

Άσκηση 5

Χρήστος Αλέξανδρος Τσιγγιρόπουλος

30 January 2022

Στην άσκηση αυτή υλοποιούνται 3 προσεγγίσεις του ημιτόνου με τις μεθόδους της Πολυωνυμική προσέγγιση ,των Splines και της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώνων. Για τις προσεγγίσεις αυτές χρησιμοποιήθηκαν τα 10 σημεία :

$$[-\pi, \frac{-3\pi}{4}, \frac{-\pi}{2}, \frac{-\pi}{3}, \frac{-\pi}{6}, 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi]$$

Αποτέλεσμα του κώδικα είναι ένα png αρχείο που προβάλλει σε διάγραμμα, τα σφάλματα προσέγγισης για 200 σημεία του διαστήματος $[-\pi, \pi]$ για τις 3 αυτές μεθόδους.

1 Πολυωνυμική Προσέγγιση

Χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του Lagrange. Ειδικότερα για κάθε σημείο βρίσκουμε την τιμή της προσέγγισης μέσα από το πολυώνυμο Lagrange . Το σφάλμα για μία τιμή προκύπτει απο την απόλυτη τιμή της διαφοράς των απόλυτων τιμών της συνάρτησης $\sin(x)$ και του αποτελέσματος της προσέγγισης Lagrange. Μέσα από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι το σφάλμα δεν υπερβαίνει ποτέ το 0.0001.

2 Splines

Η συνάρτηση Splines επιστρέφει 4 πίνακες με τις σταθερές των a, b, c, d Η συνάρτηση Spline_x χρησιμοποιεί τους πίνακες αυτούς και δέχεται μία τιμή x και επιστρέφει την προσέγγιση στην τιμή αυτή. Το σφάλμα το βρίσκουμε με τον ίδιο τρόπο. Αξίζει να σημειωθεί ότι για την εύρεση των πινάκων a, b, c, d χρησιμοποιούμε την μέθοδο `gauss_seidel` για την επίλυση ενός γραμμικού συστήματος πού έχει ως αποτέλεσμα τον πίνακα C. Μέσα απο το διάγραμμα παρατηρούμε ότι το σφάλμα γίνεται μέγιστο κοντα στο μέσο του διαστήματος $[\frac{-3\pi}{4}, \frac{-\pi}{2}]$ και δεν υπερβαίνει το 0.0014

3 Μέθοδος Ελάχιστων Τετραγώνων

Η συνάρτηση `Elaxista.Tetragvna(x,y,i)` δέχεται τους πίνακες με τις τιμές του x και $y=\sin(x)$ των 10 σημείων. και την τιμή i που δηλώνει τον βαθμό του πολυωνύμου

(8ου) που θέλουμε να γίνει η προσέγγιση. Βρίσκει με την συνάρτηση initializeA_B τους πίνακες A,B , AT(A) τον A^T , ginomeno(AT,A) το γινόμενο $A^T * A$, ginomeno_B(AT, B) το γινόμενο $A^T * B$. Η συνάρτηση Elaxista_Tetragvna(x,y,i) γυρνάει την λύση του gauss_seidel του συστήματος

$$A^T * A * x' = A^T * B$$

Η συνάρτηση Elaxista_Tetragvna_x(a,x) δέχεται ως α το αποτέλεσμα Elaxista_Tetragvna(x,y,i) και x τη τιμή της προσέγγισης sin(x). Το σφάλμα το βρίσκουμε με τον ίδιο τρόπο. Μέσα απο το διάγραμμα παρατηρούμε ότι το σφάλμα γίνεται μέγιστο κοντα στο μέσο του διαστήματος $[\frac{3\pi}{4}, \pi]$ και δεν υπαρβαίνει ούτε αυτό το 0.0014

4 Συμπέρασμα

Παρατηρούμε ότι η μέθοδος Lagrange είναι πιο σταθερή και πιο ακριβής με σχέση τις άλλες δύο μεθόδους. Η μέθοδος των Ελαχίστων Τετραγώνων έρχεται στην δεύτερη θέση αφού το σφάλμα είναι σχετικά μεγάλο μόνο στα άκρα του διαστήματος $[-\pi, \pi]$. Τελευταία είναι η μέθοδος Splines η οποία έχει το μεγαλύτερο σφάλμα. Επίσης έχει σε αρκετά σημεία του διαστήματος $[-\pi, \pi]$ αρκετά μεγάλο σφάλμα πράγμα που δεν το παρατηρούμε στις άλλες δύο μεθόδους.

5 Γραφική παράσταση

Αυτή η γραφική παράσταση είναι και το αποτέλεσμα του κώδικα.

