

Soós Tamás  
SZAKDOLGOZAT



BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM

GÉPÉSZMÉRNÖKI KAR

GÉPGYÁRTÁSTUDOMÁNY ÉS -TECHNOLÓGIA TANSZÉK



SZAKDOLGOZAT





---

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Gépészmérnöki Kar  
Gépgyártástudomány és -technológia Tanszék  
Szakdolgozat

# DIGITÁLIS ADMITTANCIA SZABÁLYOZÓ STABILITÁSÁNAK VIZSGÁLATA

**Soós Tamás**

*Konzulens:*

Vizi Máté Benjámin

*Témavezető:*

Tóth András

Budapest, 2023.12.13.



# Nyilatkozatok

---





# Köszönetnyilvánítás

---



# Kivonat

---



# Tartalomjegyzék

---

<b>1. Bevezetés</b>	<b>1</b>
<b>2. Impedancia modell</b>	<b>3</b>
<b>3. Fizikai modell</b>	<b>5</b>
3.1. Egyenáramú motor dinamikája . . . . .	5
3.2. Egyenáramú motor stabilitása . . . . .	7
<b>4. Megfigyelhetőség</b>	<b>9</b>
<b>5. Állapotmegfigyelő</b>	<b>11</b>
<b>6. Irányíthatóság</b>	<b>13</b>
<b>7. Szabályozó modellezése</b>	<b>15</b>
7.1. Nyomaték kompenzáció . . . . .	15
7.2. Szabályozó stabilitása . . . . .	17
<b>8. Stabilitásvizsgálat időkéssel</b>	<b>21</b>
8.1. Vizsgálati módszerek összehasonlítása . . . . .	21
8.2. Stabilitás folytonos időben . . . . .	21
8.3. Stabilitás diszkrét időben . . . . .	21
<b>9. Kísérleti eredmények</b>	<b>23</b>
<b>10. Összegzés</b>	<b>25</b>
<b>11. Következtetések</b>	<b>27</b>
<b>FÜGGELÉK</b>	<b>29</b>
<b>A. Measurement dataset</b>	<b>31</b>



# Ábrák jegyzéke

---

3.1. Az egyenáramú motor áramköri diagramja . . . . .	5
3.2. Az egyenáramú motor szabadtest ábrája . . . . .	6
7.1. Impedancia szabályozó közvetlen nyomaték méréssel . . . . .	15
7.2. Impedancia szabályozó szöggyorsulás méréssel . . . . .	17
7.3. Külső nyomatékra és feszültségre adott válasz összehasonlítása, $J = 0.01 [kg \cdot m^2]$ , $K_m = 0.01 [kg \cdot \frac{m^2}{s^2}]$ , $B_m = 0.1 [kg \cdot \frac{m^2}{s}]$ , $L = 0.5 [H]$ , $R = 1 [\Omega]$ . . . . .	18





# Táblázatok jegyzéke

---

7.1. Physical parameters of the laboratory rig . . . . .	19
A.1. Dataset for the equilibrium position measurement. . . . .	31



# 1. Bevezetés

---

[1–4]

[5, 7]

[6]



## 2. Impedancia modell

---

Az eredményes ember-robot interakció érdekében a szabályozó előírása nem csupán az elérni kívánt pozíció vagy kifejtett nyomaték, hanem a mozgásállapot és a kifejtett nyomaték közötti összefüggés. Ezt az összefüggést (linearitása végett) egy tömeg-rugó-csillapítás modell adja meg a továbbiakban, mely a következő alakban írható fel:

$$M_e \ddot{\theta} + B_e \dot{\theta} + K_e \theta = \tau_e . \quad (2.1)$$

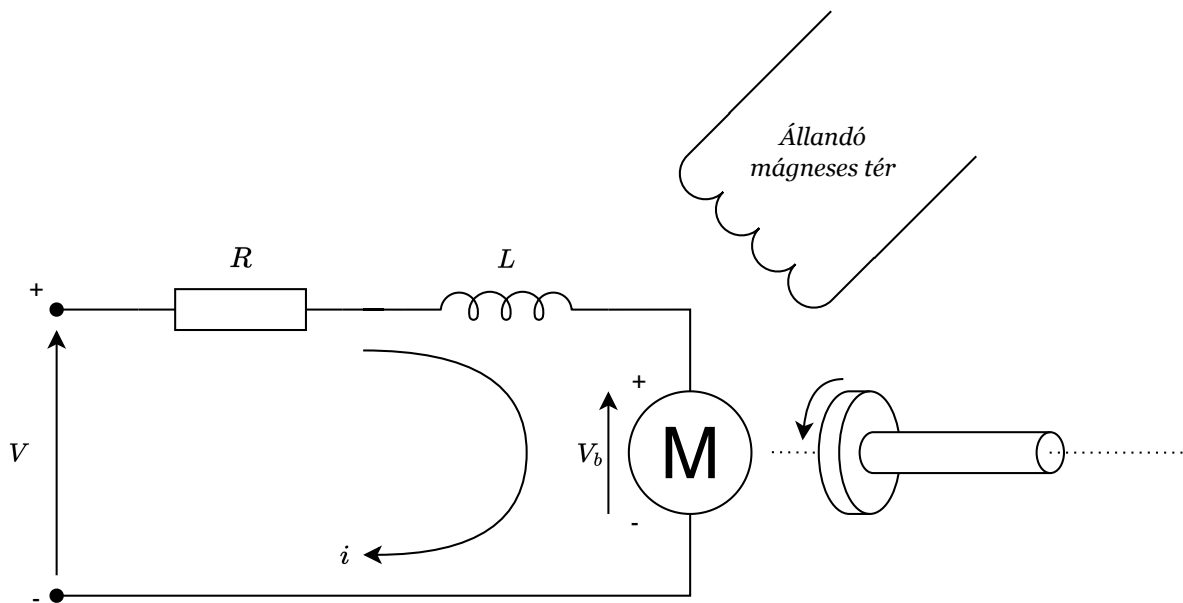
A modell három paraméterrel rendelkezik, ahol  $M_e$  a rendszer előírt tehetetlensége,  $B_e$  a viszkózus csillapítása,  $K_e$  a rugóállandója és  $\tau_e$  a rendszerre ható külső nyomaték.



## 3. Fizikai modell

Ebben a fejezetben a robot egyetlen motorjának fizikai modellje kerül bevezetésre. A kapott dinamikai leírás lehetővé teszi az időkéssel kiegészített stabilitásvizsgálatot.

### 3.1. Egyenáramú motor dinamikája



3.1. ábra. Az egyenáramú motor áramköri diagramja

A robot motorjának modelljét a 3.1-es ábra mutatja. A felhasznált motor feltételezeten állandó gerjesztésű. A kifejtett nyomaték a Biot–Savart-törvény szerint arányos a forgórészen átfolyó árammal. A forgórészben indukált feszültség pedig arányos annak szögsebességével. A Lenz-törvény alapján

$$\begin{aligned}\tau_m &= K_\tau i, \\ V_b &= K_e \dot{\theta},\end{aligned}\tag{3.1}$$

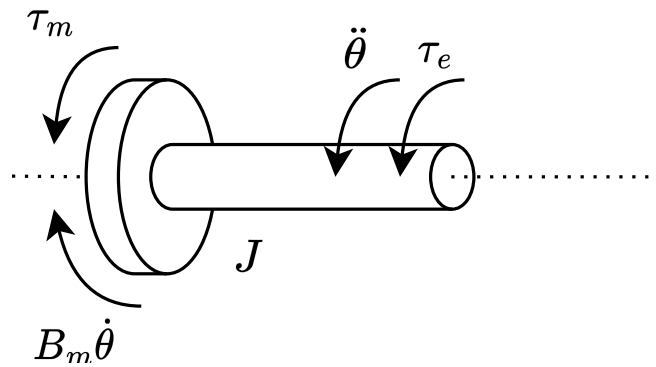
ahol  $K_\tau$  a nyomatékállandó,  $K_e$  a sebesség-feszültség állandó,  $\tau_m$  a kifejtett nyomaték,  $i$  a rotor árama,  $V_b$  az rotorban indukált feszültség és  $\dot{\theta}$  a rotor szögsebessége. Az energia-megmaradás törvénye alapján a két konstans értéke megegyezik

$$K_m := K_\tau = K_e, \quad (3.2)$$

így a következőkben  $K_m$  paraméterként jelennek meg. A forgórész áramkörére Kirchhoff I. törvénye alapján felírható

$$V - Ri - L \frac{di}{dt} - K_m \dot{\theta} = 0, \quad (3.3)$$

ahol  $R$  a forgórész tekercsének ellenállása,  $L$  a tekercs induktivitása,  $K_m$  a motorállandó,  $V$  a motor feszültsége,  $i$  a motoráram és  $\theta$  a szögelfordulás. A forgórészt merev testnek



3.2. ábra. Az egyenáramú motor szabadtest ábrája

tekintve, annak mozgásegyenlete a dinamika alaptétele és az SZTÁ (lásd 3.2. ábra) alapján a következő alakban vezethető le:

$$J \ddot{\theta} = -B_m \dot{\theta} + \tau_m + \tau_e, \quad (3.4)$$

ahol  $J$  a forgórész tehetetlensége,  $B_m$  a viszkózus csillapítási együttható,  $K_m$  a motorállandó,  $\theta$  a szögelfordulás,  $i$  a motoráram,  $\tau_m$  a motor által kifejtett nyomaték és  $\tau_e$  a forgórészre ható külső nyomaték.

A (3.3) és (3.4) egyenletek egyértelműen leírják a rendszer időtartománybeli viselkedését. A további vizsgálathoz kedvezőbb a differenciálegyenleteket állapottér modellként felírni. Egy állapottér modell általánosan

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{aligned} \quad (3.5)$$



alakban írható fel, ahol  $\mathbf{x} = [\theta \ \dot{\theta} \ i]^T$  az állapotvektor,  $\mathbf{u} = [\tau_e \ V]^T$  a bemeneti vektor és  $y = \theta$  a kimenet. Az (3.3) és (3.4) egyenleteket átrendezve az állapot-átmeneti mátrix  $\mathbf{A}$ , a bemeneti mátrix  $\mathbf{B}$ , a kimeneti mátrix  $\mathbf{C}$  és a segédmátrix  $\mathbf{D}$

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B_m}{J} & \frac{K_m}{J} \\ 0 & -\frac{K_m}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D} &= \mathbf{0}\end{aligned}\tag{3.6}$$

alakban származtatható.

A frekvenciatartománybeli vizsgálatokhoz felírható a rendszer szög-nyomaték és szög-feszültség átviteli függvénye. Az állapottér modellt felhasználva

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}\tag{3.7}$$

általános formában, ahol  $\mathbf{I}$  az identitás mátrix. Behelyettesítve (3.6) paramétereit (3.7) alapján a karakterisztikus polinom felírható

$$p(s) := s \left( J L s^2 + (B_m L + J R) s + K_m^2 + B_m R \right) = 0\tag{3.8}$$

alakban. Az átviteli függvények pedig felírhatók

$$\begin{aligned}\frac{\theta(s)}{\tau_e(s)} &= \frac{Ls + R}{p(s)}, \\ \frac{\theta(s)}{V(s)} &= \frac{K_m}{p(s)}\end{aligned}\tag{3.9}$$

alakban.

## 3.2. Egyenáramú motor stabilitása

A motor stabilitása az (3.8)-as karakterisztikus egyenletből meghatározható. A karakterisztikus egyenletben megjelenik egy zérus, mely az origóban helyezkedik el. Ebből következik, hogy a rendszer egységugrás bemenetre korlátlanul nagy szögelfordulással válaszol. Ez a jelen alkalmazásban nem elfogadható. Ha a szabályozókör visszacsatoló

ága megszakad, a motor a megengedhető mozgástartományon kívülre fordulhat. A biztonságos működéshez szükséges például egy végállaskacsolót beépíteni, mely segítségével a motor mozgástartománya mechanikailag is az előírt tartományon belülre korlátozható.

## 4. Megfigyelhetőség

---

A felhasznált szenzorok minimalizálása érdekében egy kimenet mérése a cél, így a kimenetek közül egyedül a szögelfordulás áll elő közvetlen mérésből. A szabályozó teljes állapotvisszacsatolásra fog épülni, így a kimenet mérésével minden állapot megfigyelhető kell legyen. Az (3.5) és (3.6) egyenletek alapján a kimeneti megfigyelhetőség feltétele, hogy

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

legyen maximális rangú. A feltételben szereplő mátrixot a motorparaméterekkel kifejezve:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B_m}{J} & \frac{K_m}{J} \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

mely redukált lépcsős alakban

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.3)$$

alakú. Tehát a rendszer minden állapota megfigyelhető a szögelfordulás méréséből.



## 5. Állapotmegfigyelő

---

Az állapotvisszacsatoláshoz szükséges belső állapotokra (a szögelforduláson kívül) egy megfigyelő ad becslést. Elkülönítve a mért és becsült állapotokat (3.5) felírható

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{\mathbf{x}}_b \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{aa} & \mathbf{A}_{ab} \\ \mathbf{A}_{ba} & \mathbf{A}_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ \mathbf{x}_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_a \\ \mathbf{B}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_e \\ V \end{bmatrix}, \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ \mathbf{x}_b \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.1)$$

alakban, ahol  $x_a = \theta$  a mért szögelfordulás és  $\mathbf{x}_b = [\dot{\theta} \ i]^T$  jelöli a becsült állapotokat. A továbbiakban jelölje  $\tilde{\mathbf{x}}$  a becsült paramétereket. Legyen

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}} &= \mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}, \\ \hat{\mathbf{B}} &= \hat{\mathbf{A}} \mathbf{K}_e + \mathbf{A}_{ba} - \mathbf{K}_e A_{aa}, \\ \hat{\mathbf{F}} &= \mathbf{B}_b - \mathbf{K}_e B_a, \end{aligned} \quad (5.2)$$

ahol  $\hat{\mathbf{A}}$  a megfigyelő belső állapotának (továbbiakban  $\tilde{\eta}$ ) dinamikáját adja meg,  $\hat{\mathbf{B}}$  és  $\hat{\mathbf{F}}$  a mért illetve a becsült állapotok bemeneti mátrixai. A becsült állapotok és az állapotváltozók közötti összefüggés ekkor

$$\begin{aligned} \eta &= \mathbf{x}_b - \mathbf{K}_e y, \\ \tilde{\eta} &= \tilde{\mathbf{x}}_b - \mathbf{K}_e y \end{aligned} \quad (5.3)$$

alakban adható meg. A belső állapot dinamikája

$$\dot{\tilde{\eta}} = \hat{\mathbf{A}} \tilde{\eta} + \hat{\mathbf{B}} y + \hat{\mathbf{F}} u. \quad (5.4)$$

Végül (5.1) kimeneti egyenletének átalakításával a rendszer becsült állapotvektora

$$\tilde{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{C}} \tilde{\eta} + \hat{\mathbf{D}} y, \quad (5.5)$$

ahol

$$\hat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{K}_e \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

mely tartalmazza a mért állapotot is.

## 6. Irányíthatóság

---

A szabályozó akkor tudja követni a számára előírt impedancia modellt, ha megfelelő bemeneti feszültség alkalmazásával eljuttatható az előírt állapotba. Az (3.5)-os állapotter modell alapján a kimeneti irányíthatóság feltétele, hogy

$$\left[ CB \mid CAB \mid CA^2B \mid D \right] \quad (6.1)$$

legyen maximális rangú. Ez csak egy szükséges, de nem elégséges feltétele az impedancia modell alkalmazhatóságának. Felhasználva (3.6) paramétereit a (6.1)-es feltételben szereplő mátrix

$$\left[ 0 \quad 0 \quad \frac{K_m}{JL} \quad 0 \right], \quad (6.2)$$

alakba írható át. Továbbá ez a mátrix redukált lépcsős alakban

$$\left[ 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \right], \quad (6.3)$$

mely mátrix rangja megegyezik sorainak számával, így az irányíthatóság feltétele teljesül.

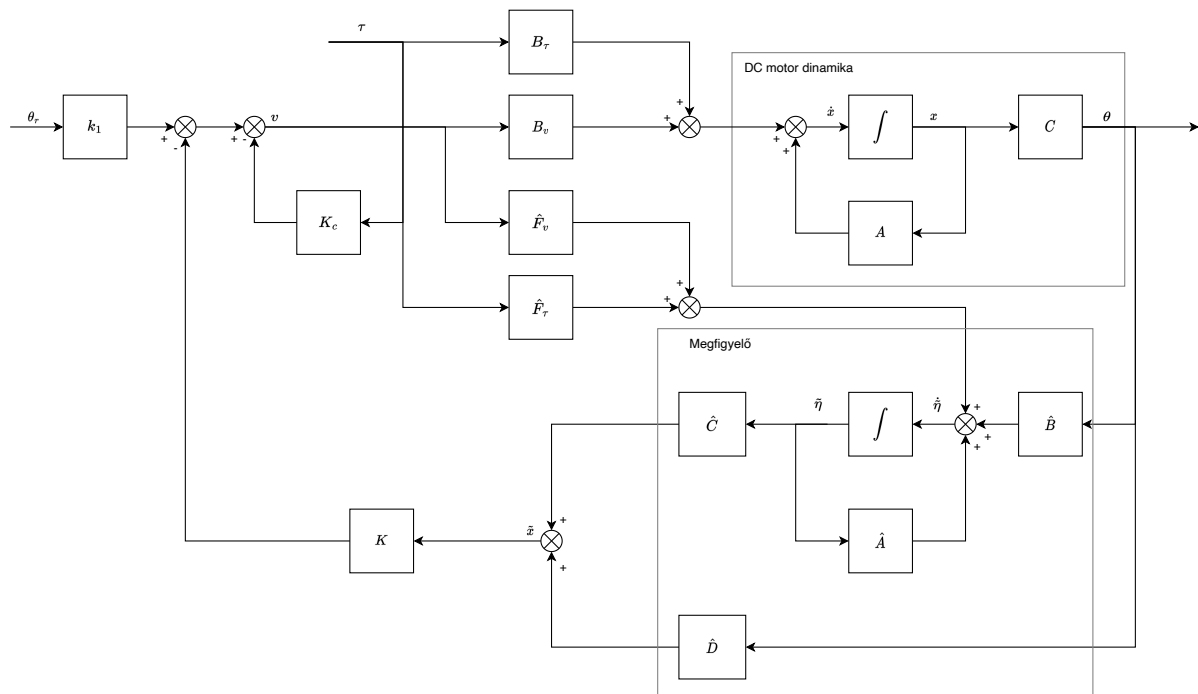




## 7. Szabályozó modellezése

### 7.1. Nyomaték kompenzáció

A modell két bemenete közül csak a feszültségre van hatással a szabályozó. A külső nyomaték környezeti hatásokból ered. Az impedancia modell mindkét bemenetre adott válasz alakját előírja, így a környezet hatását a feszültség megváltoztatásával kell kompenzálni. A kompenzáció a külső nyomaték direkt vagy indirekt visszacsatolásával érhető el. Direkt mérés esetén a külső nyomaték értékét egy szenzor adja meg, mely dinamikája jelen vizsgálat során elhanyagolható. Az állapotmegfigyelővel és kompenzációval ellátott rendszer teljes blokkdiagramját az 7.1-es ábra mutatja. A



7.1. ábra. Impedancia szabályozó közvetlen nyomaték méréssel

teljes rendszer dinamikája az (3.6)-es állapotter modell és az (??)-es állapotmegfigyelő

összekapcsolásával írható le, a következő visszacsatolási összefüggéssel

$$V = -\mathbf{K}\tilde{\mathbf{x}} - K_c\tau + k_1\theta_r, \quad (7.1)$$

ahol  $\mathbf{K}$  az állapot visszacsatolási mátrix,  $K_c$  a nyomaték kompenzációs együttható,  $k_1$  a az állapot visszacsatolási mátrix első eleme és  $\theta_r$  az előírt szögelfordulás. Behelyettesítve (3.6)-ba

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_V[-\mathbf{K}\tilde{\mathbf{x}} - K_c\tau + k_1\theta_r] + \mathbf{B}_\tau\tau, \quad (7.2)$$

ahol a bemeneti mátrix  $\mathbf{B}$  oszlopai elkülönítve  $\mathbf{B}_V$  és  $\mathbf{B}_\tau$  paraméterként jelennek meg. Bevezetve a valós és becsült állapot közötti hibát, mint

$$\mathbf{e} = \mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}, \quad (7.3)$$

(7.2) a következő alakra hozható

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}_V\mathbf{K})\mathbf{x} + \mathbf{B}_V\mathbf{K}\mathbf{e} + (\mathbf{B}_\tau - \mathbf{B}_VK_c)\tau + \mathbf{B}_Vk_1\theta_r, \quad (7.4)$$

a becsült állapot kiküszöbölésével. A valós és becsült állapot közötti eltérés dinamikája pedig (7.3) felhasználásával

$$\dot{\mathbf{x}}_b = \mathbf{A}_{b\theta}x_\theta + \mathbf{A}_{bb}\mathbf{x}_b + \mathbf{B}_{bB}V + \mathbf{B}_{b\tau}\tau, \quad (7.5)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_b = (\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e\mathbf{A}_{\theta b})\tilde{\mathbf{x}}_b + \mathbf{A}_{b\theta}x_\theta + \mathbf{K}_e\mathbf{A}_{\theta b}\mathbf{x}_b + \mathbf{B}_{bB}V + \mathbf{B}_{b\tau}\tau, \quad (7.6)$$

melyeket kivonva egymásból

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e\mathbf{A}_{\theta b})\mathbf{e}. \quad (7.7)$$

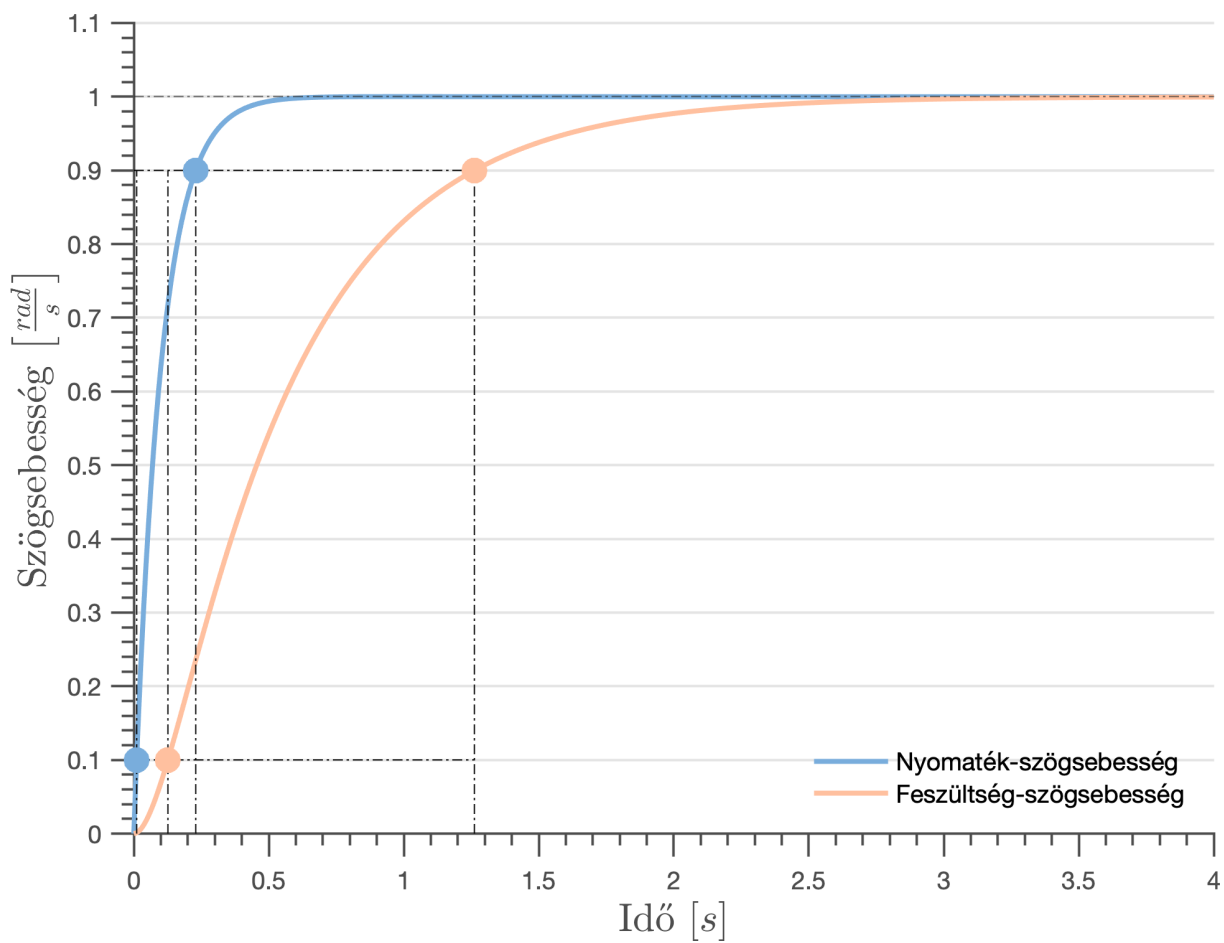
A rendszer dinamikája blokk mátrix alakban

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}_V\mathbf{K} & \mathbf{B}_V\mathbf{K} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e\mathbf{A}_{\theta b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_\tau - \mathbf{B}_VK_c & \mathbf{B}_Vk_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau \\ \theta_r \end{bmatrix}. \quad (7.8)$$

Indirekt nyomaték visszacsatolás kontextusában, a rendszer szöggyorsulásának mérése alapján, az 7.2-es ábra mutatja a teljes blokkdiagramot. Ekkor egy becsült nyomaték érték kerül visszacsatolásra, melyeket

$$\tilde{\tau} = J\ddot{\theta}_s - \mathbf{C}_{\theta}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} \quad (7.9)$$





7.3. ábra. Külső nyomatékra és feszültségre adott válasz összehasonlítása,  $J = 0.01 \text{ [kg} \cdot \text{m}^2]$ ,  $K_m = 0.01 \text{ [kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}]$ ,  $B_m = 0.1 \text{ [kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}]$ ,  $L = 0.5 \text{ [H]}$ ,  $R = 1 \text{ [}\Omega\text{]}$

7.1. táblázat. Physical parameters of the laboratory rig

	Symbol and parameter name	Value
$m$	pendulum mass (metal)	0.191 kg
$J_p$	pendulum mass moment (metal)	$5.73 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$
$J_a$	mass moment wrt. rotor axis (metal)	$3.027 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$
$m$	pendulum mass (plastic)	0.134 kg
$J_p$	pendulum mass moment (plastic)	$4.02 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$
$l$	pendulum half-length	0.15 m
$r$	arm radius	0.094 m
$\tilde{b}_1$	arm combined damping coeff.	1.148 Nms
$b_2$	pendulum damping coeff.	0.039 Nms
$C$	pendulum dry friction param.	0.011 Nm
$N$	motor constant	1.045 Nm/V
$g$	gravitational acceleration,	$9.81 \text{ m/s}^2$
$n_{gb}$	gearbox ratio	8523/265
$\lambda_1$	1 <sup>st</sup> eigenvalue of system matrix <b>A</b>	$4.39 \text{ s}^{-1}$
$\lambda_2$	2 <sup>nd</sup> eigenvalue of system matrix <b>A</b>	$-11.09 \text{ s}^{-1}$
$\lambda_3$	3 <sup>rd</sup> eigenvalue of system matrix <b>A</b>	$-656.7 \text{ s}^{-1}$



## 8. Stabilitásvizsgálat időkéséssel

---

### 8.1. Vizsgálati módszerek összehasonlítása

A rúd differenciálegyenlete

$$\ddot{\phi}(t) - \frac{6g}{l}\phi(t) + \frac{6D}{ml}\dot{\phi}(t - \tau) + \frac{6P}{ml}\phi(t - \tau) = 0 \quad (8.1)$$

A differenciálegyenlet Laplace transzformáltja

$$s^2\phi(s) - s\phi_0 - \dot{\phi}_0 - \frac{6g}{l}\phi(s) + \frac{6D}{ml}(se^{-s\tau}\phi(s) - \phi_{-\tau}) + \frac{6P}{ml}e^{-s\tau}\phi(s) = 0 \quad (8.2)$$

Kifejezve  $\phi(s)$ -t

$$\phi(s) = \frac{s\phi_0 + \dot{\phi}_0 + \frac{6D}{ml}\phi_{-\tau}}{s^2 + \frac{6D}{ml}se^{-s\tau} + \frac{6P}{ml}e^{-s\tau} - \frac{6g}{l}} \quad (8.3)$$

A végérték frekvenciatartománybeli reprezentációban

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \phi(s) = \frac{\dot{\phi}_0 + \frac{6D}{ml}\phi_{-\tau}}{\frac{6P}{ml} - \frac{6g}{l}} \quad (8.4)$$

Az időkésést Taylor-sorral közelítve

$$\phi(t - \tau) = \phi(t-) - \frac{1}{1!}\dot{\phi}(t)\tau + \frac{1}{2!}\ddot{\phi}(t)\tau^2 - \frac{1}{3!}\ddot{\phi}(t)\tau^3 + \dots \quad (8.5)$$

különböző rendű közelítésekkel

### 8.2. Stabilitás folytonos időben

### 8.3. Stabilitás diszkrét időben





## 9. Kísérleti eredmények

---



## 10. Összegzés

---



## 11. Következtetések

---



FÜGGELÉK





# A. Measurement dataset

---

A.1. táblázat. Dataset for the equilibrium position measurement.

$U_{\text{in}}$	$\dot{\varphi}$	$\theta$	$U_{\text{in}}$	$\dot{\varphi}$	$\theta$
1.3	0	3.1415926536	1.3	0	3.1415926536
1.4	4.3	3.1415926536	1.4	-4.3	3.1415926536
1.5	4.7	3.1415926536	1.5	-4.7	3.1415926536
1.6	5.2	3.1415926536	1.6	-5.2	3.1415926536
1.7	5.67	3.1415926536	1.7	-5.67	3.1415926536
1.8	6.34	3.1415926536	1.8	-6.34	3.1415926536
1.9	6.61	3.1415926536	1.9	-6.61	3.1415926536
2	7.22	3.1415926536	2	-7.22	3.1415926536
2.1	7.72	3.1415926536	2.1	-7.72	3.1415926536
2.2	8.02	3.1415926536	2.2	-8.02	3.1415926536
2.3	8.5	3.8746309394	2.3	-8.3366666667	3.1415926536
2.4	9.0033333333	3.9677151662	2.4	-8.78	2.3561944902
2.5	9.5366666667	4.0666171571	2.5	-9.26	2.2514747351
2.6	9.9666666667	4.1306125631	2.6	-9.7	2.1758438008
2.7	10.4366666667	4.2120612615	2.7	-10.2	2.1060306307
2.8	10.7833333333	4.264421139	2.8	-10.63	2.0594885174
2.9	11.3933333333	4.3284165449	2.9	-11.1333333333	1.9605865264
3	11.84	4.3516876016	3	-11.55	1.9198621772
2.9	11.41	4.3225987808	2.9	-11.1033333333	1.9722220548
2.8	11.0133333333	4.2818744316	2.8	-10.6433333333	2.0653062815
2.7	10.5233333333	4.2353323182	2.7	-10.2633333333	2.1060306307
2.6	10.0566666667	4.1655191481	2.6	-9.7733333333	2.1700260366
2.5	9.5933333333	4.1015237422	2.5	-9.31	2.21656815
2.4	9.1266666667	4.0666171571	2.4	-8.8633333333	2.2514747351
2.3	8.55	3.9735329304	2.3	-8.4566666667	2.3329234335
2.2	8.2	3.8571776469	2.2	-7.9366666667	2.4609142453
2.1	7.71	3.7466401276	2.1	-7.5366666667	2.5539984721



## B. Poster

---



# Abstract

---



# Irodalom

---

- [1] Hogan, N. „Impedance control of industrial robots”. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 1.1 (1984), 97–113. old. ISSN: 0736-5845.  
DOI: [10.1016/0736-5845\(84\)90084-X](https://doi.org/10.1016/0736-5845(84)90084-X).
- [2] Hogan, N. „Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part I—Theory”. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 107.1 (1985. márc.), 1–7. old. ISSN: 0022-0434. DOI: [10.1115/1.3140702](https://doi.org/10.1115/1.3140702).
- [3] Hogan, N. „Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part II—Implementation”. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 107.1 (1985. márc.), 8–16. old. ISSN: 0022-0434. DOI: [10.1115/1.3140713](https://doi.org/10.1115/1.3140713).
- [4] Hogan, N. „Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part III—Applications”. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 107.1 (1985. márc.), 17–24. old. ISSN: 0022-0434. DOI: [10.1115/1.3140701](https://doi.org/10.1115/1.3140701).
- [5] Kovács, L. L. és Stépán, G. „Dynamics of Digital Force Control Applied in Rehabilitation Robotics”. *Meccanica* 38.2 (2003), 213–226. old. ISSN: 1572-9648.  
DOI: [10.1023/A:1022846419289](https://doi.org/10.1023/A:1022846419289).
- [6] Stépán, G. *Retarded dynamical systems: stability and characteristic functions*. Longman Scientific & Technical, 1989. ISBN: 9780582039322.
- [7] Stépán, G. „Vibrations of machines subjected to digital force control”. *International Journal of Solids and Structures* 38.10 (2001), 2149–2159. old.  
DOI: [10.1016/S0020-7683\(00\)00158-X](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(00)00158-X).