

# Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen



# „Check-in“

(1) Beschreiben Sie, wie Sie die Extremstellen einer Funktion finden.

(2) Bearbeiten Sie im Buch auf Seite 26 die Aufgabe 11 a) (2).

Was hat (1) mit (2) zu tun?

Beides benötigt man beim Lösen von Extremwertproblemen...

# Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen

Wann wird etwas minimal bzw. maximal?

- Extremalstellen gesucht
- $f'$  bestimmen
- Nullstellen von  $f'$  berechnen
- Überprüfung mit  $f''$  / VZW ...

**Lösung:** Ich suche mir eine Abhängigkeit zwischen den beiden Variablen, um die eine durch einen Term mit der anderen auszudrücken. Diese Abhängigkeit nennt man die **Nebenbedingung**.

**Aber:** Was tun, wenn das, was extremal wird, durch mehr als nur eine Variable beschrieben wird? Funktionen haben ja nur ein Argument...

Beispiel: Eine Fläche  $A = a \cdot b$  soll extremal werden...

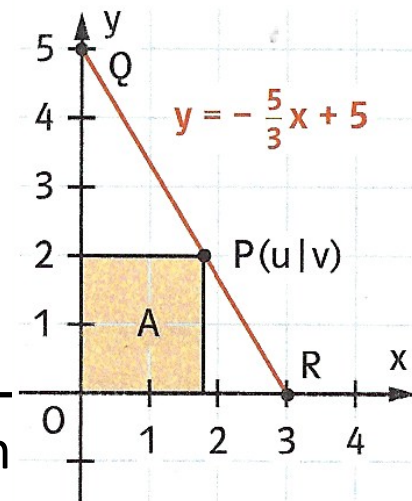
## Wie gehe ich bei der Lösung eines Extremwertproblems vor?

1. **Zielgröße**, die extremal werden soll, durch eine Formel beschreiben; es treten mehrere Variablen auf.
2. **Nebenbedingung suchen**, sodass eine Variable durch die andere ausgedrückt werden kann.
3. **Zielfunktion** aufstellen und **Definitionsbereich** bestimmen
4. **Extremstellen** und –werte **berechnen** und **Ränder prüfen**
5. **Antwort** formulieren 😊

## Wie gehe ich bei der Lösung eines Extremwertproblems vor? - nun mit konkretem Beispiel -

### Extremwertproblem:

Aus einer dreieckigen Platte soll ein möglichst großes Rechteck herausgeschnitten werden. Welche Maße hat dieses Rechteck?



1. Zielgröße:  $A = u \cdot v \rightarrow$  zwei Variablen
2. Nebenbedingung:  $v = f(u) = -5/3 u + 5$
3. Zielfunktion:  $A(u) = u \cdot (-5/3 u + 5) = -5/3 u^2 + 5u$   
Definitionsbereich:  $D_A = ] 0; 3 [$
4. Extremstellen:  $A'(u) = -10/3 u + 5$      $A''(u) = -10/3$   
 $A'(u) = 0$  liefert  $u = 1,5$  mit  $A''(1,5) < 0$   
 $A(1,5) = 3,75$   
Ränder prüfen:  $A(0) = 0 < 3,75$  und  $A(3) = 0 < 3,75$
5. Antwort: Für  $u=1,5$  wird die Fläche mit 3,75 FE maximal.