εισόδου  $X^*$ . Επίσης τίθεται *convergence=false*.
2. Υπολογίζεται το διάνυσμα εξόδου  $Y'$  του δικτύου από τη σχέση  $Y' = M^T \times X^*$ .
3. Εφόσον το δίκτυο δεν συγκλίνει, δηλ. εφόσον *convergence=false*
  - α) Γίνεται ανάδραση και υπολογίζεται το  $X' = M^T \times Y'$ .
  - β) Υπολογίζεται το νέο διάνυσμα εξόδου  $Y''$  από τη σχέση  $Y'' = M^T \times X'$ .
  - γ) Γίνεται έλεγχος αν έχει επέλθει σύγκλιση

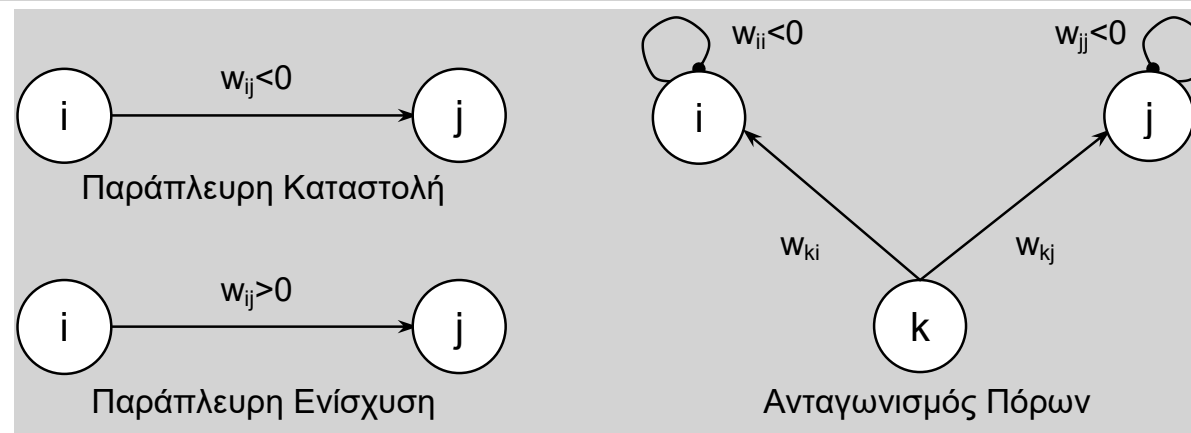
❑ σύγκλιση (και ανάκληση) όταν δύο διαδοχικές έξοδοι στο βήμα 3β είναι ίδιες

- ❖ Η χωρητικότητα του μοντέλου BAM είναι της τάξης  $O(\max(n, m))$ .



# ΤΝΔ με Ανταγωνισμό

- ❖ **Βασική Ιδέα:** οι νευρώνες πρέπει να είναι σε θέση να επηρεάσουν θετικά, ουδέτερα ή ακόμη και αρνητικά τους υπόλοιπους νευρώνες του δικτύου.
  - ❑ δημιουργείται ανταγωνισμός για το ποιος νευρώνας θα ανταποκριθεί περισσότερο
  - ❑ απλούστερη περίπτωση: μόνο ο νευρώνας με τη μεγαλύτερη έξοδο (νικητής) παράγει τελικά αποτέλεσμα (*winner-takes-all* - WTA).
- ❖ Μοντελοποίηση Ανταγωνισμού
  - ❑ **Παράπλευρη καταστολή** ή **ενίσχυση** (*lateral inhibition* ή *excitation*): η έξοδος κάθε νευρώνα επηρεάζει αρνητικά ή θετικά τους γειτονικούς μέσω αρνητικών ή θετικών βαρών.
  - ❑ **Ανταγωνισμός πόρων** (*resource competition*): η έξοδος ενός νευρώνα κατανέμεται στους συνδεδεμένους στην έξοδο νευρώνες αναλογικά με τα βάρη των συνδέσεων και την έξοδο που αυτοί παράγουν.
    - βιολογικά αποδεκτό - μοντελοποιεί και το βιολογικό φαινόμενο της εξασθένησης (*self decay*).





## Δίκτυα Kohonen (1/5)

- ❖ Αυτο-οργανούμενη Απεικόνιση Χαρακτηριστικών - *Self-organizing Feature Map*
- ❖ Οι νευρώνες είναι τοποθετημένοι σε κάποια γεωμετρική τοπολογία (πχ επίπεδο, κτλ)
- ❖ Κάθε νευρώνας είναι συνδεδεμένος μέσω βαρών με την είσοδο που αποτελείται από  $k$  στοιχεία και λαμβάνει ένα πλήρες αντίγραφο του διανύσματος εισόδου τροποποιημένου από τα βάρη.
- ❖ Μέσω εκπαίδευσης, μαθαίνουν να αντιστοιχούν ένα σήμα εισόδου με συγκεκριμένο νευρώνα στο επίπεδο εξόδου: άρα πραγματοποιούν κατηγοριοποίηση.
- ❖ Μάθηση χωρίς επίβλεψη.
- ❖ Μερικοί τρόποι υλοποίησης ανταγωνισμού για επιλογή του "νικητή νευρώνα":
  - ☐ Μέσω συνάρτησης μεγίστου προσδιορίζεται ο νευρώνας με τη μεγαλύτερη απόκριση στην είσοδο και στη συνέχεια αποδίδεται έξοδος +1 σε αυτόν και μηδέν στους υπόλοιπους.
  - ☐ Ο νευρώνας με τη μεγαλύτερη τιμή στο εσωτερικό γινόμενο μεταξύ του διανύσματος εισόδου και του διανύσματος των βαρών.
  - ☐ Ο νευρώνας για τον οποίο η Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ του διανύσματος εισόδου και του διανύσματος των βαρών είναι η μικρότερη.
- ❖ Δεν αποτελούν υλοποίηση των παράπλευρων διεγέρσεων και καταστολών αλλά δίνουν παρόμοια αποτελέσματα και υλοποιούνται εύκολα σε Η/Υ.



## Δίκτυα Kohonen (2/5)

### ❖ Εκπαίδευση δικτύου Kohonen με $k$ στοιχεία εισόδου.

- ❑ ανάθεση τυχαίων μικρών τιμών στα βάρη εισόδου
- ❑ συνήθως, τα αρχικά βάρη και τα διανύσματα εκπαίδευσης κανονικοποιούνται ως προς 1

$$s'_i = \frac{s_i}{[s_1^2 + s_2^2 + \dots + s_k^2]^{1/2}}$$

- για δεδομένο διάνυσμα εισόδου  $S$  της μορφής  $S=(s_1, s_2, \dots, s_k)$  η κανονικοποίηση γίνεται μέσω της σχέσης:

- $s_i$  και  $s'_i$  είναι η αρχική και η κανονικοποιημένη συνιστώσες για το διάνυσμα εισόδου  $S$
- όμοια κανονικοποιούνται και τα αρχικά βάρη εισόδου  $W_i=(w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{ik})$

- ❑ για κάθε νευρώνα του επιπέδου Kohonen, υπολογίζεται το πόσο κοντά στο διάνυσμα εκπαίδευσης βρίσκονται τα βάρη εισόδου του νευρώνα

$$d_i = \sqrt{\sum_{k=1}^n (s_k - w_{ik})^2}$$

- με χρήση Ευκλείδιας απόστασης:

- ❑ ο νευρώνας  $c$  με τη μικρότερη τιμή  $d$  είναι ο "νικητής" και δικαιούται να "εκπαιδευτεί"

$$\Delta w_{ij} = \begin{cases} n(s_j - w_{ij}) & \text{αν ο νευρώνας } i \text{ ανήκει στη γειτονιά του } c \\ 0 & \text{αν ο νευρώνας } i \text{ δεν ανήκει στη γειτονιά του } c \end{cases}$$

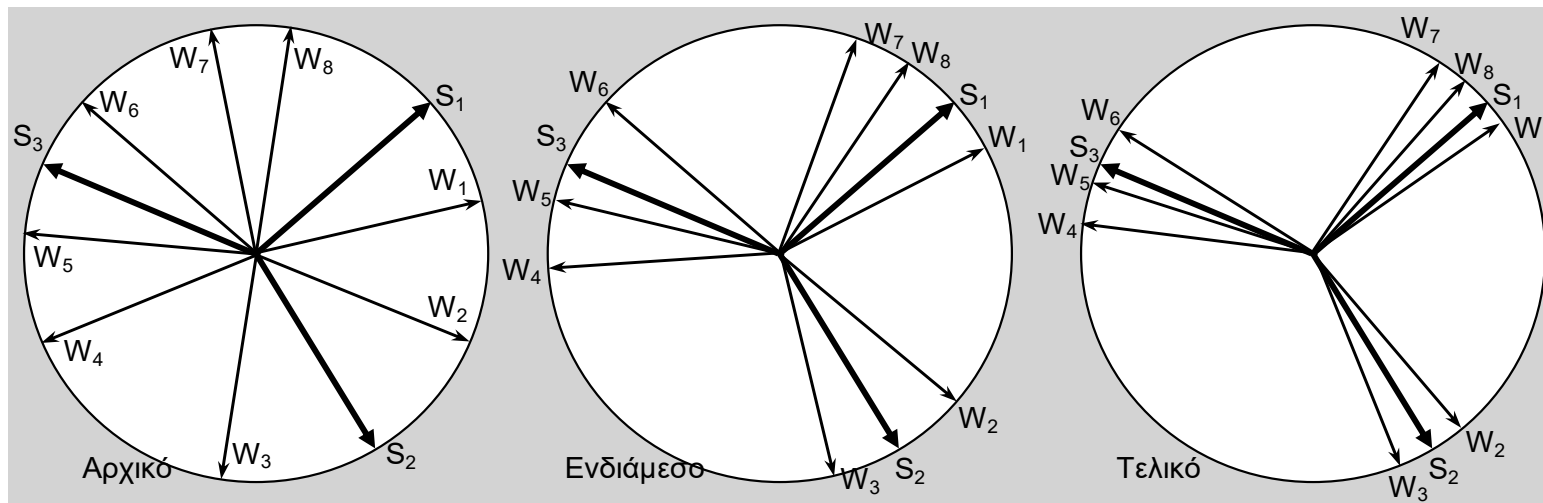
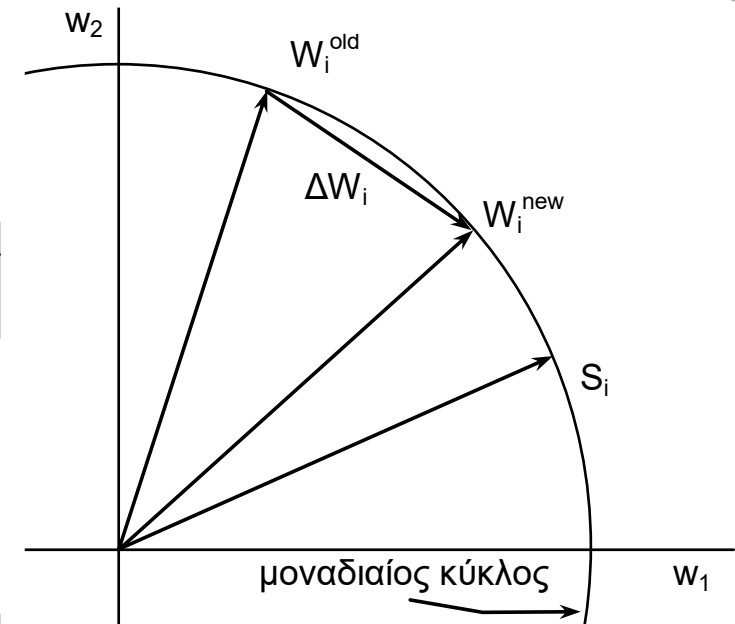
- $n$  είναι ο ρυθμός εκπαίδευσης και  $j=1, \dots, k$ .
- εκπαίδευση δικαιούνται και οι νευρώνες που βρίσκονται μέσα στη γειτονιά του νικητή, που καθορίζεται από πριν (συνήθως βάσει γεωμετρικών χαρακτηριστικών)

### ❖ Πριν αρχίσει ο επόμενος κύκλος εκπαίδευσης, ο ρυθμός εκπαίδευσης $n$ και το μέγεθος της γειτονίας ελαττώνονται.



## Δίκτυα Kohonen (3/5)

- ❖ Οπτικοποίηση ενός βήματος εκπαίδευσης σε δίκτυο Kohonen με 2 στοιχεία εισόδου:
  - ❑ Μετά από ένα βήμα εκπαίδευσης, το διάνυσμα βαρών  $W_i$  μετατοπίζεται κατά  $\Delta W_i$  και πλησιάζει το διάνυσμα  $S_i$  που αντιστοιχεί στο διάνυσμα εκπαίδευσης.
  - ❑ Όλα τα στοιχεία είναι κανονικοποιημένα.
- ❖ Ο αριθμός των νευρώνων εξόδου επηρεάζει:
  - ❑ μικρός: μπορεί να οδηγήσει σε συγχώνευση κλάσεων
  - ❑ μεγάλος: οδηγεί σε υπερπροσαρμογή (περισσότερες κατηγορίες από όσες υπάρχουν)
- ❖ Εξέλιξη εκπαίδευσης σε νευρωνικό δίκτυο Kohonen

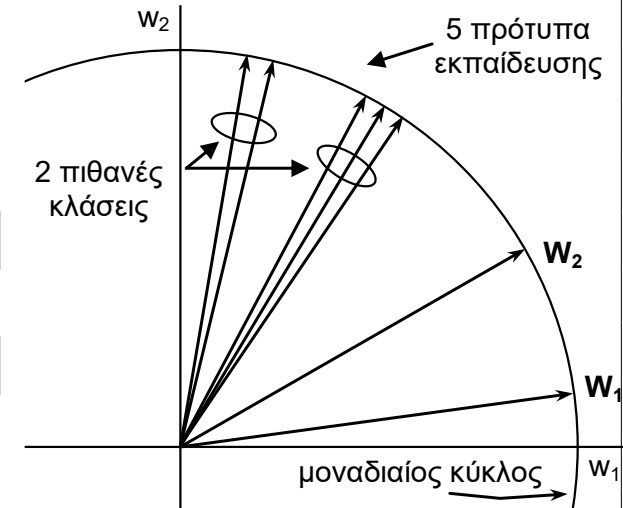




## Δίκτυα Kohonen (4/5)

### ❖ Κακή αρχικοποίηση τιμών για τα βάρη (σχήμα).

- ❑ φαινομενικά υπάρχουν 2 κλάσεις
- ❑ η κλάση που ορίζουν τα 3 διανύσματα εκπαίδευσης θα "τραβήξει" πάνω της και τα δύο διανύσματα βαρών
- ❑ θα έπρεπε τα  $w_1$  και  $w_2$  να αρχικοποιηθούν εκατέρωθεν των δύο φαινομενικών ομάδων



### ❖ Παράδειγμα εκπαίδευσης και ανάκλησης:

- ❑ Έστω δίκτυο Kohonen 4-2 και τα 4 διανύσματα εκπαίδευσης:  $S_1=(1,1,0,0)$ ,  $S_2=(0,0,0,1)$ ,  $S_3=(1,0,0,0)$  και  $S_4=(0,0,1,1)$
- ❑ αρχικά διανύσματα βαρών:  $W_1=(0.2, 0.6, 0.5, 0.9)$  και  $W_2=(0.8, 0.4, 0.7, 0.3)$
- ❑ αρχικός ρυθμός εκπαίδευσης:  $n_0=0.6$
- ❑ μεταβολή  $n$  με το χρόνο εκπαίδευσης (εποχές):  $n_{(t+1)}=0.5n_{(t)}$
- ❑ δίνουμε ως είσοδο το  $S_1$  και υπολογίζουμε την Ευκλείδεια απόσταση μεταξύ  $S_1$  και  $W_1, W_2$ 
  - $d_1 = \sqrt{(s_1 - w_1)^2 + (s_2 - w_2)^2 + (s_3 - w_3)^2 + (s_4 - w_4)^2} = \sqrt{(1 - 0.2)^2 + (1 - 0.6)^2 + (0 - 0.5)^2 + (0 - 0.9)^2} = 1.3638$
  - όμοια:  $d_2=0.9899$
- ❑ Επειδή  $d_2 < d_1$ , μόνο το διάνυσμα βαρών  $W_2$  θα μεταβληθεί λόγω εκπαίδευσης
  - Για τη συνιστώσα  $w_1$  του  $W_2$ :  $w_{1new} = w_{1old} + n(s_1 - w_{1old}) = 0.8 + 0.6(1 - 0.8) = 0.92$  (όμοια τα υπόλοιπα)
  - Τελικά:  $W_{2new} = (0.92, 0.76, 0.28, 0.12)$  ενώ  $W_{1new} = W_{1old}$ .



## Δίκτυα Kohonen (5/5)

❖ Η διαδικασία επαναλαμβάνεται για τα υπόλοιπα διανύσματα εκπαίδευσης.

❑ μετά το πέρας ενός κύκλου εκπαίδευσης:  
 $W_1=(0.032, 0.096, 0.680, 0.984)$  και  $W_2=(0.968, 0.304, 0.112, 0.048)$

❖ Στη συνέχεια, μεταβάλλεται ο ρυθμός εκπαίδευσης σε 0.3 και αρχίζει νέα εποχή.

❑ μετά το πέρας του δεύτερου κύκλου εκπαίδευσης:  
 $W_1=(0.016, 0.047, 0.633, 0.992)$  και  $W_2=(0.984, 0.359, 0.055, 0.024)$

❑ μετά 10 κύκλους εκπαίδευσης:  
 $W_1=(0.0, 0.0, 0.5, 1.0)$  και  $W_2=(1.0, 0.5, 0.0, 0.0)$

❖ Ανάκληση

❑ Ο προσδιορισμός της κλάσης ( $1^{\eta}$  ή  $2^{\eta}$ ) στην οποία ανήκει κάθε διάνυσμα  $S_i$  γίνεται μέσω του εσωτερικού γινομένου  $W_i \cdot S_j$ .

❑ Το μεγαλύτερο εσωτερικό γινόμενο  $W_i \cdot S_j$  για δεδομένο  $j$  καθορίζει τη νικητήρια κλάση, που προσδιορίζεται από το  $i$ .

- $j=1$   $W_1 \cdot S_1=0$  και  $W_2 \cdot S_1=1.5$  άρα το  $S_1$  ανήκει στην  $2^{\eta}$  κλάση
- $j=2$   $W_1 \cdot S_2=1$  και  $W_2 \cdot S_2=0$  άρα το  $S_2$  ανήκει στην  $1^{\eta}$  κλάση
- $j=3$   $W_1 \cdot S_3=0$  και  $W_2 \cdot S_3=1$  άρα το  $S_3$  ανήκει στην  $2^{\eta}$  κλάση
- $j=4$   $W_1 \cdot S_4=1.5$  και  $W_2 \cdot S_4=0$  άρα το  $S_4$  ανήκει στην  $1^{\eta}$  κλάση





# Εφαρμογές Νευρωνικών Δικτύων

❖ Δημοφιλή σε προβλήματα που περιέχουν μη-προβλέψιμες λειτουργίες και τα οποία δεν είναι πλήρως κατανοητά.

## ☐ Κατηγοριοποίηση (ταξινόμηση)

- ✓ Ιατρική: κατηγοριοποίηση (ως πρώτη διάγνωση) ιατρικών εικόνων από εξετάσεις υπέρηχων, τεστ ΠΑΠ, κτλ.
- ✓ Άμυνα: κατηγοριοποίηση εικόνων προερχόμενων από συσκευές όπως radar, sonar, κτλ.
- ✓ Γεωργία: έλεγχος καλλιεργειών σε συνδυασμό με δορυφορικά συστήματα τηλε-επισκόπησης.
- ✓ Οικονομία/επιχειρήσεις: κατηγοριοποίηση πελατών με βάση τις αγοραστικές τους συνήθειες.

## ☐ Αναγνώριση

- ✓ Τράπεζες: γνησιότητα υπογραφής και τραπεζογραμματίων.
- ✓ Πληροφορική και τηλεπικοινωνίες: αναγνώριση ήχου, εικόνας και γραπτού κειμένου (OCR), κτλ.

## ☐ Αποτίμηση

- ✓ Άμυνα: παρακολούθηση στόχων.
- ✓ Ασφάλεια: εντοπισμός κίνησης (*motion detection*), ταύτιση δακτυλικών αποτυπωμάτων, ανάλυση εικόνας σε συστήματα επιτήρησης.
- ✓ Μηχανολογία: παρακολούθηση, επιθεώρηση και έλεγχος προϊόντων.

## ☐ Πρόβλεψη

- ✓ Οικονομία/επιχειρήσεις: πρόβλεψη ισοτιμίας νομισμάτων και τιμών μετοχών (συνήθως βραχυπρόθεσμη), πρόβλεψη πωλήσεων, κτλ.
- ✓ Γεωργία: πρόβλεψη παραγωγής, κυρίως με χρήση δορυφορικών εικόνων.
- ✓ Μετεωρολογία: πρόβλεψη καιρού.



## Ερωτήσεις

- ❖ Αναφέρετε μερικές ιδιότητες των Τεχνητών Νευρωνικών Δικτύων.
- ❖ Τι ονομάζουμε εκπαίδευση (ή μάθηση) ενός νευρωνικού Δικτύου. Πως γίνεται. Ποιες κατηγορίες υπάρχουν.
- ❖ Η διαδικασία της τροποποίησης της τιμής των βαρών ενός νευρωνικού δικτύου, ώστε να παραχθεί συγκεκριμένο διάνυσμα εξόδου, δοθέντος συγκεκριμένου διανύσματος εισόδου ονομάζεται.....
- ❖ Η διαδικασία του υπολογισμού ενός διανύσματος εξόδου για συγκεκριμένο διάνυσμα εισόδου και τιμές βαρών ονομάζεται .....
- ❖ Να σχεδιαστεί τεχνητός νευρώνας που να υλοποιεί τη λογική συνάρτηση AND (ή OR). Να ορίσετε τη συνάρτηση κατωφλίου και τα βάρη και να εξηγήσετε τη λειτουργία του για ένα ζεύγος εισόδων.



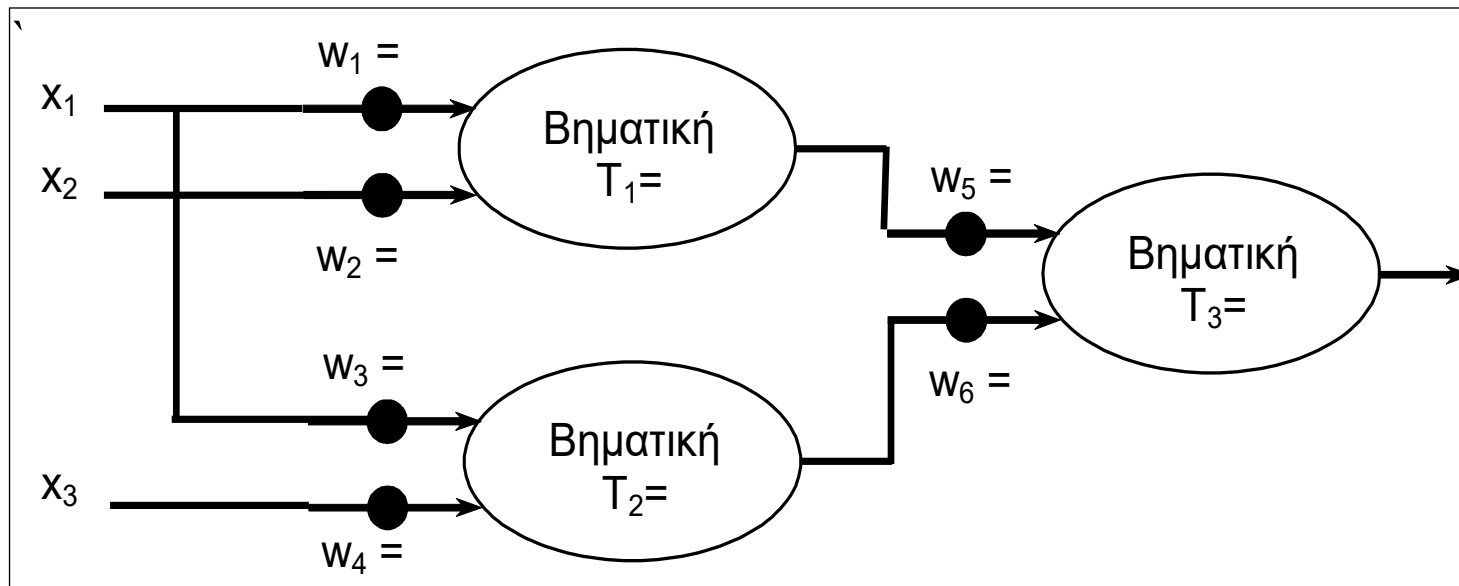
**Κυκλώστε το αντίστοιχο γράμμα Σ (ωστό) – Λ (άθος) στις επόμενες ερωτήσεις:**

Η μάθηση στα ΤΝΔ επιτυγχάνεται μέσω της ενημέρωσης των βαρών των νευρώνων	Σ	Λ
Η μάθηση στα ΤΝΔ επιτυγχάνεται μέσω της αναδιάταξης του δικτύου των νευρώνων	Σ	Λ
Σημαντικό πλεονέκτημα των ΤΝΔ είναι η ανοχή σε σφάλματα	Σ	Λ
Η βηματική συνάρτηση στα ΤΝΔ επιστρέφει μόνο τιμές $\geq 0$	Σ	Λ
Η βηματική συνάρτηση στα ΤΝΔ μπορεί να επιστρέψει αρνητικές τιμές	Σ	Λ
Η έξοδος ενός τεχνητού νευρώνα είναι πάντα μία ανεξάρτητα από τον αριθμό των γραμμών εισόδου του	Σ	Λ
Το Perceptron δεν υποστηρίζει ανατροφοδότηση	Σ	Λ
Αν από ένα νευρωνικό δίκτυο καταστραφεί εντελώς ένας νευρώνας, το δίκτυο θα σταματήσει να λειτουργεί	Σ	Λ
Στη μάθηση με επίβλεψη το ΤΝΔ εκπαιδεύεται με ζευγάρια <εισόδου-εξόδου>	Σ	Λ



# Ασκήσεις

❖ 19.1 Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένα νευρωνικό δίκτυο με 3 εισόδους και τρεις νευρώνες. Συμπληρώστε τις τιμές των βαρών και τα κατώφλια των τριών βηματικών συναρτήσεων, ώστε το δίκτυο να βγάζει ως αποτέλεσμα 1 αν όλες οι είσοδοι έχουν τιμή 1 και αποτέλεσμα 0 σε κάθε άλλη περίπτωση.



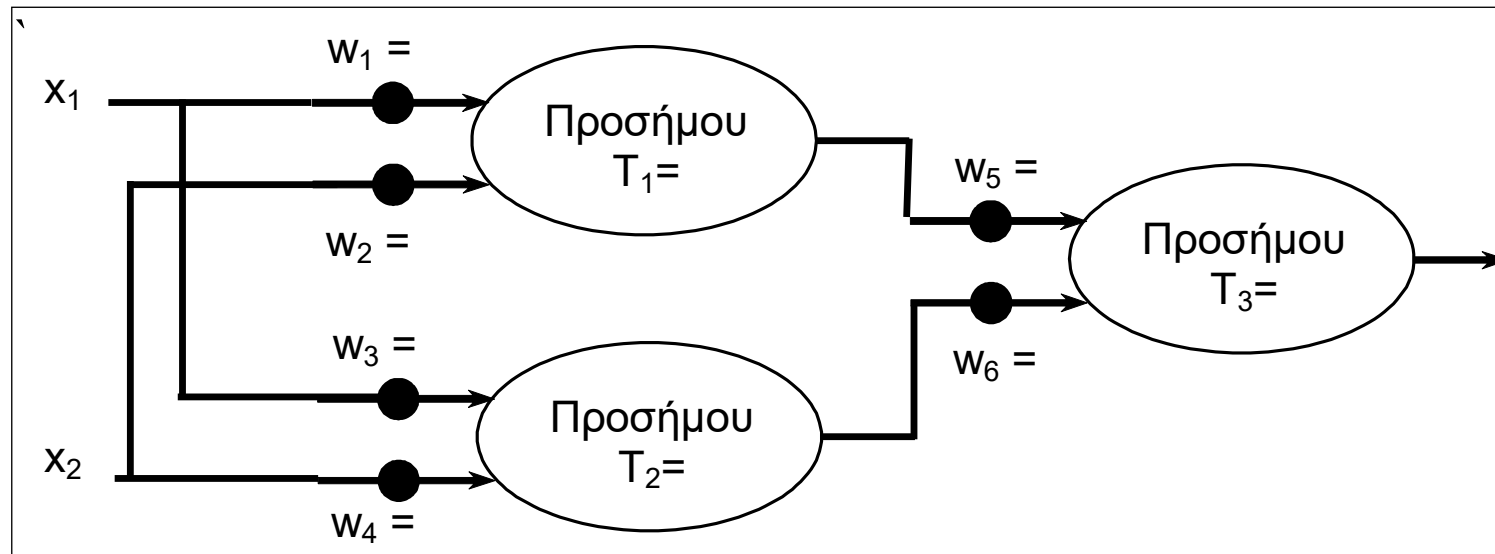
❖  $w_1=.....$ ,  $w_2=.....$ ,  $w_3=.....$ ,  $w_4=.....$ ,  $w_5=.....$ ,  $w_6=.....$ ,  $T_1=....$ ,  $T_2=....$ ,  $T_3=....$

❖ Απάντηση

❑ Κάθε νευρώνας πρέπει να λειτουργεί σαν πύλη AND. Άρα  $w_i=1$  και  $T_i=1,5$



❖ 19.2 Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένα νευρωνικό δίκτυο με 2 εισόδους και τρεις νευρώνες. Συμπληρώστε τις τιμές των βαρών και τα κατώφλια των τριών συναρτήσεων προσήμου, ώστε το δίκτυο να λειτουργεί όπως η συνάρτηση XOR.



❖  $w_1=.....$ ,  $w_2=.....$ ,  $w_3=.....$ ,  $w_4=.....$ ,  $w_5=.....$ ,  $w_6=.....$ ,  $T_1=....$ ,  $T_2=....$ ,  $T_3=....$

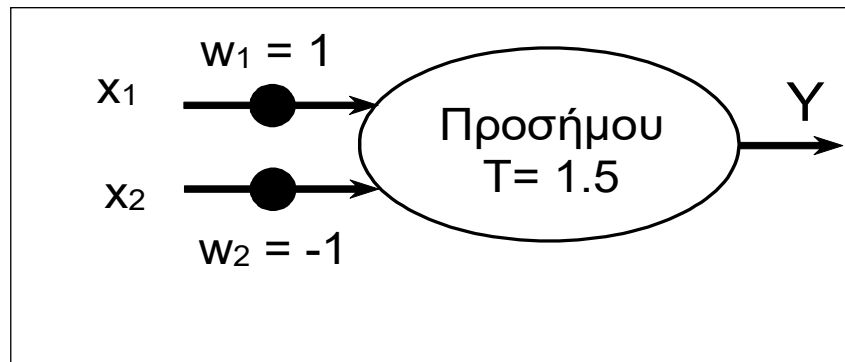
❖ Απάντηση

- ❑ Για να λειτουργεί σαν πύλη XOR πρέπει οι 3 νευρώνες να λειτουργούν σαν πύλη OR, NAND και AND αντίστοιχα. Συνεπώς έτσι προσδιορίζονται οι τιμές των βαρών και του κατωφλίου κάθε νευρώνα.



❖ 19.3 Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένας νευρώνας με 2 εισόδους με βάρη  $w_1=1$  και  $w_2=1$  και Συνάρτηση Ενεργοποίησης τη συνάρτηση προσήμου με κατώφλι  $T=1.5$ . Να υπολογίσετε την έξοδο του όταν η είσοδος είναι:

- ☐ α)  $x_1=0, x_2=1$ ,
- ☐ β)  $x_1=1$  και  $x_2=1$

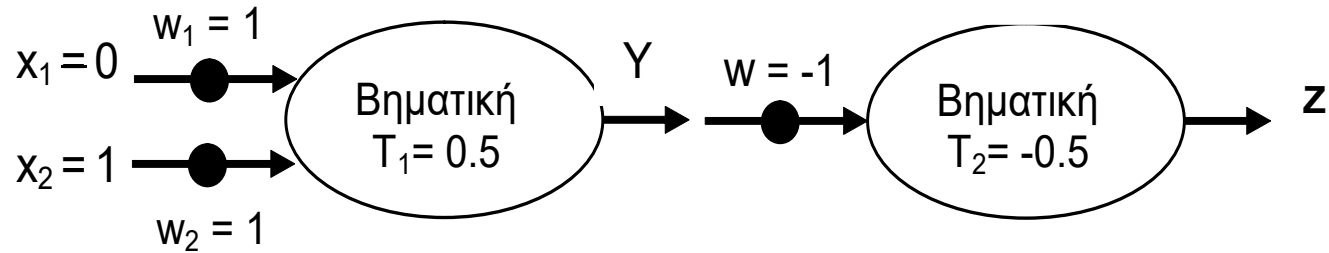


❖ α) Έξοδος = .....

❖ β) Έξοδος = .....



❖ 19.4. Ποια είναι ή έξοδος  $Y$  του συστήματος για τη δεδομένη είσοδο.



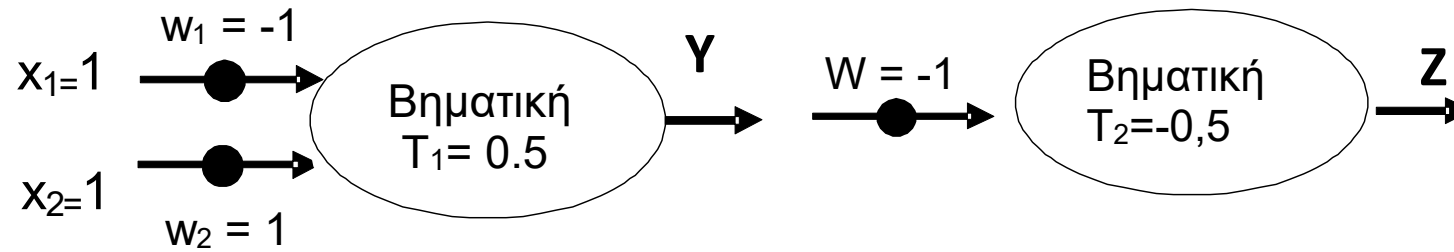
❖  $Y = \dots\dots\dots$

❖ Απάντηση

- ☐ Έξοδος του πρώτου νευρώνα:  $x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 = 1 > T$ , άρα έξοδος  $Y = 1$
- ☐ Έξοδος του δεύτερου νευρώνα:  $Y \cdot w = -1 < T$ , άρα έξοδος  $Z = 0$



❖ 19.5. Συμπληρώστε τις τιμές των  $Y$  και  $Z$ .



❖ α)  $Y = \dots\dots\dots$

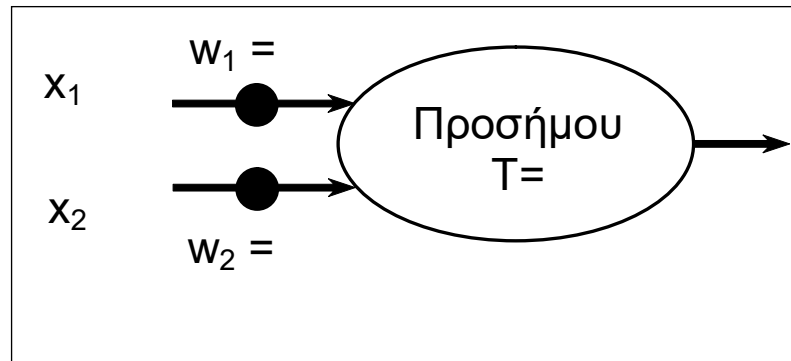
❖ β)  $Z = \dots\dots\dots$





❖ 19.6 Να σχεδιαστεί τεχνητός νευρώνας που να υλοποιεί τη λογική συνάρτηση NOR. Η συνάρτηση αυτή επιστρέφει τιμή 1 όταν και οι δύο είσοδοι είναι 0 και τιμή 0 σε κάθε άλλη περίπτωση. Για τον νευρώνα να ορίσετε τη συνάρτηση κατωφλίου και τα βάρη.

❖ Απάντηση



- ❑ Για να επιστρέφει 1 όταν οι 2 είσοδοι είναι 0, πρέπει:  $0 \cdot w_1 + 0 \cdot w_2 > T \Rightarrow T < 0$
- ❑ Για να επιστρέφει 0 σε κάθε άλλη περίπτωση, πρέπει:
  - $1 \cdot w_1 + 0 \cdot w_2 < T \Rightarrow w_1 < T$
  - $0 \cdot w_1 + 1 \cdot w_2 < T \Rightarrow w_2 < T$
  - $1 \cdot w_1 + 1 \cdot w_2 < T \Rightarrow w_1 + w_2 < T$
- ❑ Άρα μια λύση είναι  $T = -0.5$  και  $w_1 = -1$  και  $w_2 = -1$