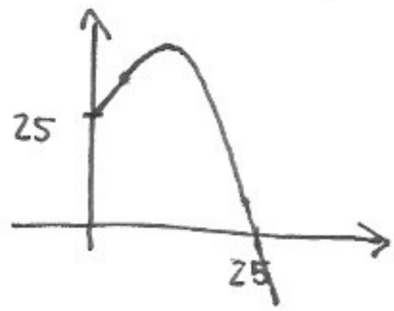
Buch, Seite 284, Nr. 10 - Seite 1 -

$f(t) = (25-t)\cdot e^{0,1\cdot t}$ $\quad$ $t$ in Jahren, $f(t)$ in $\frac{10^6 \text{ Barrel}}{\text{Jahr}}$

$\Rightarrow$ Hier beachten, dass eine Änderungsrate gegeben ist!

a)




$f(0) = 25$

$f(25) = 0$

$f(10) = 15e \approx 45$

b) gesucht: Maximalstelle der Fkt. $f$ (die eine Änderungs-Rate ist)

Ableitungen:

$f'(t) = -1\cdot e^{0,1t} + 0,1\cdot(25-t)\cdot e^{0,1t}$
$= e^{0,1t}\cdot(1,5-0,1t)$

[Bei „Geben Sie an" wäre GSolve erlaubt.]

$f''(t) = 0,1\cdot e^{0,1t}\cdot(1,5-0,1t) + (-0,1)\cdot e^{0,1t}$
$= e^{0,1t}\cdot(0,05-0,01t)$

$f'''(t) = 0,1\cdot e^{0,1t}\cdot(0,05-0,01t) + (-0,01)\cdot e^{0,1t}$
$= e^{0,1t}\cdot(-0,005-0,001t)$

notw. Bed. $f'(t) = 0 \Rightarrow \underbrace{e^{0,1t}}_{\neq 0}\cdot(1,5-0,1t) = 0$
$\Leftrightarrow 0,1t = 1,5$
$t = 15$

[GTR erlaubt (NSolve)]

hinr. Bed. $f''(15) < 0$ ( ☺ \ ☹ )

$f''(15) = \underbrace{e^{1,5}}_{>0}\cdot\underbrace{(0,05-0,15)}_{<0} < 0$, also Maximalstelle

A: 15 Jahre nach Beginn des Abbaus ist die Förderrate am größten.

c) gesucht: Wendestelle (wg. der stärksten Zunahme suchen wir den Übergang von einer Linkskurve in eine Rechtskurve [bzw. -krümmung])

notw. Bed.: $f''(t) = 0 \Rightarrow \underbrace{e^{0,1t}}_{\neq 0} \cdot (0,05 - 0,01t) = 0$

$\Leftrightarrow \quad 0,01t = 0,05 \quad | \cdot 100$

$\Rightarrow \quad t = 5$

hinr. Bed.: $f'''(5) \neq 0$

[Bei „Lesen Sie an" könnte man $\frac{d}{dx} y_1(x)$ zeichnen und mit GSolve die Maximalstelle suchen.]

$f'''(5) = e^{0,5} \cdot (-0,005 - 0,005) \neq 0$

$f'''(5) < 0$ bedeutet, dass $f'$ (also die Steigung) maximal ist, damit ist die Steigung der Änderungsrate maximal.

A: 5 Jahre nach Beginn nimmt die Förderrate am stärksten zu.

d) gesucht: Die Menge an Erdöl $\left[\text{geg.: } \frac{\text{Erdöl}}{\text{Jahr}} \rightarrow \text{Integral!}\right]$

$\int_0^{25} f(t)\,dt \approx 868$ [GTR – eine andere Möglichkeit haben Sie nicht.]

A: Insgesamt werden ca. $868 \cdot 10^6 = 8,68 \cdot 10^8$ Barrel oder ca. 868 Millionen Barrel abgebaut.

e) z.z. $F'(t) = f(t)$ $\quad F(t) = (350 - 10t) \cdot e^{0,1t}$

$F'(t) = -10 \cdot e^{0,1t} + 0,1 \cdot (350 - 10t) \cdot e^{0,1t}$

$= e^{0,1t} \cdot (-10 + 35 - t) = e^{0,1t} \cdot (25 - t) = f(t)$ ☺

geförderte Ölmenge in Abhängigkeit von t Jahren:

$\int_0^t f(t)\,dt = [F(t)]_0^t = (350 - 10t) \cdot e^{0,1t} - [(350 - 0) \cdot e^0]$

$= e^{0,1t} \cdot (350 - 10t) - 350$

f) gesucht ist ein Zeitraum, benötigt wird die in e) aufgestellte Funktion: 1. Variante:

$e^{0,1t} \cdot (350 - 10t) - 350 = 0,9 \cdot 868$

(NSolve) $\quad t \approx 20,6$

2. Variante

$\int_0^t f(t)\,dt = 0,9 \cdot 868$

(NSolve) $\quad t \approx 20,6$

A: Nach gut 20,6 Jahren sind 90% der Ölmenge abgebaut.