第二章練習

練習1.1:

請寫出量子程式用以建構並顯示一個包含5個量子位元及5個古典位元的量子線路物件,其中每個量子位元均進行 測量並儲存於古典位元中。

練習1.2:

請寫出量子程式用以建構並顯示一個包含3個量子位元及3個古典位元的量子線路物件,其中量子位元分別命名為 $qx \cdot qy \cdot qz$,而古典位元分別命名為 $cx \cdot cy \cdot cz$,量子位元 $qx \cdot qy$ 與qz均進行測量並儲存於古典位元 $cx \cdot cy \cdot cz$ 中。

練習1.3:

請寫出量子程式用以建構並顯示一個包含10個量子位元及10個古典位元的量子線路物件,其中量子位元分別命名為 qr_0 , ..., qr_9 ,而古典位元分別命名為 $even_0$, ..., $even_4$, odd_0 , ..., odd_4 。量子位元均進行測量,其中具偶數索引值量子位元之測量結果儲存於 $even_0$, ..., $even_4$,而具奇數索引值量子位元之測量結果則儲存於 $even_0$, ..., odd_4 。

練習1.4:

請寫出量子程式用以建構一個包含3個量子位元及3個古典位元的量子線路物件,其中量子位元均進行測量並儲存於古典位元中。以文字模式顯示量子線路,然後使用量子電腦模擬器執行這個量子線路1000次,最後顯示所有量子位元測量出的量子狀態的計數次數。

練習1.5:

請寫出量子程式用以建構一個包含3個量子位元及3個古典位元的量子線路物件,其中量子位元均進行測量並儲存於古典位元中。以文字模式顯示量子線路,然後任意選擇一部IBM Q量子電腦執行這個量子線路1000次,最後顯示所有量子位元測量出的量子狀態的計數次數。

第二章練習

練習2.1:

針對一個包含4個量子位元的量子線路、假設其量子位元的初始狀態為 $|\psi\rangle = |+-\rangle \circlearrowleft \rangle$ 。請寫出量子程式以文字模式顯示量子線路、然後以布洛赫球面的方式顯示量子線路中4個量子位元的狀態。

練習2.2:

針對一個包含4個量子位元的量子線路·假設其量子位元初始狀態為 $|\psi_1\psi_2\psi_3\psi_4\rangle$ ·其中 $|\psi_1\rangle=\begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\\ -\frac{\sqrt{3}}{2}i \end{pmatrix}$

$$|\psi_{2}\rangle = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}i\\ \frac{\sqrt{5}}{3} \end{pmatrix}, |\psi_{3}\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}\\ -\frac{\sqrt{15}}{4} \end{pmatrix}, |\psi_{4}\rangle = \begin{pmatrix} -\frac{3}{4}i\\ \frac{\sqrt{7}}{4}i \end{pmatrix}$$
。請寫出量子程式以文字模式顯示量子線路,然後以布洛赫
球面的方式顯示量子線路中4個量子位元的狀態。

練習2.3:

針對一個包含2個量子位元的量子線路、假設其量子位元的初始狀態為 $|\psi_1\psi_2\rangle$ 、其中 $|\psi_1\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} + \frac{2}{3}i \\ \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i \end{pmatrix}$.

 $|\psi_2\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i \\ \frac{-2}{5} - \frac{4}{5}i \end{pmatrix}$ 。請寫出量子程式以文字模式顯示量子線路,然後以布洛赫球面的方式顯示量子線路中2個量子位元的狀態。

練習2.4:

針對一個包含1個量子位元及1個古典位元的量子線路,假設其量子位元的初始狀態為 $|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} + \frac{2}{3}i \\ \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{3}i \end{pmatrix}$ 。請寫

出量子程式測量量子位元的狀態儲存於古典位元·以文字模式顯示量子線路·然後以量子電腦模擬器執行量子線路1000次·最後顯示量子位元狀態出現的次數。請仔細觀察出現狀態 $|0\rangle$ 的機率是否接近 $\frac{5}{9}$ ·而出現狀態 $|1\rangle$ 的機率是否接近 $\frac{4}{9}$ 。

練習2.5:

針對一個包含1個量子位元及1個古典位元的量子線路,假設其量子位元的初始狀態為 $|\psi\rangle=\left(egin{array}{c} rac{1}{3}+rac{2}{3}i\\ rac{\sqrt{3}}{3}+rac{1}{3}i \end{array}
ight)$ 。請寫

出量子程式測量量子位元的狀態儲存於古典位元,以文字模式顯示量子線路,然後任意選擇一部IBM Q量子電腦執行這個量子線路1000次,最後顯示量子位元狀態出現的次數。請仔細觀察出現狀態 $|0\rangle$ 的機率是否接近 $\frac{5}{9}$,而出現狀態 $|1\rangle$ 的機率是否接近 $\frac{4}{9}$ 。

第三章練習

練習3.1:

針對一個包含4個量子位元的量子線路、假設其量子位元的初始狀態為 $|\psi\rangle = |0000\rangle$ 、請寫出量子程式使用量子閘將量子位元的狀態轉變為 $|\psi\rangle = |+-\rangle\rangle\rangle$ 。請以文字模式顯示量子線路、然後以布洛赫球面的方式顯示量子線路中4個量子位元的狀態。

練習3.2:

請寫出量子程式設計並顯示出以下的量子線路:

$$q_{0} - \frac{R_{X}}{n/2} - X$$

$$q_{1} - \frac{P}{n/4} - Y$$

$$q_{2} - \frac{R_{X}}{n/2} - Z$$

$$q_{3} - \frac{P}{n/4} - S - \frac{U_{1}}{n}$$

$$q_{4} - \frac{R_{X}}{n/2} - T - \frac{U_{2}}{n \cdot n/2}$$

$$q_{5} - \frac{P}{n/4} - H - \frac{U_{3}}{n \cdot n/2 \cdot n/4} - H - \frac{U_{3}}{n \cdot n/2 \cdot n/4}$$

練習3.3:

X閘(或稱為NOT閘)的么正矩陣為 $X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ · 請使用矩陣的運算方式說明X閘如何將 $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 轉換為 $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot 以及如何將 |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 轉換為 $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 。

練習3.4:

H閘(或稱為Hadamard閘)的么正矩陣為 $X = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ · 請使用矩陣的運算方式說明H閘如何將 $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ 轉換為 $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ · 以及如何將 $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 轉換為 $|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ 。

練習3.5:

S閘也稱為 \sqrt{Z} 閘,因為執行兩次S閘運算相當於一個Z閘運算。實際上,S閘運算相當於將量子位元向量針對布洛赫球面Z軸旋轉 $\pi/2$ 弳,而Z閘則相當於將量子位元向量針對布洛赫球面Z軸旋轉 π 弳。分別寫出S閘與Z閘對應的么正矩陣,並使用矩陣的運算方式說明執行兩次S閘運算相當於一個Z閘運算。