Άσκηση 6

Χρήστος Αλέξανδρος Τσιγγιρόπουλος

30 January 2022

Στην άσκηση αυτή υλοποιούνται 2 προσεγγίσεις του ολοκληρώματος του ημιτόνου με τις μεθόδους του Simpson και του Τραπεζίου στο διάστημα $[0, \frac{\pi}{2}]$. Για τις προσεγγίσεις αυτές χρησιμοποιήθηκαν τα 11 σημεία :

$$[0, \frac{\pi}{20}, \frac{\pi}{10}, ..., \frac{9\pi}{20}, \frac{\pi}{2}]$$

που δημιουργούν N=10 διαστήματα. Αποτέλεσμα του κώδικα είναι η προσέγγιση της κάθε μεθόδου ακολουθούμενη απο το αριθμητικό και το θεωρητικό σφάλμα.

1 Μέθοδος Τραπεζίου

Η προσέγγιση αυτή υπολογίζεται με τον τύπο :

$$\frac{b-a}{2N}(f(x_0) + f(x_n) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i))$$

με a,b την αρχή και το τέλος του διαστήματος. Το αριθμητικό σφάλμα προκύπτει απο την απόλυτη αφαίρεση του πραγματικού ολοκληρώματος ($cos(\frac{\pi}{2})$) με την προσέγγιση της μεθόδου και είναι 0.002. Το θεωρητικό σφάλμα προκύπτει απο τον τύπο : $\frac{(b-a)^3}{12N^2}M$ με $M = max|f''(x)|$ δλδ στο παράδειγμα μας $M = |-sin(\frac{\pi}{2})| = 1$ και το θεωρητικό σφάλμα βγαίνει 0.003. Αυτό σημαίνει ότι το αριθμητικό σφάλμα θα είναι μικρότερο απο αυτό όπου και ισχύει.

2 Simpson

Η προσέγγιση αυτή υπολογίζεται με τον τύπο :

$$\frac{b-a}{3N}(f(x_0) + f(x_N) + 4\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} f(x_{2i-1}) + 2\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}-1} f(x_{2i}))$$

Το αριθμητικό σφάλμα προκύπτει με τον ίδιο τρόπο και βγαίνει 0.000003. Το θεωρητικό σφάλμα προκύπτει απο τον τύπο : $\frac{(b-a)^5}{180N^4}M$ με $M = max|f^{(4)}(x)|$ δλδ στο παράδειγμα μας $M = |sin(\frac{\pi}{2})| = 1$ και βγαίνει 0.000005. Αυτό σημαίνει ότι το αριθμητικό σφάλμα θα είναι μικρότερο απο αυτό όπου και ισχύει.

3 Συμπέρασμα

Το συμπέρασμα της λύσης είναι ότι η μέθοδος Simpson είναι πιο ακριβής σε σχέση με την μέθοδο του τραπεζίου για το ίδιο διάστημα, αφού το σφάλμα είναι αρκετά μικρότερο για την πρώτη.