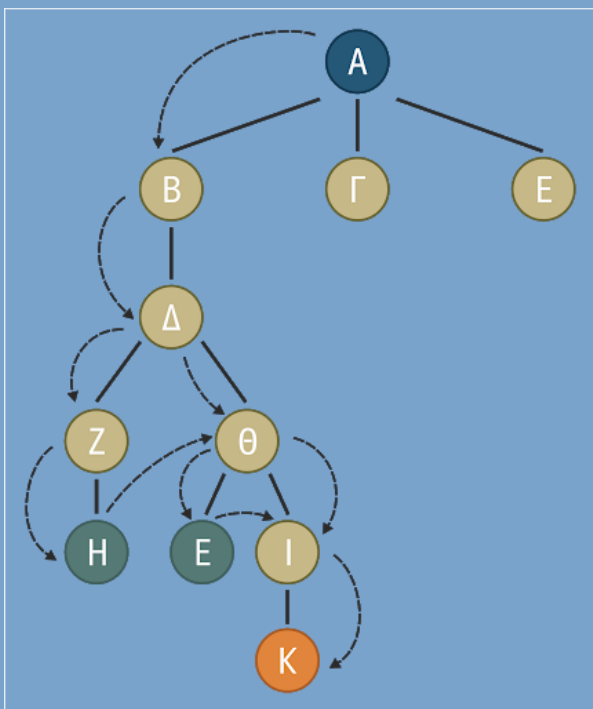




ΜΕΡΟΣ Α:

Κεφάλαιο 3

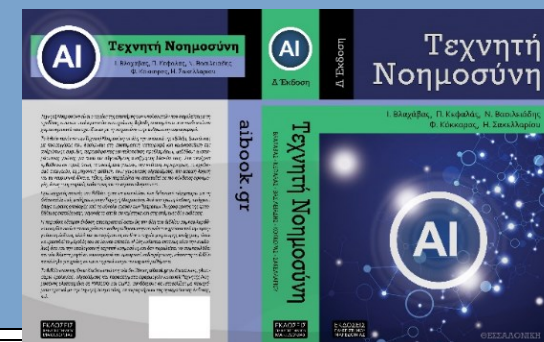
Αλγόριθμοι Τυφλής
Αναζήτησης

Βλαχάβας, Π. Κεφαλάς, Ν. Βασιλειάδης, Φ. Κόκκορας, Η. Σακελλαρίου.

Τεχνητή Νοημοσύνη - Δ' Έκδοση, ISBN: 978-618-5196-44-8

Έκδοση/Διάθεση: Εκδόσεις Πανεπιστημίου Μακεδονίας, 2020

Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 94700120





Αλγόριθμοι Τυφλής Αναζήτησης

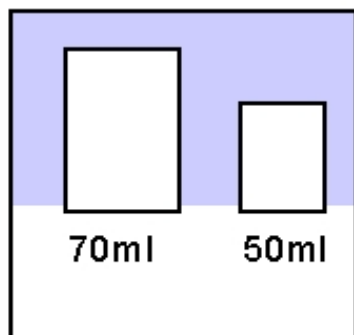
- ❖ Οι αλγόριθμοι τυφλής αναζήτησης (*blind search algorithms*) εφαρμόζονται σε προβλήματα στα οποία δεν υπάρχει πληροφορία που να επιτρέπει την αξιολόγηση των καταστάσεων του χώρου αναζήτησης (Δηλαδή ψάχνουμε στα τυφλά).
- ❖ Έτσι οι αλγόριθμοι αυτοί αντιμετωπίζουν με τον ίδιο ακριβώς τρόπο οποιοδήποτε πρόβλημα καλούνται να λύσουν.
- ❖ Για τους αλγορίθμους τυφλής αναζήτησης, το τι απεικονίζει κάθε κατάσταση του προβλήματος είναι παντελώς αδιάφορο. Σημασία έχει η χρονική σειρά με την οποία παράγονται οι καταστάσεις από το μηχανισμό επέκτασης.

Όνομα Αλγορίθμου	Συντομογραφία	Ελληνική Ορολογία
Depth-First Search	DFS	Αναζήτηση Πρώτα σε Βάθος
Breadth-First Search	BFS	Αναζήτηση Πρώτα σε Πλάτος
Iterative Deepening	ID	Επαναληπτική Εκβάθυνση
Bi-directional Search	BiS	Αναζήτηση Διπλής Κατεύθυνσης
Branch and Bound	B&B	Επέκταση και Οριοθέτηση

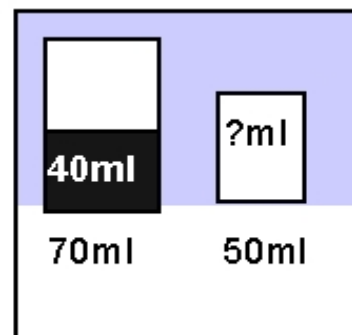


Παράδειγμα

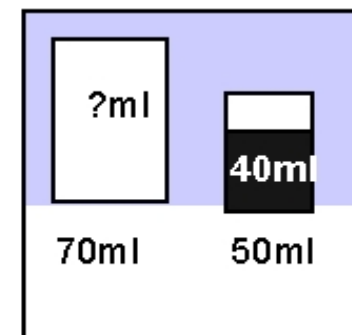
Το πρόβλημα των ποτηριών



Αρχική Κατάσταση



ή



Τελικές Καταστάσεις

**Τελεστής (1)**

Γέμισε το ποτήρι των X ml μέχρι το χείλος από τη βρύση

Προϋποθέσεις

Το ποτήρι των X ml έχει 0 ml

Αποτελέσματα

Το ποτήρι των X ml έχει X ml

Τελεστής (2)

Γέμισε το ποτήρι των X ml από το ποτήρι των Y ml

Προϋποθέσεις

Το ποτήρι των X ml έχει Z ml

Το ποτήρι των Y ml έχει W ml ($W \neq 0$)**Αποτελέσματα**Το ποτήρι των X ml έχει X ml και Το ποτήρι των Y ml έχει $W - (X - Z)$, αν $W \geq X - Z$ ήΤο ποτήρι των X ml έχει $Z + W$ ml και Το ποτήρι των Y ml έχει 0, αν $W < X - Z$ **Τελεστής (3)**

Άδειασε το ποτήρι των X ml στο νεροχύτη

Προϋποθέσεις

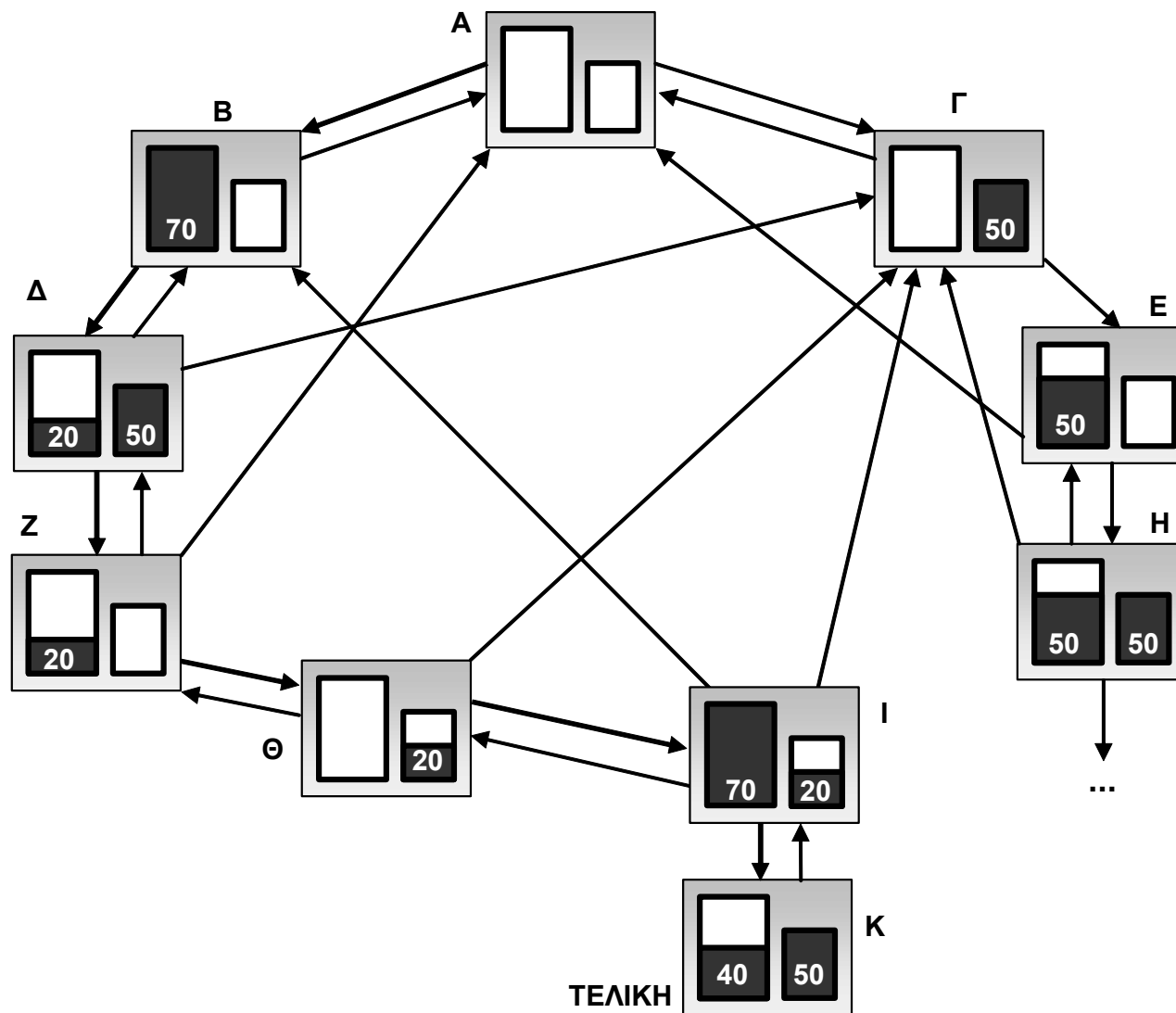
Το ποτήρι έχει περιεχόμενο

Αποτελέσματα

Το ποτήρι των X ml έχει 0 ml



Μέρος του χώρου αναζήτησης στο πρόβλημα με τα ποτήρια





Αναζήτηση Πρώτα σε Βάθος

Ο αλγόριθμος πρώτα σε βάθος (Depth-First Search - DFS) επιλέγει προς επέκταση την κατάσταση που βρίσκεται πιο βαθιά στο δένδρο.

- ❖ Στην περίπτωση που υπάρχουν περισσότερες από μία καταστάσεις στο ίδιο βάθος, ο DFS επιλέγει τυχαία μία από αυτές ή, για ευκολία, επιλέγει την αριστερότερη.

Ο αλγόριθμος DFS:

1. Βάλε την αρχική κατάσταση στο μέτωπο της αναζήτησης.
2. Αν το μέτωπο της αναζήτησης είναι κενό τότε σταμάτησε.
3. Βγάλε την πρώτη κατάσταση από το μέτωπο της αναζήτησης.
4. Αν η κατάσταση ανήκει στο κλειστό σύνολο τότε πήγαινε στο βήμα 2.
5. Αν η κατάσταση είναι μία από τις τελικές, τότε ανέφερε τη λύση.
6. Αν θέλεις και άλλες λύσεις πήγαινε στο βήμα 2. Αλλιώς σταμάτησε.
7. Εφάρμοσε τους τελεστές μετάβασης για να βρεις τις καταστάσεις-παιδιά.
8. **Βάλε τις καταστάσεις-παιδιά στην αρχή του μετώπου της αναζήτησης.**
9. Βάλε την κατάσταση-γονέα στο κλειστό σύνολο.
10. Πήγαινε στο βήμα 2.



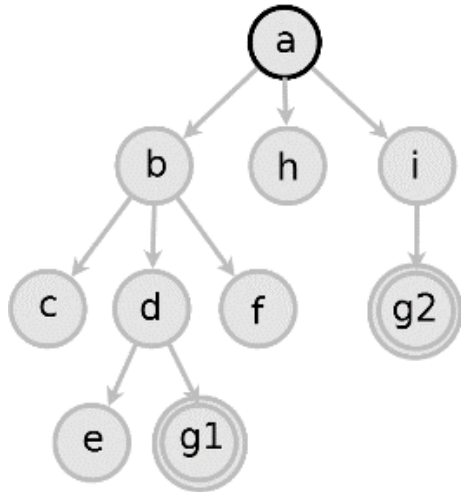
Ο αλγόριθμος DFS (Ψευδοκώδικας)

```
algorithm dfs(InitialState, FinalStates)
begin
  Closed $\leftarrow$  $\emptyset$ ;
  Frontier $\leftarrow$ <InitialState>;
  CurrentState $\leftarrow$ First(Frontier);
  while CurrentState  $\notin$  FinalStates do
    Frontier $\leftarrow$ delete(CurrentState,Frontier);
    if CurrentState  $\notin$  ClosedSet then
      begin
        ChildrenStates  $\leftarrow$ Expand(CurrentState);
        Frontier $\leftarrow$ ChildrenStates ^ Frontier;
        Closed $\leftarrow$ Closed $\cup$ {CurrentState};
      end;
    if Frontier= $\emptyset$  then exit;
    CurrentState $\leftarrow$ First(Frontier);
  endwhile;
return success;
end.
```

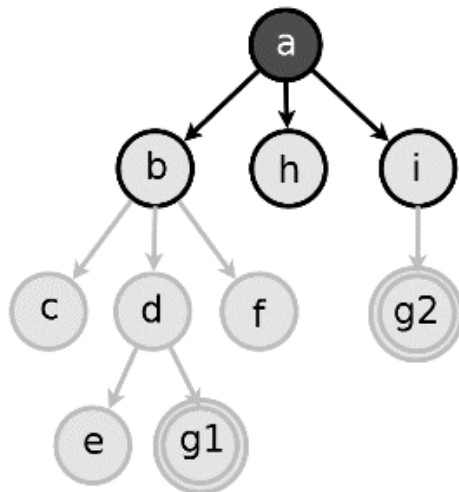


Αναζήτηση Πρώτα σε Βάθος σε Χώρο Αναζήτησης με αρχική κατάσταση a και τελικές g1 και g2

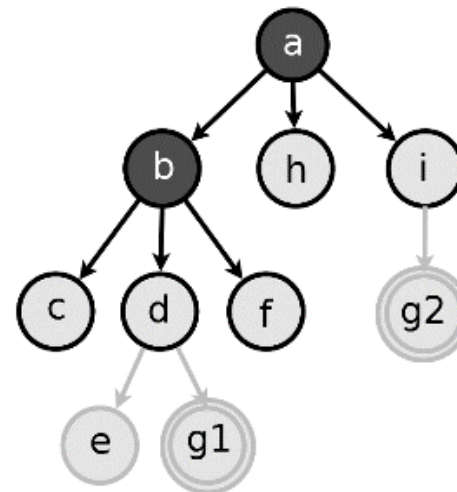
Αρχική Κατάσταση



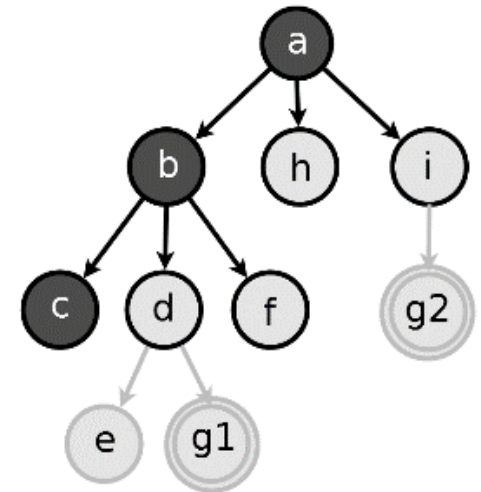
Επέκταση a



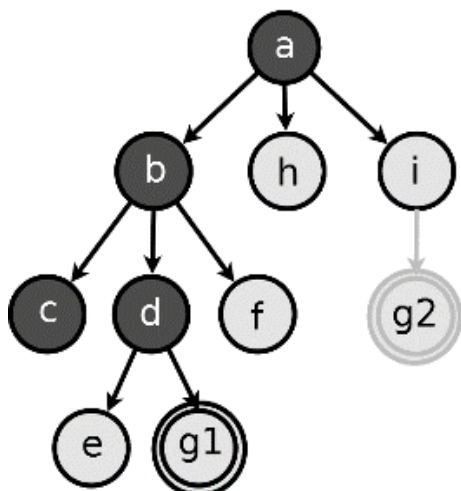
Επέκταση b



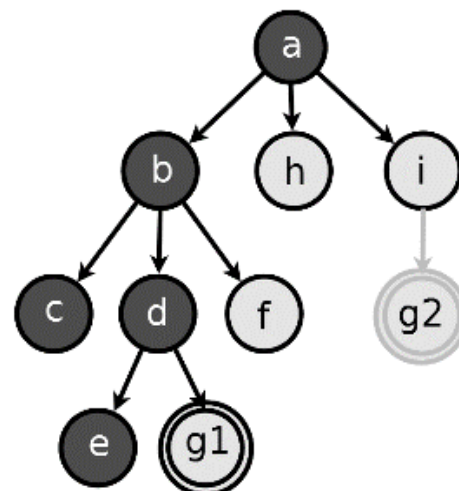
Επέκταση c (αδιέξοδο)



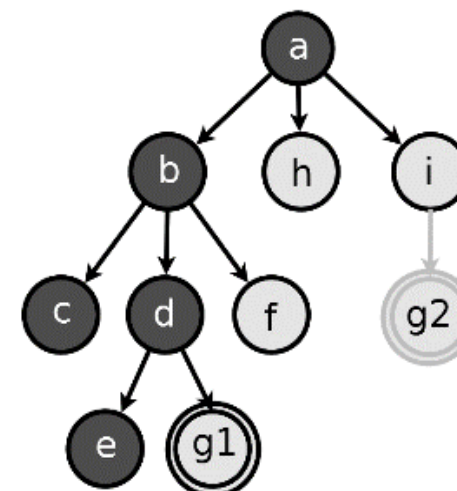
Επέκταση d



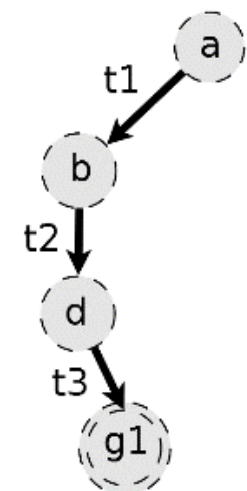
Επέκταση c (αδιέξοδο)



Επέκταση g1 (τελική)



Λύση





Αναζήτηση Πρώτα σε Βάθος

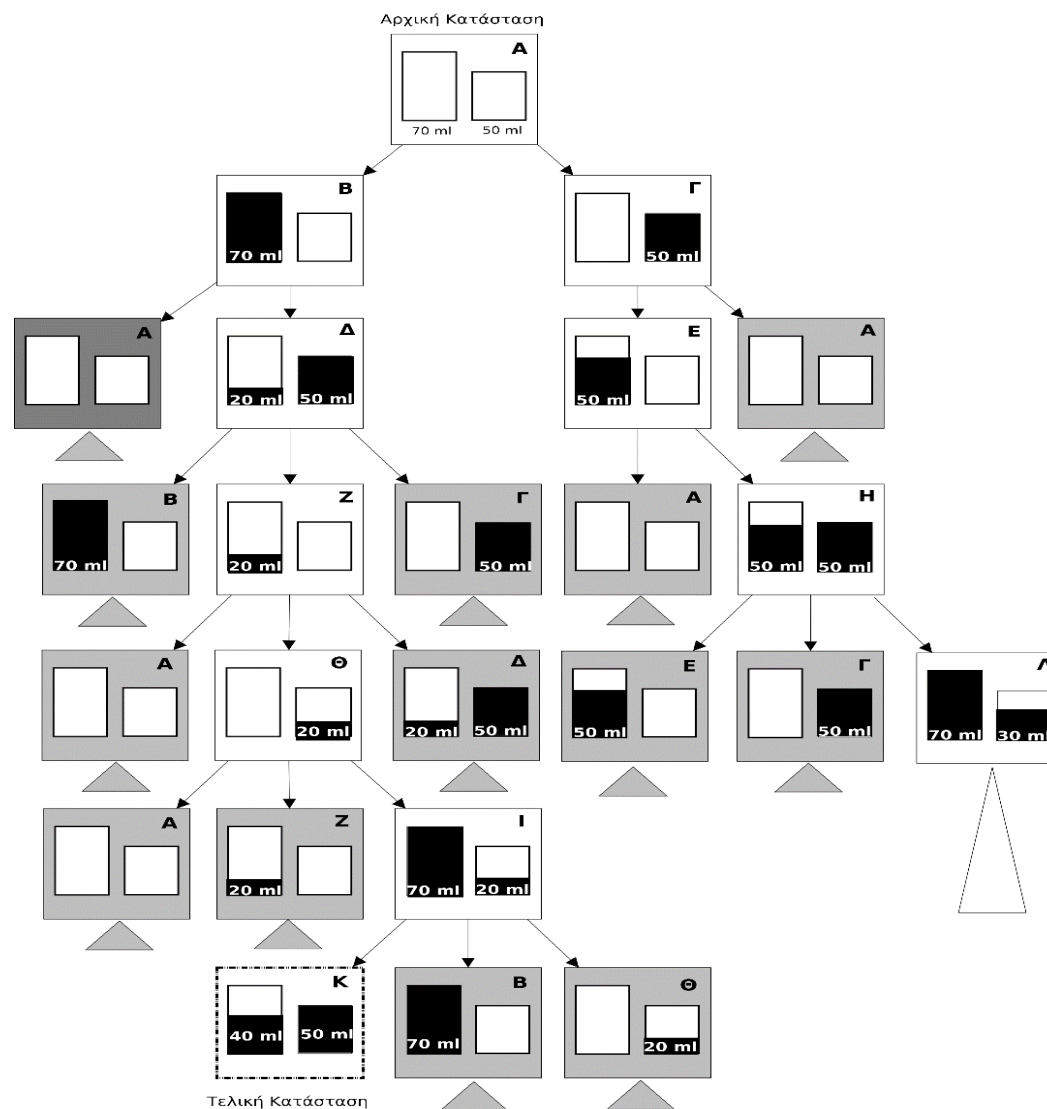
Σχόλια

- ❖ Το μέτωπο της αναζήτησης είναι μια δομή στοίβας (Stack LIFO, Last In First Out)
- ❖ Η εξέταση αμέσως προηγούμενων (χρονικά) καταστάσεων ονομάζεται χρονική οπισθοδρόμηση (*chronological backtracking*).
- ❖ **Πλεονεκτήματα:**
 - ☐ Έχει μικρές απαιτήσεις σε χώρο διότι το μέτωπο της αναζήτησης δε μεγαλώνει πάρα πολύ.
- ❖ **Μειονεκτήματα:**
 - ☐ Δεν εγγυάται ότι η πρώτη λύση που θα βρεθεί είναι η βέλτιστη (μονοπάτι με το μικρότερο μήκος ή με μικρότερο κόστος).
 - ☐ Εν γένει θεωρείται μη-πλήρης (αν δεν υπάρχει έλεγχος βρόχων ή αν ο χώρος αναζήτησης είναι μη πεπερασμένος γιατί μπορεί να μπλεχτεί σε κλαδιά μεγάλου μήκους ή σε ατέρμονα κλαδιά).
 - ☐ Στις περιπτώσεις όμως που ο χώρος αναζήτησης είναι πεπερασμένος και χρησιμοποιείται κλειστό σύνολο, ο DFS θα βρει λύση, εάν μια τέτοια υπάρχει.



Αναζήτηση Πρώτα σε Βάθος (DFS)

Μέρος του χώρου αναζήτησης στο πρόβλημα των ποτηριών





Αναζήτηση Πρώτα σε Βάθος (DFS)

Πρόβλημα των ποτηριών

Μέτωπο της αναζήτησης	Κλειστό Σύνολο	Κατάσταση	Παιδιά
<A>	{}	A	<B, Γ>
<B, Γ>	{A}	B	<A, Δ>
<A, Δ, Γ>	{A,B}	A	- (βρόχος)
<Δ, Γ>	{A,B}	Δ	<B,Z,Γ>
<B,Z,Γ,Γ>	{A,B,Δ}	B	- (βρόχος)
<Z,Γ,Γ>	{A,B,Δ}	Z	<A,Θ,Δ>
<A,Θ,Δ,Γ,Γ>	{A,B,Δ,Z}	A	- (βρόχος)
<Θ,Δ,Γ,Γ>	{A,B,Δ,Z}	Θ	<Z,Δ,Ι>
<Z,Δ,Ι,Δ,Γ,Γ>	{A,B,Δ,Z,Θ}	Z	- (βρόχος)
<Δ,Ι,Δ,Γ,Γ>	{A,B,Δ,Z,Θ}	Δ	- (βρόχος)
<Ι,Δ,Γ,Γ>	{A,B,Δ,Z,Θ}	Ι	<Κ,Γ,B>
<Κ,Γ,B,Δ,Γ,Γ>	{A,B,Δ,Z,Θ,Ι}	Κ	ΤΕΛΙΚΗ

Λύση

- ☐ Γέμισε το ποτήρι των 70 ml μέχρι το χείλος από τη βρύση.
- ☐ Γέμισε το ποτήρι των 50 ml από το ποτήρι των 70 ml.
- ☐ Άδειασε το ποτήρι των 50 ml στο νεροχύτη.
- ☐ Γέμισε το ποτήρι των 50 ml από το ποτήρι των 70 ml.
- ☐ Γέμισε το ποτήρι των 70 ml μέχρι το χείλος από τη βρύση.
- ☐ Γέμισε το ποτήρι των 50 ml από το ποτήρι των 70 ml.



Αναζήτηση Πρώτα σε Πλάτος

Ο αλγόριθμος αναζήτησης πρώτα σε πλάτος (*Breadth First Search - BFS*) εξετάζει πρώτα όλες τις καταστάσεις που βρίσκονται στο ίδιο βάθος και μετά συνεχίζει στην επέκταση καταστάσεων στο αμέσως επόμενο επίπεδο.

Ο αλγόριθμος BFS:

1. Βάλτε την αρχική κατάσταση στο μέτωπο της αναζήτησης.
2. Αν το μέτωπο της αναζήτησης είναι κενό τότε σταμάτησε.
3. Βγάλτε την πρώτη κατάσταση από το μέτωπο της αναζήτησης.
4. Αν είναι η κατάσταση ανήκει στο κλειστό σύνολο τότε πήγαινε στο βήμα 2.
5. Αν η κατάσταση είναι μία τελική τότε ανέφερε τη λύση.
6. Αν θέλεις και άλλες λύσεις πήγαινε στο βήμα 2. Αλλιώς σταμάτησε.
7. Εφάρμοσε τους τελεστές μεταφοράς για να βρεις τις καταστάσεις-παιδιά.
8. **Βάλτε τις καταστάσεις-παιδιά στο τέλος του μετώπου της αναζήτησης.**
9. Βάλτε την κατάσταση-γονέα στο κλειστό σύνολο.
10. Πήγαινε στο βήμα 2.



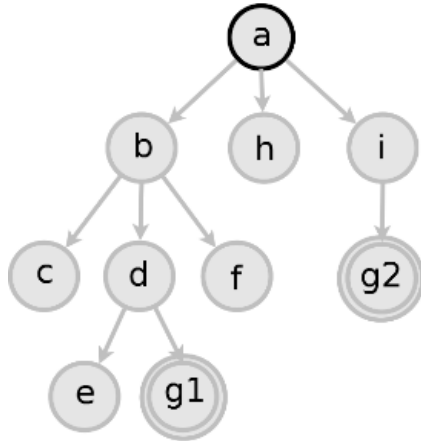
Ο αλγόριθμος BFS (Ψευδοκώδικας)

```
algorithm bfs(InitialState, FinalStates)
begin
  Closed $\leftarrow$  $\emptyset$ ;
  Frontier $\leftarrow$  $\langle$ InitialState $\rangle$ ;
  CurrentState $\leftarrow$ First(Frontier);
  while CurrentState  $\notin$  FinalStates do
    Frontier $\leftarrow$ delete(CurrentState,Frontier);
    if CurrentState  $\notin$  ClosedSet
      begin
        ChildrenStates  $\leftarrow$ Expand(CurrentState);
        Frontier $\leftarrow$  Frontier  $\wedge$  ChildrenStates;
        Closed $\leftarrow$ Closed $\cup$ {CurrentState};
      end;
    if Frontier=  $\emptyset$  then exit;
    CurrentState $\leftarrow$ First(Frontier);
  endwhile;
return success;
end.
```

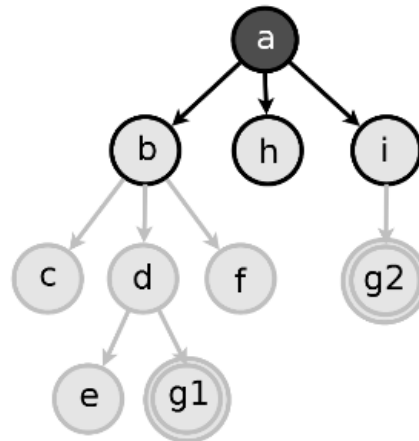


Αναζήτηση Πρώτα σε Πλάτος σε Χώρο Αναζήτησης με αρχική κατάσταση a και τελικές g1 και g2

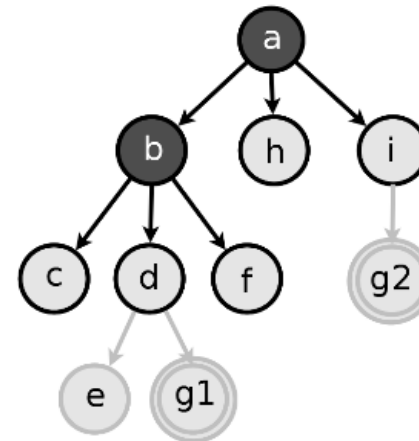
Αρχική Κατάσταση



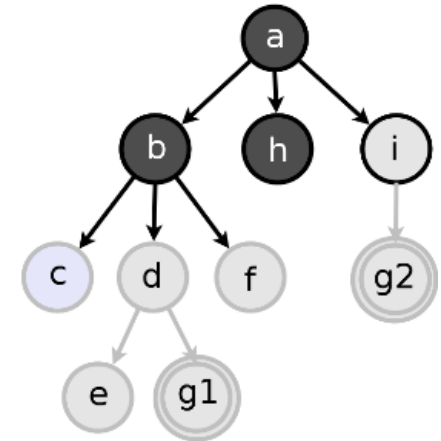
Επέκταση a



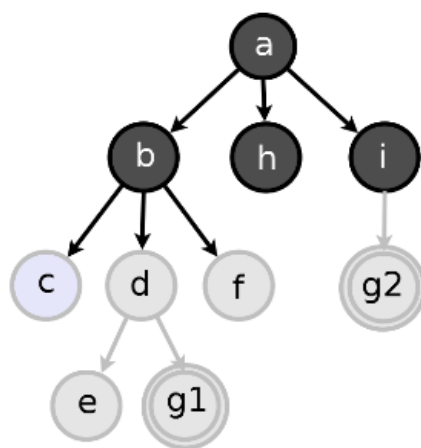
Επέκταση b



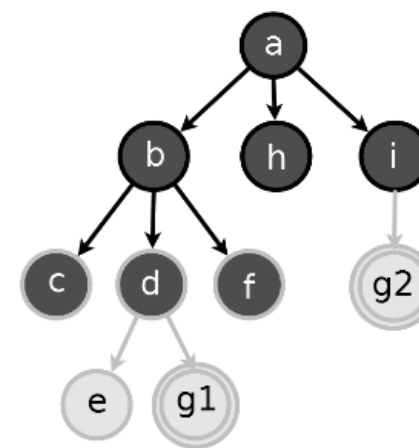
Επέκταση h (αδιέξοδο)



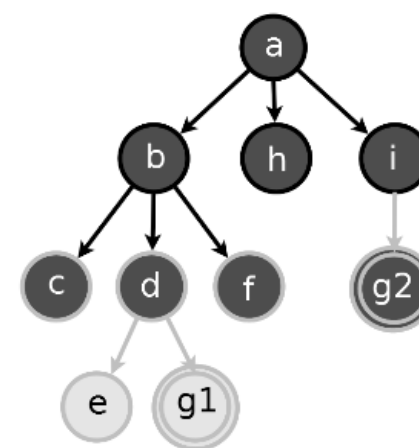
Επέκταση i



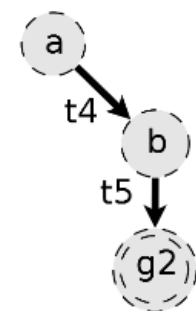
Επέκταση c (αδιέξοδο) d,f



Επέκταση g2 (τελική)



Λύση





Αναζήτηση Πρώτα σε Πλάτος

Σχόλια

- ❖ Το μέτωπο της αναζήτησης είναι μια δομή ουράς (Queue FIFO, δηλαδή First In First Out).
 - ☐ Έτσι, ποτέ δεν επεκτείνεται μία κατάσταση αν δεν επεκταθούν πρώτα όλες οι καταστάσεις που βρίσκονται σε μικρότερο βάθος, γιατί απλά οι τελευταίες μπήκαν στο μέτωπο της αναζήτησης νωρίτερα.
- ❖ **Πλεονεκτήματα:**
 - ☐ Βρίσκει πάντα την καλύτερη λύση (μικρότερη σε μήκος).
 - ☐ Είναι πλήρης.
- ❖ **Μειονεκτήματα:**
 - ☐ Το μέτωπο της αναζήτησης μεγαλώνει πολύ σε μέγεθος.



Αναζήτηση Πρώτα σε Πλάτος (BFS)

Πρόβλημα των ποτηριών

Μέτωπο αναζήτησης	Κλειστό Σύνολο	Κατάσταση	Παιδιά
<A>	{}	A	<B, Γ>
<B, Γ>	{A}	B	<A, Δ>
<Γ, A, Δ>	{A, B}	Γ	<E, A>
<A, Δ, E, A>	{A, B, Γ}	A	- (βρόχος)
<Δ, E, A>	{A, B, Γ}	Δ	<B, Z, Γ>
<E, A, B, Z, Γ>	{A, B, Γ, Δ}	E	<A, H>
<A, B, Z, Γ, A, H>	{A, B, Γ, Δ, E}	A	- (βρόχος)
<B, Z, Γ, A, H>	{A, B, Γ, Δ, E}	B	- (βρόχος)
<Z, Γ, A, H>	{A, B, Γ, Δ, E}	Z	<A, Θ, Δ>
<Γ, A, H, A, Θ, Δ>	{A, B, Γ, Δ, E, Z}	Γ	- (βρόχος)
<A, H, A, Θ, Δ>	{A, B, Γ, Δ, E, Z}	A	- (βρόχος)
<H, A, Θ, Δ>	{A, B, Γ, Δ, E, Z}	H	<E, Γ>
<A, Θ, Δ, E, Γ>	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H}	A	- (βρόχος)
<Θ, Δ, E, Γ>	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H}	Θ	<Z, Δ, Ι>
<Δ, E, Γ, Z, Δ, Ι>	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H}	Δ	- (βρόχος)
<E, Γ, Z, Δ, Ι>	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H}	E	- (βρόχος)
<Γ, Z, Δ, Ι>	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H}	Γ	- (βρόχος)
<Z, Δ, Ι>	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H}	Z	- (βρόχος)
<Δ, Ι>	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H}	Δ	- (βρόχος)
<Ι>	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H}	Ι	<Κ, Γ, Β>
<Κ, Γ, Β>	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Ι}	Κ	ΤΕΛΙΚΗ



Αλγόριθμος Επαναληπτικής Εκβάθυνσης

Ο αλγόριθμος επαναληπτικής εκβάθυνσης (Iterative Deepening - ID) συνδυάζει με τον καλύτερο τρόπο τους DFS και BFS.

Ο αλγόριθμος ID:

1. Όρισε το αρχικό βάθος αναζήτησης (συνήθως 1).
2. Εφάρμοσε τον αλγόριθμο DFS μέχρι αυτό το βάθος αναζήτησης.
3. Αν έχεις βρει λύση σταμάτησε.
4. Αύξησε το βάθος αναζήτησης (συνήθως κατά 1).
5. Πήγαινε στο βήμα 2.

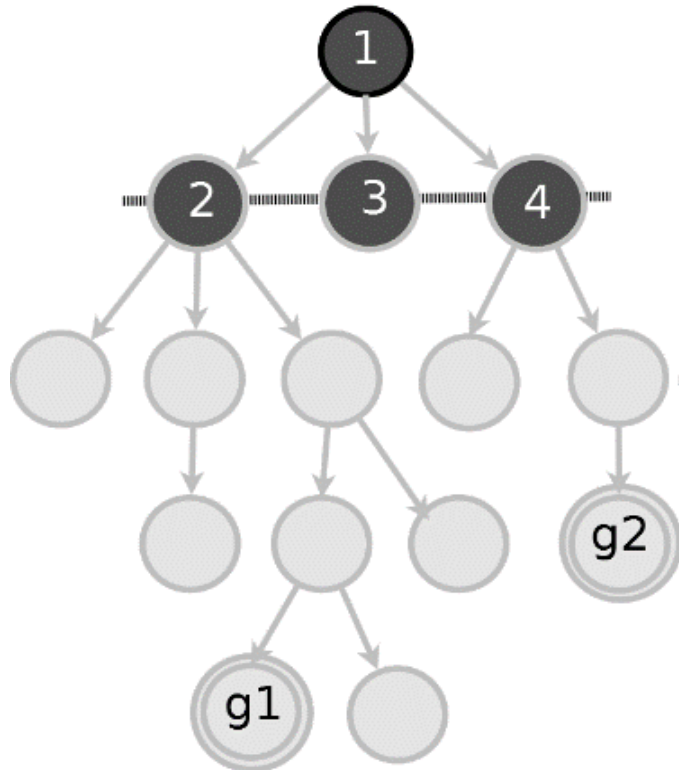
Ο αλγόριθμος ID (Ψευδοκώδικας)

```
algorithm id(InitialState, FinalStates)
begin
  depth ← 1
  while solution is not found do
    bounded_dfs(InitialState, FinalStates, depth);
    depth ← depth + 1
  endwhile;
end.
```

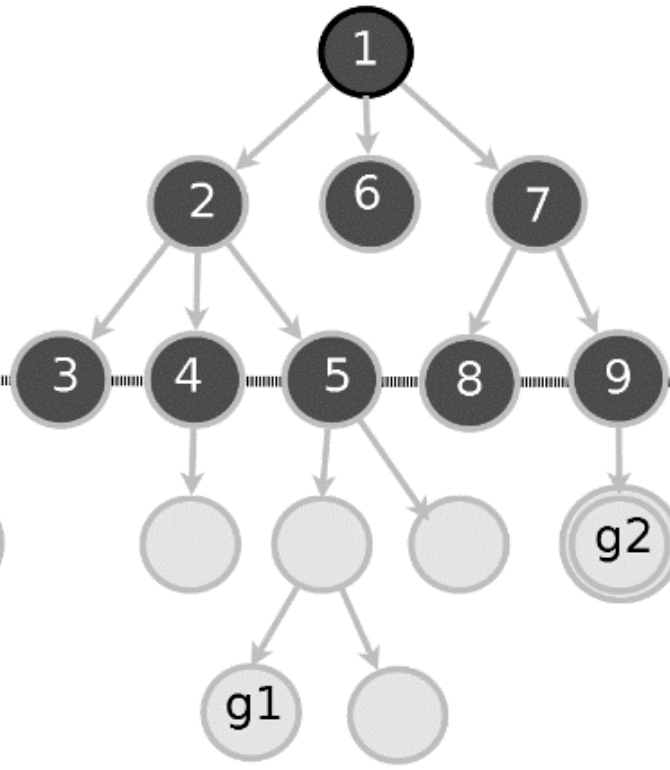


Αναζήτηση με επαναληπτικής εκβάθυνση σε Χώρο Αναζήτησης με τελικές καταστάσεις g_1 και g_2

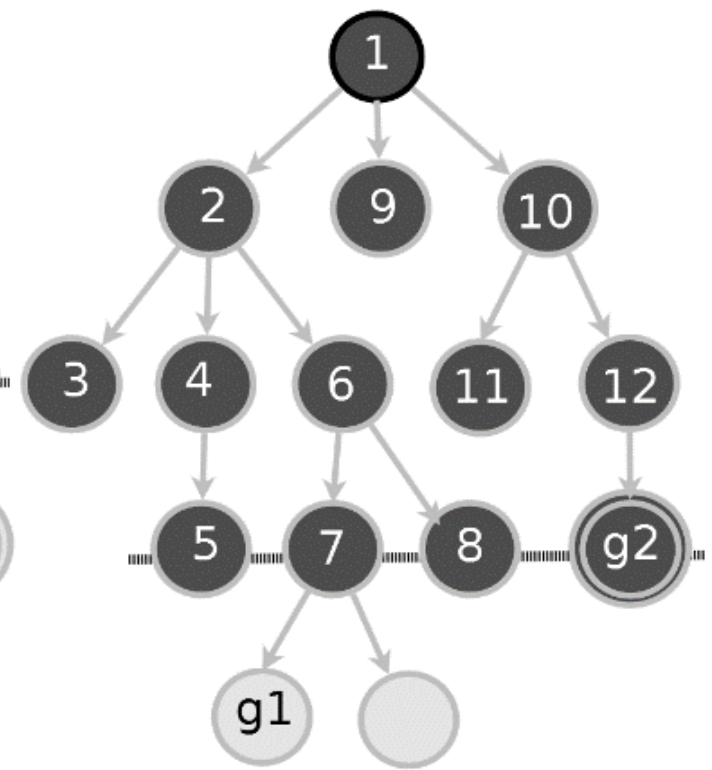
1η επανάληψη



2η επανάληψη



3η επανάληψη





Αναζήτηση ID

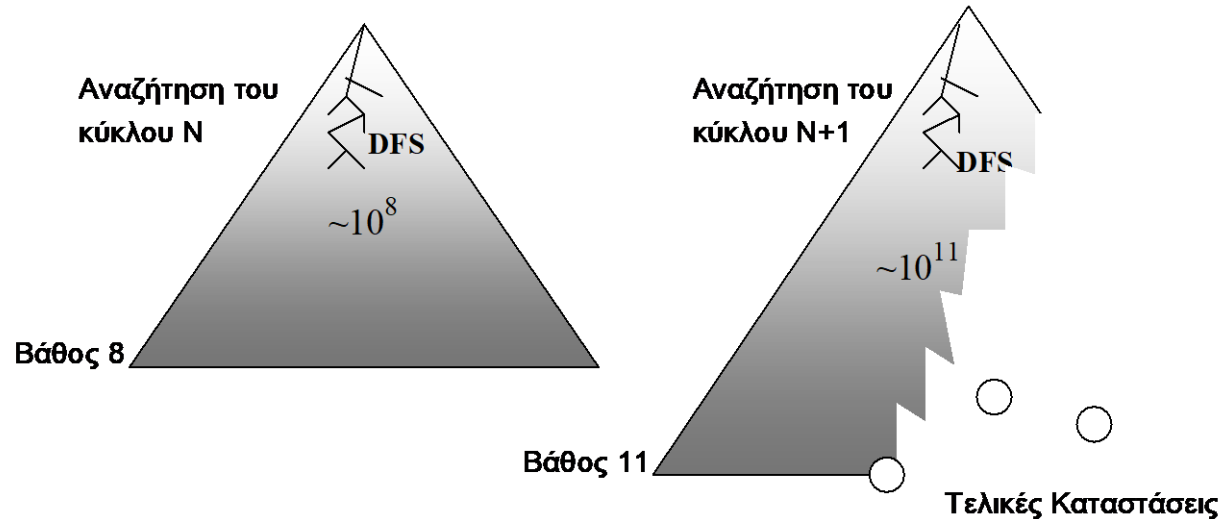
Σχόλια

❖ Μειονεκτήματα:

- ❑ Όταν αρχίζει ο DFS με διαφορετικό βάθος δε θυμάται τίποτα από την προηγούμενη αναζήτηση.

❖ Πλεονεκτήματα:

- ❑ Είναι πλήρης.
- ❑ Αν το βάθος αυξάνεται κατά 1 σε κάθε κύκλο και ο ID βρει λύση, τότε αυτή η λύση θα είναι η καλύτερη, γιατί αν υπήρχε άλλη, καλύτερη λύση, αυτή θα βρισκόταν σε προηγούμενο κύκλο αναζήτησης.





Πλεονεκτήματα (συνέχεια)

- ❖ Έχει αποδειχθεί ότι ο ID έχει την ίδια πολυπλοκότητα σε χώρο και χρόνο με τους DFS και BFS, όταν έχουμε μεγάλους χώρους αναζήτησης, παρ' όλο που επαναλαμβάνει άσκοπα το κτίσιμο του χώρου αναζήτησης,
- ❖ Για παράδειγμα:
 - ☐ Έστω ότι το δένδρο αναζήτησης έχει σταθερό παράγοντα διακλάδωσης 10. Εφαρμόζουμε τον ID σε βάθος 5.
 - ☐ Οι καταστάσεις που θα επεκταθούν είναι:
- ❖ $10^0 + 10^1 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + 10^5 = 111.111$
 - ☐ Αν αυξηθεί το βάθος κατά 2 (συνολικό βάθος 7), οι καταστάσεις που θα επεκταθούν συνολικά είναι:
- ❖ $10^0 + 10^1 + 10^2 + 10^3 + 10^4 + 10^5 + 10^6 + 10^7 = 11.111.111$
 - ☐ άρα το χάσιμο ήταν $11.111 / 11.111.111 = 0,1\%$
- ❖ Ο ID δεν κινδυνεύει να χαθεί σε κάποιο κλαδί απείρου μήκους. Αν βρει λύση θα είναι η καλύτερη, αν το βάθος αυξάνεται κατά 1 σε κάθε κύκλο.



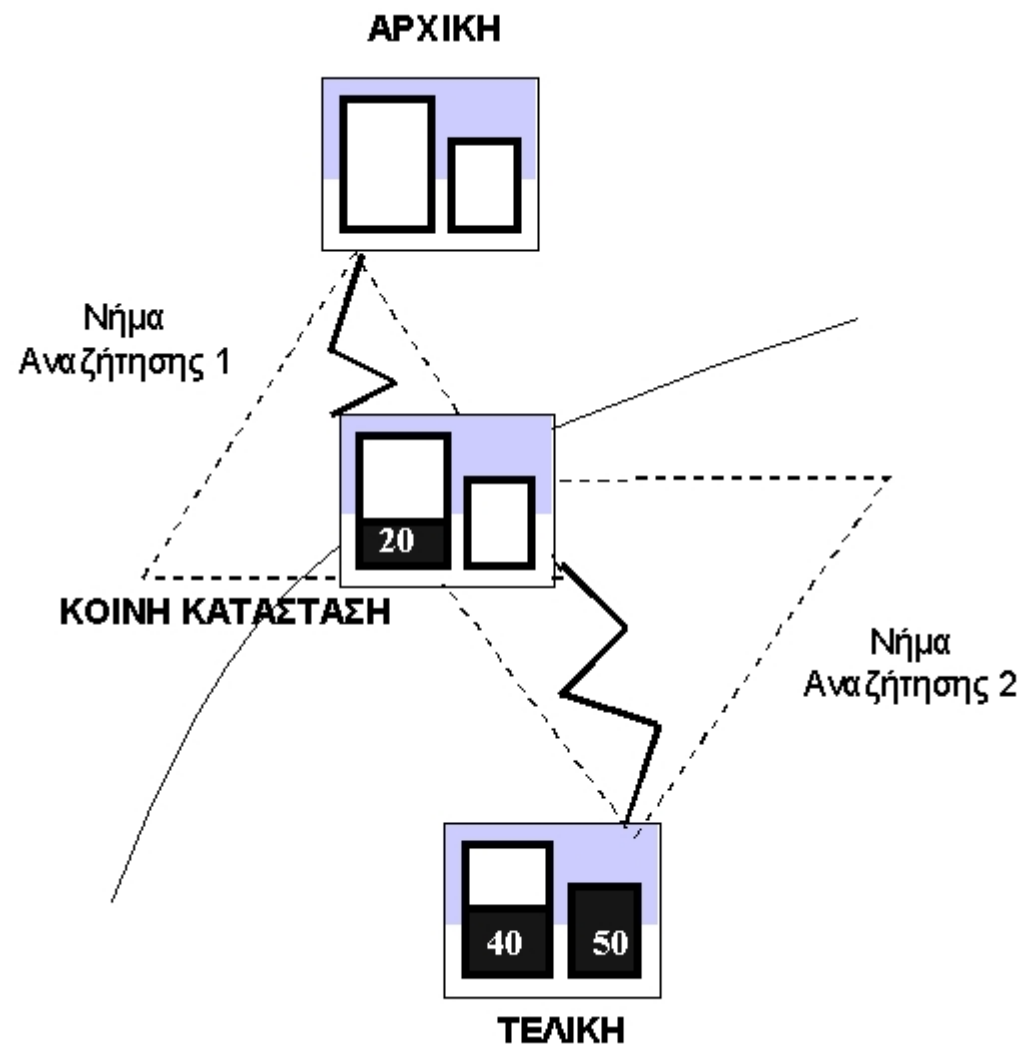
Αναζήτηση Διπλής Κατεύθυνσης (1/2)

Η ιδέα της αναζήτησης διπλής κατεύθυνσης (*Bidirectional Search - BiS*) πηγάζει από τη δυνατότητα του παραλληλισμού (*parallelism*) στα υπολογιστικά συστήματα.

- ❖ Προϋποθέσεις κάτω από τις οποίες μπορεί να εφαρμοστεί:
 - ☐ Οι τελεστές μετάβασης είναι αντιστρέψιμοι (*reversible*), και
 - ☐ Είναι πλήρως γνωστή η τελική κατάσταση.
- ❖ Τότε
 - ☐ Μπορούμε να αρχίσουμε την αναζήτηση από την αρχική και τελική κατάσταση ταυτόχρονα.
 - ☐ Αν κάποια κατάσταση που επεκτείνεται είναι κοινή και από τις 2 πλευρές, τότε βρέθηκε λύση.
 - ☐ Λύση είναι η ένωση των μονοπατιών από την κοινή κατάσταση εως την αρχική και εως την τελική κατάσταση.
- ❖ Μειονεκτήματα:
 - ☐ Υπάρχει επιπλέον κόστος που οφείλεται στην επικοινωνία μεταξύ των δύο αναζητήσεων.



Αναζήτηση Διπλής Κατεύθυνσης (2/2)





Επέκταση και Οριοθέτηση (B&B)

Ο αλγόριθμος επέκτασης και οριοθέτησης (Branch and Bound - B&B) εφαρμόζεται σε προβλήματα όπου αναζητείται η βέλτιστη λύση, δηλαδή εκείνη με το ελάχιστο κόστος.

- ❖ Η λειτουργία του B&B βασίζεται στο κλάδεμα καταστάσεων (*pruning*) και κατά συνέπεια στην ελάττωση του χώρου αναζήτησης.
- ❖ Αν για παράδειγμα σε ένα πρόβλημα βρούμε μια λύση με κόστος (π.χ. απόσταση) 159 και κατά την αναζήτηση για άλλες λύσεις συναντήσουμε μια κατάσταση μέχρι την οποία η διαδρομή είναι ήδη 167, δεν υπάρχει λόγος επέκτασης της γιατί θα οδηγηθούμε σε χειρότερη λύση. Άρα κλαδεύουμε αυτήν την κατάσταση καθώς και το υπόλοιπο υποδένδρο.



Ο αλγόριθμος B&B:

1. Βάλε την αρχική κατάσταση στο μέτωπο της αναζήτησης.
2. Αρχική τιμή της καλύτερης λύσης είναι το $+\infty$ (όριο).
3. Αν το μέτωπο της αναζήτησης είναι κενό, τότε σταμάτησε.
Η καλύτερη μέχρι τώρα λύση είναι και η βέλτιστη.
4. Βγάλε την πρώτη σε σειρά κατάσταση από το μέτωπο της αναζήτησης.
5. Αν η κατάσταση ανήκει στο κλειστό σύνολο, τότε πήγαινε στο 3.
6. Αν η κατάσταση είναι τελική, τότε ανανέωσε τη λύση ως την καλύτερη μέχρι τώρα και ανανέωσε την τιμή του ορίου με την τιμή που αντιστοιχεί στην τελική κατάσταση. Πήγαινε στο 3.
7. Εφάρμοσε τους τελεστές μεταφοράς για να παράγεις τις καταστάσεις-παιδιά και την τιμή που αντιστοιχεί σε αυτές.
8. Βάλε τις καταστάσεις-παιδιά, των οποίων η τιμή δεν υπερβαίνει το όριο, μπροστά στο μέτωπο της αναζήτησης. (*)
9. Βάλε την κατάσταση-γονέα στο κλειστό σύνολο.
10. Πήγαινε στο 3.

(*) Αυτός είναι DFS-B&B γιατί οι νέες καταστάσεις μπαίνουν μπροστά στο μέτωπο αναζήτησης. Υπάρχει και BestFS-B&B.



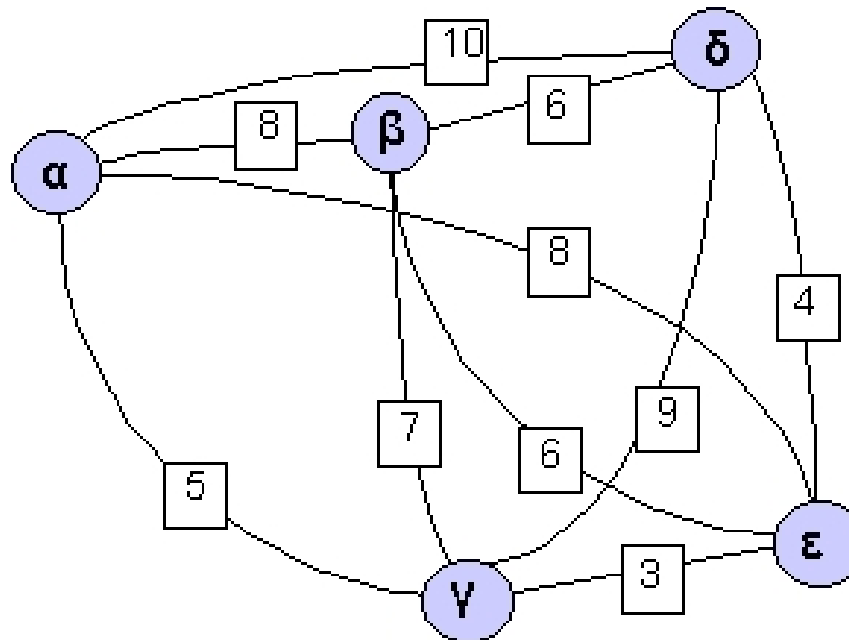
Ο αλγόριθμος B&B (Ψευδοκώδικας)

```
algorithm b&b(InitialState, FinalStates)
begin
  Closed $\leftarrow$  $\emptyset$ ;
  Frontier $\leftarrow$ <InitialState>;
  BestCost $\leftarrow$  $\infty$ ;
  BestState $\leftarrow$ null;
  while Frontier $\neq$   $\emptyset$  do
    CurrentState $\leftarrow$ First(Frontier);
    CurrentCost $\leftarrow$ Cost(Current_State);
    Frontier $\leftarrow$ delete(CurrentState,Frontier);
    if CurrentCost < BestCost then
      if CurrentState  $\in$  FinalStates then
        BestState $\leftarrow$ CurrentState;
        BestCost $\leftarrow$ CurrentCost;
      else
        Next $\leftarrow$ Expand(CurrentState);
        ChildrenStates $\leftarrow$ {s | s $\in$ Next  $\wedge$  s $\notin$ Frontier  $\wedge$  s $\notin$ Closed};
        Frontier $\leftarrow$ ChildrenStates  $\cup$  Frontier;
        Closed $\leftarrow$ Closed $\cup$ {CurrentState};
      endif;
    endif;
  endwhile;
  if BestState = null
    then return fail
  else return BestState and BestCost;
end.
```



Το Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή (TSP)

- ❖ Ένα γράφημα με N κόμβους αντιπροσωπεύει N τοποθεσίες. Κάποιος πρέπει να επισκεφτεί μία φορά τον κάθε κόμβο και αν είναι δυνατόν με το λιγότερο κόστος, δηλαδή διανύοντας την ελάχιστη δυνατή απόσταση.
- ❖ Για απλότητα όλοι οι κόμβοι ενώνονται μεταξύ τους (πλήρης γράφος) και η αρχή είναι δεδομένη. Το σχήμα δείχνει και το χώρο αναζήτησης του προβλήματος (με αρχή την τοποθεσία: α).
 - Αν ο γράφος αυτός αναπτυσσόταν σε δένδρο, τότε θα είχε 4 επιλογές από την αρχική κατάσταση, 3 επιλογές από κάθε κατάσταση που προκύπτει από την αρχική, κ.ο.κ., δηλαδή $4!$ διαφορετικές λύσεις, από τις οποίες μία θα είναι η βέλτιστη.



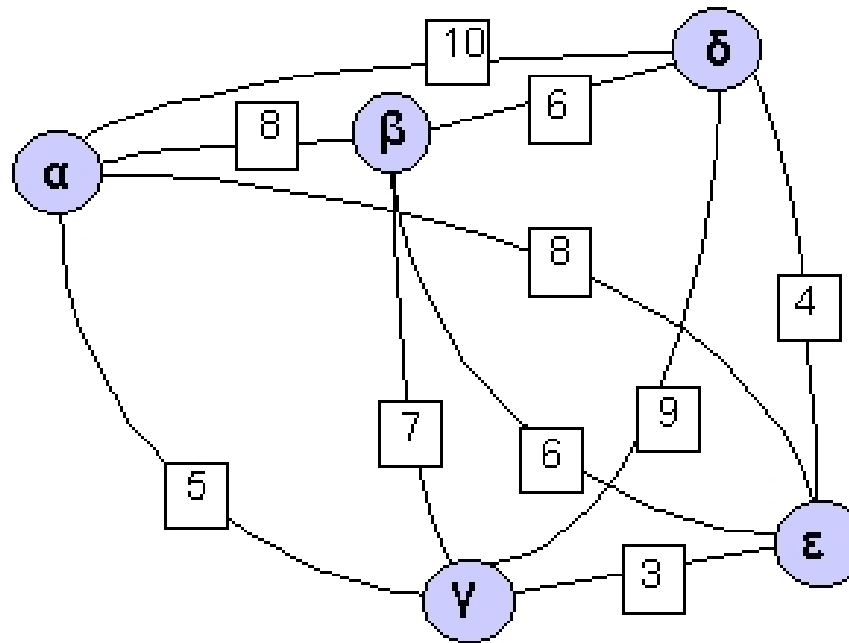


Το Πρόβλημα του Πλανόδιου Πωλητή (TSP) (συνέχ.)

- ❖ Το πρόβλημα δεν είναι τόσο απλό όσο δείχνει και ανήκει στην κατηγορία προβλημάτων με λύση μη-πολυωνυμικού χρόνου (*NP-complete*).
 - ❑ Αν $N=20$, τότε υπάρχουν $19!=1.216 \cdot 10^{17}$ λύσεις, που σημαίνει ότι ακόμη και ένας υπολογιστής που εξετάζει 1 εκατομμύριο λύσεις το δευτερόλεπτο θα χρειαζόταν 385 χρόνια για να βρει τη βέλτιστη λύση.
- ❖ Το πρόβλημα είναι πρόβλημα ελαχιστοποίησης κόστους και έχει πολλές εφαρμογές.
 - ❑ Για παράδειγμα, η αυτόματη συναρμολόγηση ψηφιακών πλακετών, όπου ένα μηχανικό χέρι μεταφέρει τα ολοκληρωμένα κυκλώματα και τα τοποθετεί στη σωστή τους θέση, είναι πρόβλημα TSP. Μία μη βέλτιστη διαδρομή του χεριού μπορεί να έχει τεράστιο χρονικό και κατά συνέπεια οικονομικό κόστος σε μία εταιρία συναρμολόγησης.



Ο αλγόριθμος B&B: Το πρόβλημα TSP



Μέτωπο της αναζήτησης	Κόστος Λύσης	Κατάσταση	Παιδιά
<α>	+∞	α	αβ ⁸ , αγ ⁵ , αδ ¹⁰ , αε ⁸
<αβ ⁸ , αγ ⁵ , αδ ¹⁰ , αε ⁸ >	+∞	αβ	αβγ ¹⁵ , αβδ ¹⁴ , αβε ¹⁴
<αβγ ¹⁵ , αβδ ¹⁴ , αβε ¹⁴ , αγ ⁵ , ...>	+∞	αβγ	αβγδ ²⁴ , αβγε ¹⁸
<αβγδ ²⁴ , αβγε ¹⁸ , αβδ ¹⁴ , αβε ¹⁴ ...>	+∞	αβγδ	αβγδε ²⁸
<αβγδε ²⁸ , αβγε ¹⁸ , αβδ ¹⁴ , ...>	+∞	αβγδε	αβγδεα ³⁶
<αβγδεα ³⁶ , αβγε ¹⁸ , αβδ ¹⁴ , ...>	36	αβγδεα	Τελική Κατάσταση



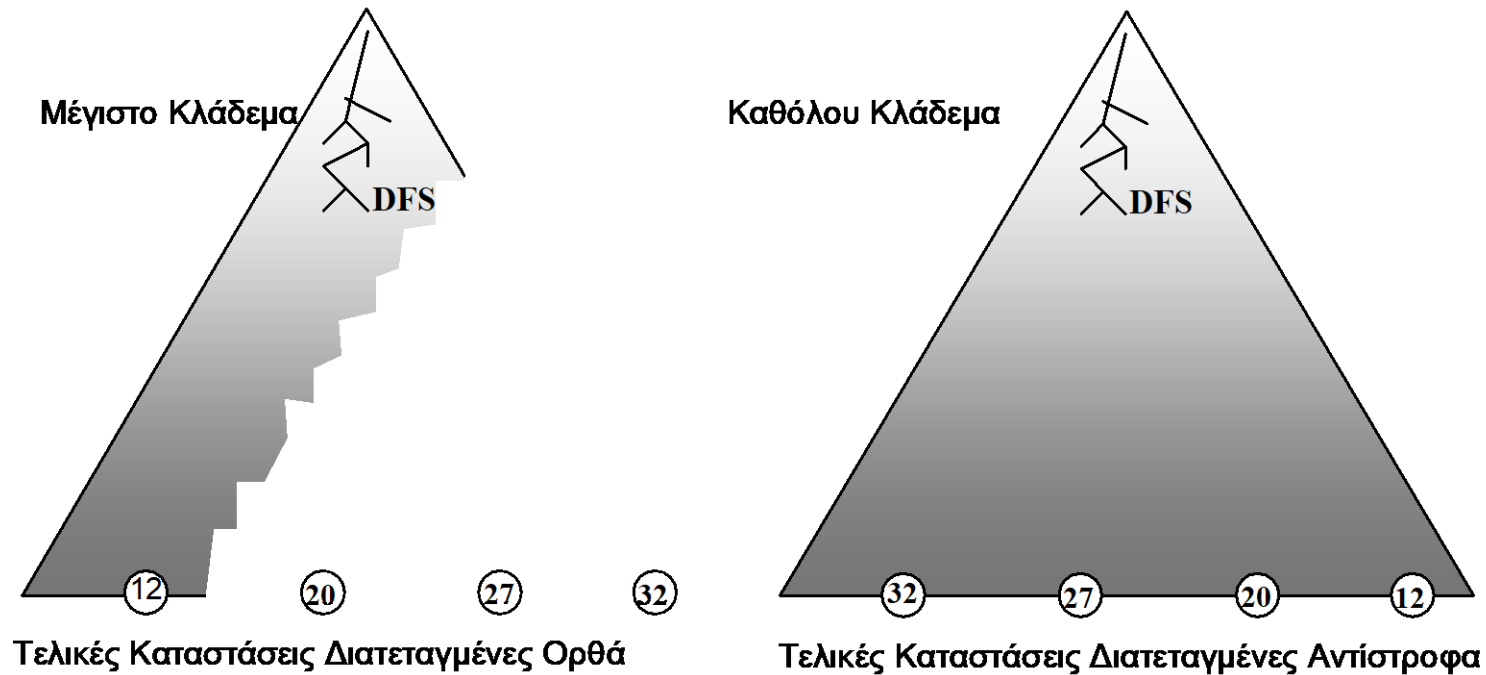
$\langle \alpha\beta\gamma\epsilon^{18}, \alpha\beta\delta^{14}, \dots \rangle$	36	αβγε	αβγεδ ²²
$\langle \alpha\beta\gamma\epsilon\delta^{22}, \alpha\beta\delta^{14}, \dots \rangle$	36	αβγεδ	αβγεδα ³²
$\langle \alpha\beta\gamma\epsilon\delta\alpha^{32}, \alpha\beta\delta^{14}, \alpha\beta\epsilon^{14}, \dots \rangle$	32	αβγεδα ³²	Τελική Κατάσταση
...
$\langle \alpha\beta\delta\epsilon\gamma\alpha^{26}, \dots \rangle$	26	αβδεγα	Τελική Κατάσταση
...
$\langle \alpha\beta\epsilon\gamma\delta^{26}, \dots \rangle$	26	αβεγδ	Κλάδεμα
....
$\langle \alpha\epsilon\beta\gamma\delta^{30}, \dots \rangle$	26	αεβγδ	Κλάδεμα
...
$\langle \rangle$	Ελάχιστη Τιμή	ΤΕΛΟΣ	

- ❖ Ο B&B εφαρμόζεται όταν υπάρχει μια πραγματική εκτίμηση του κόστους όπως στο TSP.
- ❖ Το κέρδος από το κλάδεμα καταστάσεων εξαρτάται από το πόσο γρήγορα θα βρεθεί μια καλή λύση στο πρόβλημα γιατί θα θέσει γρήγορα ένα χαμηλό όριο.
- ❖ Υπάρχει περίπτωση να μη γίνει καθόλου κλάδεμα αν οι λύσεις είναι διατεταγμένες από τη χειρότερη προς την καλύτερη.
- ❖ Στη χειρότερη περίπτωση συμπεριφέρεται σαν τον DFS.



Ο αλγόριθμος B&B

Σχόλια



- ❖ Υπάρχουν διάφορες παραλλαγές του B&B, ανάλογα με το ποια κατάσταση επεκτείνεται πρώτη.
 - ❑ Η περιγραφή που δόθηκε αφορά έναν αλγόριθμο που είναι **DFS B&B**, γιατί οι νέες καταστάσεις μπαίνουν στην αρχή του μετώπου αναζήτησης και συνεπώς αυτή που βρίσκεται σε μεγαλύτερο βάθος επεκτείνεται πρώτη, όπως και στον DFS.



Σύγκριση DFS, BFS και ID

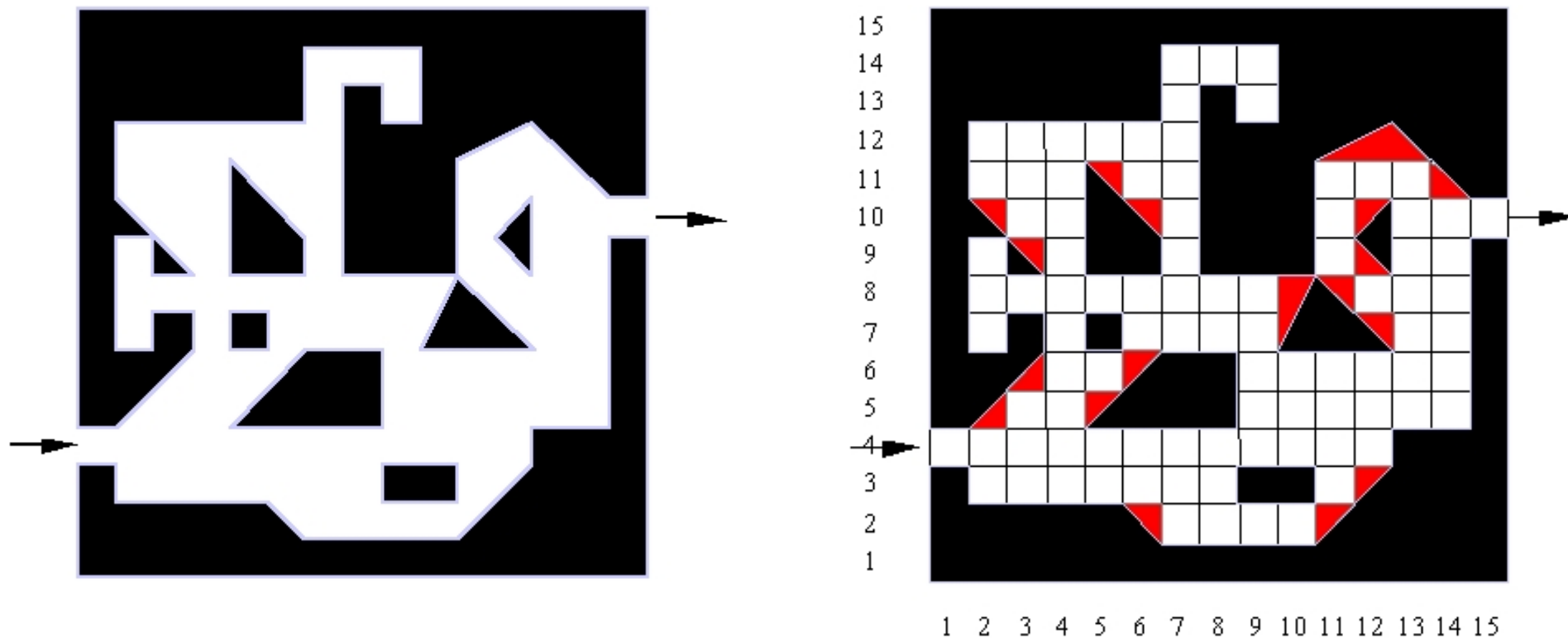
- ❖ Έστω ένας χώρος αναζήτησης ενός προβλήματος που ισοδυναμεί με ένα δένδρο βάθους 10 και παράγοντα διακλάδωσης 10, δηλαδή σε κάθε κατάσταση μπορούν να εφαρμοστούν ακριβώς 10 τελεστές μετάβασης.
 - ☐ Η τελική κατάσταση βρίσκεται σε βάθος 10.
 - ☐ Έστω ότι κάθε κατάσταση καταλαμβάνει 10 KB στην μνήμη του υπολογιστή.
- ❖ Ο DFS κατεβαίνοντας το δένδρο από τα αριστερά θα συσσωρεύσει καταστάσεις στο μέτωπο της αναζήτησης. Έτσι σε βάθος 1 θα έχει συσσωρεύσει 10 καταστάσεις.
 - ☐ Σε βάθος 2, αφού έχει επεκτείνει την πρώτη θα συσσωρεύσει άλλες 10 κ.ο.κ.
 - ☐ Σε βάθος 10 θα έχει $9+9+9+9+9+9+9+9+9+10=91$ καταστάσεις και αυτό είναι το μέγιστο σε όγκο μέτωπο της αναζήτησης, άρα 910 KB.
- ❖ Ο αλγόριθμος BFS κατεβαίνοντας το δένδρο σε βάθος 1 θα έχει μαζέψει 10 καταστάσεις.
 - ☐ Σε βάθος 2, αφού τις έχει επεκτείνει όλες θα συσσωρεύσει 100 νέες κ.ο.κ.
 - ☐ Σε βάθος 10 θα έχει 10^{10} καταστάσεις και αυτό είναι το μέγιστο σε όγκο μέτωπο της αναζήτησης, άρα 10^{11} KB = 100 Terra Bytes!
- ❖ Ο ID θα εξετάσει για το βάθος 1, 11 καταστάσεις, για το βάθος 2, $100+10+1$, για το βάθος 3 $1000+100+10+1$ κ.ο.κ.
 - ☐ Άρα συνολικά, $10 \times 1 + 9 \times 100 + 8 \times 1000 + \dots + 1 \times$ (όσες εξετάζει ο DFS).
 - ☐ Ο λόγος (ποσοστό) καταστάσεων ID προς καταστάσεις DFS είναι $1234567900/1111111111 = 1.11$, άρα ο αλγόριθμος ID εξετάζει περίπου 11% παραπάνω καταστάσεις από ότι ο DFS.



Εφαρμογή των Αλγορίθμων Τυφλής Αναζήτησης

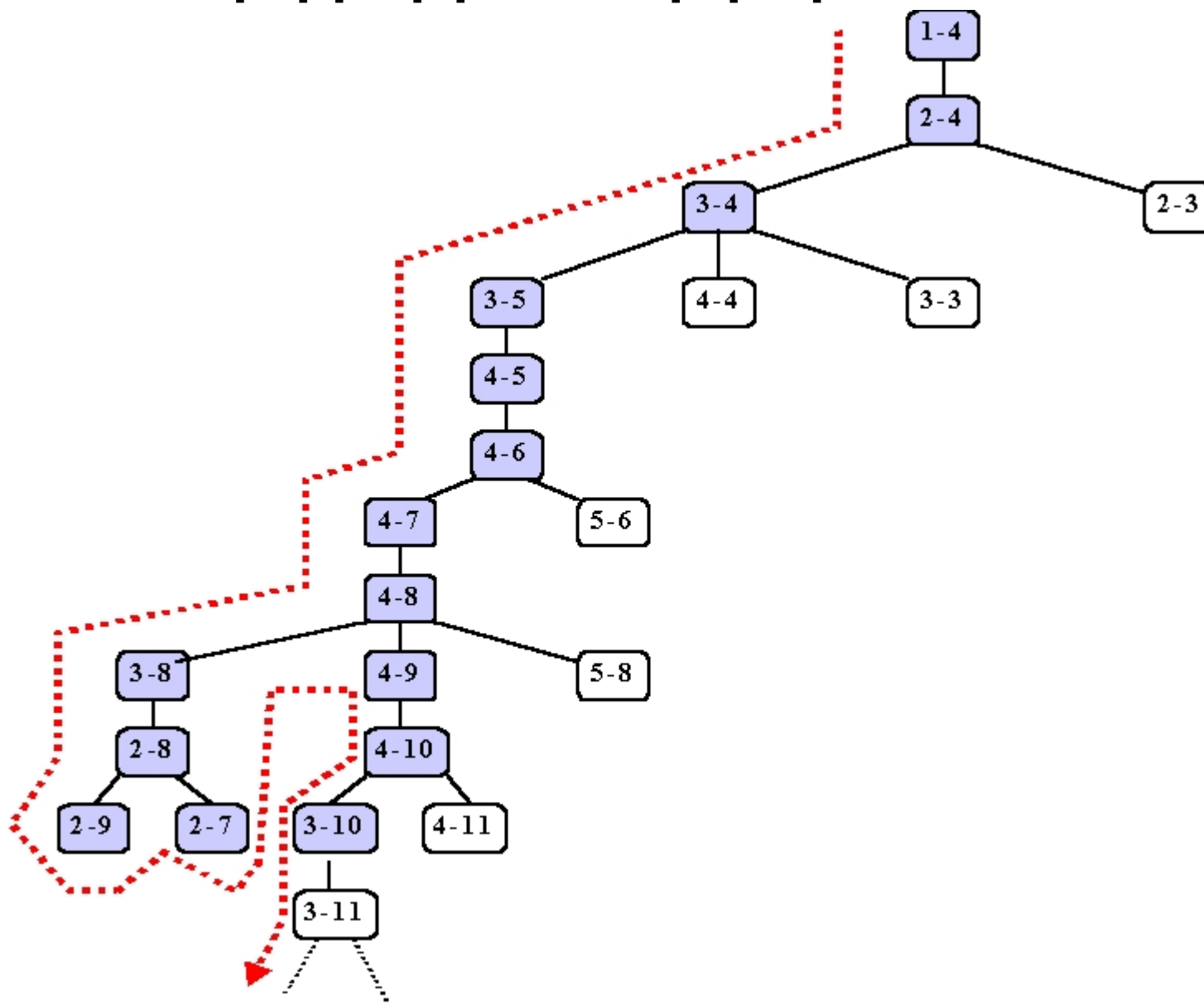
Το πρόβλημα του Λαβύρινθου- Ορισμός.

- ❖ Για να μπορέσουν να εφαρμοστούν οι αλγόριθμοι αναζήτησης, πρέπει να οριστεί το πρόβλημα και μάλιστα ο χώρος καταστάσεων.
- ❖ Αυτό γίνεται με τη βοήθεια ενός πλέγματος.
- ❖ Το πλέγμα, δίνει τη δυνατότητα να υπάρχουν συγκεκριμένες θέσεις με αντίστοιχες συντεταγμένες. Εφόσον απομακρυνθούν τα τετράγωνα του πλέγματος που εμπεριέχουν μέρος εμποδίων, το πρόβλημα εύρεσης διαδρομής γίνεται ως εξής:
- ❖ Αρχική κατάσταση είναι η θέση με συντεταγμένες (1,4).
- ❖ Το σύνολο τελικών καταστάσεων περιέχει μόνο τη θέση (15,10).
- ❖ Οι τελεστές μεταφοράς είναι οι εξής:
 - ☐ πηγαινε μία θέση αριστερά,
 - ☐ πηγαινε μία θέση επάνω,
 - ☐ πηγαινε μία θέση δεξιά,
 - ☐ πηγαινε μία θέση κάτω, εφόσον η θέση είναι ελεύθερη.
- ❖ Ο χώρος καταστάσεων είναι όλες οι ελεύθερες θέσεις, χωρίς εμπόδια, του πλέγματος.



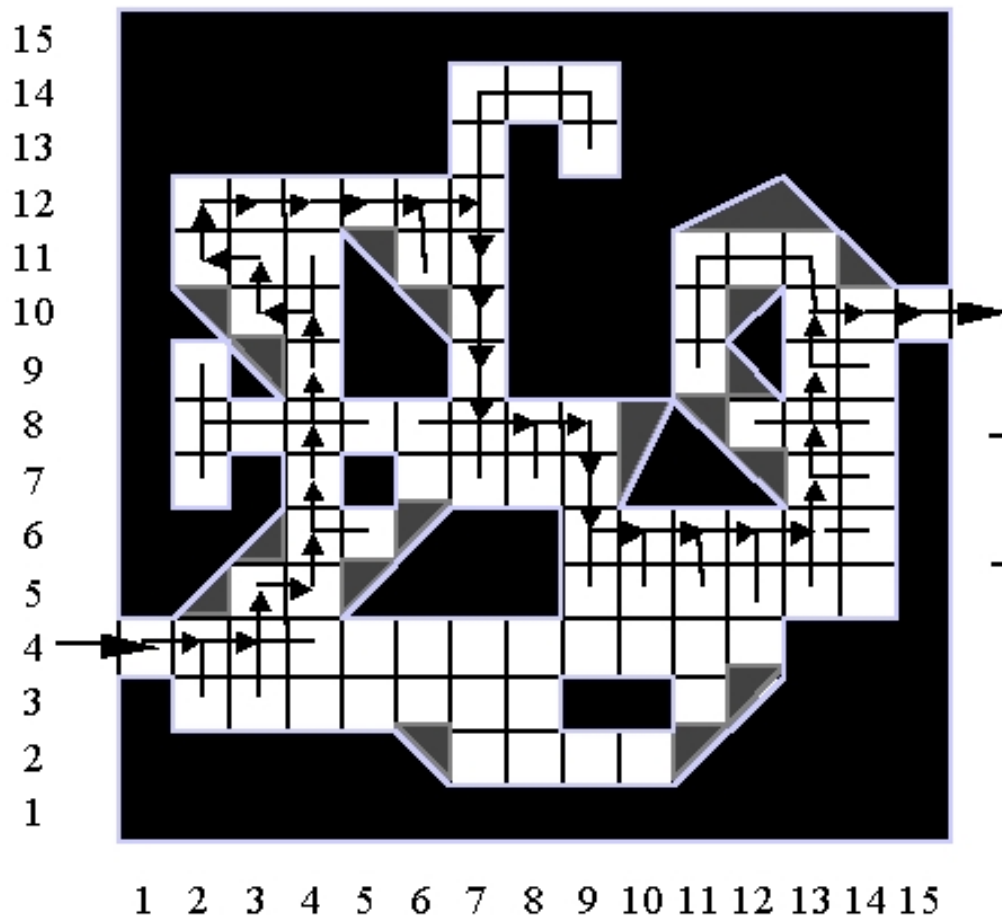


Εφαρμογή του αλγορίθμου DFS





Λύση στο πρόβλημα του λαβύρινθου με χρήση DFS

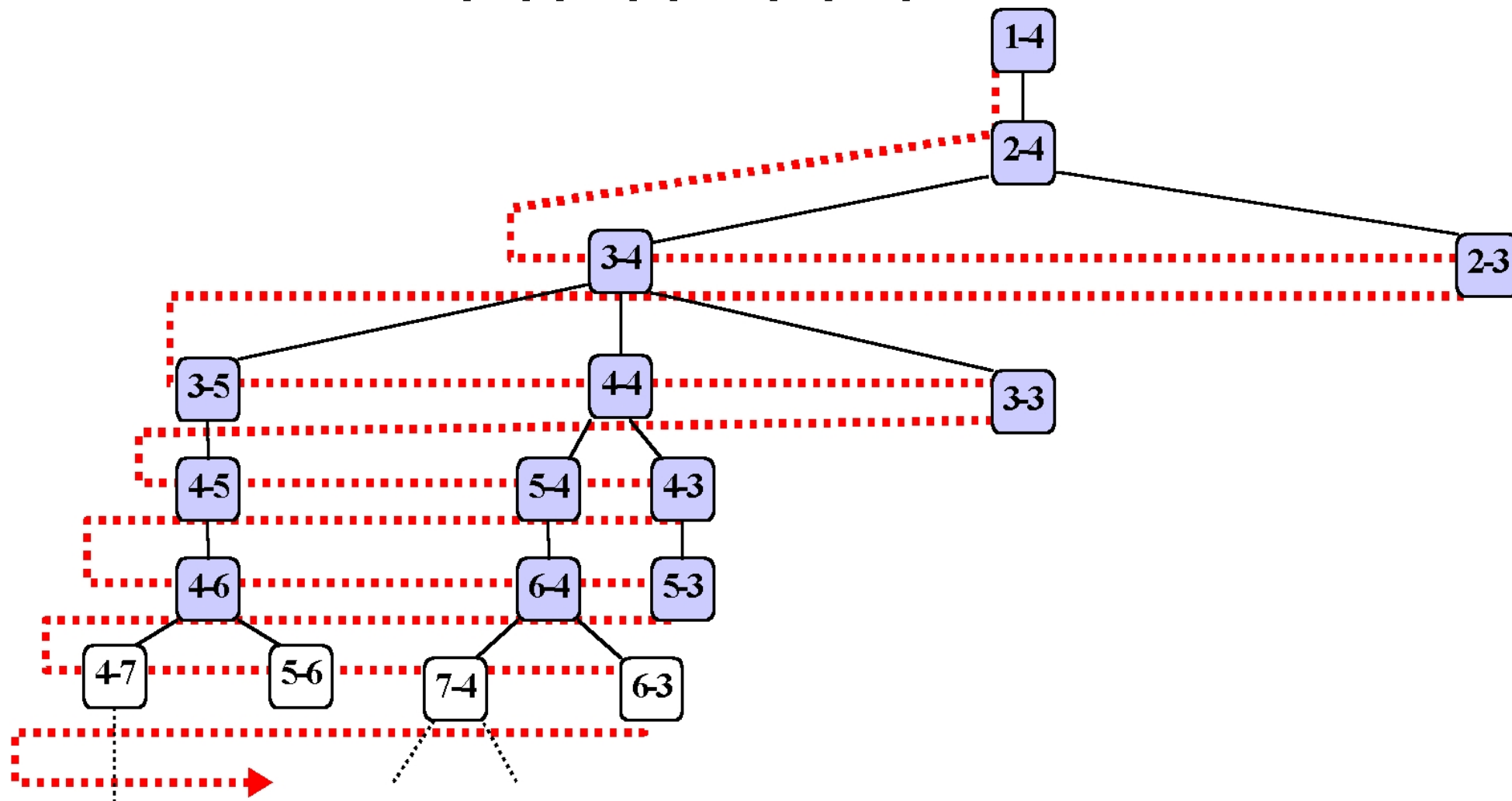


→ Τελεστής που ανήκει στη λύση

— Τελεστής που δεν ανήκει στη λύση αλλά εξετάζεται κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου

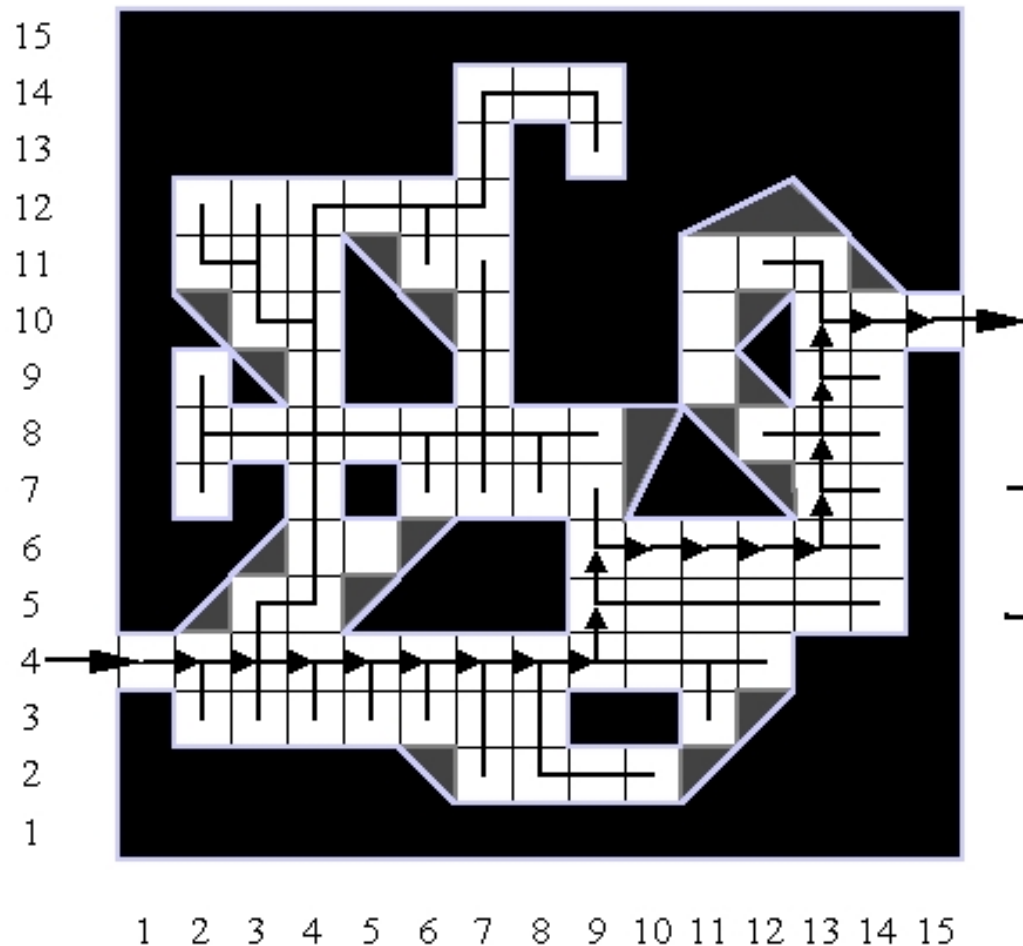


Εφαρμογή αλγορίθμου BFS





Λύση στο πρόβλημα του λαβύρινθου με χρήση BFS

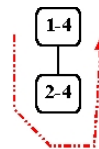


- Τελεστής που ανήκει στη λύση
- Τελεστής που δεν ανήκει στη λύση αλλά εξετάζεται κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου

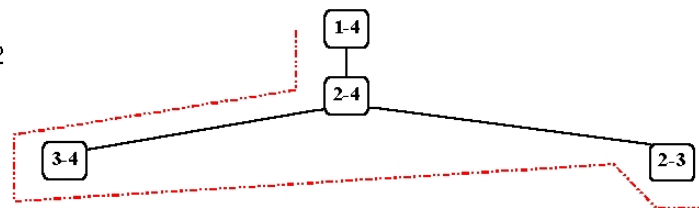


Εφαρμογή του ID στο πρόβλημα του λαβυρίνθου

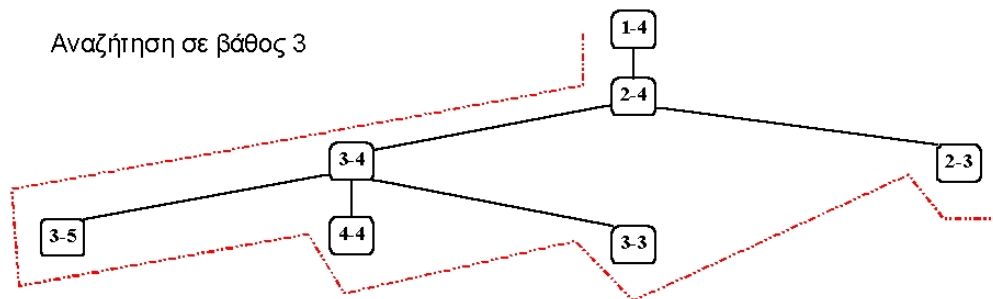
Αναζήτηση σε βάθος 1



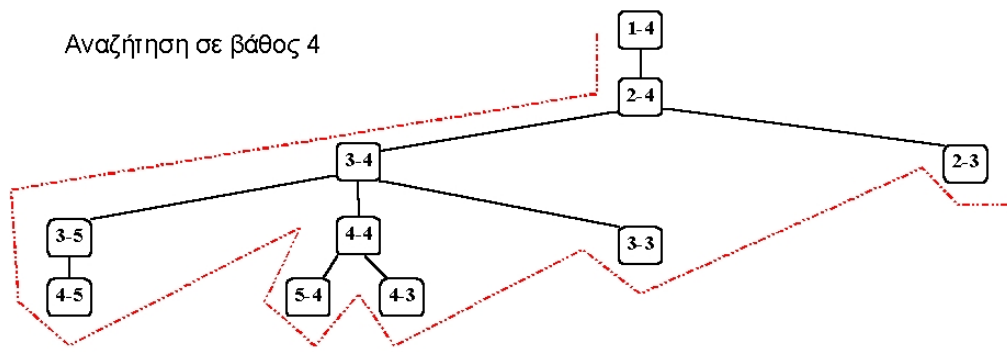
Αναζήτηση σε βάθος 2



Αναζήτηση σε βάθος 3



Αναζήτηση σε βάθος 4





Ερωτήσεις Κεφαλαίου 3

- ❖ Σε τι προβλήματα εφαρμόζονται οι αλγόριθμοι τυφλής αναζήτησης
- ❖ Εξηγείστε σύντομα για ποιο λόγο ο αλγόριθμος αναζήτησης κατά βάθος δεν είναι πλήρης (0.4 M)
- ❖ Μειονεκτήματα-Πλεονεκτήματα του: (ένα από όλα) (0,5 M)
 - ☐ Αλγορίθμου Αναζήτησης πρώτα σε βάθος (DFS),
 - ☐ Αλγορίθμου Αναζήτησης πρώτα σε Πλάτος (BFS)
 - ☐ Αλγορίθμου Επαναληπτικής Εκβάθυνσης
- ❖ Ποια είναι τα βήματα του αλγορίθμου επαναληπτικής εκβάθυνσης (Iterative Deepening - ID) (0,4 M)
- ❖ Ο αλγόριθμος αναζήτησης Επέκτασης και Οριοθέτησης (B & B) σε ποιά προβλήματα εφαρμόζεται.
- ❖ Σωστό/Λάθος (0,1 M)
 - ☐ Οι τυφλοί αλγόριθμοι δεν ενδείκνυνται για προβλήματα με μεγάλους παράγοντες διακλάδωσης
 - ☐ Οι νέες καταστάσεις (παιδιά) στον αλγόριθμο BFS τοποθετούνται στην αρχή του μετώπου οριοθέτησης
 - ☐ Οι νέες καταστάσεις (παιδιά) στον αλγόριθμο DFS τοποθετούνται στην αρχή του μετώπου αναζήτησης



Κυκλώστε το αντίστοιχο γράμμα Σ (ωστό) – Λ (άθος) στις επόμενες ερωτήσεις: (Προσοχή Σε αυτό το θέμα υπάρχει αρνητική βαθμολογία)

Οι νέες καταστάσεις (παιδιά) στον αλγόριθμο BFS τοποθετούνται στην αρχή του μετώπου οριοθέτησης	Σ	Λ
Οι τυφλοί αλγόριθμοι δεν ενδείκνυνται για προβλήματα με μεγάλους παράγοντες διακλάδωσης	Σ	Λ
Οι νέες καταστάσεις (παιδιά) στον αλγόριθμο BFS τοποθετούνται στην αρχή του μετώπου αναζήτησης	Σ	Λ
Οι νέες καταστάσεις (παιδιά) στον αλγόριθμο DFS τοποθετούνται στην αρχή του μετώπου αναζήτησης	Σ	Λ



❖ Συμπληρώστε τον παρακάτω αλγόριθμο: (0,4 Μ)

Αναζήτηση πρώτα σε Βάθος

Closed $\leftarrow\emptyset$;

Frontier \leftarrow <Initial State>;

CurrentState \leftarrow First(Frontier) ;

While CurrentState \notin FinalStates;

 Frontier \leftarrow delete(CurrentState,Frontier) ;

 If CurrentState \notin Closed

 Children \leftarrow Expand(CurrentState) ;

.....

.....

Endif

 If Frontier= \emptyset then return fail;

 CurrentState \leftarrow First(Frontier) ;

Endwhile

❖ Return success;



❖ Συμπληρώστε τον παρακάτω αλγόριθμο: (0,4M)

Αναζήτηση πρώτα σε Πλάτος

Closed $\leftarrow\emptyset$;

Frontier \leftarrow <Initial State>;

CurrentState \leftarrow First(Frontier) ;

While CurrentState \notin FinalStates;

 Frontier \leftarrow delete (CurrentState,Frontier) ;

 If CurrentState \notin Closed

 Children \leftarrow Expand (CurrentState) ;

.....

.....

Endif

 If Frontier= \emptyset then return fail;

 CurrentState \leftarrow First (Frontier) ;

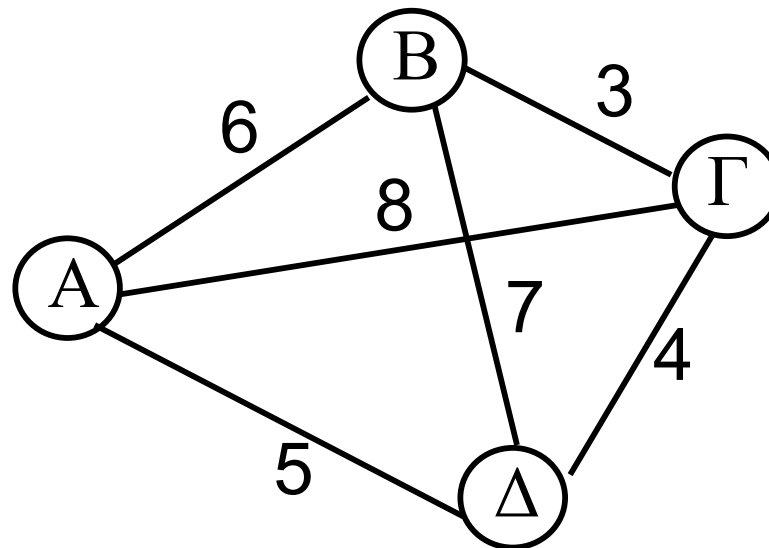
Endwhile

Return success;



❖ Αλγόριθμος Επέκτασης και Οριοθέτησης (Branch & Bound)

- ☐ Σε ποιά προβλήματα χρησιμοποιείται
- ☐ Περιγραφή (τα βήματα)
- ☐ Εφαρμογή στο πρόβλημα TSP του σχήματος που ακολουθεί (Δώστε 6 βήματα σε πίνακα). Κόμβος εκκίνησης ο Α.





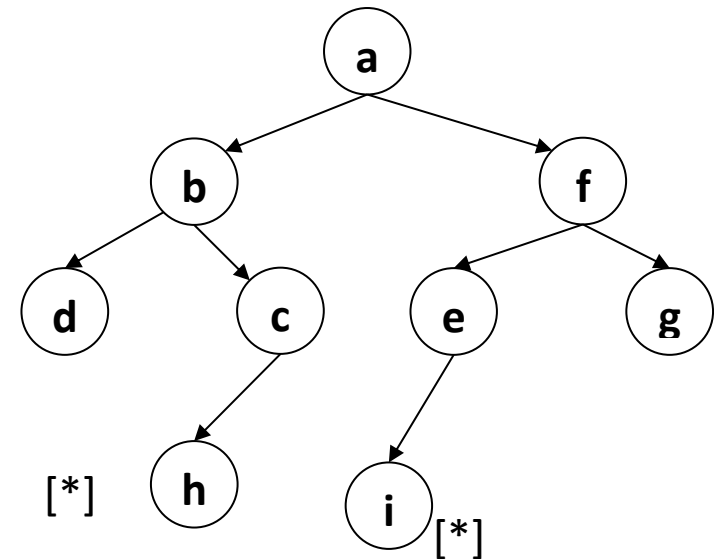
Άσκηση 3.1

- ❖ Στο διπλανό σχήμα παρουσιάζεται ένα δένδρο αναζήτησης. Οι κόμβοι που είναι σημειωμένοι με ένα * , είναι οι τερματικοί κόμβοι της αναζήτησης.
- ❖ Γράψτε την σειρά με την οποία θα εξεταστούν οι κόμβοι του δέντρου (π.χ. a,b,c,...) μέχρι να βρεθεί τερματική κατάσταση από τους ακόλουθους αλγορίθμους:

DFS:... a, b, d, c, h

BFS:..... a, b, f, d, c, e, g, h

ID (με βήμα 2):...a, b, f, a, b, d, c, h.....





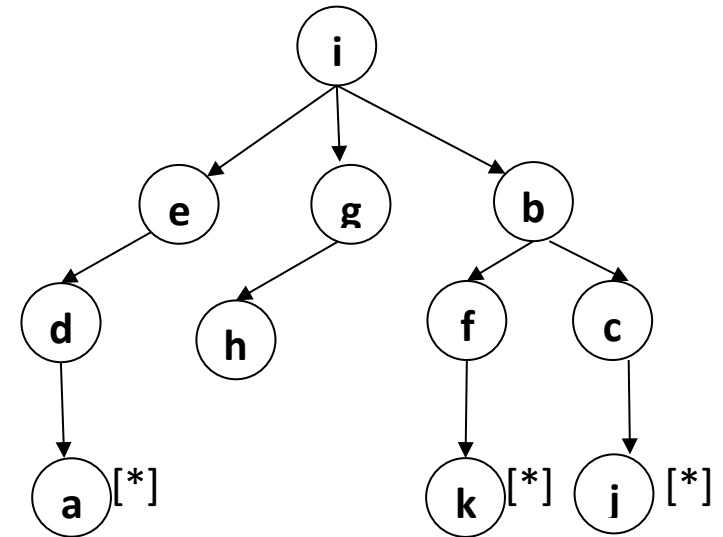
Άσκηση 3.2

- ❖ Στο διπλανό σχήμα παρουσιάζεται ένα δένδρο αναζήτησης, Οι κόμβοι που είναι σημειωμένοι με ένα *, είναι οι τερματικοί κόμβοι της αναζήτησης.
- ❖ Γράψτε την σειρά με την οποία θα εξεταστούν οι κόμβοι του δέντρου (π.χ. a,b,c,...) μέχρι να βρεθεί τερματική κατάσταση από τους ακόλουθους αλγορίθμους:

DFS:.....

BFS:.....

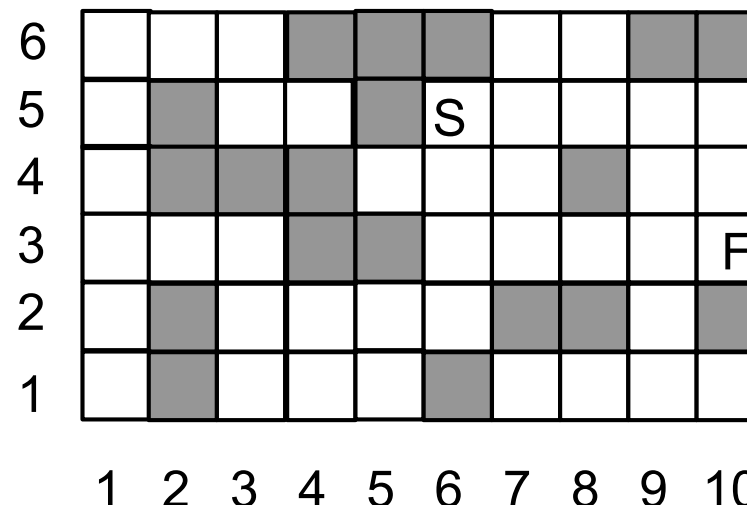
ID (με βήμα 2):.....





Άσκηση 3.3

- ❖ Εφαρμόστε (μόνο 5 βήματα) τον αλγόριθμο αναζήτησης κατά βάθος (DFS) στο διπλανό πρόβλημα του λαβυρίνθου ξεκινώντας από την αρχική θέση S (τελική θέση είναι η F). Σημείωση: Δεν επιτρέπονται διαγώνιες κινήσεις.



- ❖ Απάντηση:

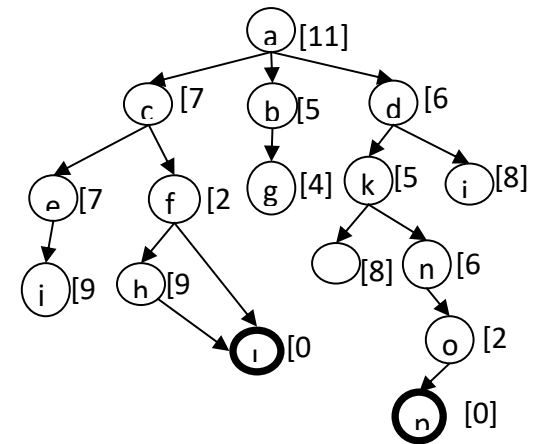
Μέτωπο Αναζήτησης	Κλειστό Σύνολο	Κατάσταση	Παιδιά
(6,5)	{}	(6,5)	(6,4), (7,5)
(6,4), (7,5)	(6,5)	(6,4)	(6,3), (6,5), (7,4), (5,4)
(6,3),(6,5),(7,4), (7,5)	(6,5), (6,4)	(6,3)	(6,4), (6,2), (7,3)
(6,4),(6,2),(7,3),(6,5),(7,4), (7,5)	(6,5),(6,4) (6,3)	(6,4)	- (βρόχος)
(6,2),(7,3),(6,5),(7,4),(7,5)	(6,5),(6,4) (6,3)	(6,2)



Ασκηση

- ❖ Το παρακάτω σχήμα παρουσιάζει ένα γράφο αναζήτησης, όπου ο αριθμός μέσα σε αγκύλες δίπλα σε κάθε κόμβο αντιστοιχεί στην τιμή μιας ευριστικής συνάρτησης. Οι κόμβοι που έχουν τιμή 0, είναι οι τερματικοί κόμβοι της αναζήτησης. Θεωρώντας ότι οι αλγόριθμοι επιστρέφουν τη πρώτη τερματική κατάσταση που συναντούν να συμπληρώσετε το παρακάτω πίνακα:

Αλγόριθμος	Τερματική Κατάσταση	Μήκος μονοπατιού
DFS		
BFS		
HC		
BestFS		
A*		





Ασκηση

- ❖ Στο διπλανό σχήμα παρουσιάζεται ένα δένδρο αναζήτησης, όπου ο αριθμός δίπλα σε κάθε κόμβο αντιστοιχεί στην τιμή μιας ευριστικής συνάρτησης για αυτόν, που υποδηλώνει την απόσταση από μια τερματική κατάσταση. Οι κόμβοι που έχουν τιμή 0, είναι οι τερματικοί κόμβοι της αναζήτησης. Γράψτε τη πρώτη λύση (π.χ. a,b,c,...) που θα επιστρέψει καθένας από τους παρακάτω αλγορίθμους:

- ☐ 1) DFS:.....
- ☐ 2) BFS:.....
- ☐ 3) HC:.....
- ☐ 4) Best FS:
- ☐ 5) A*:.....

