Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Отчет по лабораторной работе № 10

Тема «Решение интегралов с помощью квадратурных форм Ньютона-Котеса»

Выполнил студент гр. 5030102/20001 Цителадзе Г.А.
Преподаватель: Козлов К. Н.

Санкт-Петербург
2024

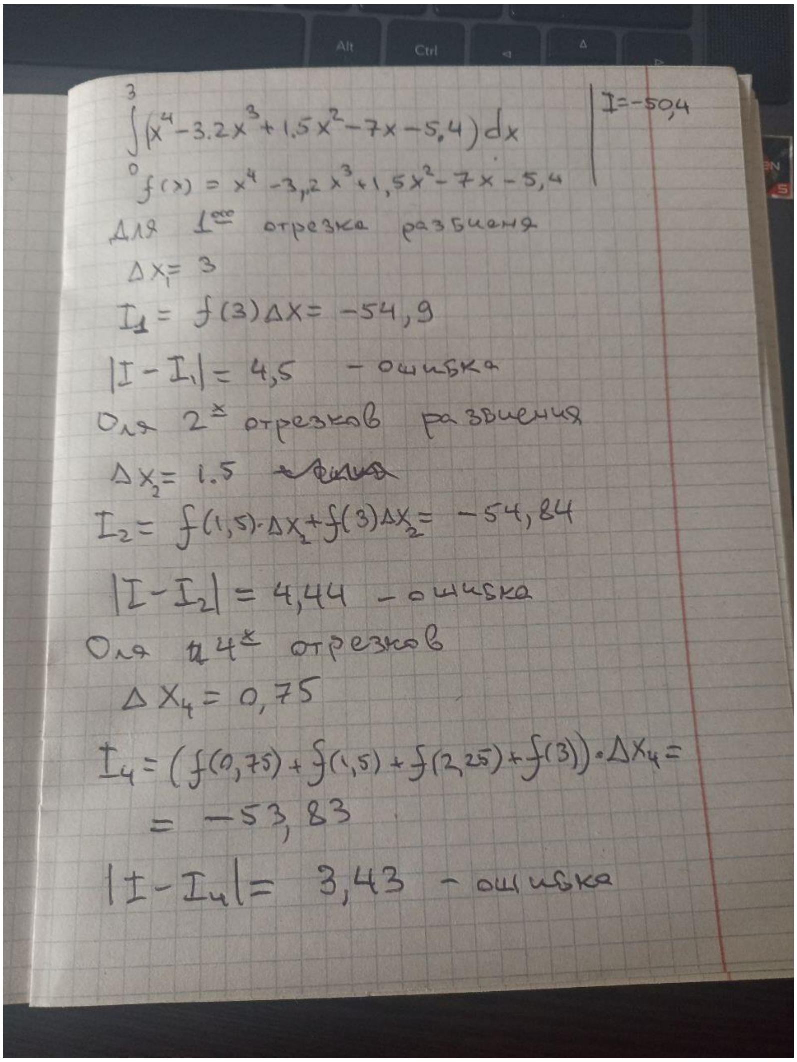
Постановка задачи

Вычисление интеграла с помощью метода правых прямоугольников
Интеграл для исследований

$$\int_{0}^{3} (x^4 - 3.2x^3 + 1.5x^2 - 7x - 5.4)dx$$

Сравнивать полученный значения будем со значением полученный при аналитическом решение -50.4, для достижение заданной точности будем использовать правило Рунге $|I_n - I_{2n}| \leq \varepsilon$

Демонстрация алгоритма “ручным” способом



$\int_0^3 (x^4-3.2x^3+1.5x^2-7x-5,4)dx$ | $I=-50,4$

$f(x) = x^4-3,2x^3+1,5x^2-7x-5,4$

Для $1^{ого}$ отрезка разбиеня

$\Delta x_1 = 3$

$I_1 = f(3)\Delta x = -54,9$

$|I - I_1| = 4,5$ – ошибка

Для $2^х$ отрезков разбиения

$\Delta x_2 = 1.5$ ~~[illegible]~~

$I_2 = f(1,5)\cdot\Delta x_2 + f(3)\Delta x_2 = -54,84$

$|I - I_2| = 4,44$ – ошибка

Для $4^х$ отрезков

$\Delta x_4 = 0,75$

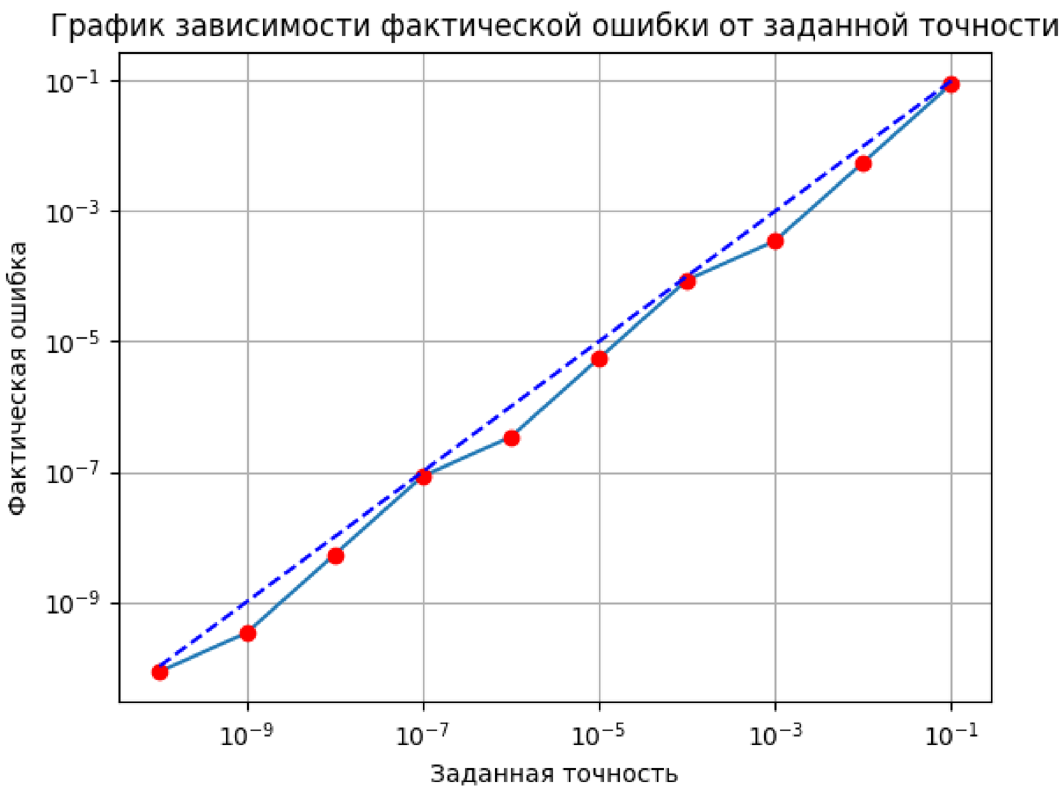
$I_4 = (f(0,75)+f(1,5)+f(2,25)+f(3))\cdot\Delta x_4 =$

$= -53,83$

$|I - I_4| = 3,43$ – ошибка

Зависимость фактической ошибки от заданной точности

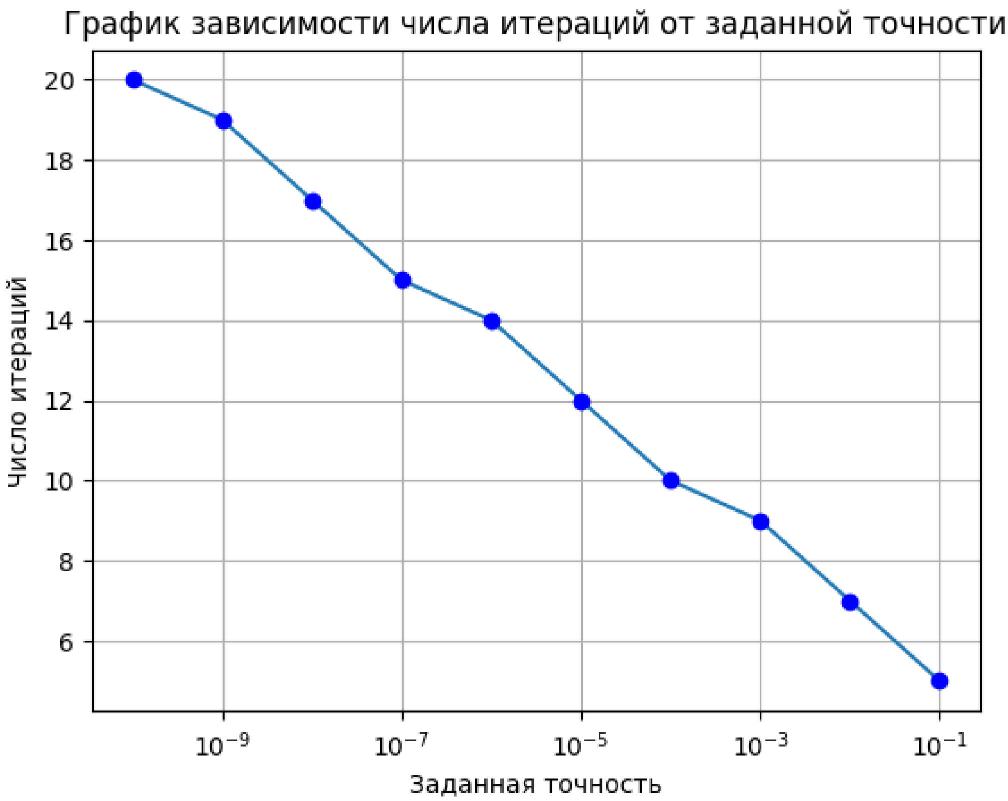
Построим график зависимости фактической ошибки от заданной точности, для этого будем менять точность от 10^{-1} до10^{-10}.



Пунктиром на графике проведена биссектриса первой четверти. Явно видно, что фактическая ошибка не превышает заданной точности.

Зависимость числа итераций от заданной точности

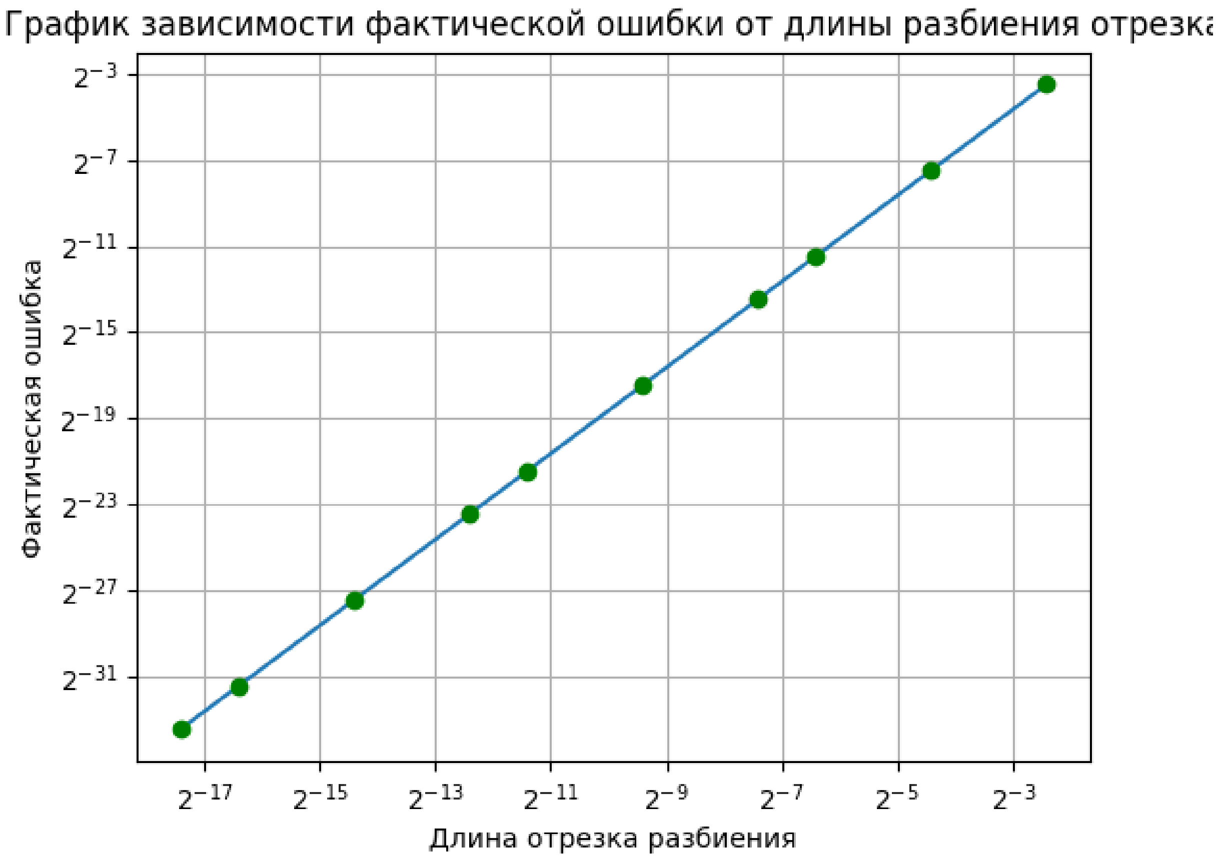
Проведем исследование зависимости числа итераций от заданной точности, точность будем менять от 10^{-1} до10^{-10}.



Как видно по графику зависимость имеет линейный характер

Фактическая ошибка от длины разбиения отрезка

Построим график фактической ошибки, от длины отрезка



Вывод

Метод правых прямоугольников, для вычисления интегралов, оказался довольно точным и простым в реализации, из графика в предыдущем пункте, можно сказать, что алгебраический порядок точности метода равен 2(так как коэффициент наклона равен двум), хотя на деле он равен нулю. Но несмотря на это противоречие, все равно фактическая ошибка оказывалась меньше заданной точности.