

TPPE32 - FINANSIELL RISKHANTERING

Riskmått, Marknadsrisk och Backtesting

Författare:
Nikolas TSIGKAS

Student ID:
nikts531

26 mars 2021

1 Value at Risk och Expected Shortfall

Beräkningarna bygger på en över tiden likaviktad portfölj med innehav i aktierna:

1. ABB
2. Atlas Copco A
3. Astra Zeneca
4. Electrolux B
5. Ericsson B
6. HM B
7. Investor B
8. Sandvik
9. SCA B
10. SEB A
11. Handelsbanken A
12. Skanska B
13. SKF B
14. SSAB A
15. Volvo B

För dessa används historisk veckovis data från 1989-10-20 till 2021-01-29. För denna portfölj kommer främst veckovis Value at Risk, men även Expected Shortfall, att tas fram baserat på olika modeller och fördelningsantaganden. Dessa kommer sedan att backtestas i sektion 2 med syfte att jämföra.

1.1 Varians-kovariansmetoden

Med varians-kovariansmetoden ska Value at Risk beräknas för konfidensnivåerna 95%, 97,5% och 99%. Det görs med nedanstående formler.

$$VaR = \sigma N^{-1}(c) V_p \quad \sigma = \sqrt{\omega^T \mathbf{C} \omega}$$

Där c är konfidensnivåerna, V_p är portföljvärdet (10 MSEK i det här fallet). Volatiliteten för avkastningarna beräknas under antagandet att aritmetiska avkastningar är multivariat normalfördelade och ω är vikterna för respektive tillgång som i det här fallet är lika stora. \mathbf{C} är kovariansmatrisen för \mathbf{R} , som är den stokastiska vektorn av aritmetiska avkastningar. Observationerna för \mathbf{R} för varje aktie i beräknades givet datan S som: $R_{i,T+1} = \frac{S_{i,T+1} - S_{i,T}}{S_{i,T}}$. Value at Risk estimaten baserat på denna modell presenteras i tabell 1.

c	0.95	0.975	0.99
VaR_c (SEK)	525 730	626 440	743 550
VaR_c (%)	5.25	6.26	7.43

Tabell 1: Value at Risk för konfidensnivåerna 95%, 97,5% och 99%

1.2 Log-avkastningar med EWMA-volatilitet

Framöver så kommer VaR studeras på avkastningarna för den aggregerade likaviktade portföljen, där logaritmiska avkastningar $r_{p,t}$ nu antas vara normalfördelade. Dessa beräknas då som:

$$R_{p,t} = \omega^T \mathbf{R}_t \quad r_{p,t} = \ln(1 + R_{p,t})$$

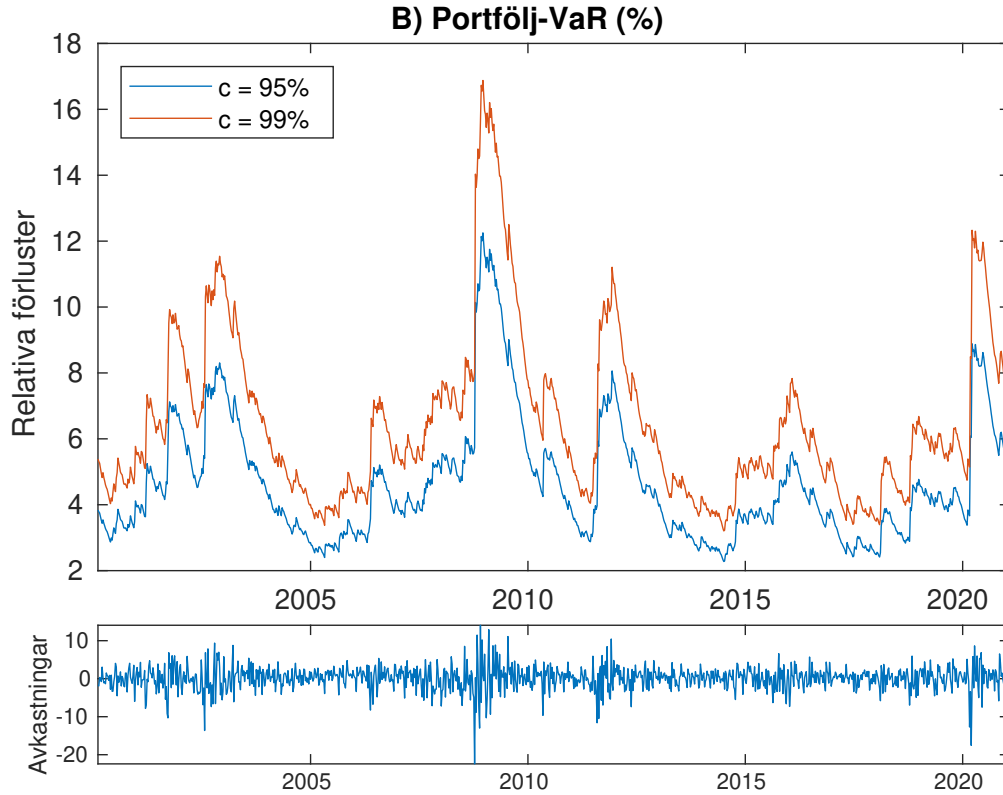
Då fås VaR_c som:

$$VaR_{c,t} = 1 - e^{-N^{-1}(c)\sigma_{p,t}}$$

Vilket representerar kvantil c i förlustfördelningen. Serien av avkastningar tillåts nu vara heteroskedastisk, och volatiliteten bestäms från en $EWMA(\lambda = 0.94)$ process som:

$$\sigma_{p,t}^2 = 0,94\sigma_{p,t-1}^2 + (1 - 0,94)r_{p,t-1}^2 \quad \sigma_{p,2}^2 = r_{p,1}^2$$

Resulterande veckovisa VaR från 2000-02-04 och framåt baserat på denna modell visas i figur 1.



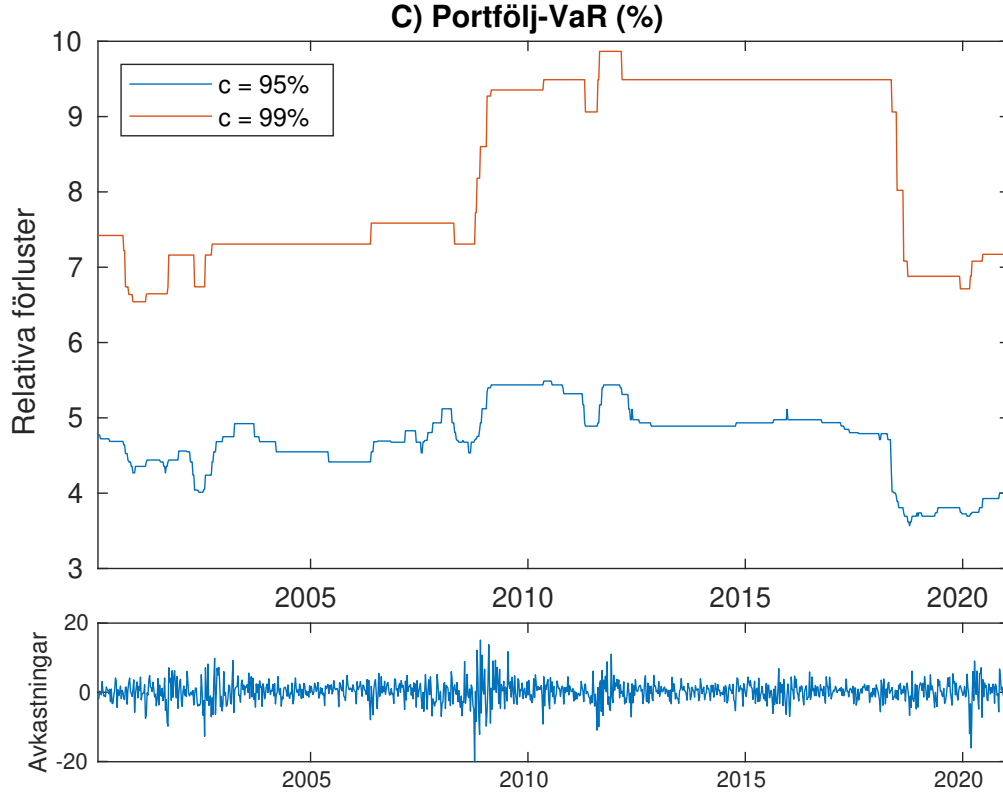
Figur 1: VaR_{1v} baserat på antaganden om normalfördelade log-avkastningar

1.3 Standard historisk simulering

Vid beräkning av $VaR_{0,95,1v}$ och $VaR_{0,99,1v}$ med historisk simulering tar vi ut respektive percentiler från de 500 senaste observerade portföljavkastningarna. Detta görs med matlab-funktionen `prctile(X,p)`, där X är ett rullande fönster om 500 observationer och p är respektive percentil, i det här fallet 5:e och 1:a percentilen.

Resulterande veckovisa VaR från 2000-02-04 och framåt baserat på denna modell visas i figur 2, där percentilerna har multiplicerats med -1 för att få positiva storheter och vara konsistent med tidigare.

För att beräkna Expected Shortfall, $ES_{0,95,1v}$, beräknas medelvärdet (`MEAN()` i Matlab) av de 25 största förlusterna, eller ekvivalent de 25 minsta avkastningarna (som fås ut från `MINK(R,25)`). Vilket ger ett expected shortfall på 6.5428%.



Figur 2: VaR_{1v} baserat på historisk simulering utifrån de 500 senaste observationerna

1.4 Historisk simulering med Hull & White

Vid beräkning av $VaR_{0,95,1v}$ och $VaR_{0,99,1v}$ med Hull & Whites metod för historisk simulering så tar vi fram en percentil för de 500 senaste observationerna, likt vanlig historisk simulering, fast denna gång på normerade avkastningar $R_{norm,i} = \frac{R_i}{\sigma_i}$, där volatiliteten åter estimeras med EWMA enligt:

$$\sigma_{p,t}^2 = 0,94\sigma_{p,t-1}^2 + (1 - 0,94)R_{p,t-1}^2 \quad \sigma_{p,2}^2 = \frac{1}{19} \sum_{t=1}^{20} (R_{p,t}^2 - \bar{R}p_{p,20}^2) \quad \bar{R}p_{p,20} = \frac{1}{20} \sum_{t=1}^{20} R_{p,t}$$

Därefter multipliceras percentilen med den skattade volatiliteten för perioden då varje VaR bestäms. Resulterande veckovisa VaR från 2000-02-04 och framåt baserat på denna modell visas i figur 3.

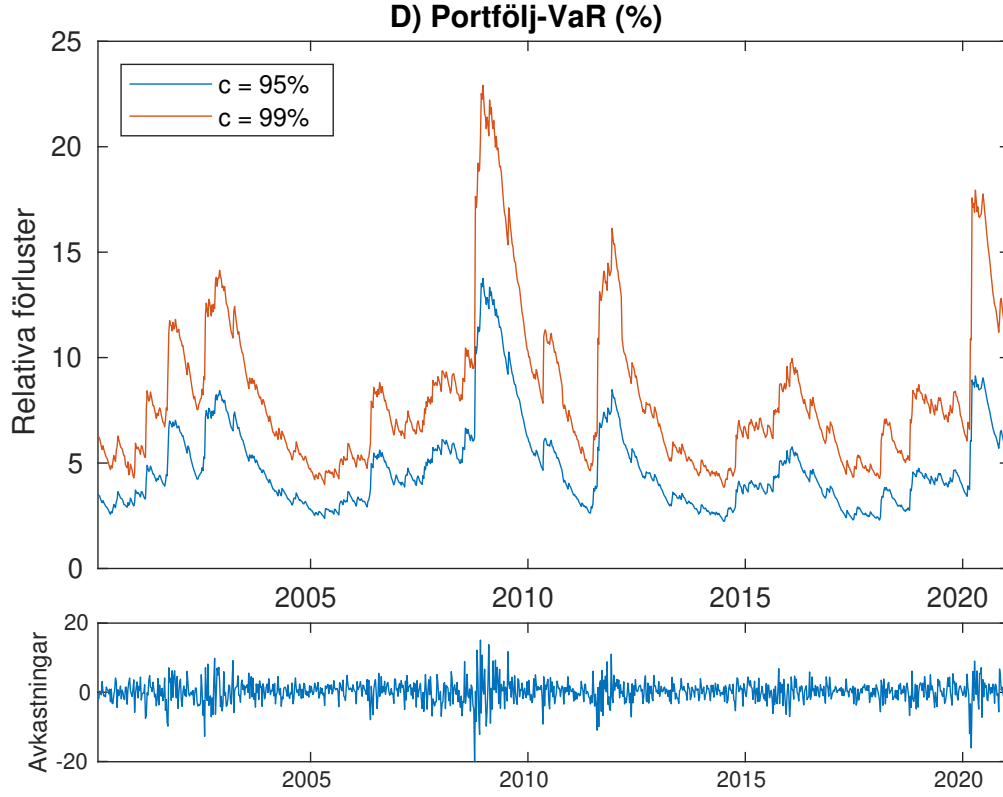
2 Backtesting av VaR-serierna

2.1 Failure rate-test

I Failure rate-testet studeras huruvida sannolikheten att överskrida VaR är lika med dess konfidensnivå. Vi undersöker antal överskridelser genom att definiera $I_t = 1$ om $-R_t > VaR_t$ och $I_t = 0$ annars (då VaR tidigare definierades som en percentil av förlustfördelningen). Under $H_0 : p = 1 - c$ gäller:

$$I_t \stackrel{iid}{\sim} \text{Bernoulli}(p) \quad X_T = \sum_{t=1}^T I_t \sim \text{Bin}(T, p)$$

Där T är antalet observationer. För stora T gäller sedan approximationen $X_T \stackrel{appr}{\sim} N(Tp, \sqrt{Tp(1-p)})$. Från detta skapas testvariabeln $Z = \frac{X_T - Tp}{\sqrt{Tp(1-p)}} \stackrel{appr}{\sim} N(0, 1)$. H_0 förkastas till förmån för $H_1 : p \neq 1 - c$ på



Figur 3: VaR_{1v} baserat på historisk simulering utifrån de 500 senaste observationerna med justerad volatilitet

konfidsgrad α om: $|Z| > N^{-1}(1 - \frac{\alpha}{2})$. Tabell 2 visar värden för $|Z| - N^{-1}(1 - \frac{\alpha}{2})$, dvs. de serier där H_0 förkastas visar upp positiva storheter.

α	0.05	0.01
$VaR_{b,0.95}$	-1.37	-1.99
$VaR_{b,0.99}$	2.04	1.39
$VaR_{c,0.95}$	-1.93	-2.54
$VaR_{c,0.99}$	-1.03	-1.65
$VaR_{d,0.95}$	-1.51	-2.13
$VaR_{d,0.99}$	-1.03	-1.65

Tabell 2: $|Z| - N^{-1}(1 - \frac{\alpha}{2})$ för de tidigare beräknade VaR-estimat

Vi kan se att för $VaR_{0.99}$ baserat på normalfördelningsantagandet så förkastas H_0 , vilket tyder på att det är mindre lämpligt än de andra metoderna.

2.2 Seriellt beroende

Vid test av seriellt beroende vill vi undersöka om sannolikheten för att överskrida VaR vid tid t är beroende av huruvida VaR överskreds vid tid $t - 1$ eller inte.

Låt $i = 1$ och $i = 0$ vara tillståndet där förlusterna överskrider respektive inte överskrider VaR. Vi introducerar π_{ij} som sannolikheten att gå från tillstånd i till j . Under nollhypotesen H_0 är $\pi_{01} = \pi_{11} = \pi$ och $\pi_{00} = \pi_{10} = 1 - \pi$ (dvs sannolikheten att överskrida VaR nästa period är oberoende av huruvida VaR överskreds idag eller inte), medan, under mothypotesen H_1 tillåts $\pi_{01} \neq \pi_{11}$. Om n_{ij} är antal observationer för varje typ av transition blir likelihoodfunktionen för de två modellerna då:

$$L_0 = (1 - \pi)^{(n_{00} + n_{10})} \pi^{(n_{01} + n_{11})}$$

$$L_1 = \pi_{00}^{n_{00}} \pi_{01}^{n_{01}} \pi_{10}^{n_{10}} \pi_{11}^{n_{11}}$$

Och transitionssannolikheterna som maximerar likelihoodfunktionerna för de två modellerna ges av:

$$\pi = \frac{\sum n_{i1}}{\sum \sum n_{ij}} \quad \Pi = \left(\frac{\frac{n_{00}}{n_{00} + n_{01}}}{\frac{n_{10}}{n_{10} + n_{11}}}, \frac{\frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}}}{\frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}}} \right)$$

Från likelihood ration $\Lambda = \frac{\max(L_0)}{\max(L_1)}$ konstrueras testvariabeln $-2\ln(\Lambda) \xrightarrow{d} \chi^2(1)$, och H_0 förkastas på konfidsgrad α om testvariabeln $-2\ln(\Lambda) > F_{\chi^2}^{-1}(1 - \alpha)$. Tabell 3 visar $-2\ln(\Lambda) - F_{\chi^2}^{-1}(1 - \alpha)$ för de olika VaR-estimatn, dvs. de serier där H_0 förkastas visar upp positiva storheter.

α	0.05	0.01
$Var_{b,0.95}$	-2.83	-5.63
$Var_{b,0.99}$	-1.26	-4.05
$Var_{c,0.95}$	-3.30	-6.09
$Var_{c,0.99}$	-1.94	-4.74
$Var_{d,0.95}$	-2.69	-5.48
$Var_{d,0.99}$	-1.94	-4.74

Tabell 3: $-2\ln(\Lambda) - F_{\chi^2}^{-1}(1 - \alpha)$ för de tidigare beräknade VaR-estimatn

Vi ser att alla VaR-estimat "klarar" testet, dvs. att vi inte kan förkasta att modellen inte visar upp seriellt beroende på någon av de testade konfidsgraderna.

3 Extremvärdesteori

Från extremvärdesteori följer det att, givet att det existerar en generaliserad extremvärdesfördelning:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_X^n(z) = H(z)$$

för någon "stor" kvantil u att:

$$P(X \leq u + y | X \geq u) \approx G(y) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi \frac{y}{\beta})^{-1/\xi}, & \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-y/\beta}, & \xi = 0 \end{cases}$$

Där $G(y)$ cdf:en för en generaliserad Paretofördelning. För estimering av högersvansen av serien av förluster $-R_t$ studeras den 95e percentilen av dessa. Detta görs både för hela tidsserien och för den turbulenta perioden mellan 2006-2010, där parametrarna ξ och β för den generaliserade Pareto-täthet: $g(y)_{\xi, \beta} = \frac{1}{\beta} (1 + \xi \frac{y}{\beta})^{-\frac{\xi+1}{\xi}}$, bestäms med hjälp av Maximum-Likelihood estimering. Log-likelihood funktionen, och bivillkoren ges av:

$$\max_{\xi, \beta} \sum \ln(g_{\xi, \beta}(y_i)) \quad 1 + \xi \frac{y_i}{\beta} > 0 \quad \forall i$$

Där $y_i = x_i - u$, u är den 95e percentilen av observerade förluster och x_i är alla observerade förluster som överstiger u . Resultande parameter och likelihoodvärden visas i tabel 4. För dessa är också täthetsfunktionen plottad i figur 4, där det kan konstateras att den mer turbulenta (tack vare finanskrisen) perioden mellan 2006-2010 ger upphov till en tjockare svans.

Med fördelningen av svansen kan vi sedan representera sannolikheten att överskrida Var_c som:

$$1 - c = \frac{n_u}{n} (1 - G(Var_c - u))$$

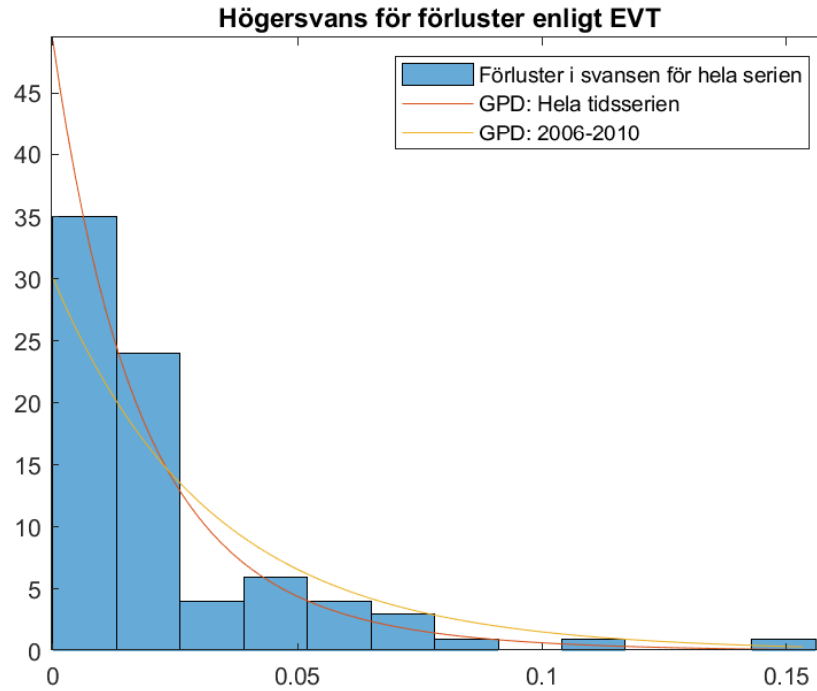
Där n_u och n är antalet observationer större än 95e percentilen respektive antal observationer totalt och $\frac{n_u}{n}$ approximerar sannolikheten att överskrida u . Från detta kan Var_c nu lösas ut som:

	ξ	β	logL
Hela tidsserien	0.1364	0.0203	217.95
2006-2010	0.0363	0.0332	30.78

Tabell 4: Resultat från ML-estimering av parametrarna för den Generaliserade Paretofördelningen

$$VaR_c = u + G^{-1}\left(1 - (1 - c)\frac{n}{n_u}\right)$$

Med parametervärdena från hela tidsserien fås $VaR_{0.99}$ för nästkommande period som 8.35%. Detta värde överskrider 99% estimaten i (a), (b) vilket är logiskt då vi med GEV-fördelningen tillåts att lägga större tyngd i högersvansen än normalfördelningen, något som stämmer bra överens med finansiella tidsserier. Estimatet är också större än det som fås av den historiska simuleringen i (c), men när Hull & Whites metod används så ger detta ett högre $VaR_{0.99}$ än GEV-fördelningen.



Figur 4: Täthetsfunktionen för $g(y)$ jämfört med observationer i ett histogram

4 Riskfaktormapping

I denna sektion diskuteras riskhantering av optioner på S&P500, genom att linjärisera priset med avseende på ett antal stokastiska faktorer.

4.1 VaR för portfölj av optioner

För en plain-vanilla option med pris P kan förändringen i pris mellan tidpunkt $t - 1$ och t approximeras linjärt (utan hänsyn till time-decay) med hjälp av grekerna $\Delta = \frac{\partial P}{\partial S}$, $\nu = \frac{\partial P}{\partial \sigma}$ och $\rho = \frac{\partial P}{\partial r_f}$ som:

$$\delta P_t \approx \Delta \delta S_t + \nu \delta \sigma_t + \rho \delta r_{f,t}$$

Under antagandet att logaritmiska avkastningar är normalfördelade kan vi vidare approximera $\delta S_t = S_{t-1}(e^{r_t} - 1) \approx S_{t-1}r_t = S_{t-1}\delta(\log(S_t))$. Genom detta kan vi skriva upp uttrycket som:

$$\delta P_t \approx (S_{t-1}\Delta \quad \nu \quad \rho) \begin{pmatrix} \delta \log(S_t) \\ \delta \sigma_t \\ \delta r_{f,t} \end{pmatrix} = \mathbf{g}^T \lambda$$

Där vi under våra antaganden nu har $\lambda \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{C}_\lambda)$, där kovariansmatrisen kan skattas från historisk data på avkastningarna på S&P500 respektive förändringen i VIX-indexet och 3M USDLIBOR-räntan, vilka vi använder som proxy för de implicita volatiliteterna respektive den riskfria räntan. Om vi expanderar detta till en portfölj av tre optioner med samma underliggande (dvs samma λ men olika \mathbf{g}), av vilka vi har h_i stycken av varje, kan portföljförändringen $\delta V_t = \sum_1^3 h_i \delta P_{t,i}$ approximativt skrivas som:

$$\delta V \approx (h_1 \quad h_2 \quad h_3) \begin{pmatrix} \mathbf{g}_1^T \\ \mathbf{g}_2^T \\ \mathbf{g}_3^T \end{pmatrix} \lambda = \mathbf{h}^T \mathbf{G}^T \lambda$$

Portföljvariansen, i USD, fås då av: $V(\delta V) = V(\mathbf{h}^T \mathbf{G}^T \lambda) = \mathbf{h}^T \mathbf{G}^T \mathbf{C}_\lambda \mathbf{G} \mathbf{h}$, och volatiliteten, i procent på dagsbasis: $\sigma = \frac{1}{\sqrt{V}} \sqrt{V(\delta V)}$ där V är det senast observerade portföljvärdet.

Data för de olika optionerna, som alla är av europeisk typ och har S&P500 som underliggande¹, redovisas i tabellen nedan:

Optionstyp	K	Implicit volatilitet (%)	T ²	P	Δ	ν	ρ	h_i
Call, Mar21	3800	20.895	0.1310	141.33	0.5176	548	240.87	10000
Put, Apr21	3750	22.74	0.2063	155.84	-0.4374	679	-377.49	10000
Call, Sept21	3850	21.955	0.6310	241.33	0.4542	1171.3	944.36	20000

Tabell 5: Optionsdata. Priser och greker bestäms med Black & Scholes

Givet detta fås en daglig volatilitet på 5.59%, vilket ger $VaR_{1d,0.99} = N^{-1}(0.99)\sigma V = 1.014$ MUSD.

4.2 Enskilda bidrag från optioner och riskfaktorer

För att undersöka det marginella bidraget av varje enskild option tas gradienten av volatiliteten m.a.p. innehaven \mathbf{h} som:

$$\nabla_h \sigma = \frac{2\mathbf{G}^T \mathbf{C}_\lambda \mathbf{G} \mathbf{h}}{2V \sqrt{\mathbf{h}^T \mathbf{G}^T \mathbf{C}_\lambda \mathbf{G} \mathbf{h}}} = \frac{\mathbf{G}^T \mathbf{C}_\lambda \mathbf{G} \mathbf{h}}{V^2 \sigma}$$

Där vi använder uttrycket för σ som introducerades ovan. Detta ger ett marginellt bidrag på VaR-nivå på: $\nabla_h VaR_{1d,0.99} = N^{-1}(0.99)\nabla_h \sigma V = N^{-1}(0.99)\frac{\mathbf{G}^T \mathbf{C}_\lambda \mathbf{G} \mathbf{h}}{V\sigma} = (4.2534, 38.6184, 29.2775)^T$

Vidare så kan även det marginella bidraget från varje riskfaktor (förändring i S&P500, den implicita volatiliteten eller den riskfria räntan) bestämmas. "Innehavet" av varje riskfaktor kan formuleras som $\mathbf{h}_f = \mathbf{G} \mathbf{h}$.

Genom att skriva om uttrycket för volatiliteten som $\sigma = \frac{1}{\sqrt{V}} \sqrt{\mathbf{h}_f^T \mathbf{C}_\lambda \mathbf{h}_f}$ så kan gradienten beräknas som:

$$\nabla_{h_f} = \frac{2\mathbf{C}_\lambda \mathbf{h}_f}{2\sqrt{\mathbf{h}_f^T \mathbf{C}_\lambda \mathbf{h}_f}} = \frac{\mathbf{C}_\lambda \mathbf{h}_f}{V^2 \sigma}$$

Och på samma sätt så blir bidraget på VaR-nivå: $\nabla_{h_f} VaR_{1d,0.99} = N^{-1}(0.99)\nabla_{h_f} \sigma V = N^{-1}(0.99)\frac{\mathbf{C}_\lambda \mathbf{G} \mathbf{h}}{V\sigma} = 10^{-3}(-8.084, 36.967, 0.033)^T$

¹Vi antar $r_f = 0.001922$ (kontinuerlig, från 3m USD-LIBOR) och $q = 0.05$

²Mätt i år från 2021-02-02 baserat på 252 börsdagar och helgdagar på NYSE

5 Kod

5.1 Huvudprogram

```
1 %% Hämta data för portfölj
2 data12 = readtable("timeSeries.xlsx", "Sheet", "Problem12");
3
4 time = flip(data12.Timestamp);
5 S = flip(table2array(data12(:,2:end))); %seaste observationen sist
6
7 % Avkastningar för enskilda aktier
8 R = S(2:end,:) ./ S(1:end-1,:) - ones(size(S) - [1,0]); % Aritmetiska
9 r = log(1+R); % Log
10
11 % Aggregerade avkastningar för likaviktad portfölj
12 RP = sum(R,2) / 15;
13 rP = log(1+RP);
14
15 w = ones(15,1) / 15; % vikter
16 V_T = 10e6; % Portföljvärde idag
17
18 %% VaR & ES
19 c = [0.95, 0.975, 0.99];
20 vol_a = sqrt(w*cov(R)*w); %relativ volatilitet
21 VaR_a = norminv(c)*vol_a*V_T; % SEK
22
23 c = [0.95, 0.99];
24 EWMA_vol_b = ewma(0.94, rP, rP(1)^2);
25 EWMA_vol_b = EWMA_vol_b(501:end);
26
27 VaR_b = 1 - exp(-norminv(c).*EWMA_vol_b);
28 plotVaR(VaR_b, time(503:end), "B", c, rP(502:end));
29
30 VaR_c = HistSim(RP(2:end), 500, c); % Vanlig Historisk simulering
31 plotVaR(VaR_c, time(503:end), "C", c, RP(502:end));
32
33 ES = -mean(mink(RP((end-499):end), 25)) * 100; % väntevärde av 25 minsta
    observationer
34
35 EWMA_vol_d = ewma(0.94, RP, var(RP(1:20)));
36
37 VaR_d = HistSim(RP(2:end), 500, c, EWMA_vol_d); % Hull & White
38 plotVaR(VaR_d, time(503:end), "D", c, RP(502:end));
39
40 %% Hypotestest - Failiure rate
41 I_b = max(zeros(size(VaR_b)), sign(-VaR_b-RP(502:end))); % 1 vid överskridelse
42 I_c = max(zeros(size(VaR_c)), sign(-VaR_c-RP(502:end)));
43 I_d = max(zeros(size(VaR_d)), sign(-VaR_d-RP(502:end)));
44
45 alfa = [0.05, 0.01];
46
47 % Positiva värden: förkastar H0
48 % Rad: konfidensgrad [5%, 1%]
49 % Kolumn VaR-nivå [95%, 99%]
```

```

50 H0_FR_b = FR(I_b,c, alfa);
51 H0_FR_c = FR(I_c,c, alfa);
52 H0_FR_d = FR(I_d,c, alfa);
53
54 %% Hypotestest – Seriellt beroende
55 % Positiva värden: förkastar H0
56 % Rad: konfidensgrad [5%, 1%]
57 % Kolumn VaR-nivå [95%, 99%]
58 H0_SB_b = Christoffersen(I_b, alfa);
59 H0_SB_c = Christoffersen(I_c, alfa);
60 H0_SB_d = Christoffersen(I_d, alfa);
61
62 %% EVT
63 Tail = -mink(RP, ceil(length(RP)*0.05)); % dragningar från g(u+y)
64 u = Tail(end);
65 Tail = Tail - u;
66 Tail = Tail(1:end-1); % dragningar från g(y)
67
68 % Param1: xi, param2: beta
69 GEV_pdf = @(par, y) 1/par(2)*(1+par(1)*y/par(2)).^(-(par(1)+1)/par(1)); %pdf:
    en
70 GEV_inv = @(par, y) par(2)/par(1)*((1-y)^(-par(1))-1); % inversa cdf:en
71 GEV_logL = @(par, Tail) -1*sum(log(GEV_pdf(par, Tail))); % -1 pga max sökes
72 GEV_con = @(par, Tail) GEV_con(par, Tail); % ickelinjära bivillkor
73
74 [GEV_MLparam, logL] = fmincon(@(par) GEV_logL(par, Tail), [0.1,0.1],
    [], [], [], [], [], @ (par) GEV_con(par, Tail));
75
76 nm_u = length(RP)/length(Tail); % n/n_u: antal observationer/antal
    observationer som överskrider u.
77 c = 0.99;
78
79 VaR_2a = u + GEV_inv(GEV_MLparam, 1 - (1-c)*nm_u); % relativt
80
81 %% ML för volatil period
82 time_GFC = [time(811), time(1071)]; %vald turbulent period
83 GFCtail = -mink(RP(811:1071), ceil((1071-810)*0.05));
84 uGFC = GFCtail(end);
85 GFCtail = GFCtail - uGFC;
86 GFCtail = GFCtail(1:end-1); %dragningar från q(y)
87
88 [GEV_GFC_ML, GFClogL] = fmincon(@(par) GEV_logL(par, GFCtail), [0.1,0.01],
    [], [], [], [], [], @ (par) GEV_con(par, GFCtail));
89
90 %% Plotta GEV-tätheterna och observationer
91
92 X = linspace(0, max(Tail));
93 histogram(Tail, 12);
94 hold on
95 plot(X, GEV_pdf(GEV_MLparam, X), X, GEV_pdf(GEV_GFC_ML, X));
96
97 title("Högersvans för förluster enligt EVT");
98 legend("Förluster i svansen för hela serien", "GPD: Hela tidsserien", "GPD:
    2006–2010")

```

```

99
100 %% Hämta data för optioner
101 data3factors = flip(readtable("timeSeries.xlsx", "Sheet", "Problem3")); %
    senaste observationen sist
102 data3options = readtable("timeSeries.xlsx", "Sheet", "Problem3_options");
103
104 rs = data3factors.USD3MFSR_/100; % 3M-LIBOR: enkel ränta given i %
105 rc = log(1+rs*0.25)/0.25; % översätts till kontinuerlig
106 S_3 = data3factors.x_SPX; % S&P500-kurser
107 VIX = data3factors.x_VIX/100; % årlig volatilitet given i %
108 h = data3options.Holdings; % antal av varje option
109 q = 0.05*ones(3,1); % kontinuerlig utdelning
110 K = [3800; 3750; 3850]; % Strike price
111 type = ["C"; "P"; "C"]; % call eller put
112 i_vol = (data3options.IV_Bid + data3options.IV_Ask)/200; % implicita "mid"
    volatiliteter
113
114 today = data3factors.Timestamp(end);
115 expiry = ["03/19/2021"; "04/16/2021"; "09/17/2021"]; %3dje Fre i månad
116 T = wrkdydif(today, expiry, [1;2;5])/252; % 1,2,5 helgdagar på NYSE
117
118 %% Beräkna pris, portföljvärde och greker
119 P = BSM(S_3(end),K,i_vol,rc(end),T,q,type);
120 V = h'*P;
121
122 delta = Greeks(S_3(end),K,i_vol,rc(end),T,q,type, "delta");
123 vega = Greeks(S_3(end),K,i_vol,rc(end),T,q,type, "vega");
124 rho = Greeks(S_3(end),K,i_vol,rc(end),T,q,type, "rho");
125
126 %% Riskfaktormapping
127 factors = diff([log(S_3),VIX,rc]); % log-avkastningar, delta-vol, delta-RFR
128 C_lamda = cov(factors); % deltaT = 1/252
129 G = [S_3(end)*delta, vega, rho]';
130
131 vol_P = sqrt(h'*G'*C_lamda*G*h)/V; % relativt
132 VaR_3 = V*norminv(0.99)*vol_P; % USD
133
134 %% Marginellt bidrag
135 % Bidrag från varje option
136 grad_VaR_h = norminv(0.99)*G'*C_lamda*G*h/(V*vol_P);
137
138 % Bidrag från varje riskfaktor (exponering mot SPX, VIX, LIBOR)
139 grad_VaR_hf = norminv(0.99)*C_lamda*G*h/(V*vol_P);

```

5.2 Plottar för VaR

```
1 function plotVaR(VaR, time, uppg, c, r)
2 subplot(4,1,1:3)
3 plot(time, VaR*100);
4     title(uppg + " Portfölj-VaR (%)");
5     legend("c = " + c(1)*100 + "%", "c = " + c(2)*100 + "%", "Location", "
6         northwest");
7     ylabel("Relativa förluster");
8 subplot(4,1,4)
9 plot(time, r*100)
10     ylabel("Avkastningar");
11 if exist("save", "var") || save
12     saveas(gcf, uppg, "epsc");
13 end
14 end
```

5.3 Volatilitetsskattning med EWMA

```
1 function vol = ewma(lamda, r, init)
2 vol = zeros(size(r));
3
4 vol(1) = init;
5 for i = 2:length(vol)
6     vol(i) = lamda*vol(i-1) + (1-lamda)*r(i-1)^2;
7 end
8
9 vol = sqrt(vol);
10 vol = vol(2:end);
11
12 end
```

5.4 Historisk simulering

```
1 function [VaR] = HistSim(R, win, c, vol)
2 %HISTSIM
3 %   Beräknar var från historiska simuleringar
4 %   Om vol skickas in körs justering enligt Hull & White
5 %   Annars körs "standard" historisk simulering
6
7 if ~exist("vol","var")
8     vol = ones(size(R));
9 end
10
11 start = win + 2; % första perioden för att estimerar VaR
12
13 VaR = zeros(length(R)-win, length(c));
14 Rnorm = R./vol;
15 for i = 1:length(VaR)
16     VaR(i,:) = -vol(i+win)*prctile(Rnorm(i:(i+win-1)), 100*(1-c));
17 end
18
19 end
```

5.5 Failiure rate test

```
1 function [H0] = FR(I, c, alfa)
2 %FR
3 %   Beräknar teststorheten Z (mha X) och jämför med standard normal på
4 %   konfidsensgrad alfa
5
6 X = sum(I);
7 T = length(I);
8 p = 1-c;
9
10 Z = (X - T*p) ./ sqrt(T*p.*(1-p));
11 H0 = abs(Z).*ones(2,2) - norminv(1 - 0.5*alfa'.*ones(2,2));
12 end
```

5.6 Test för seriellt beroende

```
1 function [H0] = Christoffersen(I, alfa)
2 %CHRISTOFFERSEN
3 %   Genererar elementen n och ML-skattningarna av pi med dessa
4 %   Beräknar sedan teststorheten och jämför med chi2(1) på konfidentsgrad
5 %   alfa
6
7 % 2st 2x2 matriser (95 & 99% VaR)
8 N = zeros(2,2,2);
9
10 for i = 1:(length(I)-1)
11     N(I(i,1)+1, I(i+1,1)+1,1) = N(I(i,1)+1, I(i+1,1)+1,1) +1;
12     N(I(i,2)+1, I(i+1,2)+1,2) = N(I(i,2)+1, I(i+1,2)+1,2) +1;
13 end
14
15 X = sum(I);
16 T = length(I);
17
18 pi = X/(T-1);
19 Pi = N./sum(N,2);
20
21 L0 = (1-pi).^(T-1-X).*(pi).^(X);
22 L1 = Pi(1,1,:).^ (N(1,1,:)).*Pi(1,2,:).^ (N(1,2,:)).*Pi(2,1,:).^ (N(2,1,:)).*Pi
    (2,2,:).^ (N(2,2,:));
23 L1 = squeeze(L1)';
24
25 test = -2*log(L0./L1);
26 H0 = test.*ones(2,2) - chi2inv(1-alfa'.*ones(2,2),1);
27
28 end
```

5.7 Bivillkor för ML-skattning i EVT

```
1 function [c,ceq] = GEV_con(par, Tail)
2 %GEV_CON
3 %   Bivillkoren för GEV. minustecken då villkoret är >
4
5 c = -1*(1+par(1)*Tail/par(2));
6 ceq = [];
7 end
```

5.8 Beräkning av optionspriser

```
1 function [Price] = BSM(S,K,vol,r,T,q,type)
2 %BSM
3 % Pris för europeiska calls/puts enligt BSM
4
5 Price = zeros(size(type));
6 for i = 1:length(Price)
7     Price(i) = blsprice(S,K(i),vol(i),r,T(i),q(i));
8     if type(i) == "P"
9         % PC-parity
10        Price(i) = Price(i)+K(i)*exp(-r*T(i))-S*exp(-q(i)*T(i));
11
12    end
13 end
14 end
```

5.9 Beräkning av greker

```
1 function [greeks] = Greeks(S,K,vol,r,T,q,type,greek_type)
2 %GREEKS
3 % partiella derivator enligt BSM
4
5 d1 = @(S,K,vol,r,T,q) (log(S/K) + (r-q+0.5*vol^2)*T)/(vol*sqrt(T));
6 d2 = @(S,K,vol,r,T,q) (d1(S,K,vol,r,T,q)-vol*sqrt(T));
7
8 delta_c = @(S,K,vol,r,T,q) exp(-q*T)*normcdf(d1(S,K,vol,r,T,q));
9 delta_p = @(S,K,vol,r,T,q) -exp(-q*T)*normcdf(-d1(S,K,vol,r,T,q));
10
11 vega = @(S,K,vol,r,T,q) S*exp(-q*T)*normpdf(d1(S,K,vol,r,T,q))*sqrt(T);
12
13 rho_c = @(S,K,vol,r,T,q) K*T*exp(-r*T)*normcdf(d2(S,K,vol,r,T,q));
14 rho_p = @(S,K,vol,r,T,q) -K*T*exp(-r*T)*normcdf(-d2(S,K,vol,r,T,q));
15
16 greeks = zeros(size(type));
17 for i = 1:length(greeks)
18     if greek_type == "delta"
19         if type(i) == "C"
20             greeks(i) = delta_c(S,K(i),vol(i),r,T(i),q(i));
21         else
22             greeks(i) = delta_p(S,K(i),vol(i),r,T(i),q(i));
23         end
24     elseif greek_type == "vega"
25         greeks(i) = vega(S,K(i),vol(i),r,T(i),q(i));
26     else
27         if type(i) == "C"
28             greeks(i) = rho_c(S,K(i),vol(i),r,T(i),q(i));
29         else
30             greeks(i) = rho_p(S,K(i),vol(i),r,T(i),q(i));
31         end
32     end
33 end
34 end
```