

程式作業(2)小題 Add the page

第51組 梁俊凱 陳昀綸 林昱求

題意：

有個人想把一本書的所有頁碼加起來，但漏加了一個數字。告訴你這個人算出的總和，請求出該本書有幾頁以及漏加的是哪個數字。

舉例：

一本5頁的書，算的人少算第4頁，所以他告訴你他算出來的總和是 $1+2+3+5=11$ 。

輸入：

第一行有一個數字 q （ q 的範圍未知），代表有 q 比測資。

接下來有 q 行，每行有一個數字 n （ n 的範圍未知，應該是正整數），代表那個人算出來的頁數總和。

輸出：

對於每組測資，輸出兩個值，分別表示少算的頁碼以及書的總頁數。

範例輸入藍色為說明文字：

2 有2筆測資

3 算出來的頁數總和為3

4 算出來的頁數總和為3

範例輸出藍色為說明文字：

3 3 (1+2 缺第三頁 共三頁)

2 3 (1+3 缺第二頁 共三頁)

$O(qn)$ 解法

實際上應該是 $O(q\sqrt{n})$

想法：

枚舉所有可能的頁數，枚舉到 \sqrt{n} 附近會找到答案。

完整頁數總和-漏算一頁的總和=遺漏的頁碼

Pseudocode(`code`)

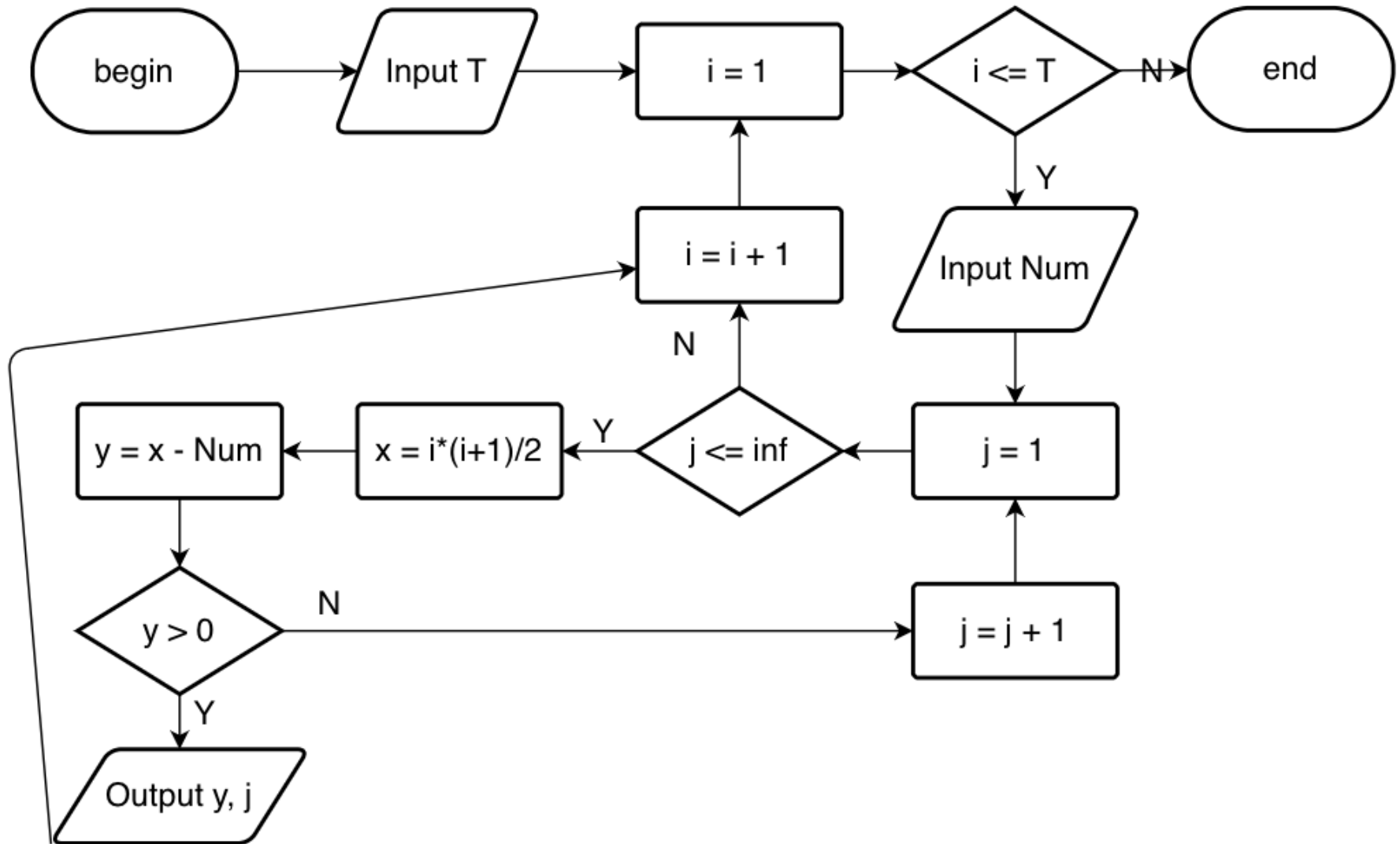
Algorithm Add the page

Input: 一個整數`T`，接著有`T`行整數`Num`，代表算出來的頁數總和

Output: `y`, `j`，分別表示少算的頁碼以及書的總頁數。

```
T <- input
for i <- 1 to T do
    Num <- input
    for j <- 1 to 1000000000:
        x <- j * (j + 1) / 2
        y <- x - Num
        if y > 0 then
            print y + ' ' + j
```

流程圖



$O(q \log n)$ 解法

想法：

列出不等式，發現數列是遞增的=>二分搜

$$\frac{x \times (x+1)}{2} > n, x \in \mathbb{N}^+$$

找x最小值。

Pseudocode(code)

Algorithm Add the page

Input: 一個整數 T ，接著有 T 行整數 Num ，代表算出來的頁數總和

Output: a , x ，分別表示少算的頁碼以及書的總頁數。

```
 $T$  <- input
```

```
for  $i$  <- 1 to  $T$  do
```

```
     $Num$  <- input
```

```
     $l$  <- 1
```

```
     $r$  <-  $Num + 1$ 
```

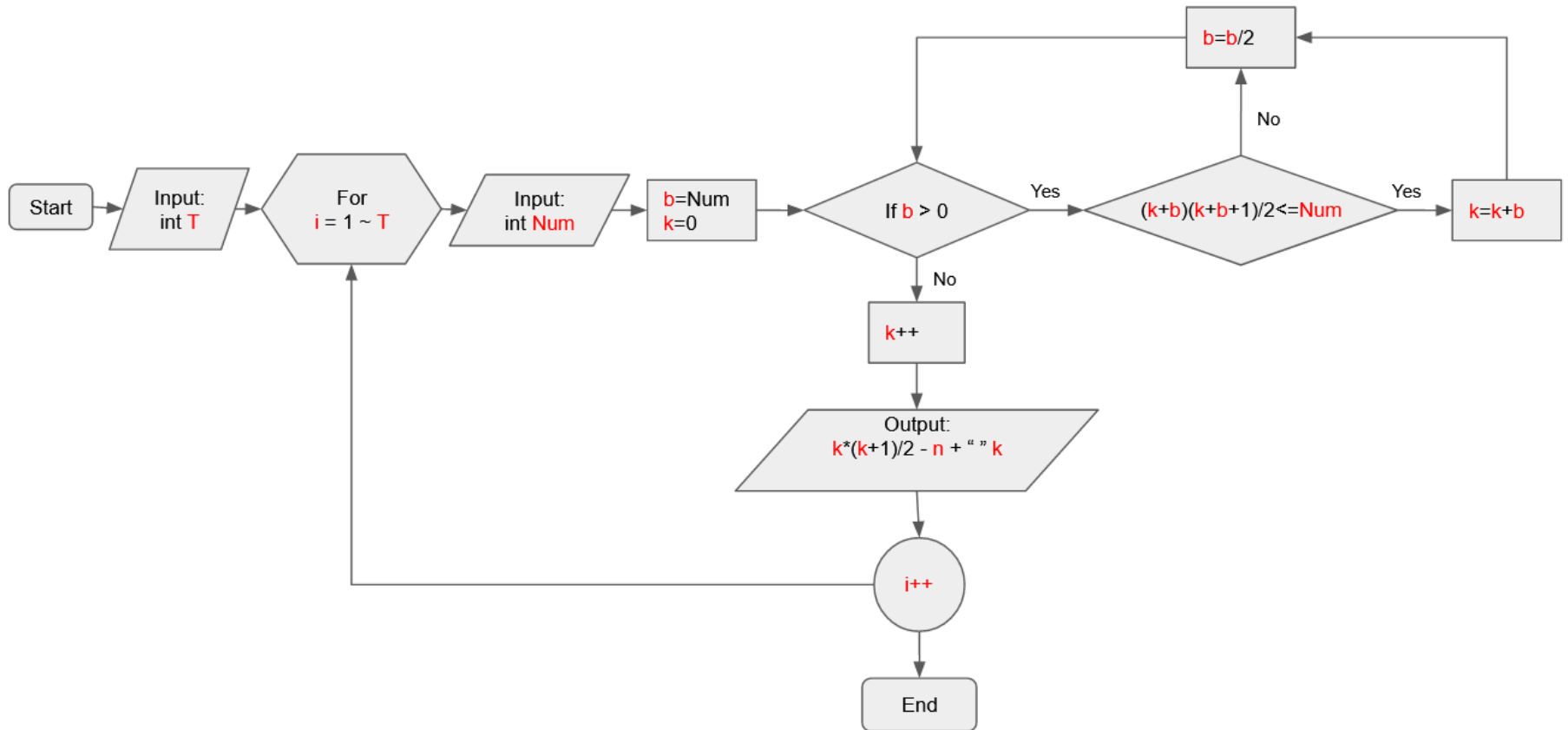
```
     $x$  <- find the biggest  $x$  in range  $[l, r]$  which satisfy  $x \cdot (x + 1) / 2 = Num$ 
```

```
     $x$  <-  $x + 1$ 
```

```
     $a$  <-  $x \cdot (x + 1) / 2 - Num$ 
```

```
    print  $a + ' ' + x$ 
```

流程圖



$O(q)$ 解法

想法：

解出不等式

$$\frac{x \times (x+1)}{2} > n, x \in \mathbb{N}+, \text{找} x \text{最小值。}$$

$$\frac{x \times (x+1)}{2} > n$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2n > 0$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 > 2n + \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x > \frac{\sqrt{8n+1}-1}{2}$$

$$\Rightarrow x \text{ 的最小值} = \left\lfloor \frac{\sqrt{8n+1}-1}{2} \right\rfloor + 1$$

Pseudocode(code)

Algorithm Add the page

Input: 一個整數 T ，接著有 T 行整數 Num ，代表算出來的頁數總和

Output: x , y ，分別表示少算的頁碼以及書的總頁數。

```
 $T \leftarrow \text{input}$   
for  $i \leftarrow 1$  to  $T$  do  
     $Num \leftarrow \text{input}$   
     $y \leftarrow \text{floor}(\sqrt{8.0 * Num + 1}) / 2 + 1$   
     $x \leftarrow y * (y + 1) / 2 - Num$   
print  $x + ' ' + y$ 
```


流程圖

