Buch, Seite 284, Nr. 11

→ Anmerkung: Es tut mir leid, ich habe hier übersehen, dass es um eine Fktenschar geht – diese Scharen begegnen Ihnen nicht in der Form einer zusammengesetzten Fkt. im Abitur, trotzdem eine klasse Lösung!

11. a) $f_a(5) = 10\cdot 5^2 \cdot e^{-0{,}1\cdot 5-a} = 250\cdot e^{-0{,}5-a}$

b) gesucht ist die Maximalstelle!

$$f'_a(t) = 20t\cdot e^{-0{,}1t-a} + (-0{,}1)\cdot e^{-0{,}1t-a}\cdot 10t^2$$
$$= e^{-0{,}1t-a}\cdot(-t^2+20t)$$

notw. Bed.: $f'_a(t)=0 \Rightarrow -t^2+20t=0$ (da $e^{-0{,}1t-a}\neq 0$)

$\Leftrightarrow t(-t+20)=0$

$\Leftrightarrow t=0 \vee t=20$

hinr. Bed. $f''_a(t) = -0{,}1\cdot e^{-0{,}1t-a}\cdot(-t^2+20t) + (-2t+20)\cdot e^{-0{,}1t-a}$

$= e^{-0{,}1t-a}\cdot(0{,}1t^2-4t+20)$

$f''_a(0) = 20\cdot e^{-a} > 0$ $\Rightarrow$ TP $\quad$ $f''_a(20) = -20\cdot e^{-2t-a} < 0$ $\Rightarrow$ HP

Die Maximalstelle $t=20$ ist unabhängig von dem Parameter a, da das a nicht auftaucht.

c) $f_{2,5}(10) = 1000\cdot e^{-3{,}5} \approx 30{,}2$ [cm], also ca. 0,3 m

d) $a=2{,}5 \Rightarrow f_{2,5}(t) = 10t^2\cdot e^{-0{,}1t-2{,}5}$ Änderungsrate $\frac{\text{Höhe}}{\text{Jahr}}$ ⇒ Höhe gesucht ⇒ Integral

$\int_0^{10} f_{2,5}(t)\,dt \overset{GTR}{\approx} 132$ [cm] $= 1{,}32$ m ⇒ Das ist nur die Höhenzunahme, nicht die erreichte Höhe!

$\int_{24}^{25} f_{2,5}(t)\,dt \overset{GTR}{\approx} 42{,}5$ [cm] ⇒ falsche Lösung im Buch

e) $h_{15} = 30 + \int_0^{15} f_{2,5}(t)\,dt \overset{GTR}{\approx} 344$ [cm] $= 3{,}44$ [m]

f) 10 m = 1000 cm Ansatz: $\int_0^{x} f_{2,5}(t)\,dt = 1000-30$ (bei Anfangshöhe 30)

(Hier ist nicht klar, welche Anfangshöhe genommen werden soll → schlechte Aufgabe...)

GTR liefert $x \approx 30{,}6$

Achtung!!! Ich habe hier auf Antwortsätze verzichtet, Sie denken bitte daran!