

## Wiederholung „Analysis“ – Fragestellungen, Ansätze, Methoden (Sonntag)

Fragestellung	mathematischer Ansatz	Vorgehen/Werkzeuge
Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion $f$ .	$f(x) = 0$ → auflösen nach $x$ → Schnittpunkte mit der $x$ -Achse: $(x_i \mid 0)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ausklammern</li> <li>- ein Produkt ist 0, wenn einer der Faktoren 0 ist</li> <li>- pq-Formel</li> <li>- Substitution ...</li> <li>- GTR: NSolve....</li> </ul>
Berechnen Sie den $y$ -Achsenabschnitt der Funktion $f$ .	$f(0)$ → Wert des Funktionsterms an der Stelle 0 → Schnittpunkt mit der $y$ -Achse $(0 \mid y_0)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- den Wert des Terms für ein eingesetztes <math>x</math> bestimmen</li> <li>- Terme zusammenfassen und vereinfachen</li> <li>- GTR: Funktion definieren, <math>Y1(0)</math> berechnen</li> </ul>
Bestimmen Sie das Verhalten des Graphen von $f$ im Unendlichen.	Wert des Terms für $x \rightarrow \infty$ bzw. $x \rightarrow -\infty$ betrachten <ul style="list-style-type: none"> <li>- ganzrationale Fkt: höchste Potenz</li> <li>- e-Fkt: Exponent</li> <li>- zusammengesetzte Fkt: Faktoren</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Grenzprozesse betrachten / Werte einsetzen</li> <li>- Was passiert mit Termen wie <math>x^2, x^3, -x^n, a^x, e^x, e^{-x}</math></li> <li>- Rechnen mit Potenzen, Produkten....</li> </ul>
Bestimmen Sie das Verhalten des Graphen von $f$ nahe 0.	Wert des Terms für $x \rightarrow 0$ betrachten <ul style="list-style-type: none"> <li>- ganzrat. Fkt: niedrigste Potenz, abs. Glied</li> <li>- e-Fkt: Exponent</li> <li>- zusammengesetzte Fkt: Faktoren</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Grenzprozesse betrachten / Werte einsetzen</li> <li>- Was passiert mit Termen wie <math>\pm x^n, a^x, e^x, e^{-x}</math></li> <li>- Rechnen mit Potenzen, Produkten....</li> </ul>
Überprüfen Sie, ob der Graph von $f$ symmetrisch zum Ursprung oder zur $y$ -Achse ist.	symmetrisch zur $y$ -Achse: $f(-x) = f(x)$ symmetrisch zum Ursprung: $f(-x) = -f(x)$  - ganzrt. Fkt.: auftretende Potenzen betrachten (nur gerade bzw. nur ungerade)	$-x$ in den Funktionsterm einsetzen und zusammenfassen
Bestimmen Sie die Extrempunkte des Graphen von $f$ .	notwendig: $f'(x) = 0$ hinreichend: $f'(x) = 0$ und $f''(x) < 0$ (HP) bzw. $f'(x) = 0$ und $f''(x) > 0$ (TP) alternativ; VZW von $f'(x)$ betrachten	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ableitungen bilden (Potenzregel, Faktorregel, Summenregel, Ableitung von Exponentialfkt.)</li> <li>- Nullstellen berechnen</li> <li>- Werte von Termen berechnen</li> <li>- GTR: graphisch lösen ist sinnvoll</li> </ul>

Fragestellung	mathematischer Ansatz	Vorgehen/Werkzeuge
Bestimmen Sie die Wendepunkte des Graphen von $f$ .	notwendig: $f''(x) = 0$ hinreichend: $f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$ alternativ; VZW von $f''(x)$ betrachten	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ableitungen bilden</li> <li>- Nullstellen berechnen</li> <li>- Werte von Termen berechnen</li> <li>- GTR: graphisch lösen ist sinnvoll</li> </ul>
Bestimmen Sie das Monotonieverhalten des Graphen von $f$ .	$f$ ist in einem Intervall streng monoton steigend, wenn gilt: $f'(x) > 0$ für alle $x$ in diesem Intervall; $f$ ist in einem Intervall streng monoton fallend, wenn gilt: $f'(x) < 0$ für alle $x$ in diesem Intervall	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ableitungen bilden</li> <li>- Terme auf ihr Vorzeichen hin untersuchen</li> </ul>
Bestimmen Sie das Krümmungsverhalten des Graphen von $f$ .	$f$ ist linksgekrümmt in einem Intervall, wenn für alle $x$ in diesem Intervall gilt: $f''(x) > 0$ ; $f$ ist rechtsgekrümmt in einem Intervall, wenn für alle $x$ in diesem Intervall gilt: $f''(x) < 0$ ; (Smiley-Eselsbrücke verwenden)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ableitungen bilden</li> <li>- Terme auf ihr Vorzeichen hin untersuchen</li> <li>- am Graphen: „Bobbycar-Blick“</li> </ul>
Überprüfen Sie, für welche Werte von $x$ die Funktion den Wert $a$ annimmt.	$f(x) = a$ $\rightarrow$ nach $x$ auflösen	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ausklammern</li> <li>- ein Produkt ist 0, wenn einer der Faktoren 0 ist</li> <li>- pq-Formel</li> <li>- Substitution ...</li> <li>- GTR: NSolve....</li> </ul>
Berechnen Sie den Funktionswert an der Stelle $x_1$ .	$f(x_1)$ berechnen	<ul style="list-style-type: none"> <li>- den Wert eines Terms für einen eingesetzten <math>x</math>-Wert berechnen</li> </ul>
Berechnen Sie die Steigung des Graphen an der Stelle $x_2$ , auch in Grad.	$f'(x_2)$	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ableitungen bilden</li> <li>- den Wert eines Terms für einen eingesetzten <math>x</math>-Wert berechnen</li> </ul>

Fragestellung	mathematischer Ansatz	Vorgehen/Werkzeuge
Berechnen Sie die mittlere Steigung des Graphen zwischen den Punkten $P(x_1 y_1)$ und $Q(x_2 y_2)$ .	Differenzenquotient: $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ (Steigungsformel der linearen Fkt.)	- Werte in eine Formel einsetzen und berechnen
Bestimmen Sie eine Stammfunktion der Funktion f. (und eine weitere)	$F(x)$ bzw. $\int_0^x f(x)dx$	- Stammfunktionen bilden (Stammfunktionen von Potenzfunktionen, Summenregel, Faktorregel (Stammfunktionen von e-Funktionen bzw. Exponentialfunktionen))
Berechnen Sie den Wert des Integrals über f in den Grenzen 0 und b.	$\int_0^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)	- Stammfunktionen bilden - Werte einsetzen und den Term berechnen
Bestimmen Sie die Größe der Fläche, die der Graph im Intervall $[a; b]$ mit der x-Achse einschließt.	- Nullstellen im Intervall bestimmen - Beträge der „Einzelintegrale“ addieren: $\left  \int_a^{n_1} f(x)dx \right  + \dots + \left  \int_{n_m}^b f(x)dx \right $	- Gleichungen nach x auflösen (wie oben bei Nullstellenberechnung) - Stammfunktionen bilden - Werte einsetzen und den Term berechnen
Bestimmen Sie den Mittelwert von f im Intervall $[a; b]$ .	$m = \frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x)dx$	- Stammfunktionen bilden - Werte einsetzen und den Term berechnen