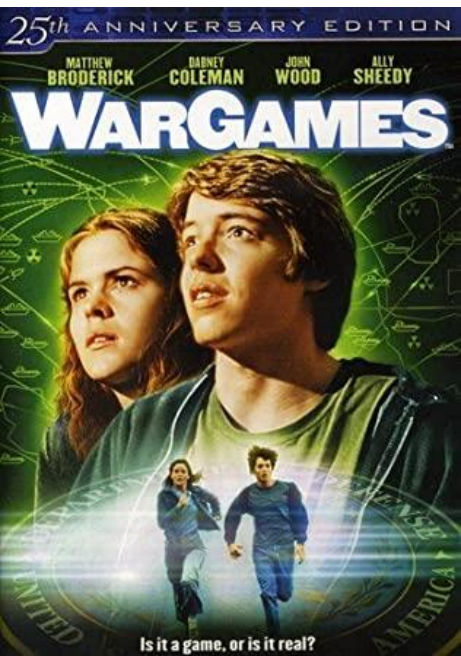




Παίγνια 2 Ατόμων

Αλγόριθμοι MiniMax & Alphabeta



Παίγνια 2 Ατόμων

- Είναι προβλήματα αναζήτησης στα οποία οι κινήσεις του πράκτορα εναλλάσσονται με αυτές του αντίπαλου
- Οι αλγόριθμοι θα πρέπει να λαμβάνουν υπόψη και τις πιθανές κινήσεις του αντιπάλου και να βρίσκουν εκείνες τις κινήσεις που θα βελτιστοποιήσουν τη πιθανότητα να κερδηθεί το παιχνίδι, ακόμη και αν ο αντίπαλος επιλέγει πάντα τις βέλτιστες κινήσεις για εκείνον.

GREETINGS PROFESSOR FALKEN

HELLO

A STRANGE GAME.
THE ONLY WINNING MOVE IS
NOT TO PLAY.

HOW ABOUT A NICE GAME OF CHESS?

Tic Tac Toe

- Ταμπλό 3 * 3
- Ο κάθε παίκτης τοποθετεί το σύμβολο του (X ή O) σε ένα από τα κενά κελιά
- Οι δύο παίκτες εναλλάσσονται
- Το παιχνίδι τελειώνει όταν
 - Ένας παίκτης τοποθετεί τρία σύμβολα του στην ίδια γραμμή ή στήλη ή διαγώνιο – οπότε κερδίζει το παιχνίδι
 - Σε όλα τα κελιά έχει τοποθετηθεί σύμβολο και δεν υπάρχουν τρία ίδια σύμβολο σε καμία γραμμή ή στήλη ή διαγώνιο – οπότε το παιχνίδι λήγει με ισοπαλία

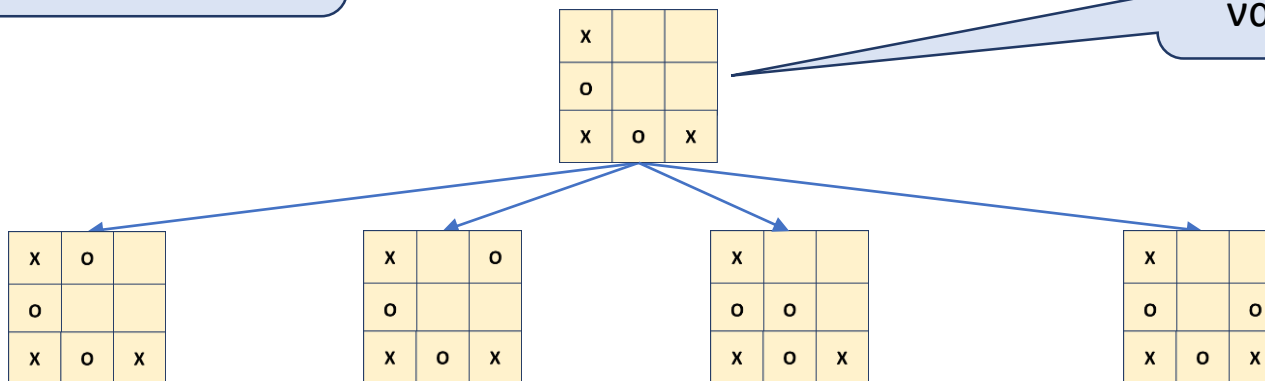
X ₁	O ₂	₃
X ₄	₅	₆
O ₇	O ₈	X ₉

Minimax

Ο υπολογιστής προσπαθεί να
μεγιστοποιήσει το όφελος του (max)

MAX

Έστω ότι είναι η σειρά του Η/Υ
να βάλει το σύμβολο του (O)



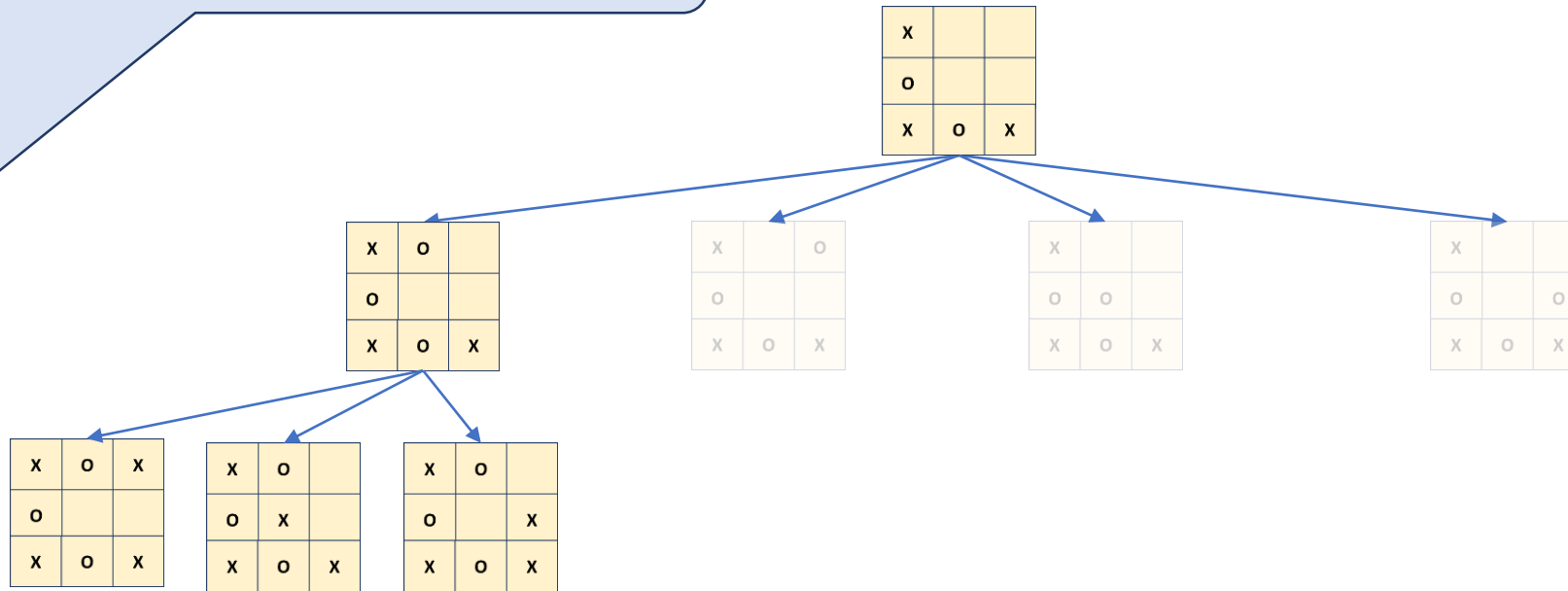
Υπάρχουν 4 κινήσεις και
πρέπει να διαλέξει τη
καλύτερη

Ο αντίπαλος προσπαθεί να ελαχιστοποιήσει το όφελος του Η/Υ (min)

Minimax

MAX

MIN



Για τη πρώτη κίνηση του βρίσκω όλες τις πιθανές απαντήσεις του αντιπάλου

x		
o		
x	o	x

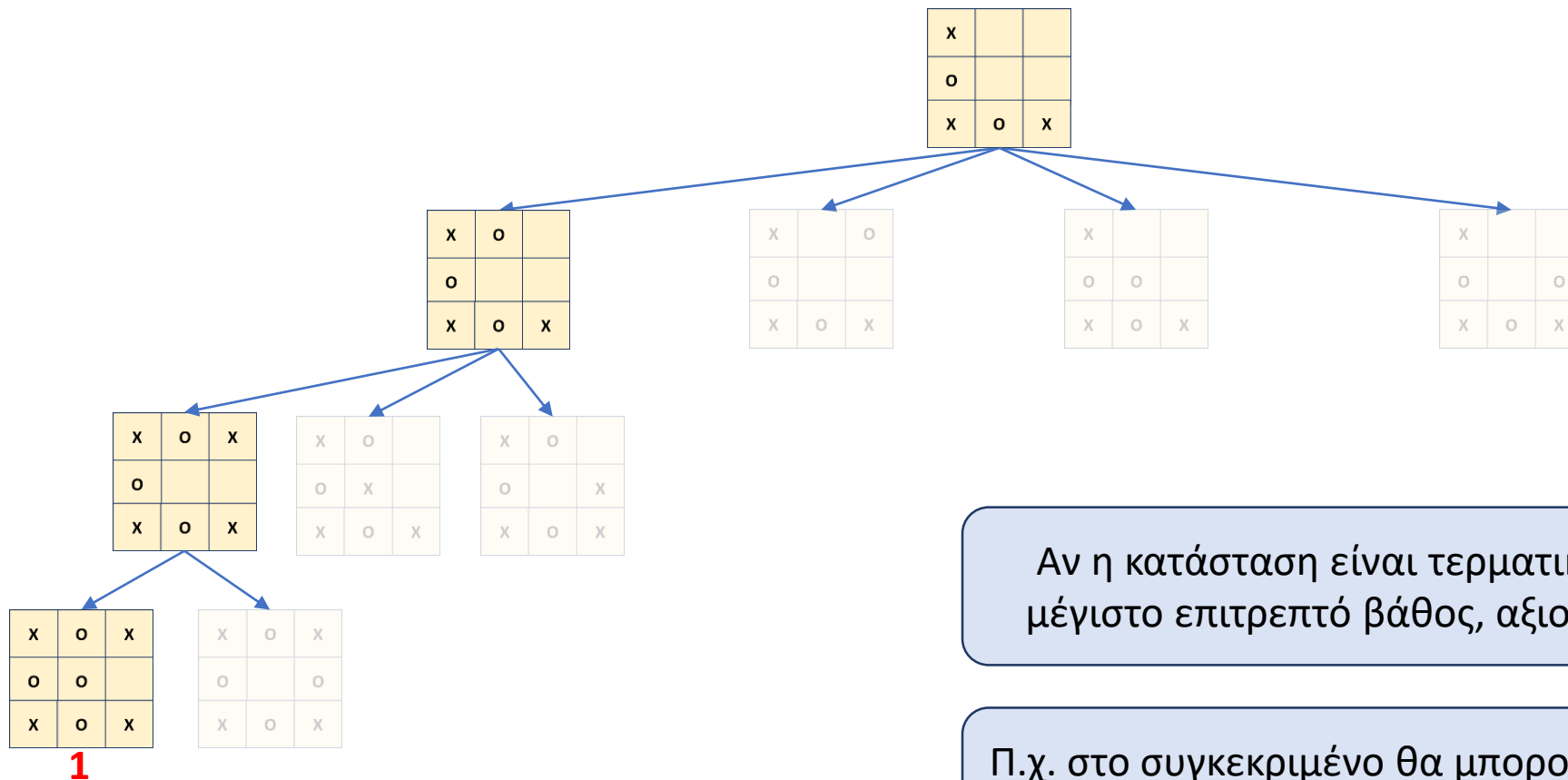
x	x	o
o		
x	o	x

Minimax

MAX

MIN

MAX



Αν η κατάσταση είναι τερματική ή έχω φτάσει στο μέγιστο επιτρεπτό βάθος, αξιολογώ την κατάσταση

Π.χ. στο συγκεκριμένο θα μπορούσα να αξιολογήσω με 1 τη νίκη, -1 την ήττα και 0 την ισοπαλία

Minimax

MAX

MIN

MAX

MIN

x		
o		
x	o	x

x	o	
o		
x	o	x

x		o
o		
x	o	x

x		
o	o	
x	o	x

x		
o		o
x	o	x

x	o	x
o		
x	o	x

x	o	
o	x	
x	o	x

x	o	
o		x
x	o	x

x	o	x
o	o	
x	o	x

1

x	o	x
o		o
x	o	x

x	o	x
o	x	o
x	o	x

0

Συνεχίζω να εξερευνώ το δέντρο με DFS μέχρι να εξαντλήσω όλο το δέντρο [μέχρι το επιτρεπόμενο βάθος]

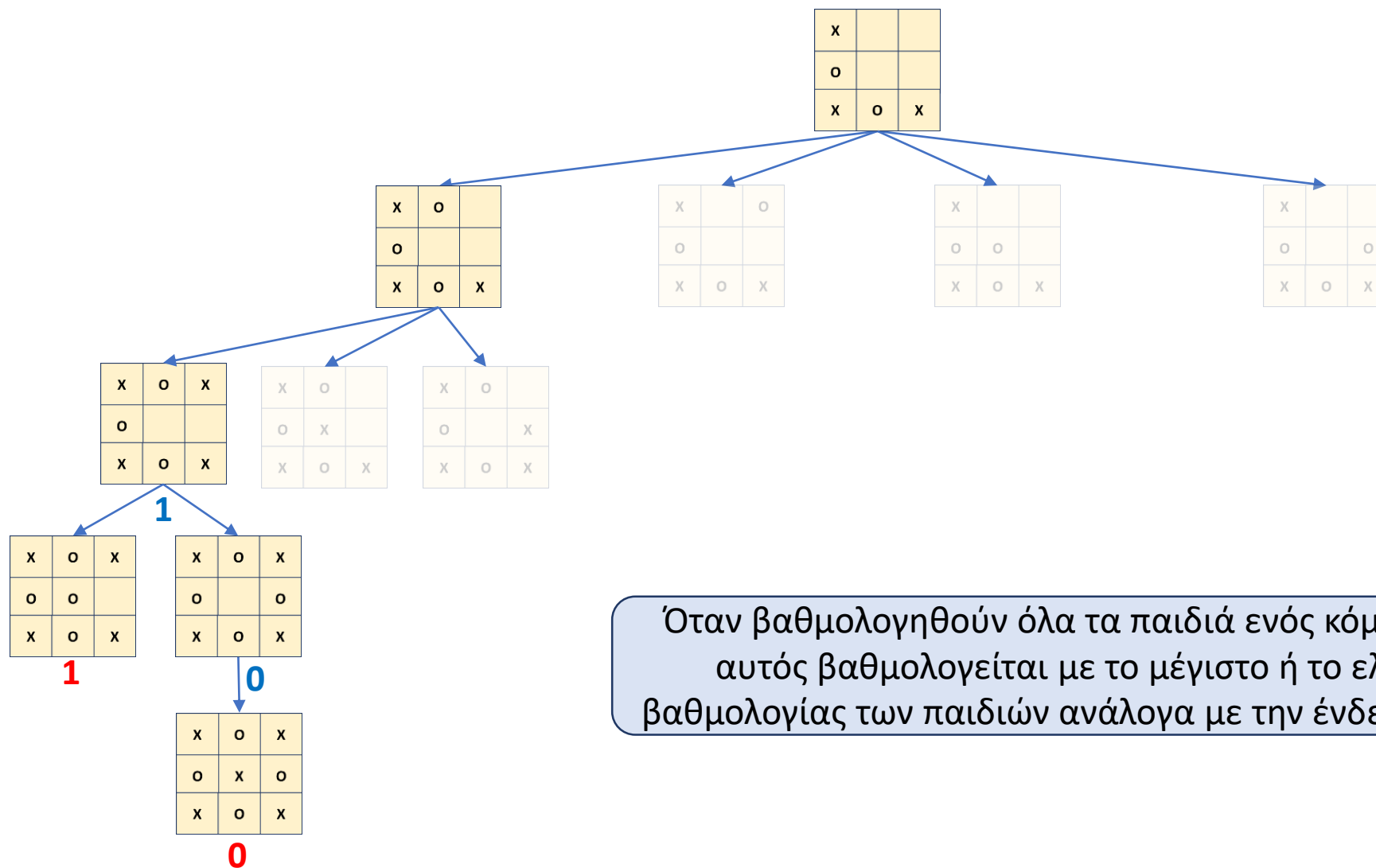
Minimax

MAX

MIN

MAX

MIN



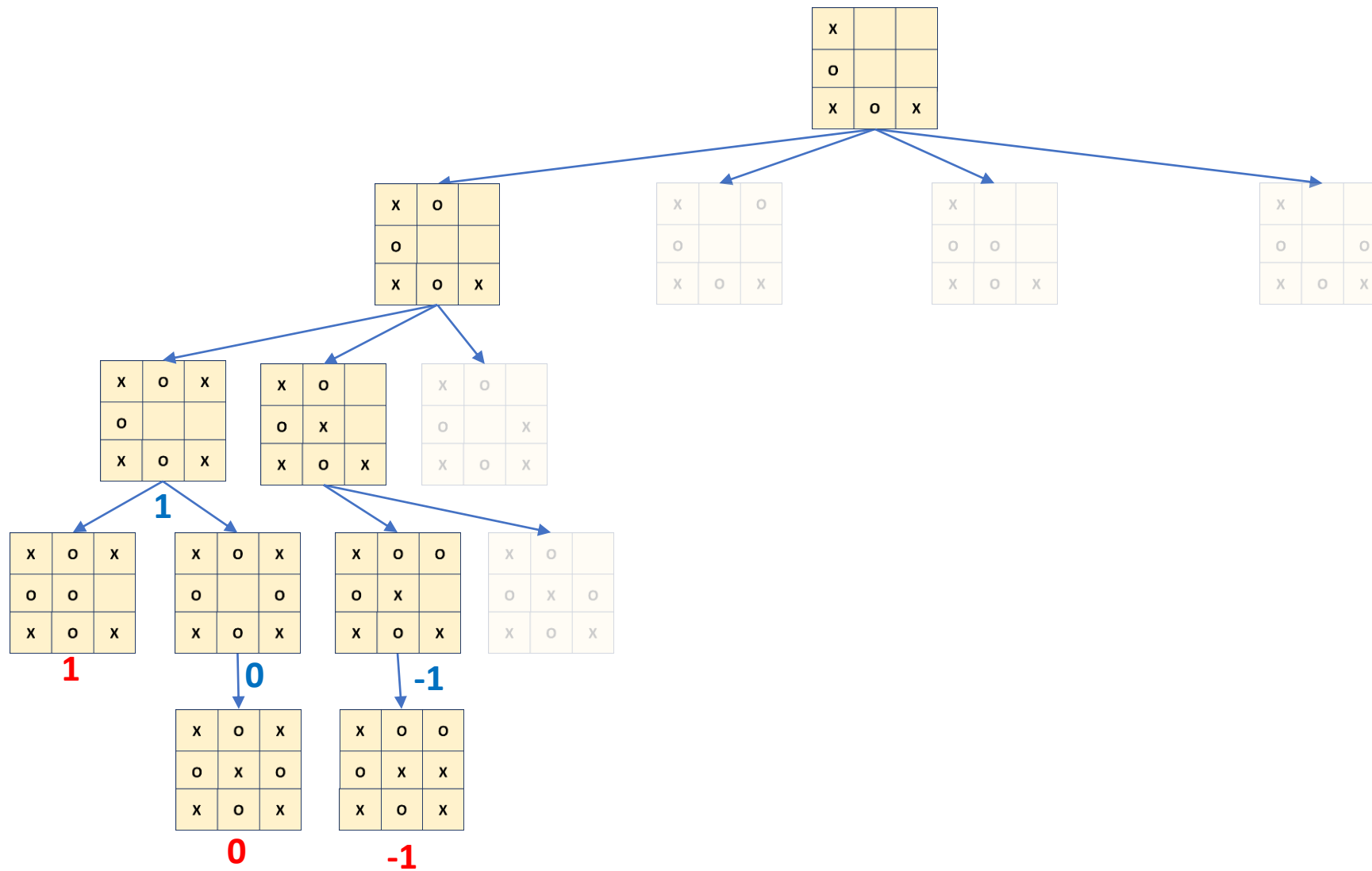
Minimax

MAX

MIN

MAX

MIN



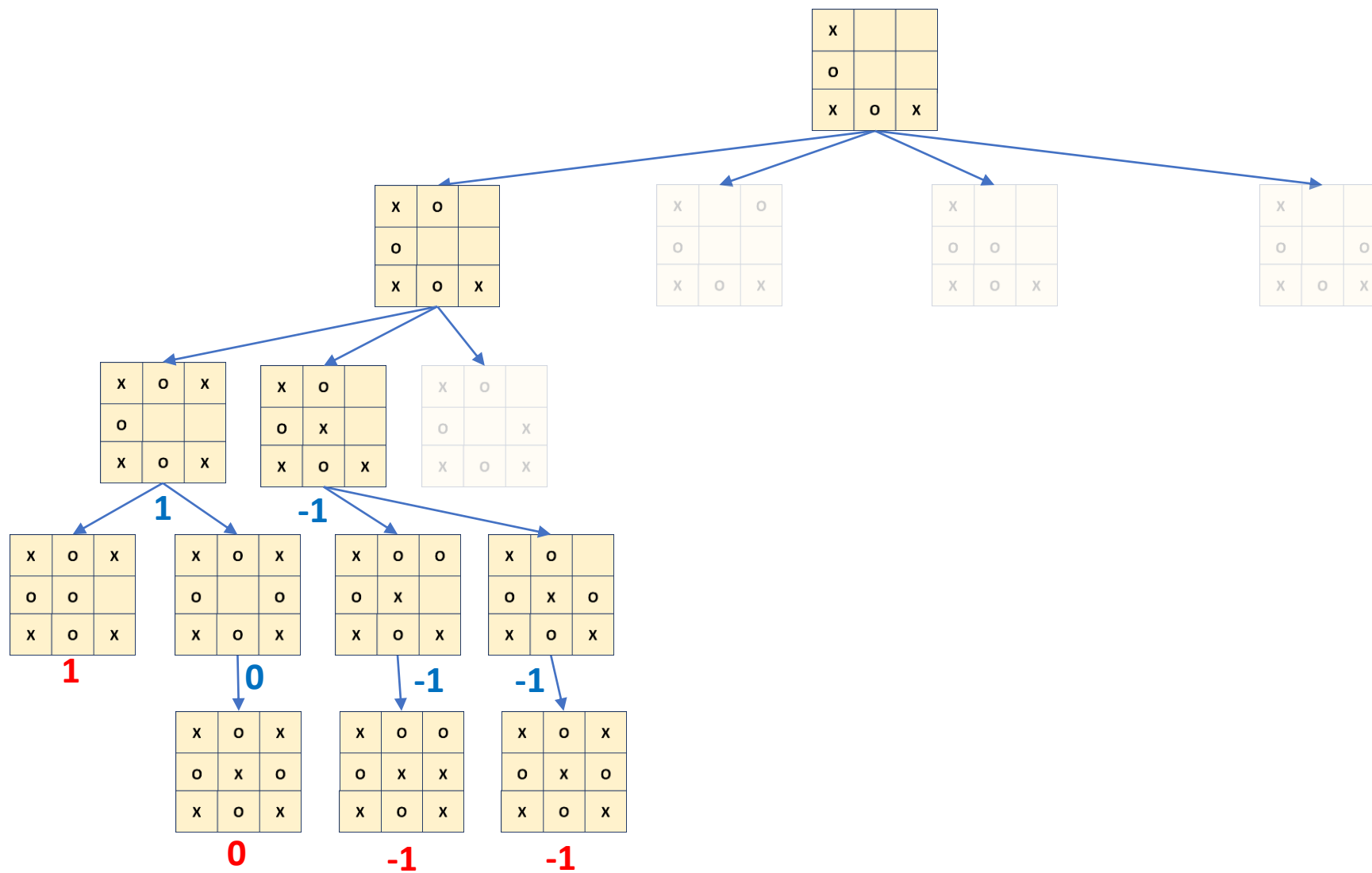
Minimax

MAX

MIN

MAX

MIN



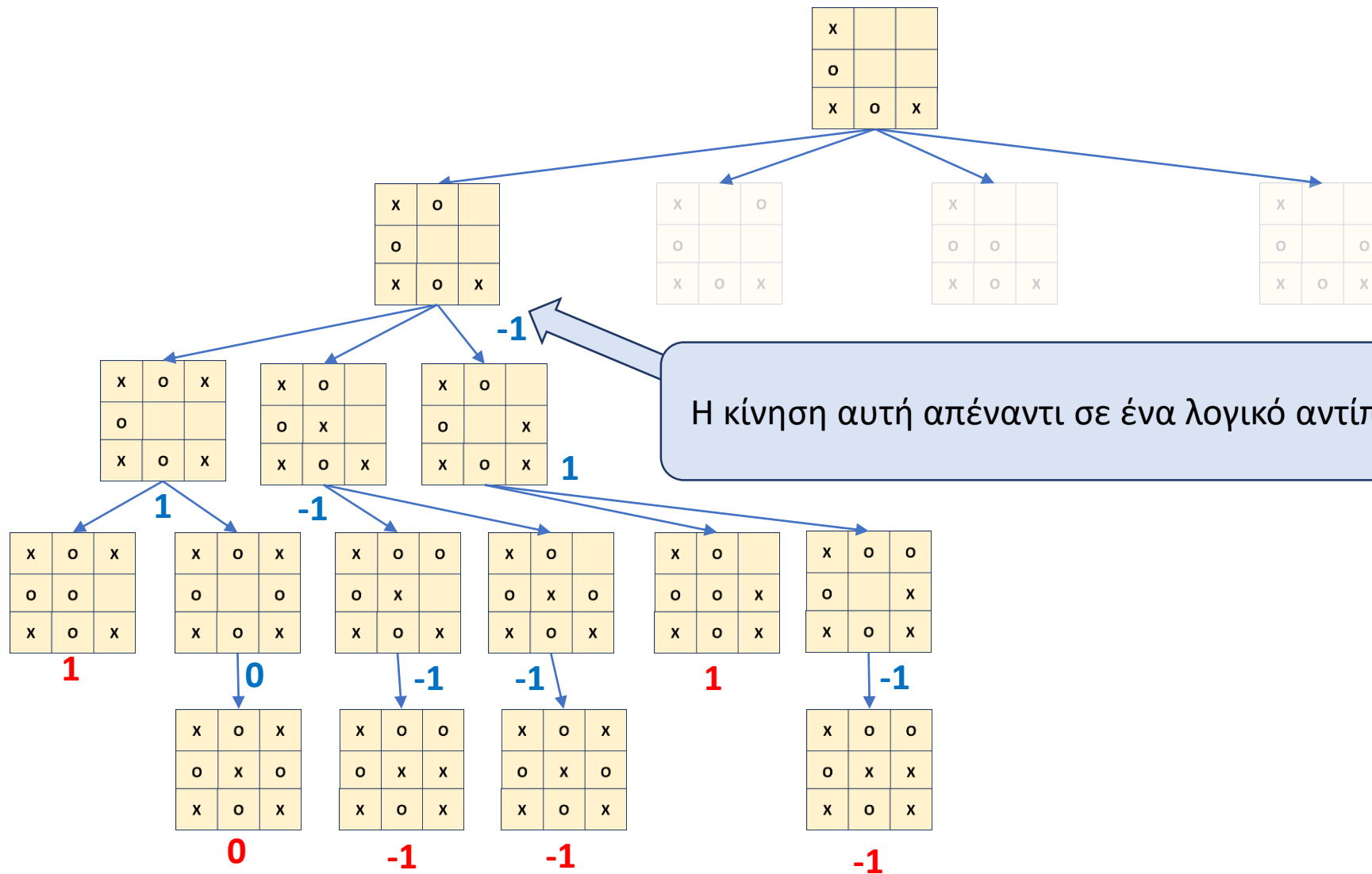
Minimax

MAX

MIN

MAX

MIN



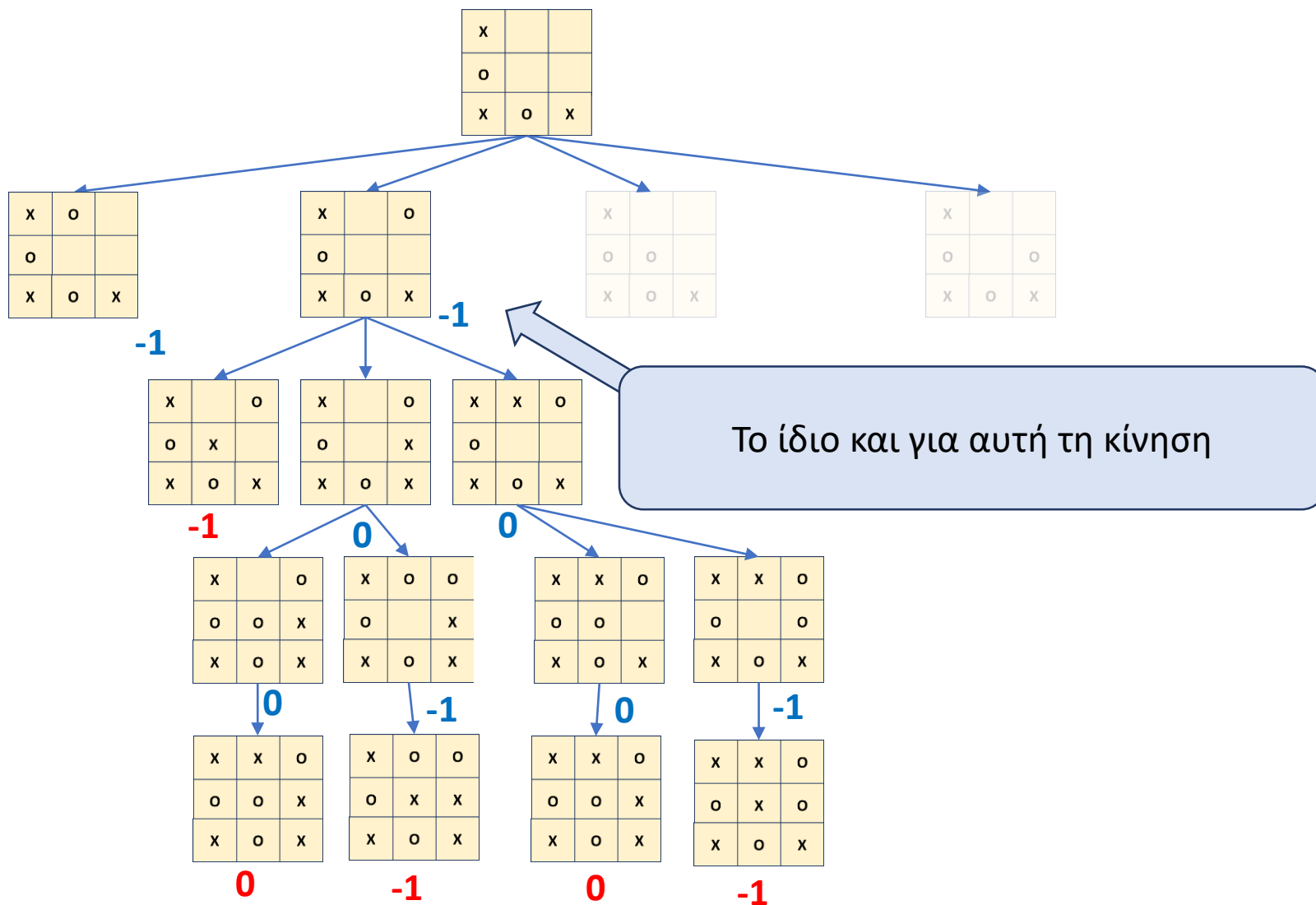
Minimax

MAX

MIN

MAX

MIN



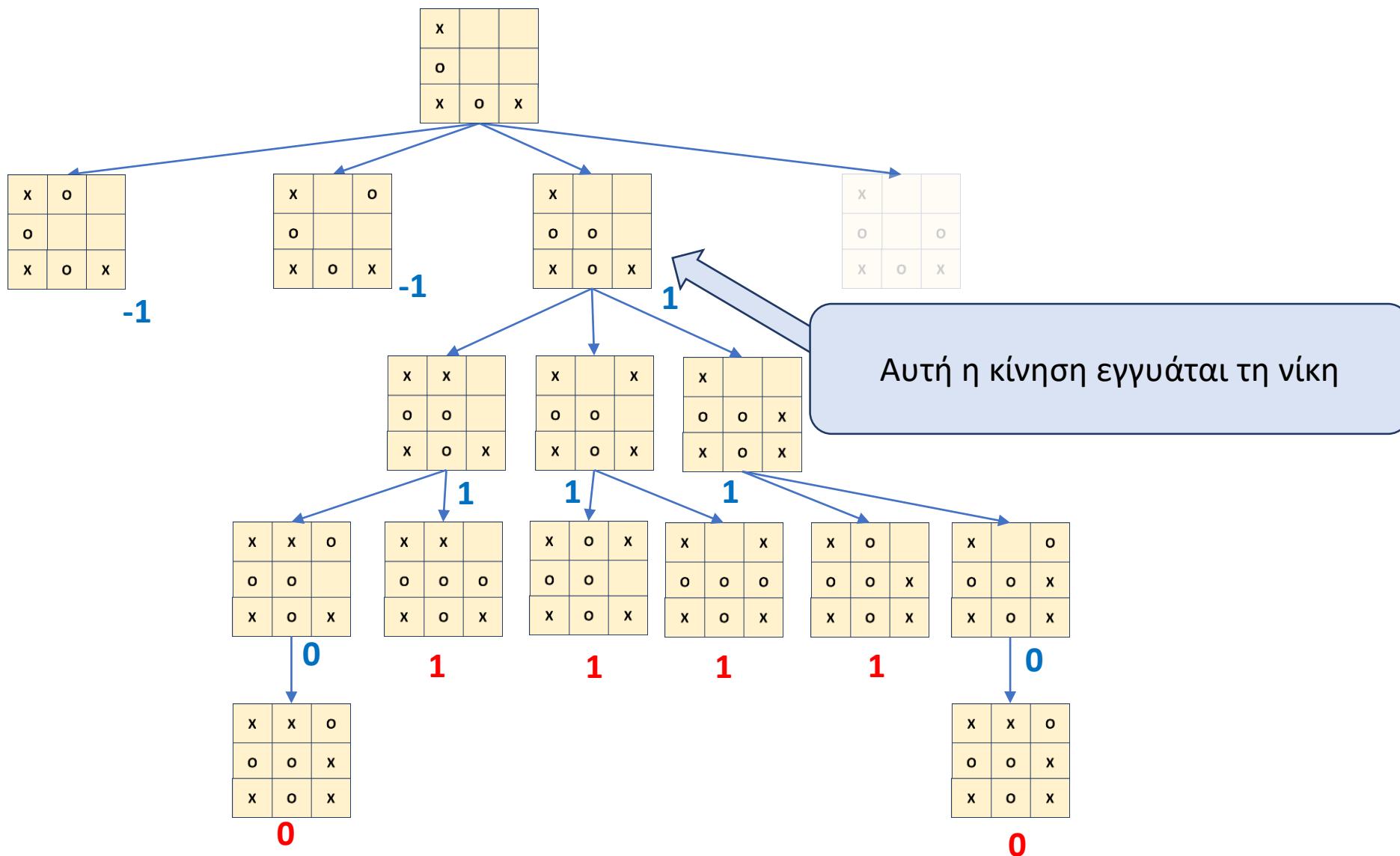
Minimax

MAX

MIN

MAX

MIN



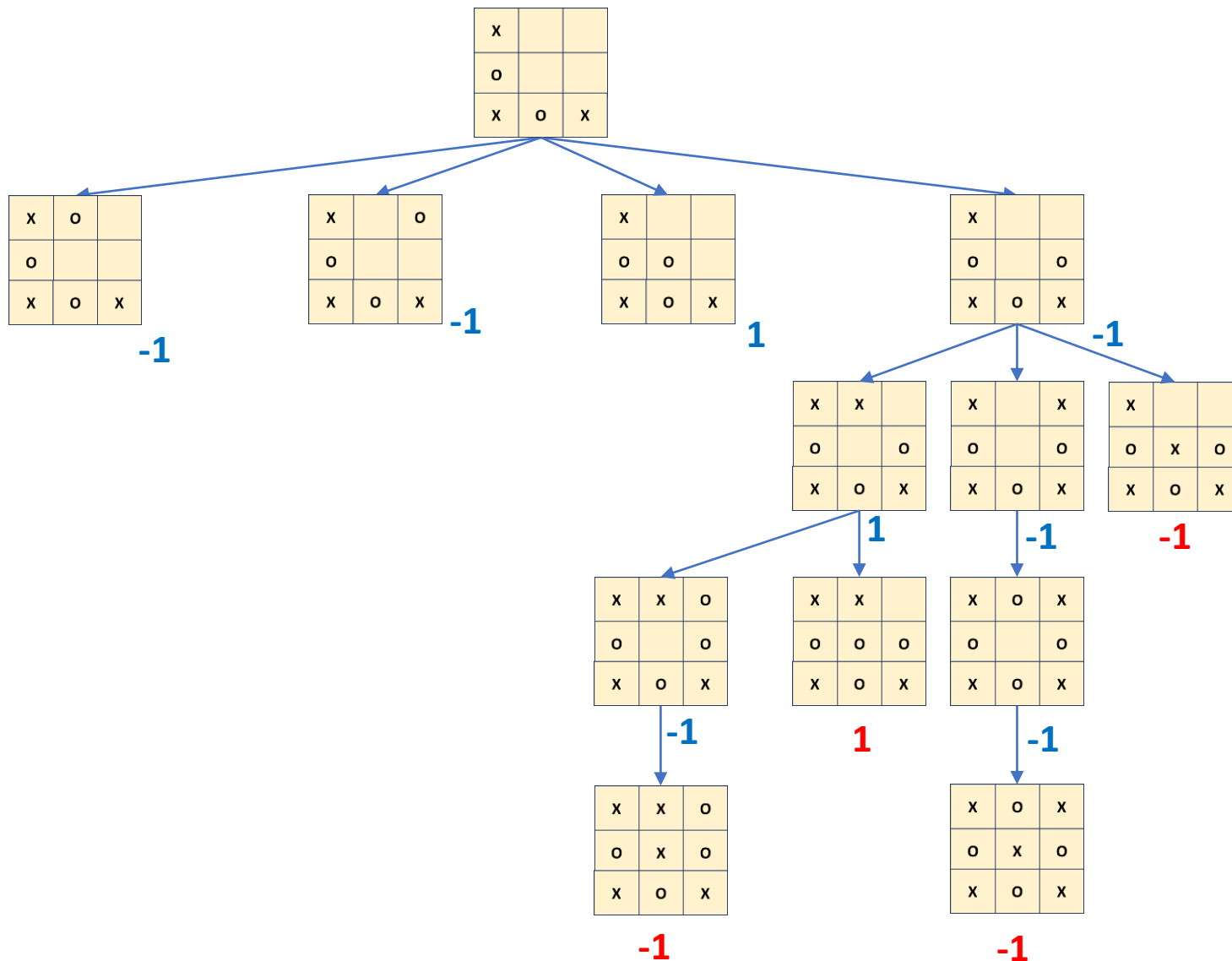
Minimax

MAX

MIN

MAX

MIN



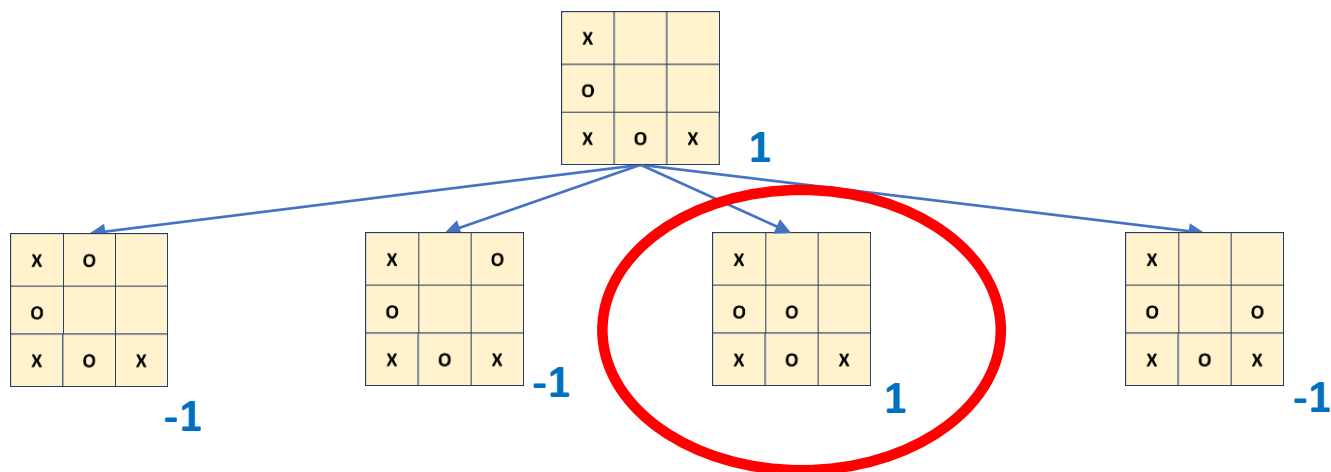
Minimax

MAX

MIN

MAX

MIN



Η ρίζα βαθμολογείται με βάση το μέγιστο των παιδιών

Ο αλγόριθμος προτείνει το παιδί από το οποίο προήλθε η βαθμολογία

Μέγιστο βάθος αναζήτησης

Τρέχουσα κατάσταση

MiniMax

Ο παίκτης που είναι η σειρά του να παίξει (true = Max, false = Min)

```
function minimax(node, depth, maximizingPlayer)
  if depth = 0 or node is a terminal node then
    return the heuristic value of node
  if maximizingPlayer then
    value := -∞
    for each child of node do
      value := max(value, minimax(child, depth - 1, FALSE))
    return value
  else (* minimizing player *)
    value := +∞
    for each child of node do
      value := min(value, minimax(child, depth - 1, TRUE))
    return value
```


MiniMax

Αναπαράσταση Κατάστασης

```
function minimax(node, depth, maximizingPlayer)
  if depth = 0 or node is a terminal node then
    return the heuristic value of node
```

Έλεγχος Τερματικής
Κατάστασης

```
  if maximizingPlayer then
```

Αξιολόγηση Κατάστασης

```
    value :=  $-\infty$ 
```

```
    for each child of node do
```

Εύρεση Διάδοχων
Καταστάσεων

```
      value := max(value, minimax(child, depth - 1, FALSE))
```

```
    return value
```

```
  else (* minimizing player *)
```

```
    value :=  $+\infty$ 
```

```
    for each child of node do
```

```
      value := min(value, minimax(child, depth - 1, TRUE))
```

```
    return value
```

```

class TicTacToe
{
private:
    unsigned char board[SIZE][SIZE];
public:
    TicTacToe();
    TicTacToe(unsigned char a[][SIZE]);
    bool setCell(int i, int j, char value);
    char getCell(int i, int j);
    vector <TicTacToe> expand(char k);
    string toString();
    int evaluate();
};

```

Αναπαράσταση Κατάστασης

Εύρεση Διάδοχων
Καταστάσεων

Αξιολόγηση Κατάστασης

Έλεγχος Τερματικής
Κατάστασης

X ₁	O ₂	
X ₄		
O ₇	O ₈	X ₉

```
vector <TicTacToe> expand(char k)
{
    vector<TicTacToe> children;

    for (int i=0;i<SIZE;i++)
        for (int j=0;j<SIZE;j++)
            if (board[i][j]==' ')
            {
                TicTacToe child = *this;
                child.board[i][j]=k;
                children.push_back(child) ;
            }
    return children;
}
```

```

int evaluate()
{
    for (int i=0;i<SIZE;i++) //check for rows
    {
        bool same=true;
        for (int j=1;j<SIZE;j++)
            if (board[i][j]==' ' ||
                board[i][j]!=board[i][j-1])
            {
                same=false;
                break;
            }
        if (same)
            return board[i][0]=='X'?1:-1;
    }
    for (int j=0;j<SIZE;j++) //check for columns
    {
        bool same=true;
        for (int i=1;i<SIZE;i++)
            if (board[i][j]==' ' ||
                board[i][j]!=board[i-1][j])
            {
                same=false;
                break;
            }
        if (same)
            return board[0][j]=='X'?1:-1;
    }
}

```

```

bool same=true;
for (int i=1;i<SIZE;i++) //check for main diagonal
    if (board[i][i]==' ' ||
        board[i][i]!=board[i-1][i-1])
    {
        same=false;
        break;
    }
if (same)
    return board[0][0]=='X'?1:-1;
same=true;
for (int i=1;i<SIZE;i++) //check for 2ND diagonal
    if (board[i][SIZE-1-i]==' ' ||
        board[i][SIZE-1-i]!=board[i-1][SIZE-1-(i-1)])
    {
        same=false;
        break;
    }
if (same)
    return board[1][1]=='X'?1:-1;
for (int i=0;i<SIZE;i++)
    for (int j=0;j<SIZE;j++)
        if (board[i][j]==' ')
            return -100; // ONGOING GAME
return 0;
}

```

```

int minimax (TicTacToe s, int depth, bool isMax, TicTacToe &best, int &count)
{
    int k=s.evaluate();
    count++;
    if (depth==0 || k!=-100)
    {
        best = s;
        return k;
    }
    int max,temp;
    TicTacToe maxState,tempState;
    vector<TicTacToe> children = s.expand(isMax?'X':'O');
    max=minimax(children[0],depth-1,!isMax,tempState,count);
    maxState=children[0];
    for (int i=1;i<children.size();i++)
    {
        temp=minimax(children[i],depth-1,!isMax,tempState,count);
        if ((temp>max) == isMax)
        {
            max=temp;
            maxState=children[i];
        }
    }
    best = maxState;
    return max;
}

```

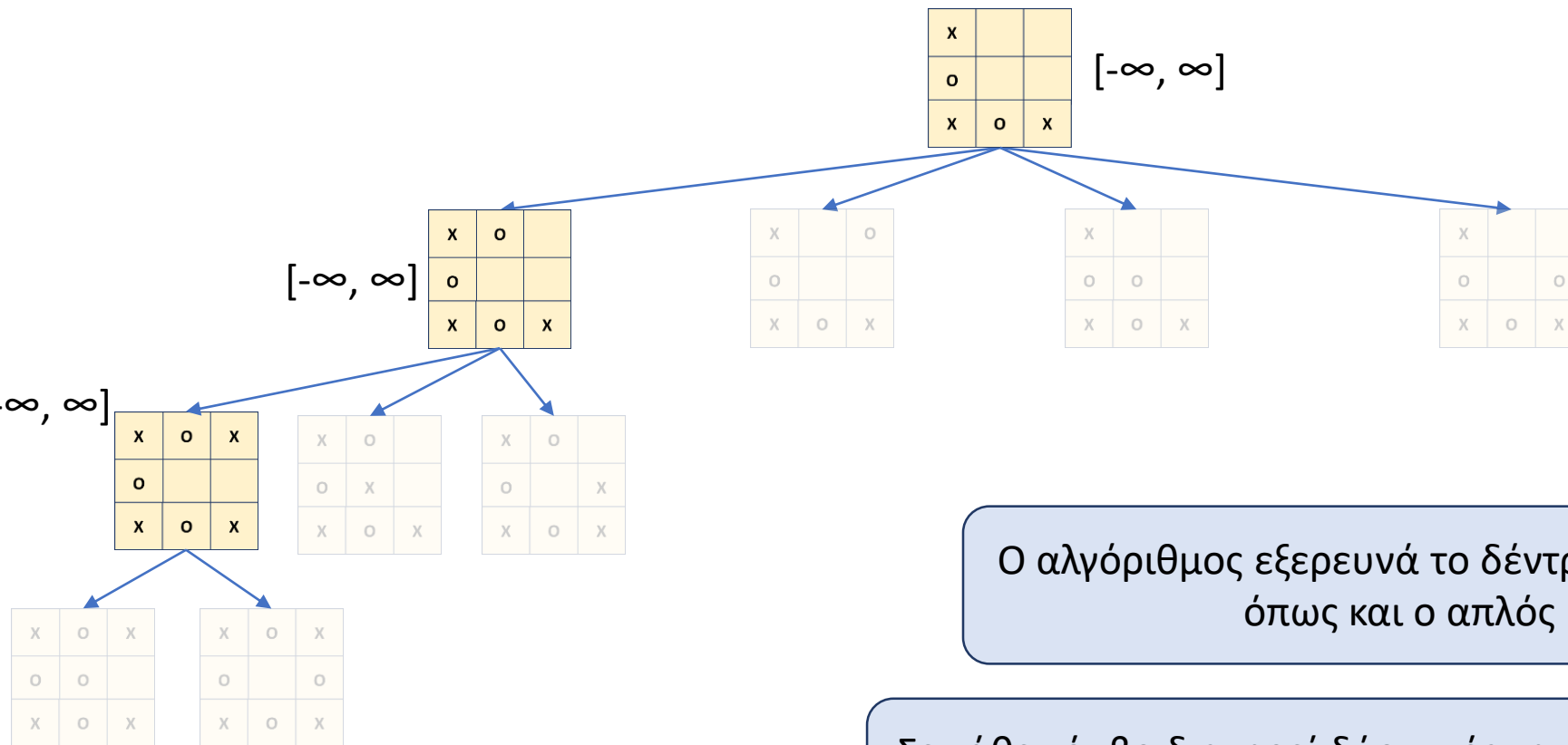
Minimax με Alpha Beta

MAX

MIN

MAX

MIN



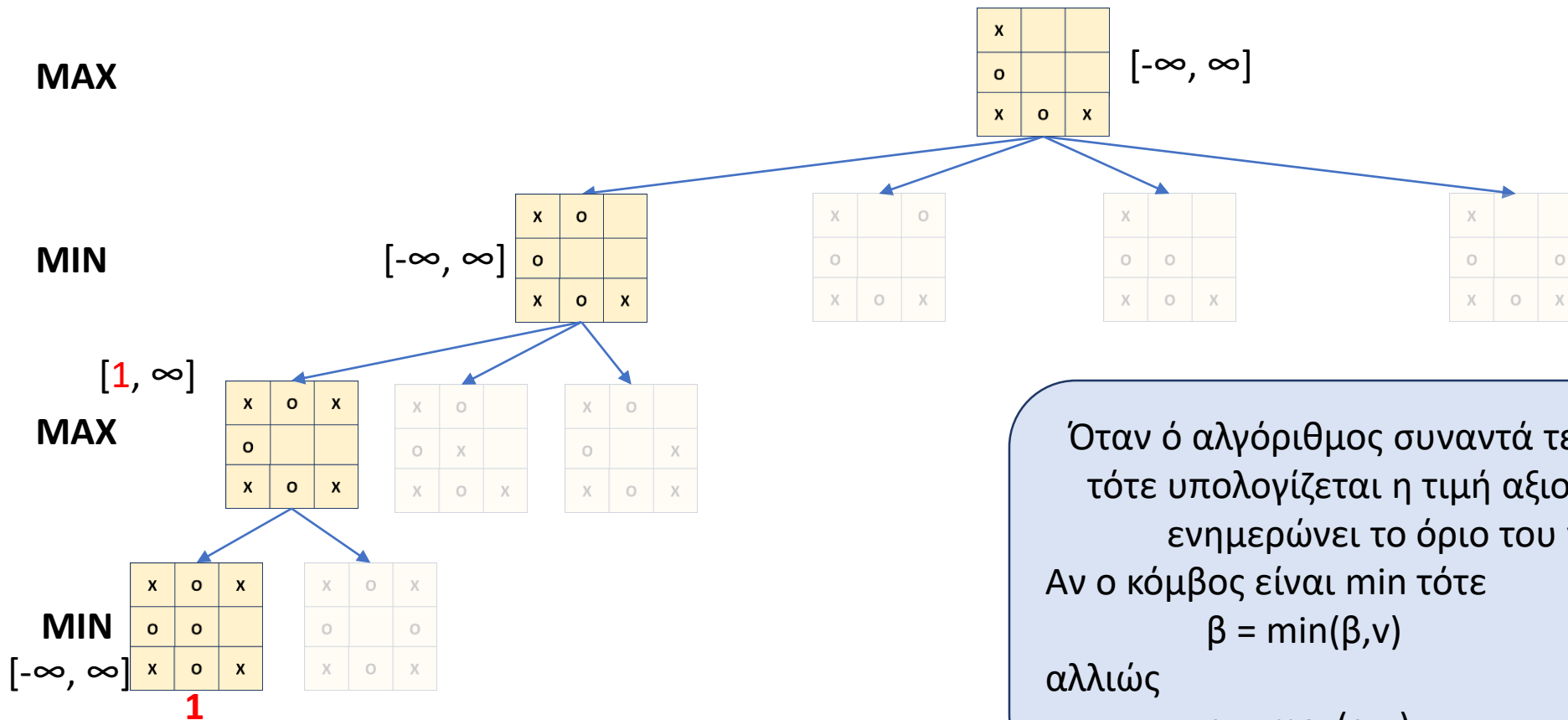
Ο αλγόριθμος εξερευνά το δέντρο σύμφωνα με το DFS
όπως και ο απλός Minimax

Σε κάθε κόμβο διατηρεί δύο τιμές την α (κάτω όριο) και τη β (άνω όριο) αναφορικά με τη τιμή που μπορεί να πάρει ο κόμβος

Η ρίζα αρχικά έχει ως τιμές $\alpha = -\infty$ και $\beta = \infty$

Οι τιμές αυτές διαδίδονται προς τα κάτω

Minimax με Alpha Beta



Όταν ο αλγόριθμος συναντά τερματική κατάσταση, τότε υπολογίζεται η τιμή αξιολόγησης v και αυτή ενημερώνει το όριο του γονέα ως εξής:

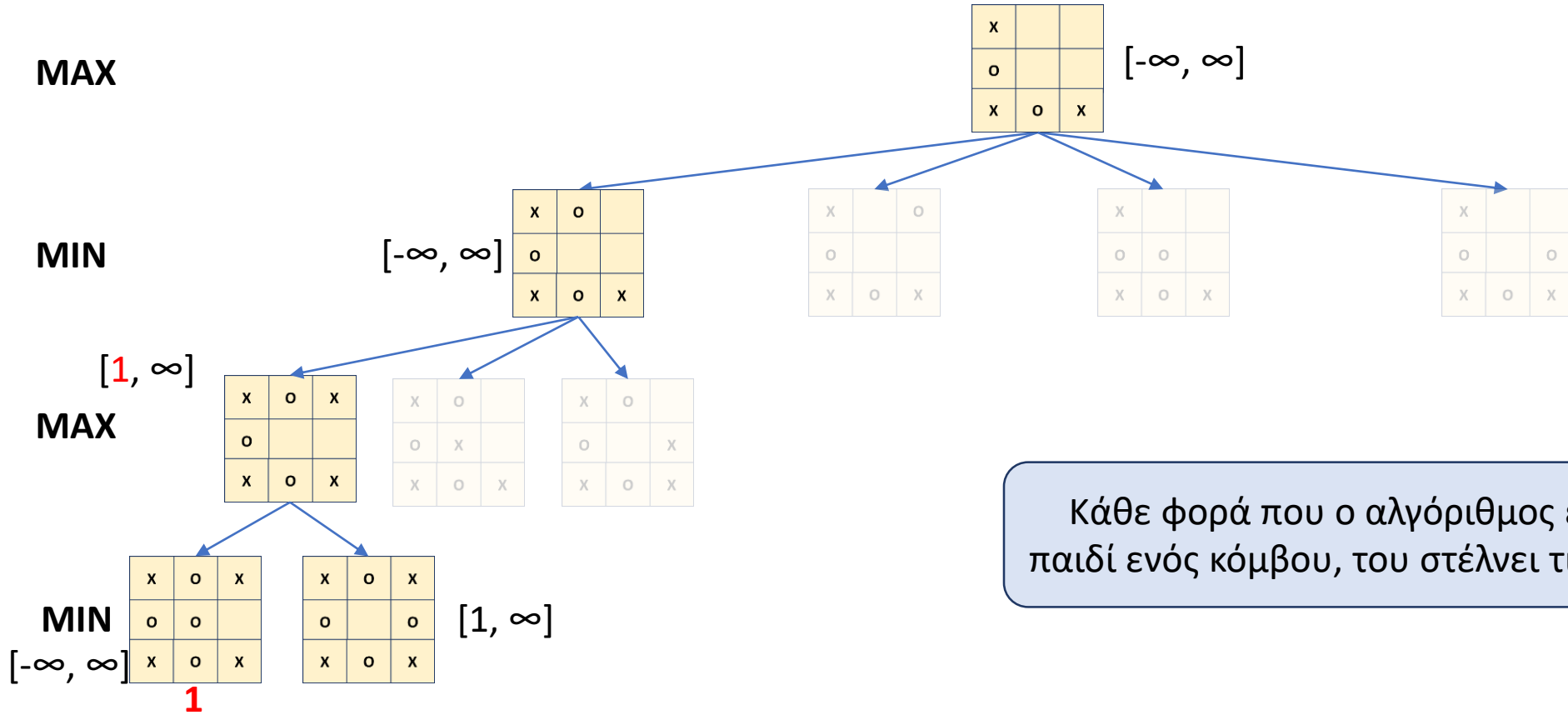
Αν ο κόμβος είναι min τότε

$$\beta = \min(\beta, v)$$

αλλιώς

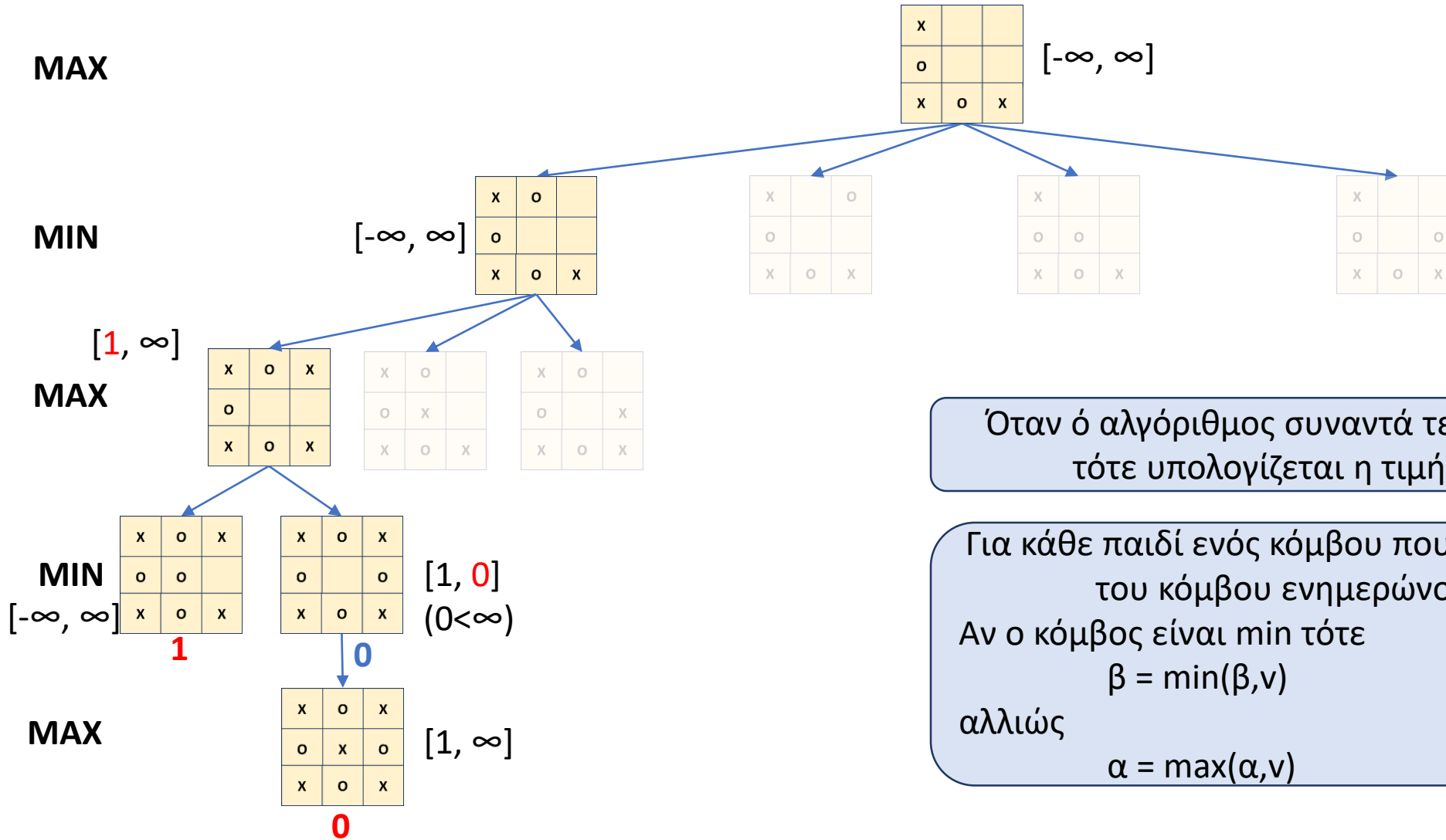
$$\alpha = \max(\alpha, v)$$

Minimax με Alpha Beta



Κάθε φορά που ο αλγόριθμος εξετάζει το επόμενο παιδί ενός κόμβου, του στέλνει τις ενημερωμένες τιμές

Minimax με Alpha Beta



Όταν ο αλγόριθμος συναντά τερματική κατάσταση, τότε υπολογίζεται η τιμή αξιολόγησης v

Για κάθε παιδί ενός κόμβου που παίρνει τιμή, τα όρια του κόμβου ενημερώνονται ως εξής:

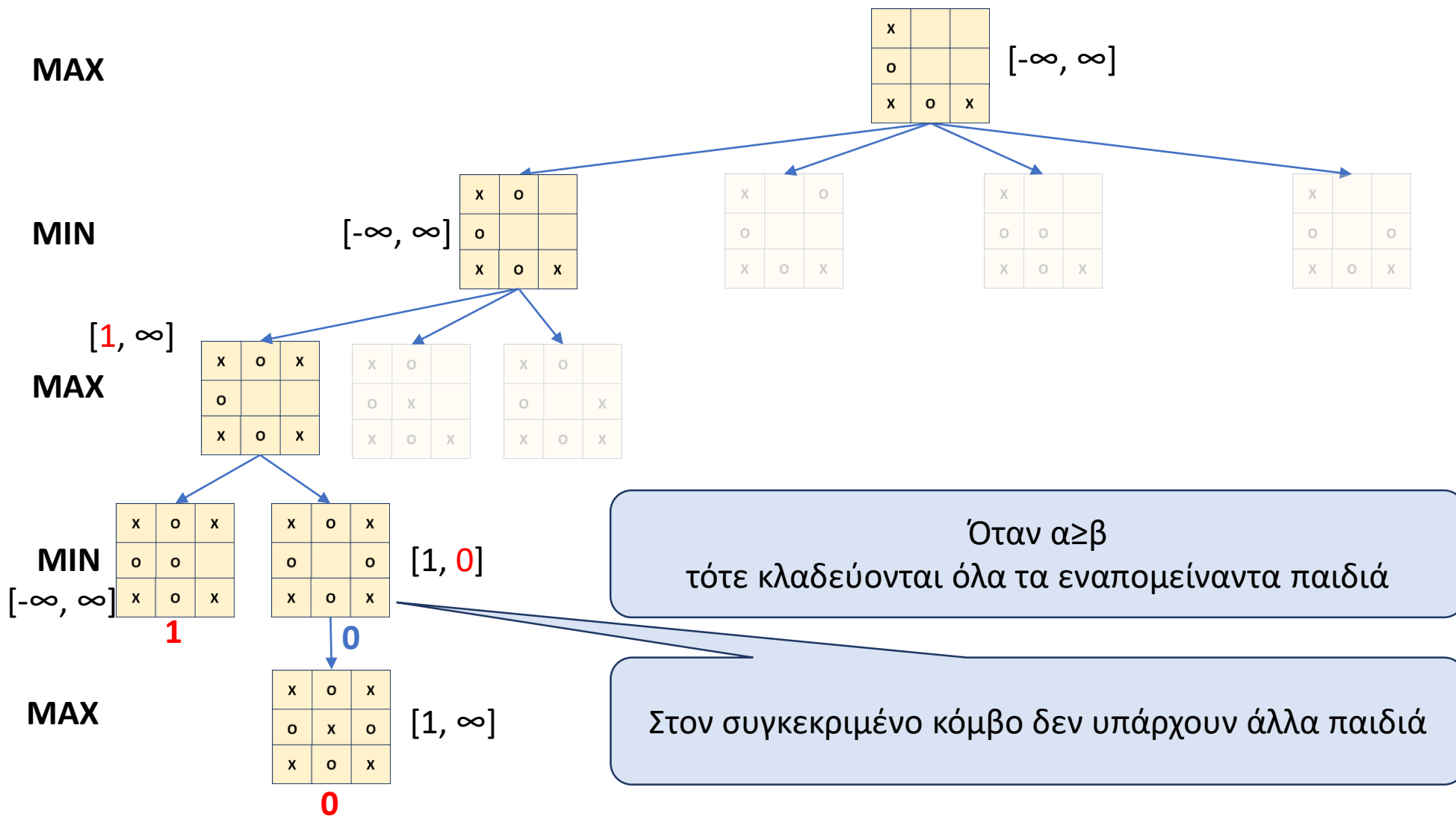
Αν ο κόμβος είναι min τότε

$$\beta = \min(\beta, v)$$

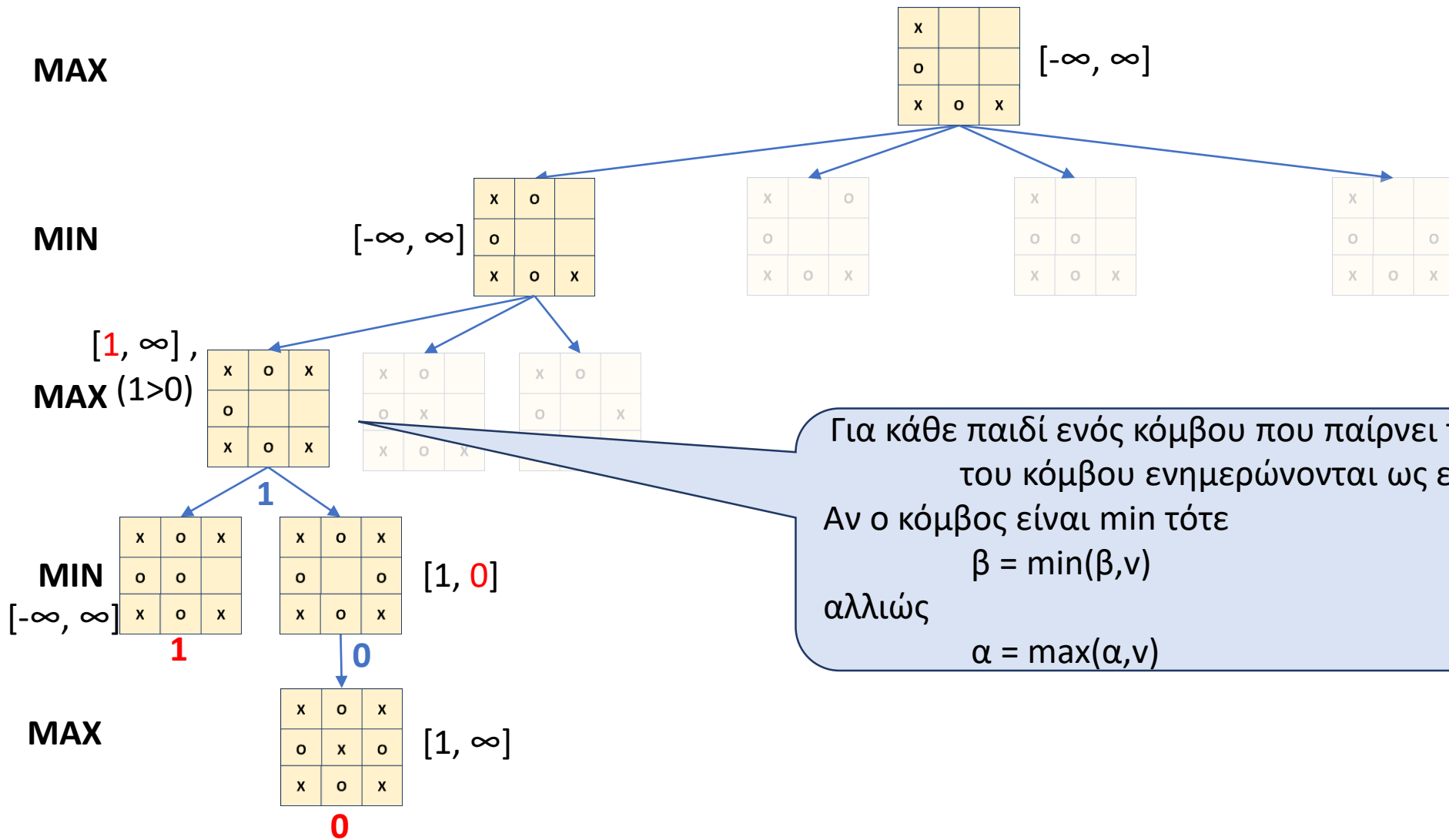
αλλιώς

$$\alpha = \max(\alpha, v)$$

Minimax με Alpha Beta



Minimax με Alpha Beta



Για κάθε παιδί ενός κόμβου που παίρνει τιμή, τα όρια του κόμβου ενημερώνονται ως εξής:

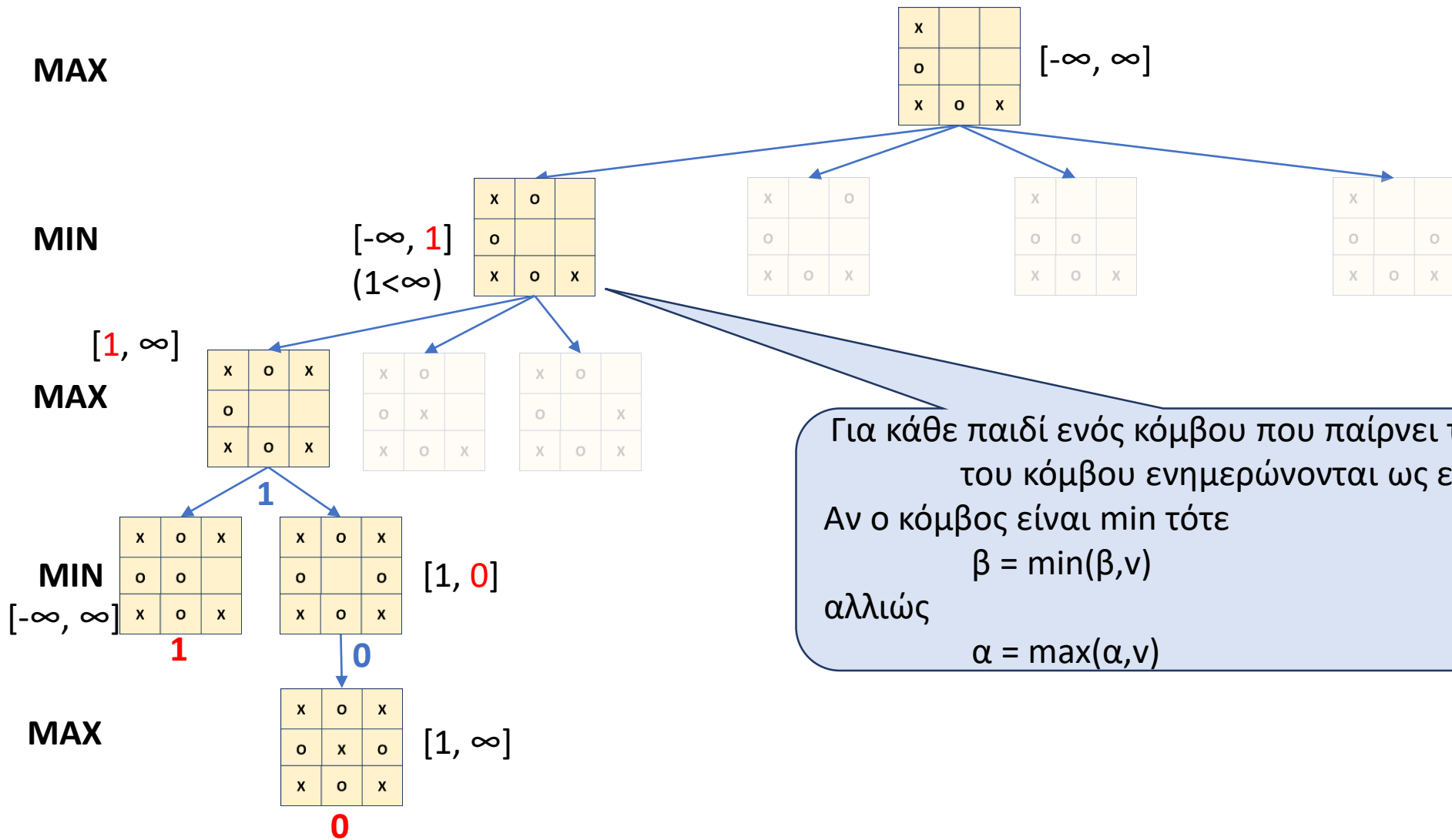
Αν ο κόμβος είναι min τότε

$$\beta = \min(\beta, v)$$

αλλιώς

$$\alpha = \max(\alpha, v)$$

Minimax με Alpha Beta



Για κάθε παιδί ενός κόμβου που παίρνει τιμή, τα όρια του κόμβου ενημερώνονται ως εξής:

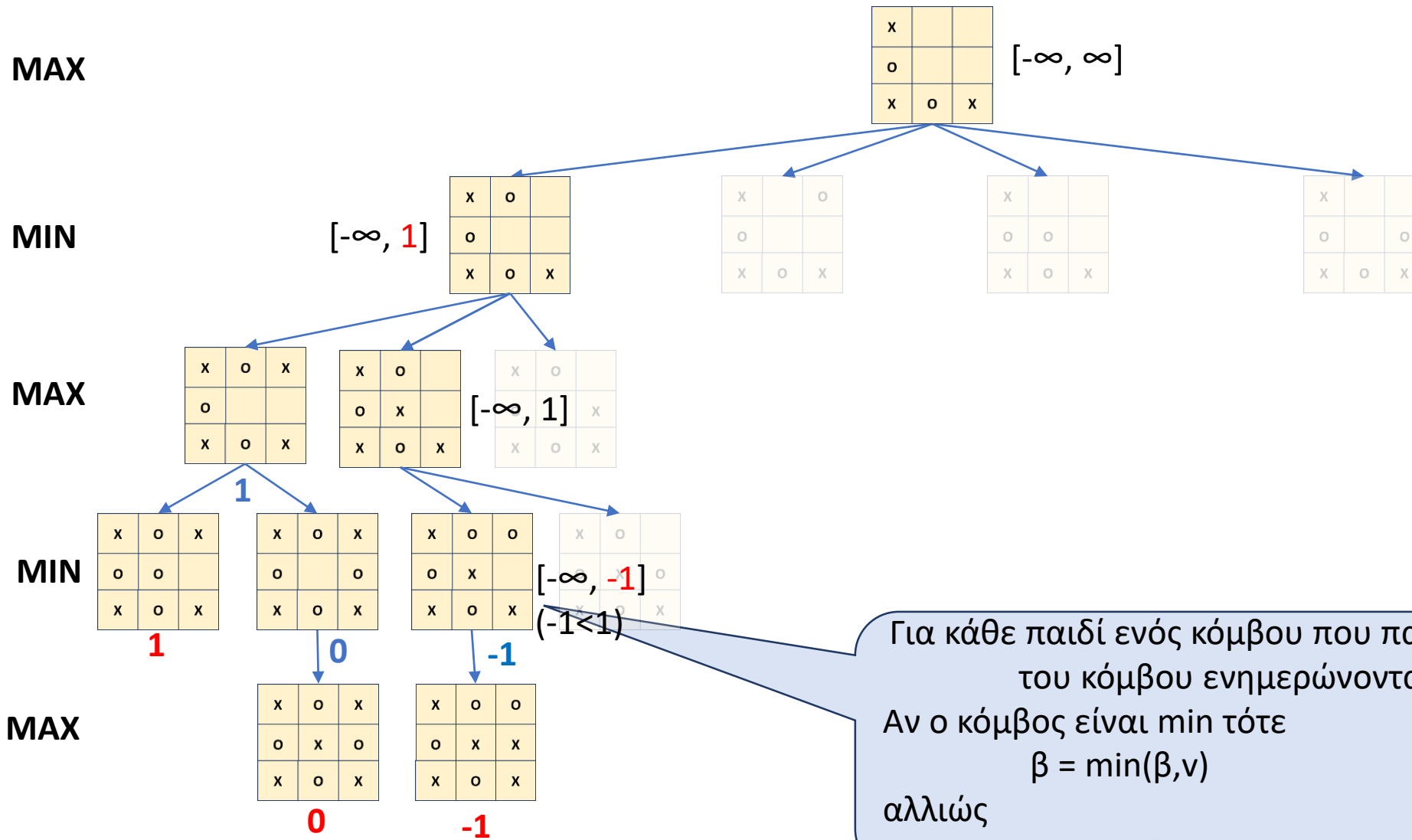
Αν ο κόμβος είναι min τότε

$$\beta = \min(\beta, v)$$

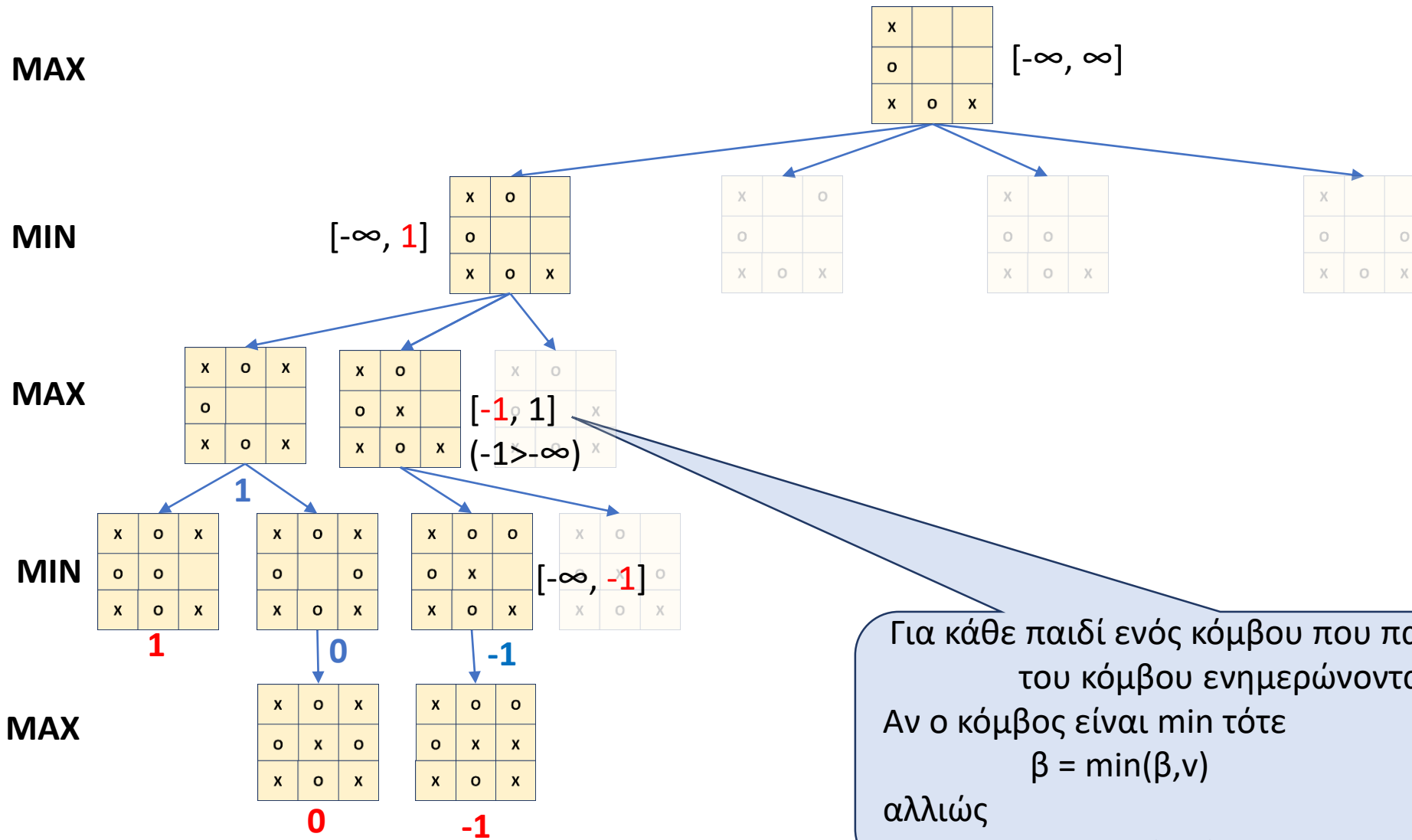
αλλιώς

$$\alpha = \max(\alpha, v)$$

Minimax με Alpha Beta



Minimax με Alpha Beta



Για κάθε παιδί ενός κόμβου που παίρνει τιμή, τα όρια του κόμβου ενημερώνονται ως εξής:

Αν ο κόμβος είναι min τότε

$$\beta = \min(\beta, v)$$

αλλιώς

$$\alpha = \max(\alpha, v)$$

Minimax με Alpha Beta

MAX

x		
o		
x	o	x

$[-\infty, \infty]$

MIN

$[-\infty, -1]$
 $(-1 < 1)$

x	o	
o		
x	o	x

x		o
o		
x	o	x

x		
o	o	
x	o	x

x		
o		o
x	o	x

MAX

x	o	x
o		
x	o	x

x	o	
o	x	
x	o	x

x	o	
o		x
x	o	x

$[-1, 1]$

MIN

x	o	x
o	o	
x	o	x

1

x	o	x
o		o
x	o	x

0

x	o	o
o	x	
x	o	x

-1

x	o	
o	x	o
x	o	x

-1

$[-1, 1]$

MAX

x	o	x
o	x	o
x	o	x

0

x	o	o
o	x	x
x	o	x

-1

Για κάθε παιδί ενός κόμβου που παίρνει τιμή, τα όρια του κόμβου ενημερώνονται ως εξής:

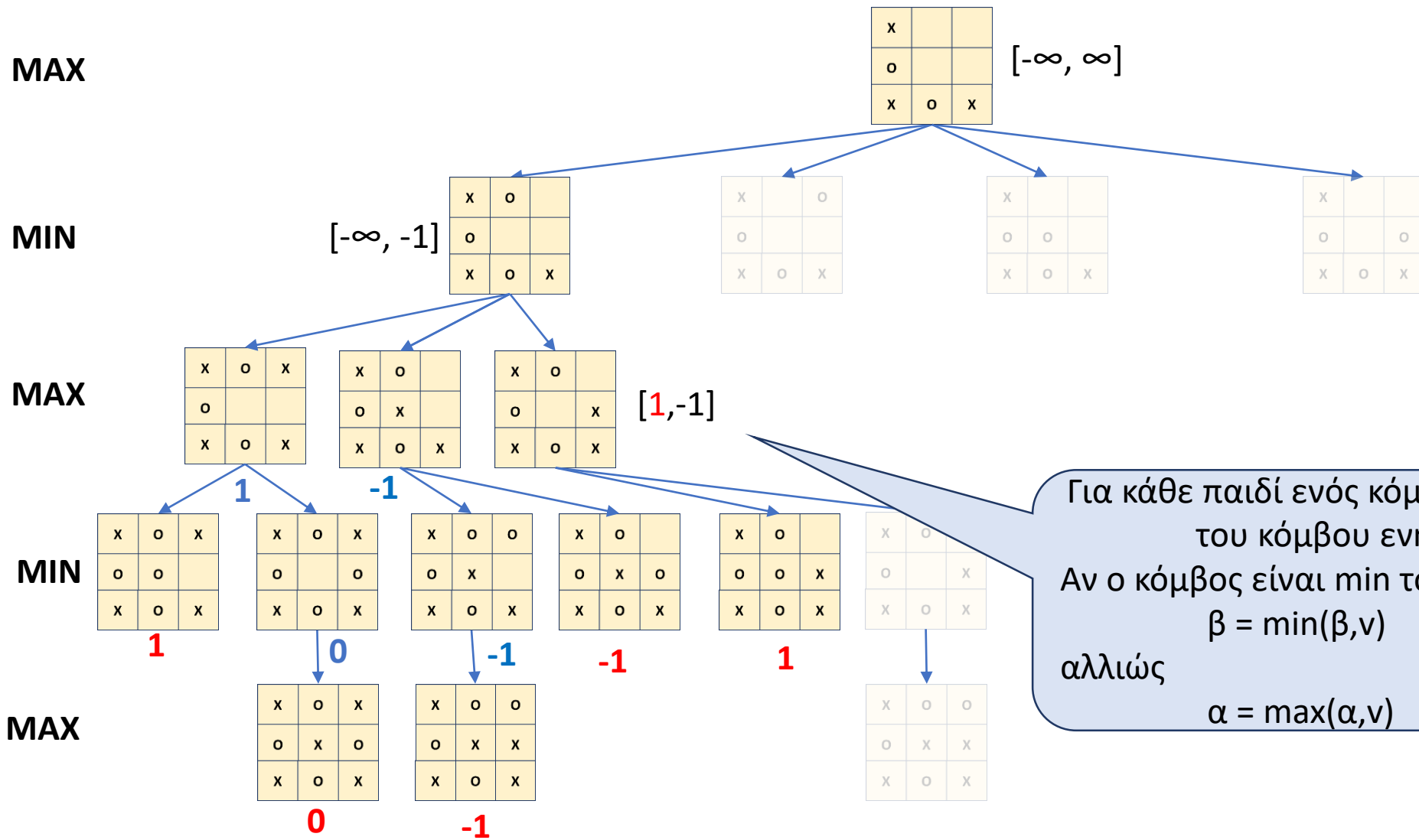
Αν ο κόμβος είναι min τότε

$$\beta = \min(\beta, v)$$

αλλιώς

$$\alpha = \max(\alpha, v)$$

Minimax με Alpha Beta



Για κάθε παιδί ενός κόμβου που παίρνει τιμή, τα όρια του κόμβου ενημερώνονται ως εξής:

Αν ο κόμβος είναι min τότε

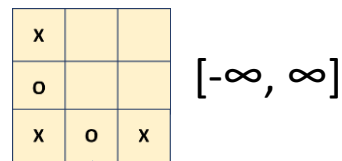
$$\beta = \min(\beta, v)$$

αλλιώς

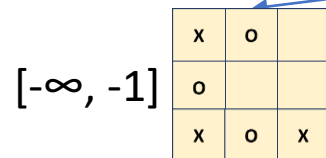
$$\alpha = \max(\alpha, v)$$

Minimax με Alpha Beta

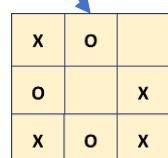
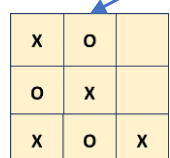
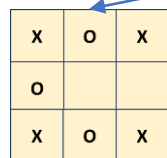
MAX



MIN

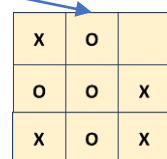
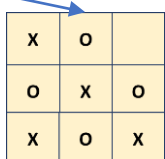
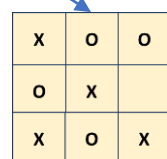
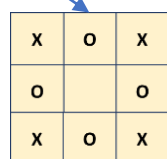
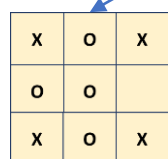


MAX

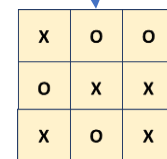
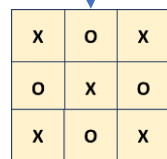


$[1, -1]$

MIN



MAX



Όταν $\alpha \geq \beta$
τότε κλαδεύονται όλα τα εναπομείναντα παιδιά

Minimax με Alpha Beta

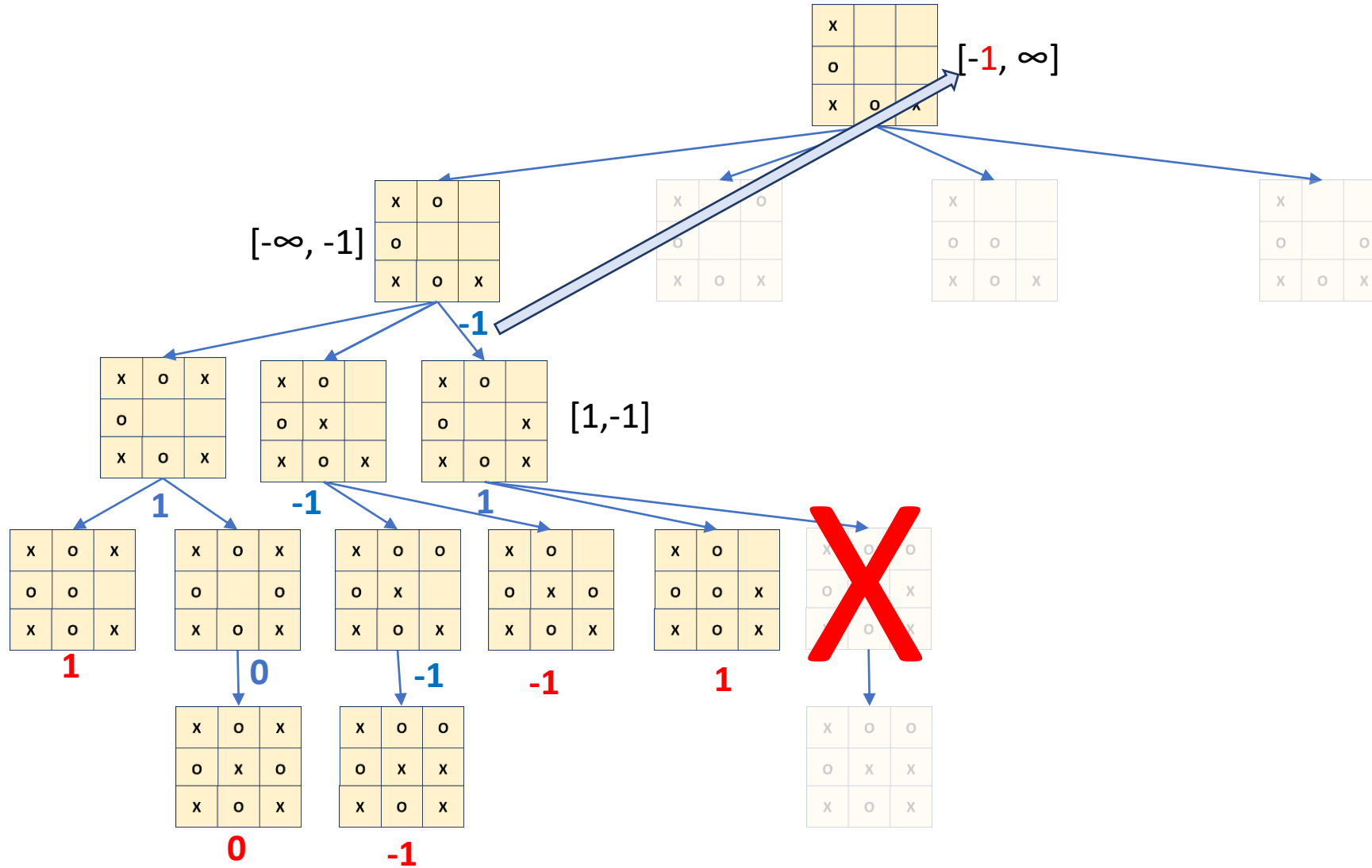
MAX

MIN

MAX

MIN

MAX



Minimax με Alpha Beta

MAX

x		
o		
x	o	x

$[-1, \infty]$

MIN

x	o	
o		
x	o	x

-1

x		o
o		
x	o	x

$[-1, \infty]$

x		
o	o	
x	o	x

x		
o		o
x	o	x

MAX

MIN

MAX

Minimax με Alpha Beta

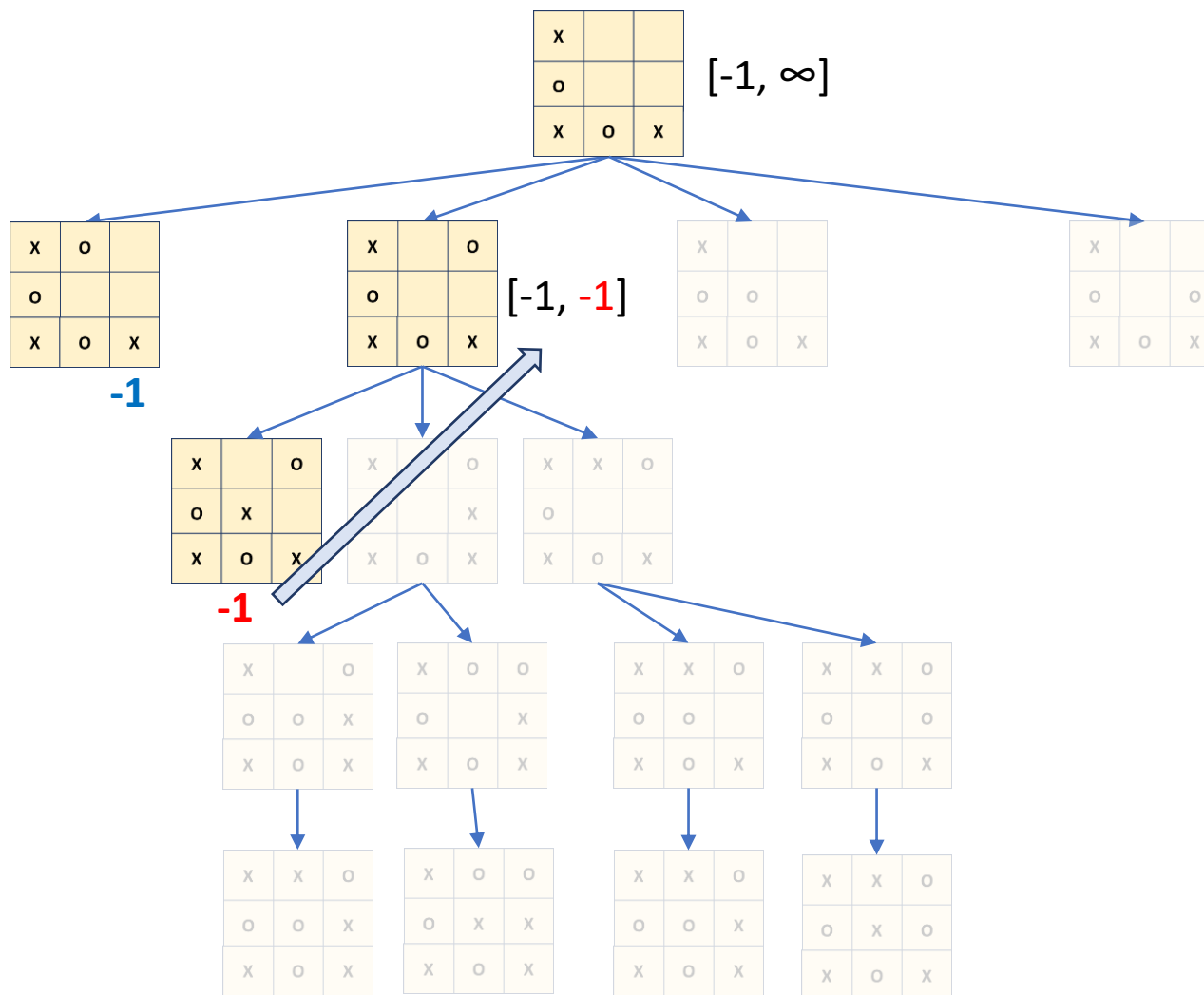
MAX

MIN

MAX

MIN

MAX



Minimax με Alpha Beta

MAX

x		
o		
x	o	x

$[-1, \infty]$

MIN

x	o	
o		
x	o	x

-1

x		o
o		
x	o	x

$[-1, -1]$

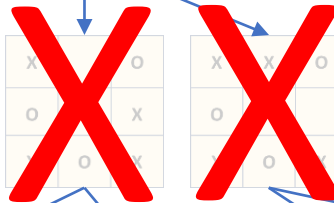
x		
o	o	
x	o	x

x		
o		o
x	o	x

MAX

x		o
o	x	
x	o	x

-1



Όταν $\alpha \geq \beta$
τότε κλαδεύονται όλα τα εναπομείναντα παιδιά

MIN

x		o
o	o	x
x	o	x

x	o	o
o		x
x	o	x

x	x	o
o	o	
x	o	x

x	x	o
o		o
x	o	x

MAX

x	x	o
o	o	x
x	o	x

x	o	o
o	x	x
x	o	x

x	x	o
o	o	x
x	o	x

x	x	o
o	x	o
x	o	x

Minimax με Alpha Beta

MAX

x		
o		
x	o	x

$[-1, \infty]$

MIN

x	o	
o		
x	o	x

-1

x		o
o		
x	o	x

-1

x		
o	o	
x	o	x

$[-1, \infty]$

x		
o		o
x	o	x

MAX

x	x	
o	o	
x	o	x

$[0, \infty]$

x		x
o	o	
x	o	x

x		
o	o	x
x	o	x

MIN

x	x	o
o	o	
x	o	x

$[-1, \infty]$

x		
o	o	o
x	o	x

x	o	x
o	o	
x	o	x

x		x
o	o	o
x	o	x

x	o	
o	o	x
x	o	x

x		o
o	o	x
x	o	x

MAX

x	x	o
o	o	x
x	o	x

0

x	x	o
o	o	x
x	o	x

Minimax με Alpha Beta

MAX

x		
o		
x	o	x

$[-1, \infty]$

MIN

x	o	
o		
x	o	x

-1

x		o
o		
x	o	x

-1

$[-1, -1]$

x		
o	o	
x	o	x

$[-1, \mathbf{1}]$

x		
o		o
x	o	x

MAX

x	x	
o	o	
x	o	x

$[0, \infty]$

x		x
	o	
x	o	x

x		
o	o	x
x	o	x

MIN

x	x	o
o	o	
x	o	x

0

x	x	
o	o	o
x	o	x

1

x	o	x
o	o	
x	o	x

x		x
o	o	o
x	o	x

x	o	
o	o	x
x	o	x

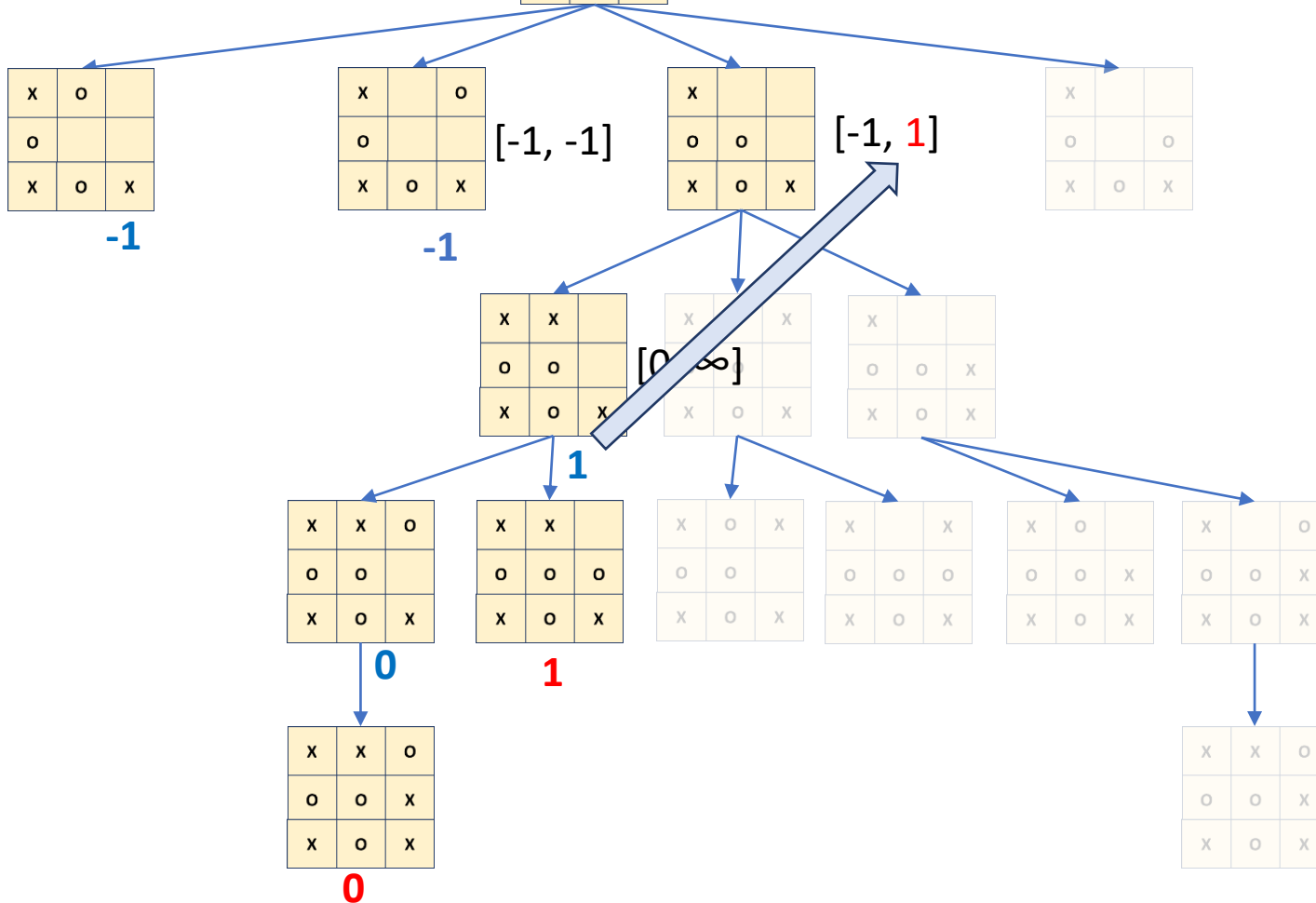
x		o
o	o	x
x	o	x

MAX

x	x	o
o	o	x
x	o	x

0

x	x	o
o	o	x
x	o	x



Minimax με Alpha Beta

MAX

x		
o		
x	o	x

$[-1, \infty]$

MIN

x	o	
o		
x	o	x

-1

x		o
o		
x	o	x

-1

x		
o	o	
x	o	x

$[-1, 1]$

x		
o		o
x	o	x

MAX

x	x	
o	o	
x	o	x

1

x		x
o	o	
x	o	x

[1, 1]

x		
o	o	x
	o	x

MIN

x	x	o
o	o	
x	o	x

0

x	x	
o	o	o
x	o	x

1

x	o	x
o	o	
x	o	x

1

x		x
o	o	o
x	o	x

x	o	
o	o	x
x	o	x

x		o
o	o	x
x	o	x

MAX

x	x	o
o	o	x
x	o	x

0

x	x	o
o	o	x
x	o	x

Minimax με Alpha Beta

MAX

x		
o		
x	o	x

$[-1, \infty]$

MIN

x	o	
o		
x	o	x

-1

x		o
o		
x	o	x

-1

$[-1, -1]$

x		
o	o	
x	o	x

$[-1, 1]$

x		
o		o
x	o	x

MAX

x	x	
o	o	
x	o	x

1

x		x
o	o	
x	o	x

1

x		
o	o	x
x	o	x

$[1, 1]$

MIN

x	x	o
o	o	
x	o	x

0

x	x	
o	o	o
x	o	x

1

x	o	x
o	o	
x	o	x

1

x		x
o	o	o
x	o	x



x	o	
o	o	x
x	o	x

x		o
o	o	x
x	o	x

MAX

x	x	o
o	o	x
x	o	x

0

x	x	o
o	o	x
x	o	x

Minimax με Alpha Beta

MAX

x		
o		
x	o	x

$[-1, \infty]$

MIN

x	o	
o		
x	o	x

-1

x		o
o		
x	o	x

-1

x		
o	o	
x	o	x

$[-1, 1]$

x		
o		o
x	o	x

MAX

x	x	
o	o	
x	o	x

x		x
o	o	
x	o	x

x		
o	o	x
x	o	x

$[-1, 1]$

MIN

x	x	o
o	o	
x	o	x

0

x	x	
o	o	o
x	o	x

1

x	o	x
o	o	
x	o	x

1



x	o	
o	o	x
x	o	x

1

x		o
o	o	x
x	o	x

MAX

x	x	o
o	o	x
x	o	x

0

x	x	o
o	o	x
x	o	x

Minimax με Alpha Beta

MAX

x		
o		
x	o	x

$[-1, \infty]$

MIN

x	o	
o		
x	o	x

-1

x		o
o		
x	o	x

-1

x		
o	o	
x	o	x

$[-1, 1]$

x		
o		o
x	o	x

MAX

x	x	
o	o	
x	o	x

x		x
o	o	
x	o	x

x		
o	o	x
x	o	x

$[1, 1]$

MIN

x	x	o
o	o	
x	o	x

0

x	x	
o	o	o
x	o	x

1

x	o	x
o	o	
x	o	x

1



x	o	
o	o	x
x	o	x

1

x		o
o	o	x
x	o	x

MAX

x	x	o
o	o	x
x	o	x

0

x	x	o
o	o	x
x	o	x

Minimax με Alpha Beta

MAX

x		
o		
x	o	x

$[-1, \infty]$

MIN

x	o	
o		
x	o	x

-1

x		o
o		
x	o	x

-1

x		
o	o	
x	o	x

$[-1, 1]$

x		
o		o
x	o	x

MAX

x	x	
o	o	
x	o	x

1

x		x
o	o	
x	o	x

1

x		
o	o	x
x	o	x

1

$[1, 1]$

MIN

x	x	o
o	o	
x	o	x

0

x	x	
o	o	o
x	o	x

1

x	o	x
o	o	
x	o	x

1



x	o	
o	o	x
x	o	x

1



MAX

x	x	o
o	o	x
x	o	x

0

x	x	o
o	o	x
x	o	x

Minimax με Alpha Beta

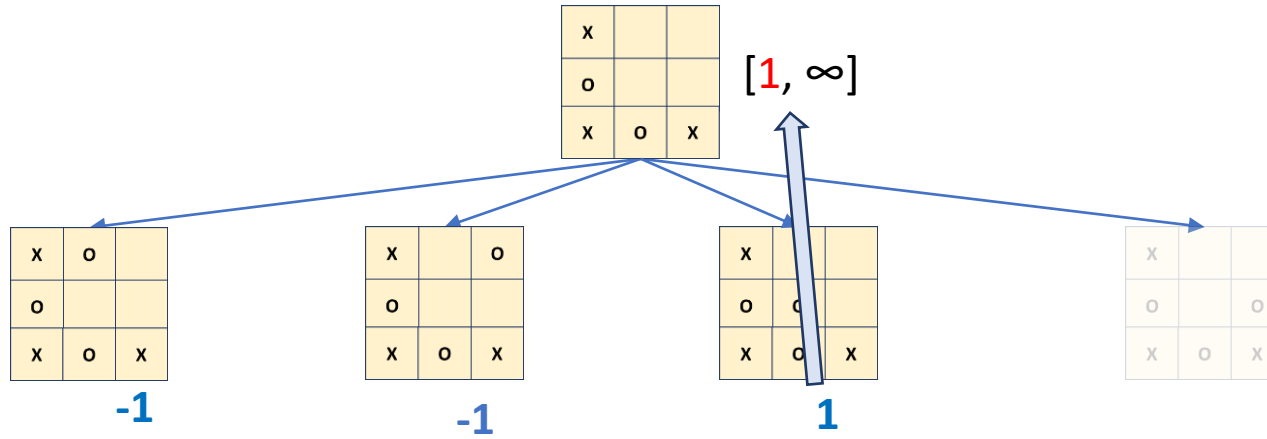
MAX

MIN

MAX

MIN

MAX



Minimax με Alpha Beta

MAX

x		
o		
x	o	x

$[1, \infty]$

MIN

x	o	
o		
x	o	x

-1

x		o
o		
x	o	x

-1

x		
o	o	
x	o	x

1

x		
o		o
x	o	x

$[1, \infty]$

MAX

x	x	
o		o
x	o	x

x		x
		o
x	o	x

$[1, \infty]$

x		
o	x	o
x	o	x

MIN

x	x	o
o		o
x	o	x

$[1, \infty]$

-1

x	x	
		o
x	o	x

x	o	x
o		o
x	o	x

MAX

x	x	o
o	x	o
x	o	x

-1

x	o	x
o	x	o
x	o	x

Minimax με Alpha Beta

MAX

x		
o		
x	o	x

$[1, \infty]$

MIN

x	o	
o		
x	o	x

-1

x		o
o		
x	o	x

-1

x		
o	o	
x	o	x

1

x		
o		o
x	o	x

$[1, \infty]$

MAX

x	x	
o		o
x	o	x

1

x		x
		o
x	o	x

$[1, \infty]$

x		
o	x	o
x	o	x

MIN

x	x	o
o		o
x	o	x

-1

x	x	
o	o	o
x	o	x

1

x	o	x
o		o
x	o	x

MAX

x	x	o
o	x	o
x	o	x

-1

x	o	x
o	x	o
x	o	x

Minimax με Alpha Beta

MAX

x		
o		
x	o	x

$[1, \infty]$

MIN

x	o	
o		
x	o	x

-1

x		o
o		
x	o	x

-1

x		
o	o	
x	o	x

1

x		
o		o
x	o	x

$[1, \mathbf{1}]$

MAX

x	x	
o		o
x	o	x

1

x		x
o		o
x	o	x

$[2, \infty]$

x		
o	x	o
x	o	x

MIN

x	x	o
o		o
x	o	x

-1

x	x	
o	o	o
x	o	x

1

x	o	x
o		o
x	o	x

MAX

x	x	o
o	x	o
x	o	x

-1

x	o	x
o	x	o
x	o	x

Minimax με Alpha Beta

MAX

x		
o		
x	o	x

$[1, \infty]$

MIN

x	o	
o		
x	o	x

-1

x		o
o		
x	o	x

-1

x		
o	o	
x	o	x

1

x		
o		o
x	o	x

$[1, 1]$

MAX

x	x	
o		o
x	o	x

1

x		x
o		o
x	o	x

x		
o		o
x	o	

MIN

x	x	o
o		o
x	o	x

-1

x	x	
o	o	o
x	o	x

1

x	o	x
o		o
x	o	x

MAX

x	x	o
o	x	o
x	o	x

-1

x	o	x
o	x	o
x	o	x

Minimax με Alpha Beta

MAX

x		
o		
x	o	x

$[1, \infty]$

MIN

x	o	
o		
x	o	x

-1

x		o
o		
x	o	x

-1

x		
o	o	
x	o	x

1

x		
o		o
x	o	x

$[1, 1]$

MAX

x	x	
o		o
x	o	x

1

x		x
o		o
x	o	x

x		
o		o
x	o	

MIN

x	x	o
o		o
x	o	x

-1

x	x	
o	o	o
x	o	x

1

x	o	x
o		o
x	o	x

MAX

x	x	o
o	x	o
x	o	x

-1

x	o	x
o	x	o
x	o	x

Minimax με Alpha Beta

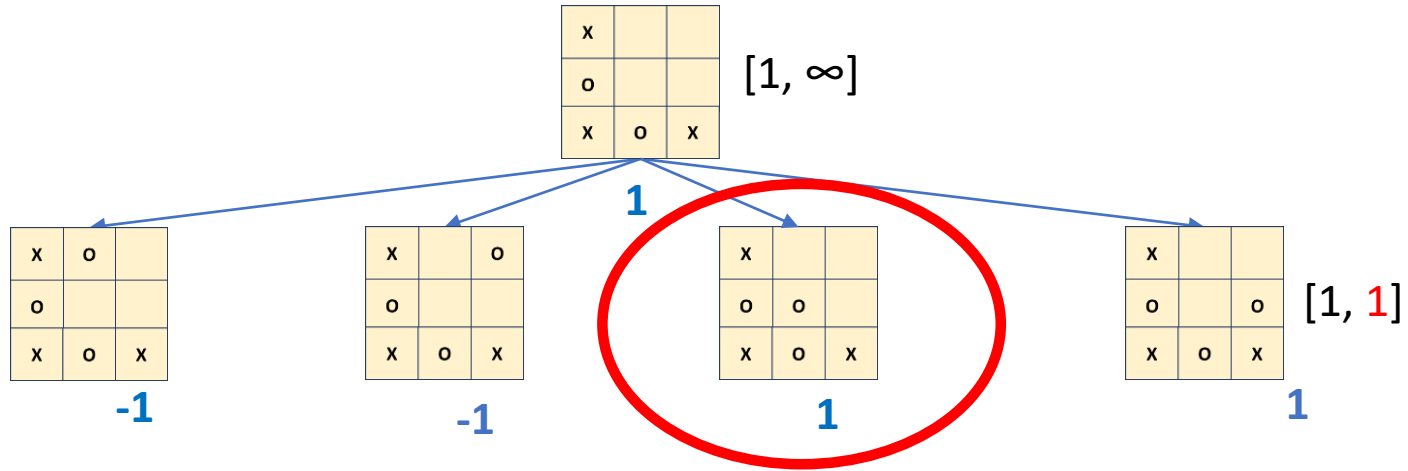
MAX

MIN

MAX

MIN

MAX



MiniMax με Alpha Beta

```
function alphabeta(node, depth,  $\alpha$ ,  $\beta$ , maximizingPlayer)
  if depth = 0 or node is a terminal node then
    return the heuristic value of node
  if maximizingPlayer then
    value :=  $-\infty$ 
    for each child of node do
      value := max(value, alphabeta(child, depth - 1,  $\alpha$ ,  $\beta$ , FALSE))
       $\alpha$  := max( $\alpha$ , value)
      if  $\alpha \geq \beta$  then
        break (*  $\beta$  cut-off *)
    return value
  else
    value :=  $+\infty$ 
    for each child of node do
      value := min(value, alphabeta(child, depth - 1,  $\alpha$ ,  $\beta$ , TRUE))
       $\beta$  := min( $\beta$ , value)
      if  $\alpha \geq \beta$  then
        break (*  $\alpha$  cut-off *)
    return value
```

MiniMax με Alpha Beta

```
int alphabeta (TicTacToe s, int depth, bool isMax, TicTacToe &best, int alpha, int beta)
{
    int max,temp,k=s.evaluate();
    if (depth==0 || k!=-100)
    {
        best = s;
        return k;
    }
    TicTacToe maxState,tempState;
    vector<TicTacToe> children = s.expand(isMax?'X':'O');
    max=alphabeta(children[0],depth-1,!isMax,maxState,alpha,beta,count);
    if (isMax)
        alpha = max;
    else
        beta = max;
    maxState=children[0];
    for (int i=1;i<children.size();i++)
    {
        temp=alphabeta(children[i],depth-1,!isMax,tempState,alpha,beta,count);
        if ((temp>max) == isMax)
        {
            max=temp;
            maxState=children[i];
            if (isMax)
                alpha = max;
            else
                beta = max;
            if (beta<=alpha)
                break;
        }
    }
    best = maxState;
    return max;
}
```