Material Mathe – Abi-Vorbereitung:

Analytische Geometrie: Gerade g trifft senkrecht auf Ebene E

Die Übungen steigern sich im Schwierigkeitsgrad – skizzieren Sie zunächst die Situation.

Übung 1 – leicht

Gegeben sind eine Ebene E und ein Punkt P.
Stellen Sie eine Paramtergleichung der Geraden g auf, die durch P verläuft und senkrecht auf die Ebene E trifft.

$$E: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + l \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ mit } k, l \in \mathbb{R} \quad \text{und } P(4 \mid 2 \mid -4)$$

Übung 2 – mittel

Gegeben sind eine Ebene E und ein Punkt P.
Bestimmen Sie den Abstand des Punktes P von der Ebene E.

$$E: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix} + l \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ mit } k, l \in \mathbb{R} \text{ und } P(-4 \mid 5 \mid -4)$$

Übung 3 – mittel

Gegeben sind eine Ebene E und ein Punkt P.
Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes P', der entsteht, wenn man den Punkt P an der Ebene E spiegelt.

$$E: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + l \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ mit } k, l \in \mathbb{R} \quad \text{und } P(10 \mid 10 \mid 10)$$

Übung 4 – schwer (je nach gewähltem Ansatz ;-))

Gegeben sind eine Ebene E und drei Punkte P und Q und M.
Entscheiden Sie mithilfe einer Rechnung, ob die Punkte P und Q bzw. die Punkte P und M auf derselben Seite der Ebene E liegen oder auf zwei verschiedenen Seiten.

$$E: \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} + l \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix} \text{ mit } k, l \in \mathbb{R},$$

$P(3 \mid 4 \mid 5)$, $Q(3 \mid -4 \mid 3)$ und $M(-4 \mid 14 \mid 3)$

Kontrolllösungen:

Übung 1: : $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \\ 12 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$ Übung 2: $\approx 8{,}5$

Übung 3: D' $(10 \mid 9 \mid 11)$

Übung 4: P und Q liegen auf derselben, P und M auf verschiedenen Seiten von E.