

Soós Tamás
Szakdolgozat

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM

GÉPÉSZMÉRNÖKI KAR

GÉPGYÁRTÁSTUDOMÁNY ÉS -TECHNOLÓGIA TANSZÉK



SZAKDOLGOZAT



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Gépész Mérnöki Kar
Gépgyártástudomány és -technológia Tanszék
Szakdolgozat

DIGITÁLIS ADMITTANCIA SZABÁLYOZÓ STABILITÁSÁNAK VIZSGÁLATA

Soós Tamás

Konzulens:
Vizi Máté Benjámin

Témavezető:
Tóth András

Budapest, 2023.12.13.

Nyilatkozatok

Köszönetnyilvánítás

Szeretném megköszönni a konzulensemnek, Vizi Máténak a számtalan konzultációt. Köszönöm Tóth András tanár úrnak a szakmai észrevételeit és a bizalmát. Végül nagyon köszönöm a páromnak a rengeteg támogatást a félév során.

Kivonat

A REHAROB egy egészségügyi robot, mely többek között a sztrók okozta mozgásszervi zavar rehabilitációjában alkalmazható. ~~Az eddigi tesztek során a robot többször került közel instabil állapotba. A stabilitásvesztés könnyen a pácienset is veszélyeztető szituációt idézhet elő.~~ Minden digitálisan szabályozott rendszerhez hasonlóan a REHAROB rendszerben is felmerülhetnek a digitális mintavételezésből adódó jelenségek mint például a digitális mintavételezési időkésésből eredő rezgések melyek a szabályozó stabilitásvesztéséhez vezethet. Egy esetleges stabilitásvesztés pedig könnyen a pácienset is veszélyeztető szituációt idézhet elő.

Ebben a dolgozatban a robot kézmoduljának egy egyszerűsített egy dimenziós modelljére készült egy admittancia szabályozó. A szabályozó pozíció és nyomaték bemenettel dolgozik, és egy virtuális másodrendű tömeg-rugó-csillapítás mozgását képes emulálni. A dolgozat az időkésés stabilitásra gyakorolt hatását tárgyalja mind folytonos, mind pedig diszkrét időben.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
2. Fizikai modell	5
2.1. Egyenáramú motor dinamikája	5
2.2. Egyenáramú motor stabilitása	8
2.3. Megfigyelhetőség	9
2.4. Irányíthatóság	10
3. Szabályozó modellezése	11
3.1. Állapotmegfigyelő	11
3.2. Pozíció szabályozás	12
3.3. Nyomaték kompenzáció	15
4. Stabilitásvizsgálat időkésessel	27
4.1. Stabilitás folytonos időben	27
4.2. Stabilitás diszkrét időben	32
5. Kísérlet	39
5.1. Mérési összeállítás	39
5.2. Paraméter identifikáció	42
5.3. Eredmények	48
6. Összegzés	53
7. Jövőbeli munka	55
FÜGGELÉK	59
A. A PWM frekvencia hatása DC motor vezérlésénél	61
B. Adatlapok	65

Ábrák jegyzéke

1.1.	A kéz rehabilitációjánál alkalmazott robotok típusai	1
1.2.	A REHAROB rehabilitációs robot kézmodulja	2
2.1.	Az egyenáramú motor áramköri diagramja	5
2.2.	Az egyenáramú motor szabadtest ábrája	6
3.1.	Az impedanciamodell és a szabályozó összehasonlítása pozíció egységugrás bemenetre	14
3.2.	Az impedanciamodell és a szabályozó összehasonlítása külső nyomaték egységugrás bemenetre	15
3.3.	Impedancia szabályozó közvetlen nyomaték méréssel	16
3.4.	Impedancia szabályozó szöggyorsulás méréssel	17
3.5.	Az impedanciamodell és a kompenzált szabályozó összehasonlítása pozíció egységugrás bemenetre	19
3.6.	Az impedanciamodell és a kompenzált szabályozó összehasonlítása külső nyomaték egységugrás bemenetre	20
3.7.	Az előírható tehetetlenség és a független pólus közötti összefüggés	23
3.8.	Az impedanciamodell és a kalibrált szabályozó összehasonlítása pozíció egységugrás bemenetre	24
3.9.	Az impedanciamodell és a kalibrált szabályozó összehasonlítása külső nyomaték egységugrás bemenetre	24
4.1.	Reprezentatív ábra az időkésés hatásáról folytonos időben	28
4.2.	Időkésessel kiegészített egyszerűsített blokk diagram	29
4.3.	Folytonos idejű stabilitástérkép	31
4.4.	Reprezentatív ábra az időkésés hatásáról diszkrét időben	32
4.5.	Az időkésés periodikus függvénye	33
4.6.	Diszkrét idejű stabilitástérkép	36
4.7.	Diszkrét idejű stabilitástérkép	37
4.8.	Diszkrét idejű stabilitástérkép	38

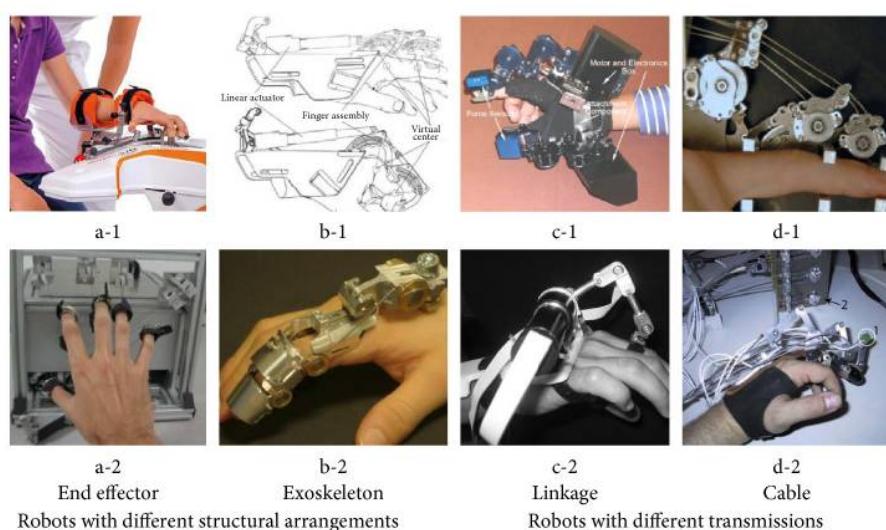
5.1. Mérési összeállítás	40
5.2. Szabályozó szoftveres implementációjának egyszerűsített vázlata	41
5.3. A szabályozó kommunikációs protokollja	41
5.4. Felfüggesztett terhelés tehetetlenségi nyomaték méréshez	43
5.5. Motor driver lineáritás vizsgálata	45
5.6. Motor végsebesség és kapocsfeszültség közötti kapcsolat	46
5.7. Egységugrás válasz $\theta_r = \pi/3$ referencia szögállásra, 5 ms időkéséssel és 95%-os toleranciasávval	48
5.8. Stabilitástérkép 10ms időkéséssel	49
5.9. Stabilitástérkép 5ms időkéséssel	50
5.10. Stabilitástérkép 2.5ms időkéséssel	50
5.11. Mért beállási idők összehasonlítása a modellel 5ms késéssel	51
A.1. A motor állandósult sebessége és a kitöltési tényező viszonya 20 kHz-es PWM jellel	61
A.2. A motor állandósult sebessége és a kitöltési tényező viszonya modellekkel kiegészítve, 20 kHz-es PWM jellel	64
B.1. Motor adatlap	66
B.2. Hajtómű adatlap	67
B.3. Enkóder adatlap	68

Táblázatok jegyzéke

3.1. Pozíció referencia bemenetre adott egységugrás jelnél alkalmazott paraméterek	14
3.2. A kompenzált szabályozónál alkalmazott paraméterek	18
3.3. A kalibrált szabályozónál alkalmazott paraméterek	23
4.1. A folytonos idejű stabilitásvizsgálatnál alkalmazott paraméterek	31
4.2. A diszkrét idejű stabilitásvizsgálatnál alkalmazott paraméterek	36
5.1. További mérési eszközök	42
5.2. Ellenállás mérés adatok	42
5.3. Terhelés lengési idő mérési adatok	44
5.4. Terhelés tehetetlenségi nyomaték számítás adatok	44
5.5. Vezérlő jel és kapocsfeszültség mérések	45
5.6. Motor végsebesség és kapocsfeszültség mérések	47

1. Bevezetés

A sztrók évente közel 30 000 (Bereczki és tsai., 2023) embert érint ma Magyarországon. A betegség szövődményei között gyakori a beszéd-, látás-, vagy mozgászavar, de akár teljes bénulást is okozhat. Az egészségügyi robotok alkalmazása a rehabilitáció során elősegítheti a hatékonyabb gyógyulást (Chang és tsai., 2013). A kéz rehabilitációjának optimalizálása különösen fontos, hiszen alapvető szerepe van a minden nap feladatak elvégzésében. A kézfej méretéből és ízületeinek számából adódóan sajátos kihívásokkal kell megbirkózni egy rehabilitációs robot megtervezésénél. Az irodalomban megjelenő megoldások főbb típusai közül szemléltet párat az 1.1. ábra. Két fő kategóriát lehet megkülönböztetni a robot és a felhasználó fizikai kapcsolatát tekintve. Vannak teljesen különálló egységek és olyan megoldások, melyeket a felhasználó visel. Az ujjakat lehet külön-külön vagy csoportokban mozgatni. A meghajtás lehet elektromos, pneumatikus vagy hidraulikus, de akár piezoelektronikus vagy alak emlékező fémötvözeten alapuló is. A elektromos meghajtás igen elterjedt, mert széles választék áll rendelkezésre különféle motorokból, valamint kedvező az ára és igen megbízható. Az erőátvitel lehet közvetlen, gyakran azonban közvetítő elem (csuklók, kábelek) segítségével történik. A páciens



1.1. ábra. A kéz rehabilitációjánál alkalmazott robotok típusai (forrás: Yue és tsai., 2017)

1. BEVEZETÉS

aktív részvételle jobb eredményeket mutat a passzív, erőkifejtés nélküli mozgatással szemben (Remsik és tsai., 2016), ezért elengedhetetlen a páciens mozgási szándékáról valamilyen visszajelzés közvetítése a robot felé. Ezután a robot a pácienssel összhangban hajthatja végre a gyakorlatot.

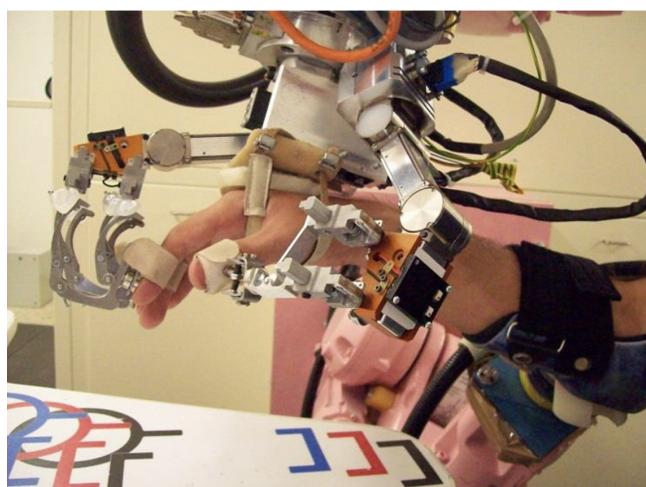
A szenzorokat tekintve vannak megoldások melyek a mozgásállapotot mérik (erő, nyomaték, elmozdulás) (Bauer és tsai., 2021), de megjelennek bioelektromos jeleket mérő szenzorok is (Satakogiou és tsai., 2004).

A hardveren túl a szabályozó típusa szerint is csoportosíthatók a különböző megoldások. Vannak erőszabályozáson alapuló rendszerek (Kovács László L. és tsai., 2003), de leggyakoribbak a hibrid erő és pozíció szabályozáson alapuló egységek (Hua és tsai., 2019; Xie és tsai., 2021), azonban vannak például fuzzy szabályozáson alapuló architektúrák is (Hu és tsai., 2023).

A hibrid erő és pozíció szabályozásnak számos előnye van a tisztán pozíció vagy erő visszacsatolással szemben (Hogan, 1984, 1985a,b,c; Kovács László L. és tsai., 2003; Stépán Gábor, 2001). Ez a szabályozó típus kifejezetten jól alkalmazható ember-robot interakciót igénylő feladatoknál, mint amilyen a rehabilitáció is. A szabályozó referencia jele nem csupán az elérni kívánt pozíció vagy kifejtett nyomaték, hanem a mozgásállapot és a kifejtett nyomaték közötti összefüggés. Ezt az összefüggést egy tömeg-rugó-csillapítás modell adja meg a továbbiakban, mely a következő alakban írható fel:

$$M_e \ddot{\theta} + B_e \dot{\theta} + K_e(\theta - \theta_r) = \tau_e . \quad (1.1)$$

A modell három paraméterrel rendelkezik, M_e a rendszer előírt tehetsége, B_e a viszkózus csillapítása, és K_e a rugóállandója. θ_r és τ_e az elérni kívánt pozíció és a rendszerre ható külső nyomaték.



1.2. ábra. A REHAROB rehabilitációs robot kézmodulja

Ez a dolgozat elsősorban az Országos Mozgásszervi Intézetben megépített REHAROB 3.0 rehabilitációs robot kézmoduljában alkalmazott robotujj hatékonyságának javításához kíván hozzájárulni. A robot kézmodulja az 1.2. ábrán látható. A REHAROB 3.0 rehabilitációs robot működhet passzív vagy aktív üzemmódban. Passzív üzemmódban előre felvett mozgáspályákon halad végig, míg aktív üzemmódban előre beprogramozott hétköznapi feladatok kivitelezésében asszisztálja a pácienset. A kézmodul közvetlen hajtással rendelkezik. A mutatóujj, a középső ujj és a gyűrűs ujj együtt, míg a hüvelyujj külön mozgatható. A kisujj nem vesz részt a mozgatásban. Cserélhető ortézisek teszik lehetővé, hogy különböző kéz mérettel rendelkező páciensek is használhassák a berendezést.

A dolgozat a robotujj egyszerűsített egy szabadsági fokú modelljére alkalmazott admittancia szabályozó stabilitását vizsgálja. A digitális rendszerek stabilitására nagy hatással lehet az időkésés (Stépán Gábor, 1989, 2001), így a stabilitásvizsgálat során fő szempont lesz ennek a hatásnak az elemzése.

DOLGOZAT FELÉPÍTÉSÉRŐL BEKEZDÉS:

MÁSODIK FEJEZETBEN... .

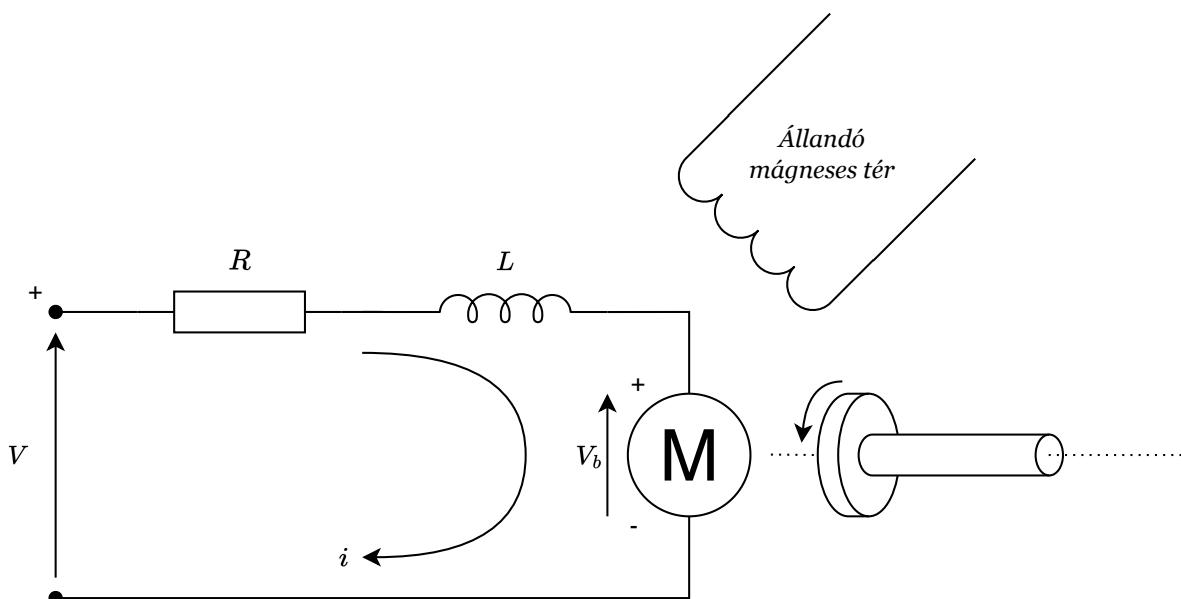
HARMADIK FEJEZET MIRŐL SZÓL...

2. Fizikai modell

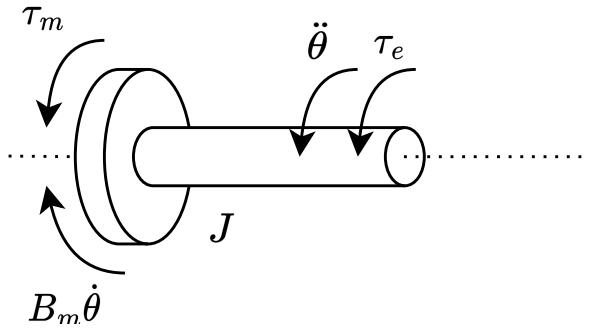
Ebben a fejezetben a robotujj **egyetlen EZT HOGY ÉRTED? 1DOF MODELLT CSINÁLKUNK AZ RENDBEN, DE A ROBOTUJJBAN 5 MOTOR VAN** motorjának fizikai modellje kerül bevezetésre. A kapott dinamikai leírás lehetővé teszi az időkéséssel kiegészített stabilitásvizsgálatot.

2.1. Egyenáramú motor dinamikája

A robot motorjának modelljét a 2.1. ábra szemlélteti. A felhasznált motor feltételezetten állandó gerjesztésű. Kifejtett nyomatéka a Biot–Savart-törvény szerint arányos a forgórészen átfolyó árammal. A forgórészben indukált feszültség pedig arányos annak szögsebességével.



2.1. ábra. Az egyenáramú motor áramköri diagramja



2.2. ábra. Az egyenáramú motor szabadtest ábrája

A Lenz-törvény alapján

$$\begin{aligned}\tau_m &= K_\tau i, \\ V_b &= K_e \dot{\theta},\end{aligned}\tag{2.1}$$

ahol K_τ a nyomatékállandó, K_e a sebesség-feszültség állandó, τ_m a kifejtett nyomaték, i a rotor árama, V_b a rotorban indukált feszültség és $\dot{\theta}$ a rotor szögsebessége.

Az energiamegmaradás törvénye alapján a két konstans értéke SI mértékegységben kifejezve megegyezik:

$$K_m \stackrel{\text{def}}{=} K_\tau = K_e,\tag{2.2}$$

így a következőkben K_m paraméterként jelennek meg.

A forgórész áramkörére Kirchhoff I. törvénye alapján felírható

$$V - Ri - L \frac{di}{dt} - K_m \dot{\theta} = 0,\tag{2.3}$$

ahol R a forgórész tekercsének ellenállása, L a tekercs induktivitása, K_m a motorállandó, V a motor feszültsége, i a motoráram és θ a szögfordulás.

A forgórészt merev testnek tekintve, annak mozgáságyenlete a dinamika alaptétele és a 2.2. számú szabadtest-ábra alapján a következő alakban írható fel:

$$J \ddot{\theta} + B_m \dot{\theta} = \tau_m + \tau_e,\tag{2.4}$$

ahol J a forgórész tehetetlensége, B_m a viszkózus csillapítási együttható, K_m a motorállandó, θ a szögfordulás, i a motoráram, τ_m a motor által kifejtett nyomaték és τ_e a forgórészre ható külső nyomaték. A (2.3) és (2.4) egyenletek egyértelműen leírják a rendszer időtartománybeli viselkedését.

A további vizsgálathoz kedvezőbb a differenciálegyenleteket állapottér modellként

felírni. Az állapottér modell általánosan (Kálmán Rudolf Emil, 1963)

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}\end{aligned}\quad (2.5)$$

alakban írható fel. Legyen

$$\mathbf{x} := [\theta \ \dot{\theta} \ i]^\top \quad (2.6)$$

az állapotvektor, emellett

$$\mathbf{u} := [\tau_e \ V]^\top \quad (2.7)$$

a bemeneti vektor és $y := \theta$ a kimenet.

A (2.3) és a (2.4) egyenleteket átrendezve az **A** állapot-átmeneti mátrixEZT NEM RENDSZERMÁTRIXNAK HÍVJUK?, a **B** bemeneti mátrix, a **C** kimeneti mátrix és a **D** segédmátrix az

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B_m}{J} & \frac{K_m}{J} \\ 0 & -\frac{K_m}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D} &= \mathbf{0}\end{aligned}\quad (2.8)$$

alakban származtatható.

A későbbiekben ismertetett kísérleti összeállítás paraméterei nem teszik lehetővé a forgórész áramának modellezését, ehhez bővebb indoklás az 5. fejezetben található. Az induktivitással kiegészített modell mellett mindig megjelenik az induktivitás nélküli modell, ahol szükséges. Az egyszerűsített állapottér modell állapotvektora $\mathbf{x} = [\theta \ \dot{\theta}]^\top$, az **u** bemeneti vektora változatlan (lásd (2.7)), **A**, **B**, **C** és **D** mátrixa pedig

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B_m R + K_m^2}{J R} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J} & \frac{K_m}{J R} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D} &= \mathbf{0}.\end{aligned}\quad (2.9)$$

Az állapottér modellt felhasználva a frekvenciatartománybeli vizsgálatokhoz felírhatók a rendszer szög-nyomaték és szög-feszültség átviteli függvényei, ezek általános alakja az alábbi:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}, \quad (2.10)$$

ahol \mathbf{I} az identitás mátrix.

Behelyettesítve (2.8) paramétereit (2.10) alapján a karakterisztikus polinom a

$$p(s) = s \left(J L s^2 + (B_m L + J R) s + K_m^2 + B_m R \right) \quad (2.11)$$

alakban adódik. Az átviteli függvények pedig ez alapján

$$\begin{aligned} \frac{\theta(s)}{\tau_e(s)} &= \frac{Ls + R}{p(s)}, \\ \frac{\theta(s)}{V(s)} &= \frac{K_m}{p(s)}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Az induktivitás elhanyagolása esetén az előzőekhez hasonlóan származtatható a karakterisztikus polinom:

$$p(s) = s \left(J R s + K_m^2 + B_m R \right), \quad (2.13)$$

valamint az átviteli függvények szintén egyszerűsödnek:

$$\begin{aligned} \frac{\theta(s)}{\tau_e(s)} &= \frac{R}{p(s)}, \\ \frac{\theta(s)}{V(s)} &= \frac{K_m}{p(s)}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

2.2. Egyenáramú motor stabilitása

A motormodell stabilitási tulajdonságai a (2.13) egyenletben szereplő karakterisztikus polinom segítségével meghatározhatók. A karakterisztikus polinom egyik zérusa az origóban helyezkedik el. Ebből következik, hogy a rendszer egységugrás bemenetre korlátlanul nagy szögelfordulással válaszol. Ez utóbbi a jelen alkalmazásban nem elfogadható. Ha a szabályozókör visszacsatoló ága megszakad, a motor a megengedhető mozgástartományon kívülre fordulhat. A biztonságos működéshez szükséges például egy végálláskacsolót beépíteni, mely segítségével a motor mozgása a szabályozástól függetlenül is az előírt tartományon belülre korlátozható.

2.3. Megfigyelhetőség

A felhasznált szenzorok számának minimalizálása érdekében a lehető legkevesebb belső állapot közvetlen mérése a cél. A továbbiakban egyedül a szögelfordulás áll elő közvetlen mérésből. A szabályozó teljes állapotvisszacsatolásra épül, így a kimenet mérésével minden további belső állapot megfigyelhető kell legyen. A (2.5) és (2.8) egyenletek alapján a kimeneti megfigyelhetőség feltétele, hogy a

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

mátrix legyen maximális rangú. A feltételben szereplő mátrixot a motorparaméterekkel kifejezve a (2.8) egyenlet alapján:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B_m}{J} & \frac{K_m}{J} \end{bmatrix}, \quad (2.16)$$

mely redukált lépcsős alakra hozható:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Ez valóban maximális rangú, tehát a rendszer minden állapota megfigyelhető a szögelfordulás méréséből.

Az induktivitást elhanyagolva a megfigyelhetőség feltétele még egyszerűbb alakkal rendelkezik, a megfigyelhetőségi mátrix ekkor:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Behelyettesítve az egyszerűsített modell (2.9) paramétereit ez a megfigyelhetőségi mátrix azonnal redukált lépcsős alakban adódik:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

Ezáltal a rendszer minden állapota megfigyelhető ebben az esetben is.

2.4. Irányíthatóság

A szabályozó akkor tudja követni a számára előírt impedanciamodellt, ha megfelelő bemeneti feszültség alkalmazásával eljuttatható az előírt állapotba (Kálmán Rudolf Emil és tsai., 1963).

A rendszer pólusai áthelyezhetők kell legyenek az impedanciamodell pólusaiba, ehhez pedig a rendszer teljesen állapot irányítható kell legyen. A (2.5) egyenlet állapottér modellje alapján a teljes állapot irányíthatóság feltétele, hogy a

$$\left[\begin{array}{c|cc} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} \end{array} \right] \quad (2.20)$$

irányíthatósági mátrix maximális rangú legyen. Felhasználva a (2.8) kifejezés paramétereit a (2.15) EZ ITT TUTI NEM JÓ EGYENLET HIVATKOZÁS feltételben szereplő mátrix

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{K_m}{JL} \\ 0 & \frac{K_m}{JL} & -\frac{K_m(B_m L + JR)}{J^2 L^2} \\ \frac{1}{L} & -\frac{R}{L^2} & -\frac{K_m^2 L + JR^2}{JL^3} \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

alakba írható át HOGYAN JÖHET KI EZ 3x3-ASRA, ENNEK NEM 3x6-NAK KÉNE LENNIE?. Továbbá ez a mátrix redukált lépcsős alakban

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

mely mátrix rangja megegyezik sorainak számával, így az teljes állapot irányíthatóság feltétele teljesül.

Az induktivitást elhanyagolva az irányíthatósági feltételben megjelenő mátrix

$$\left[\begin{array}{c|cc} \mathbf{B} & \mathbf{AB} \end{array} \right]. \quad (2.23)$$

Az egyszerűsített modell paramétereit behelyettesítve a

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

irányíthatósági mátrixot kapjuk. Ez láthatóan megfelel a feltételnek, tehát az induktivitást elhanyagoló modell is teljes állapot irányítható.

3. Szabályozó modellezése

Az ebben fejezetben levezetett állapotmegfigyelő és a szögelfordulás közvetlen mérése együtt a rendszer teljes állapotvektorát elérhetővé teszi. A rendszer pólusai a 2.4. fejezetben vizsgált irányíthatósági feltétel teljesülése miatt szabadon áthelyezhetők. Az impedanciamodell által előírt dinamikai összefüggés részben teljes állapotvisszacsatolással érhető el, azonban a nyomatékválasz külön figyelmet igényel.

3.1. Állapotmegfigyelő

Ahogy a jelen alkalmazásban is, sokszor nem áll rendelkezésre az állapotvisszacsatoláshoz szükséges összes belső állapotot közvetlen mérésből. Ilyenkor egy állapotmegfigyelő adhat becslést az ismeretlen állapotokra (Kálmán Rudolf Emil, 1960; Ogata, 2001). Elküldönítve a mért és a becsült állapotokat (2.5) felírható:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{x}_b \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{aa} & | & A_{ab} \\ \hline A_{ba} & | & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_a \\ \hline B_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_e \\ V \end{bmatrix}, \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & | & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.1)$$

alakban, ahol $x_a = \theta$ a mért szögelfordulás és $\mathbf{x}_b = [\dot{\theta} \ i]^T$ jelöli a becsült állapotokat. A továbbiakban jelölje \tilde{x} a becsült állapotok megfigyelő által számított értékeit. Legyen

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}} &= \mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}, \\ \hat{\mathbf{B}} &= \hat{\mathbf{A}} \mathbf{K}_e + \mathbf{A}_{ba} - \mathbf{K}_e A_{aa}, \\ \hat{\mathbf{F}} &= \mathbf{B}_b - \mathbf{K}_e B_a, \end{aligned} \quad (3.2)$$

ahol $\hat{\mathbf{A}}$ a megfigyelő belső állapotának (továbbiakban $\tilde{\eta}$) dinamikáját adja meg, $\hat{\mathbf{B}}$ és $\hat{\mathbf{F}}$ a mért illetve a becsült állapotok bemeneti mátrixai és \mathbf{K}_e a megfigyelő hibájának a visszacsatoló mátrixa. A megfigyelő belső állapota és a becsült állapotváltozók közötti

összefüggés ekkor

$$\begin{aligned}\eta &= \mathbf{x}_b - \mathbf{K}_e y, \\ \tilde{\eta} &= \tilde{\mathbf{x}}_b - \mathbf{K}_e y\end{aligned}\quad (3.3)$$

alakban adható meg. A megfigyelő belső állapotának dinamikája

$$\dot{\tilde{\eta}} = \hat{\mathbf{A}}\tilde{\eta} + \hat{\mathbf{B}}y + \hat{\mathbf{F}}u. \quad (3.4)$$

Végül (3.1) kimeneti egyenletének átalakításával a rendszer becsült állapotvektora

$$\tilde{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{C}}\tilde{\eta} + \hat{\mathbf{D}}y, \quad (3.5)$$

ahol

$$\hat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{I}_{n-1} \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{D}} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{K}_e \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Ez a teljes állapotvektor, így tartalmazza a mért szögelfordulást is.

3.2. Pozíció szabályozás

Az előírt modell két független bemenettel rendelkezik. Jelen esetben a szögelfordulásra és a külső nyomatékra előírt válasz viszont csak az amplitúdójukban térnek el. Ezt kihasználva először kizárolag a szögelfordulás referencia jelére előírt válasz alapján kerülnek áthelyezésre a pólusok. Teljes állapotvisszacsatolás esetén a motorra kapcsolt feszültség

$$V = K_r \theta_r - \mathbf{K} \tilde{\mathbf{x}} \quad (3.7)$$

összefüggéssel adható meg, ahol \mathbf{K} az állapotvisszacsatolási mátrix, K_r a referencia jel erősítési tényezője és θ_r az előírt szögfordulás. A (3.7) egyenlet felhasználásával a (2.5) egyenletben szereplő állapottér modell belső állapotának dinamikája

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_V [K_r \theta_r - \mathbf{K} \tilde{\mathbf{x}}] + \mathbf{B}_\tau \tau_e \quad (3.8)$$

alakra írható át. A \mathbf{B} mátrix oszlopai elkülönítve \mathbf{B}_V és \mathbf{B}_τ paraméterekként jelennek meg. Legyen a továbbiakban a motor becsült állapotai és a megfigyelő által számított

állapotok közötti hiba:

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_b - \tilde{\mathbf{x}}_b . \quad (3.9)$$

A (3.8) egyenlet a megfigyelő által számított állapotok vektorának kiküszöbölésével

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}_V \mathbf{K}) \mathbf{x} + \mathbf{B}_V \mathbf{K}_b \mathbf{e} + \mathbf{B}_\tau \tau + \mathbf{B}_V K_r \theta_r \quad (3.10)$$

alakra hozható. A valós és becsült állapot közötti hiba dinamikája (3.1) felhasználásával

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_b &= \mathbf{A}_{ba} x_a + \mathbf{A}_{bb} \mathbf{x}_b + \mathbf{B}_{Vb} V + \mathbf{B}_{\tau b} \tau_e , \\ \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_b &= (\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}) \tilde{\mathbf{x}}_b + \mathbf{A}_{ba} x_a + \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab} \mathbf{x}_b + \mathbf{B}_{Vb} V . \end{aligned} \quad (3.11)$$

Melyeket kivonva egymásból

$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}) \mathbf{e} + \mathbf{B}_{\tau b} \tau_e . \quad (3.12)$$

A rendszer dinamikája blokk mátrix alakban

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}_V \mathbf{K} & \mathbf{B}_V \mathbf{K}_b \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_\tau & \mathbf{B}_V K_r \\ \mathbf{B}_{\tau b} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_e \\ \theta_r \end{bmatrix} . \quad (3.13)$$

A referencia jel erősítési tényezője a teljes rendszer átviteli függvénye alapján a végérték tételelhető meg. A rendszer válaszának végértéke (3.13) szerint egységugrás bemenetre:

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \theta(s) = \lim_{s \rightarrow 0} -\frac{K_m K_r M_e}{JL(p-s)(M_e s^2 + B_e s + K_e)} \frac{s}{s} = -\frac{K_m K_r M_e}{JL p K_e} , \quad (3.14)$$

ahol p a megfigyelő pólusa, feltételezve, hogy az összesen kettő darab szabadon választható pólus értéke ugyanaz, és ez az érték valós. Az erősítési tényező ez alapján:

$$K_r = -\frac{JL p K_e}{K_m M_e} . \quad (3.15)$$

A megfigyelő belső hibájának (\mathbf{e}) megváltozása nem csak a pillanatnyi belső hibától függ. Még ha a $\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}$ mátrix sajátértékei minden negatív valós résszel is rendelkeznek, a megfigyelő belső hibája akkor sem tart feltétlenül nullához külső nyomaték jelenlétében. Amennyiben a $\mathbf{A} - \mathbf{B}_V \mathbf{K}$ mátrix sajátértékei minden negatív valós résszel rendelkeznek, a teljes rendszer exponenciálisan stabil, de a külső nyomatékre adott válasz végértéke eltér az impedanciamodell által előírt értéktől. Ez a szabályozó még nem felel meg az alkalmazás előírásainak. A rendszer válasza a pozíció referencia bemenetre adott

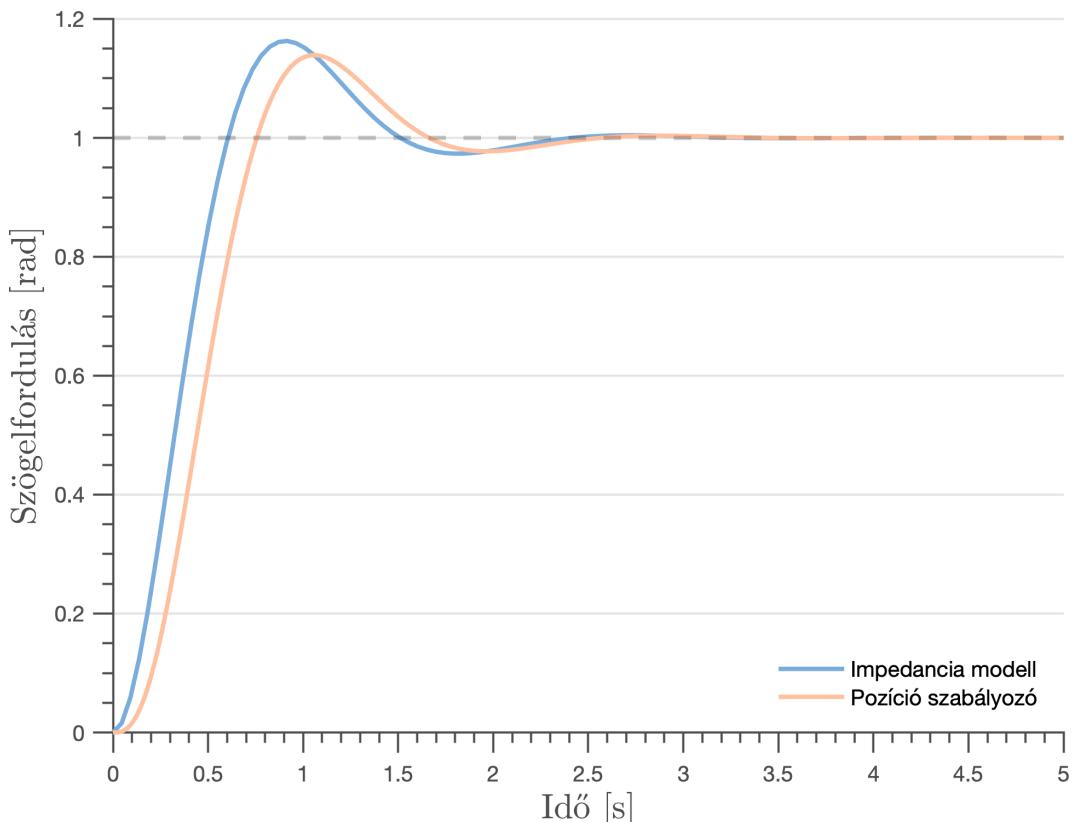
3. SZABÁLYOZÓ MODELLEZÉSE

egységugrás jelre a 3.1. ábrán látható. Az alkalmazott paramétereket az 3.1. táblázat tartalmazza.

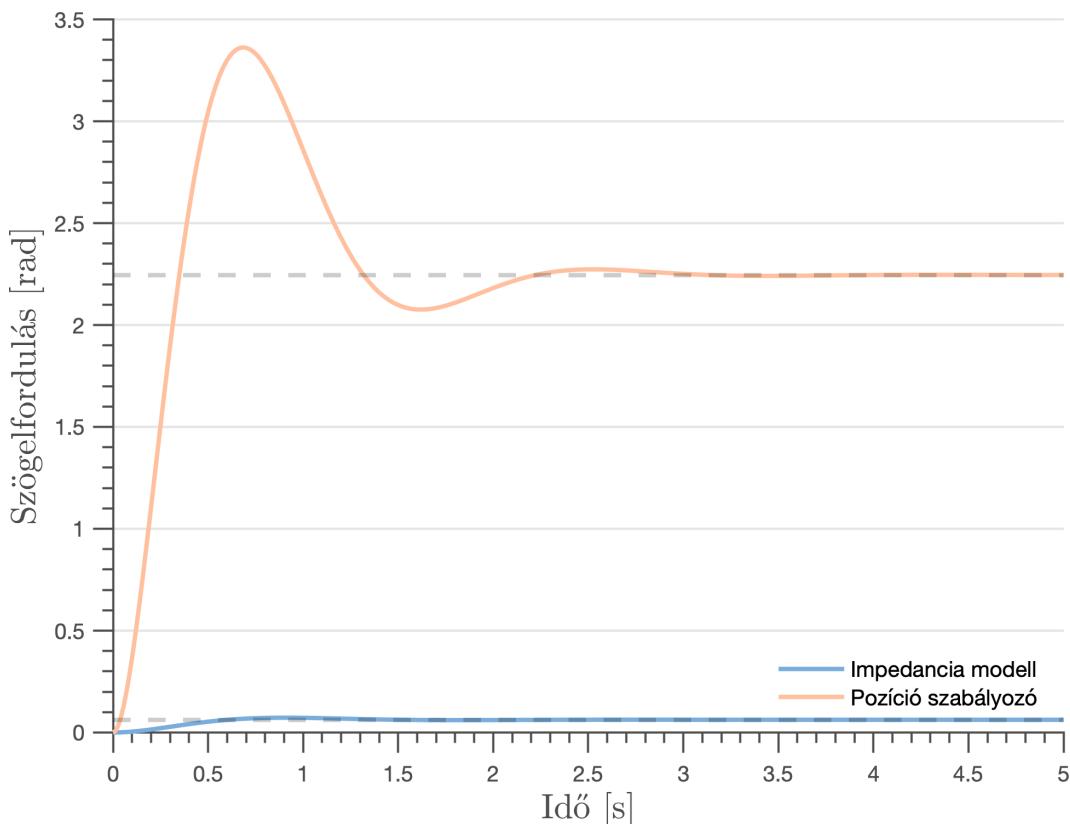
3.1. táblázat. Pozíció referencia bemenetre adott egységugrás jelnél alkalmazott paraméterek

Szimbólum és paraméter név	Érték
M_e Előírt tehetetlenség	$1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
B_e Előírt viszkózus csillapítás	$4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
K_e Előírt rugóállandó	$16 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
J Motor tehetetlensége	$0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
K_m Motor nyomatékállandója	$0.01 \text{ Nm} \cdot \text{A}^{-1}$
B_m Motormodell viszkózus csillapítása	$0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
L Motor induktivitása	0.2 H
R Motor ellenállása	1Ω

Az áthelyezett pólusok $P = [-2.00 - 3.46i \quad -2.00 + 3.46i \quad -8.00]$ és a megfigyelő pólusai $P_o = [-8.00 \quad -8.00]$. Az első két áthelyezett pólust az impedanciamodell határozza meg.



3.1. ábra. Az impedanciamodell és a szabályozó összehasonlítása pozíció egységugrás bemenetre



3.2. ábra. Az impedanciamodell és a szabályozó összehasonlítása külső nyomaték egységugrás bemenetre

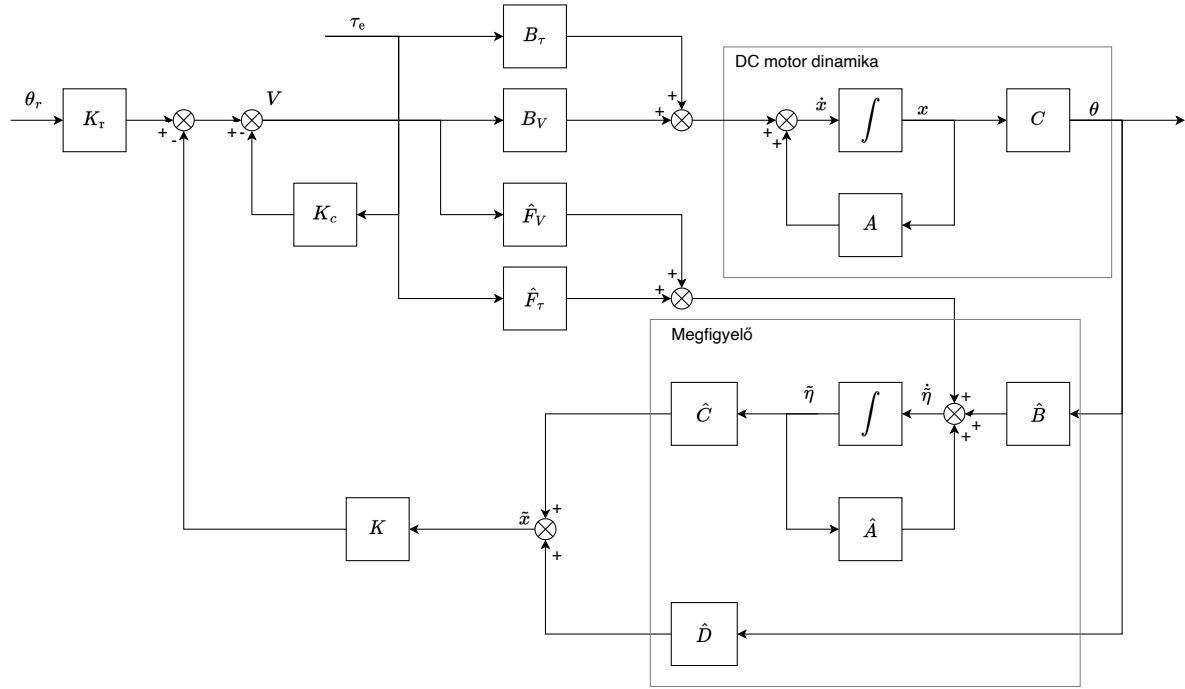
A többi pólus meghatározásához szükséges feltételek vizsgálata a nyomatékválasz korrigálása után következik. A pólusok alapján a visszacsatolási mátrixok az Ackermann formulával lettek meghatározva.

3.3. Nyomaték kompenzáció

A rendszer válasza a külső nyomaték bemenetre adott egységugrás jelre a 3.2. ábrán látható. Az alkalmazott paraméterek a 3.1. táblázatban szerepelnek. A végérték nem egyezik meg az impedanciamodell által előírt értékkel, így további módosításokra van szükség. A modell két bemenete közül csak a feszültségre van hatással a szabályozó, így a környezet által kifejtett külső nyomaték hatását is a feszültség megváltoztatásával kell kompenzálni. A kompenzáció többek között a külső nyomaték direkt vagy indirekt visszacsatolásával érhető el. Direkt mérés esetén a külső nyomaték értékét egy szenzor adja meg. A további vizsgálatok során feltételezett, hogy a szenzor dinamikája elhanyagolhatónak tekinthető. Az állapotmegfigyelővel és kompenzációval ellátott rendszer teljes blokkdiagramját a 3.3. ábra mutatja.

A kompenzált rendszernél alkalmazott visszacsatolási összefüggés a (3.7) egyenlethez

3. SZABÁLYOZÓ MODELLEZÉSE



3.3. ábra. Impedancia szabályozó közvetlen nyomaték méréssel

hasonló, azonban megjelenik a mért külső nyomaték:

$$V = K_r \theta_r - K_c \tau_e - \mathbf{K} \tilde{x}, \quad (3.16)$$

ahol \mathbf{K} az állapot visszacsatolási mátrix, K_c a nyomaték kompenzációs együttható, K_r a bemeneti erősítési tényezője és θ_r az előírt szögelfordulás. A pozíció szabályozónál alkalmazott levezetéshez hasonlóan meghatározható a módosított rendszer teljes dinamikája. A visszacsatolási összefüggést behelyettesítve az (2.5). egyenletbe:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_V [-\mathbf{K}\tilde{x} - K_c\tau + K_r\theta_r] + \mathbf{B}_\tau\tau, \quad (3.17)$$

mely a becsült és a valódi állapotok közötti hibával kifejezve

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}_V \mathbf{K}) \mathbf{x} + \mathbf{B}_V \mathbf{K} \mathbf{e} + (\mathbf{B}_\tau - \mathbf{B}_V K_c) \tau + \mathbf{B}_V K_r \theta_r \quad (3.18)$$

alakra hozható. A megfigyelő bemenetét kiegészítve a mért külső nyomatékkal:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_b &= \mathbf{A}_{ba}x_a + \mathbf{A}_{bb}x_b + \mathbf{B}_{Vb}V + \mathbf{B}_{\tau b}\tau_e, \\ \dot{\tilde{x}}_b &= (\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}) \tilde{x}_b + \mathbf{A}_{ba}x_a + \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}x_b + \mathbf{B}_{Vb}V + \mathbf{B}_{\tau b}\tau_e, \end{aligned} \quad (3.19)$$

melyeket kivonva egymásból

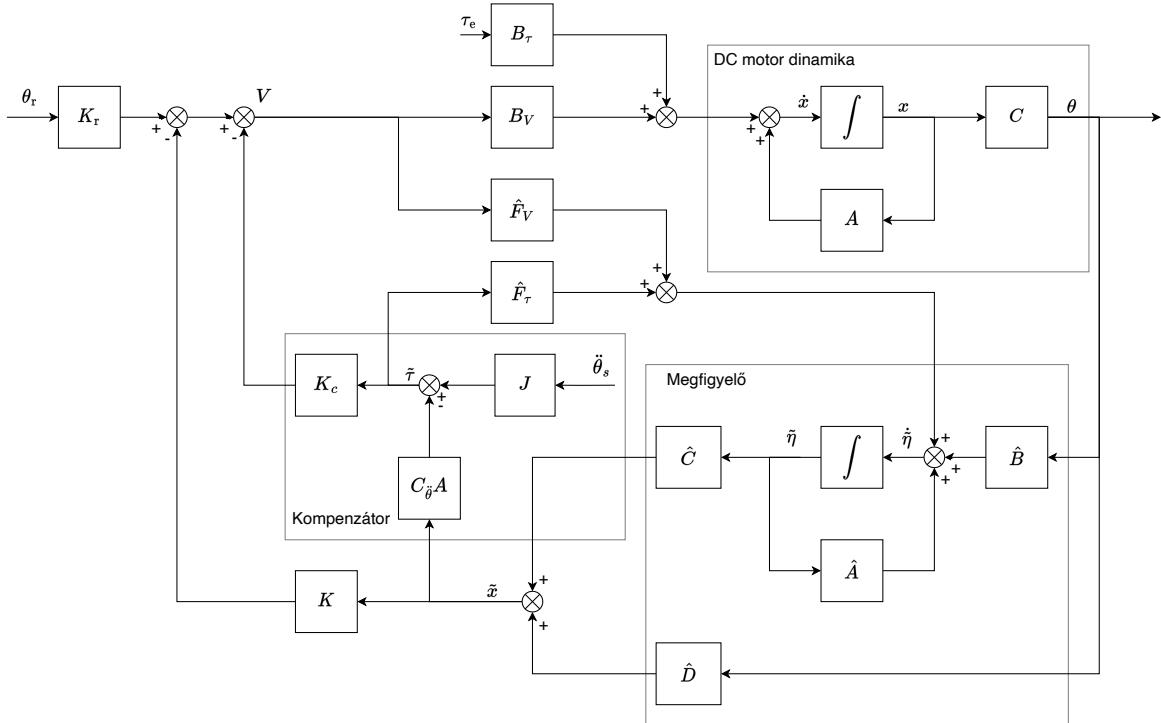
$$\dot{\mathbf{e}} = (\mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}) \mathbf{e}. \quad (3.20)$$

A rendszer dinamikája blokk mátrix alakban

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}_V \mathbf{K} & \mathbf{B}_V \mathbf{K}_b \\ 0 & \mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_\tau - \mathbf{B}_V \mathbf{K}_c & \mathbf{B}_V \mathbf{K}_r \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_e \\ \theta_r \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

A megfigyelő belső hibájának megváltozása már csak a pillanatnyi belső hibától függ. A \mathbf{K}_e mátrixot megfelelően kiválasztva a rendszer belső hibáját tekintve exponenciálisan stabil. Mivel a rendszer teljesen irányítható, a \mathbf{K} visszacsatolási mátrixot megfelelően kiválasztva a teljes rendszer is exponenciálisan stabil. Továbbá a K_c nyomaték kompenzációs paraméter segítségével a nyomatékválasz végértéke is beállítható.

Indirekt nyomaték visszacsatolás kontextusában (a rendszer szöggyorsulásának mérése alapján) a 3.4. ábra mutatja a teljes blokdiagramot. Ekkor egy becsült nyomaték



3.4. ábra. Impedancia szabályozó szöggyorsulás méréssel

érték kerül visszacsatolásra:

$$\tilde{\tau} = J \ddot{\theta}_s - \mathbf{C}_{\ddot{\theta}} \mathbf{A} \tilde{x}, \quad (3.22)$$

ahol $\ddot{\theta}_s$ a forgórész mért szöggyorsulása és $\mathbf{C}_{\ddot{\theta}} = [0 \ 1 \ 0]$, tehát a becsült állapot és

3. SZABÁLYOZÓ MODELLEZÉSE

a mért szöggylorsulás lineáris kombinációjával adható meg. A feszültséggel a becsült nyomatékértékkal:

$$V = K_r \theta_r - K_c \tilde{\tau} - \mathbf{K} \tilde{x}. \quad (3.23)$$

Az előző vezetéshez hasonlóan meghatározható a teljes rendszer dinamikája:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{e}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}_V \mathbf{K} & \mathbf{B}_V (\mathbf{K}_b - \mathbf{C}_{\ddot{\theta}} \mathbf{A}_{*b} K_c) \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{bb} - \mathbf{B}_{tb} \mathbf{C}_{\ddot{\theta}} \mathbf{A}_{*b} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_\tau - \mathbf{B}_V K_c & \mathbf{B}_V K_r \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_e \\ \theta_r \end{bmatrix}. \quad (3.24)$$

A megfigyelő visszacsatolási mátrixának kiválasztása valamelyest módosul, de a megfelelő mátrixokkal a rendszer továbbra is exponenciálisan stabil. Ebben az alkalmazásban direkt mérés alapján kerül meghatározásra a rendszerre ható külső nyomaték, így a továbbiakban a 3.3. ábrán látható modell vizsgálata fog folytatódni.

A kompenzáció csak akkor lehet eredményes, ha a modellezett motor feszültség és külső nyomaték hatására is egyaránt közel azonos sebességgel reagál. Ennek pontos definiálása következik most. A direkt nyomaték méréssel kompenzált modell válasza egységugrás bemenetre a 3.5. és 3.6. ábrán látható. A nyomaték jelre adott válasznál a bemenet 0.1 Nm nagyságú. A felhasznált paramétereket a 3.2 táblázat tartalmazza.

3.2. táblázat. A kompenzált szabályozónál alkalmazott paraméterek

Szimbólum és paraméter név	Érték
M_e Előírt tehetetlenség	$1.00 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
B_e Előírt viszkózus csillapítás	$4.00 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
K_e Előírt rugóállandó	$1.60 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
J_a Rotor tehetetlensége	$1.44 \times 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
J_L Terhelés tehetetlensége	$1.00 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
J Átszámított tehetetlenség	$1.58 \times 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
g Áttételi arány	84.3284
i_f Terhelés nélküli állapot állandósult motorárama	$4.01 \times 10^{-2} \text{ A}$
$\dot{\theta}_f$ Terhelés nélküli állapot állandósult szögsebessége	$7.10 \times 10^2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
B_m Motormodell viszkózus csillapítása	$5.64 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
K_m Motor nyomatékállandója	$0.998 \text{ Nm} \cdot \text{A}^{-1}$
L Motor induktivitása	0.452 H
R Motor ellenállása	10.6 Ω

A pólusok továbbra is a 3.1. táblázat után definitált értékek. Az paraméterek egy valószerű kísérleti összeállítás motorjának paramétereit tartalmazzák. Ez az összeállítás tartalmaz egy fogaskerekes áttételt, így bizonyos paramétereket át kell számítani a terhelési oldalról a motor oldalára. A motor viszkózus csillapítása és tehetetlensége

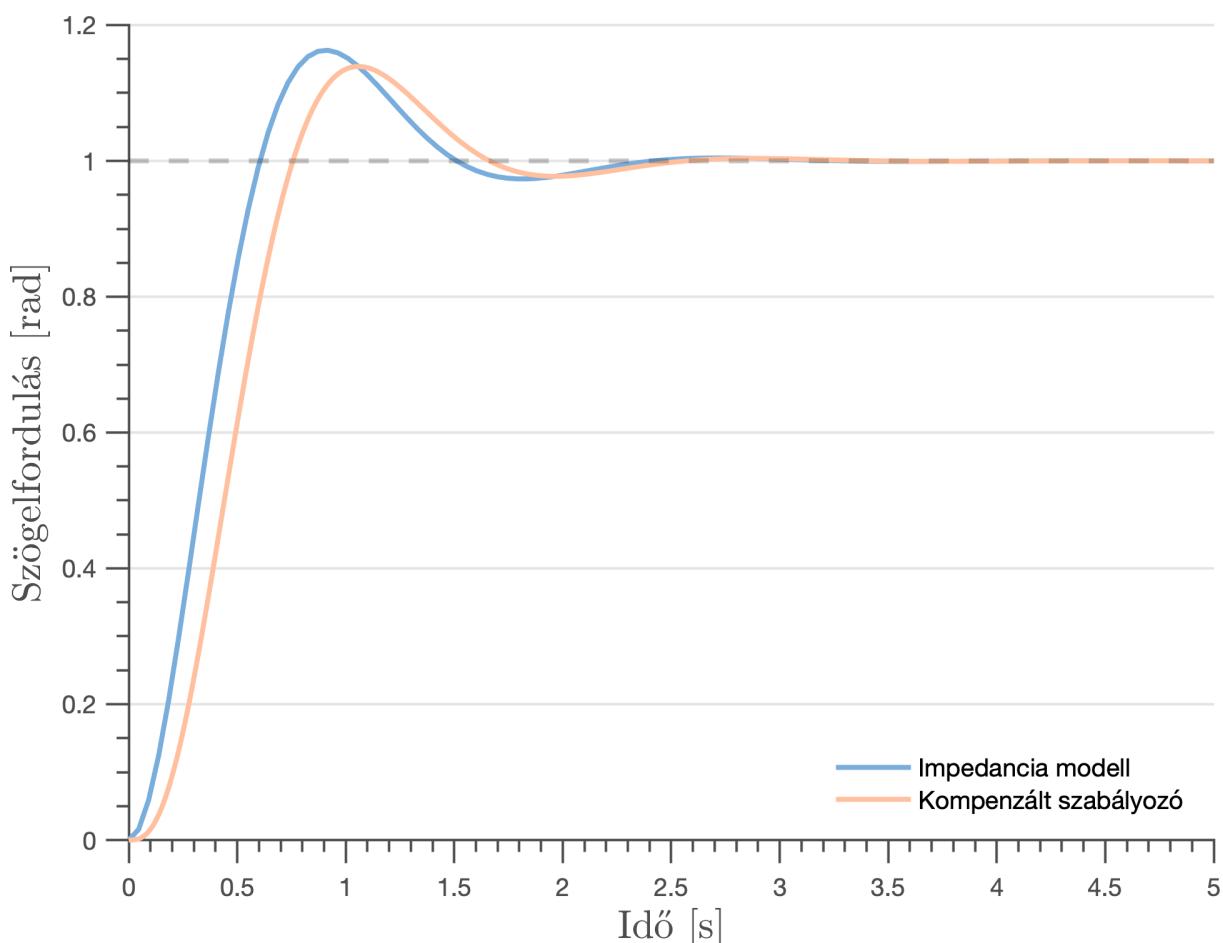
származtatott értékek, melyek

$$\begin{aligned} J &= J_a + \frac{1}{g^2} J_L, \\ B_m &= \frac{K_m i_f}{\dot{\theta}_f}. \end{aligned} \quad (3.25)$$

A nyomaték kompenzációs együttható

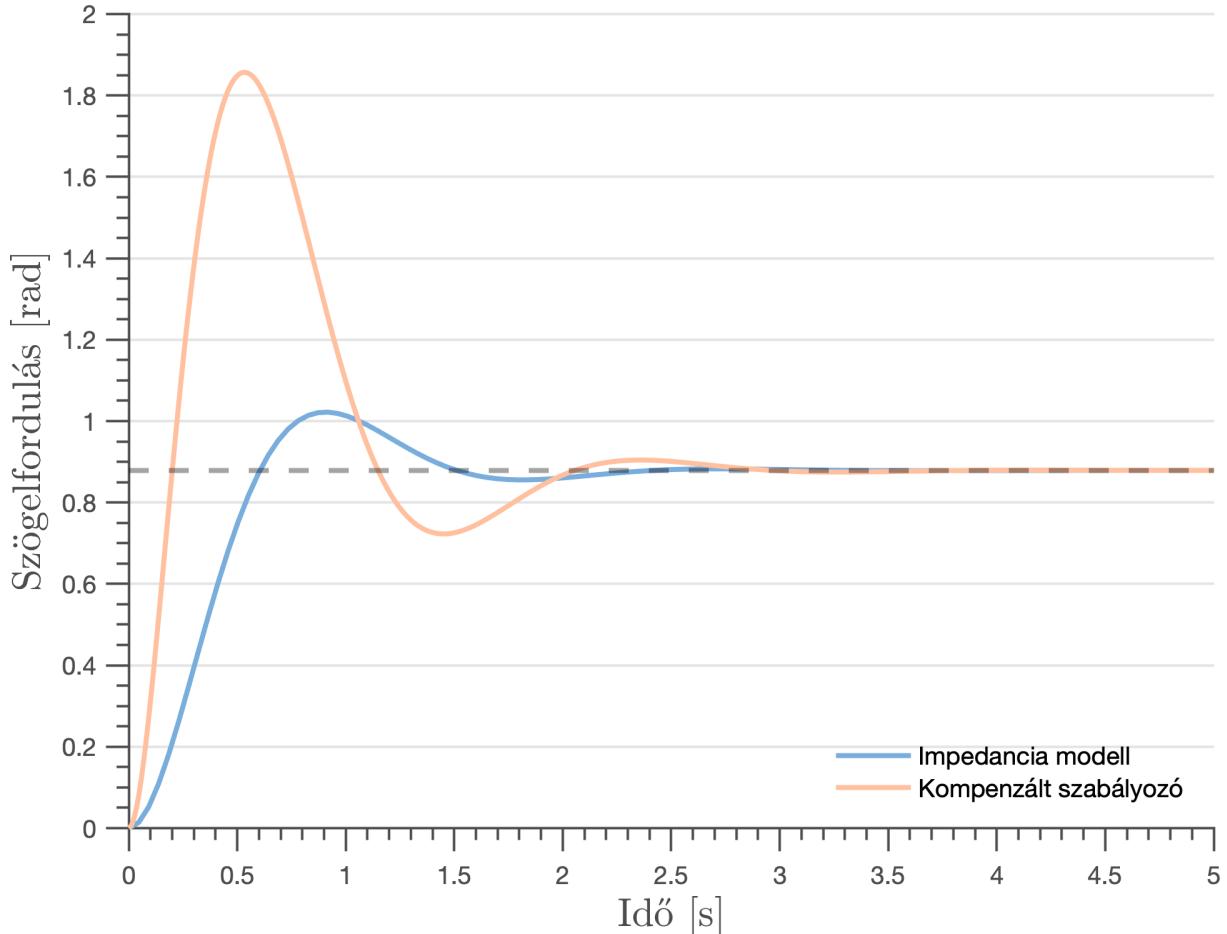
$$K_c = L \frac{-B_m M_e + B_e J - J M_e p + J^2 p}{J K_m M_e} \quad (3.26)$$

összefüggés szerint számolható a végérték tétel alapján a (3.14) egyenlethez hasonlóan. A pozíció referencia jelre adott válasz változatlan, azonban a külső nyomatékre adott válasz végértéke már megegyezik az impedanciamodell által előírt értékkel. A válaszban megfigyelhető túllövés kiküszöböléshez a motor és az impedanciamodell paraméterei, valamint a rendszer válasza közötti kapcsolat további vizsgálata szükséges.



3.5. ábra. Az impedanciamodell és a kompenzált szabályozó összehasonlítása pozíció egységugrás bemenetre

3. SZABÁLYOZÓ MODELLEZÉSE



3.6. ábra. Az impedanciamodell és a kompenzált szabályozó összehasonlítása külső nyomaték egységugrás bemenetre

Először is az impedanciamodell paraméterei minden valós pozitív értékkal kell rendelkezzenek, enélkül a rendszer azonnal instabil lesz. Ez a Routh–Hurwitz kritérium alapján következik az impedanciamodell karakterisztikus egyenletéből. Az áthelyezett pólusok közül az első kettőt az impedanciamodell előírt értékei határozzák meg. A harmadik áthelyezett pólus, illetve a megfigyelő pólusai függetlenek. A független pólusok meghatározásához minden egyik azonos lesz és valós értékű. Ha a pólusok túl közel helyezkednek el az impedanciamodell pólusaihoz, esetleg még a képzetes tengelyhez is közelebb vannak, akkor eltorzítják a választ. Ha túl nagy negatív valós értékkel rendelkeznek, az a szabályozó kimenetének szaturációjához vezet, illetve magát a szabályozót is instabillá teszik. Ennek elkerülése érdekében a lehető legkisebb abszolút értékű negatív valós pólus használata a cél. A rendszer átviteli függvénye a pozíció referencia jelet tekintve (3.15) felhasználásával:

$$\frac{\theta(s)}{\theta_r(s)} = \frac{K_e p}{(p - s)(M_e s^2 + B_e s + K_e)}, \quad (3.27)$$

ahol p a keresett szabadon választható pólus. A pólus hatása közelíthető egy időkéses taggal, mivel

$$e^{-\tau s} = 1 - \tau s + \dots, \quad (3.28)$$

ahol τ az időkésés. Fontos megjegyezni, hogy ez a közelítés csak $p \gg 1$ esetben alkalmazható. Az átviteli függvény a következő késleltetett másodrendű rendszerrel közelíthető:

$$\frac{\theta(s)}{\theta_r(s)} \approx \frac{K_e}{M_e s^2 + B_e s + K_e} e^{\frac{1}{p}s}, \quad (3.29)$$

tehát $\tau = -\frac{1}{p}$ felhasználható a pólus maximumának meghatározásához. A továbbiakban ez az időkésés a rendszer beállási idejének legfeljebb 5%-ára lesz korlátozva. Eszerint a pólus legfeljebb:

$$p_{\max} = -\frac{1}{\frac{4}{\zeta \omega_0} \cdot 0.05} = -\frac{B_e}{8M_e \cdot 0.05} \quad (3.30)$$

lesz. A külső nyomatékre adott válasz időtartománybeli vizsgálata további feltételekhez vezet. Nem minden paraméterkombináció ad elfogadható választ, ahogy a 3.6. ábrán is látszik. A rendszer átviteli függvénye a külső nyomaték jelet tekintve:

$$\frac{\theta(s)}{\tau_e(s)} = \frac{Jp - M_e s}{J(p-s)(M_e s^2 + B_e s + K_e)} = \frac{1 - \frac{M_e}{Jp} s}{(1 - \frac{1}{p}s)(M_e s^2 + B_e s + K_e)}. \quad (3.31)$$

Hasonlóan az előző feltételhez a függvény közelíthető egy késleltetett másodrendű rendszerrel. A válaszban megjelenik a bemenet deriváltja. A derviált tag hatásának korlátozása ad újabb maximumot a független pólusok értékére. A továbbiakban a bemeneti jel deriváltjának együtthatója legalább egy nagyságrenddel kisebb kell legyen egynél. Ebből következik, hogy a pólus értékének maximuma:

$$p_{\max} = -10 \cdot \frac{M_e}{J} \quad (3.32)$$

A két feltétel együtt azt eredményezi, hogy a pólus értéke abszolút értékben a lehető legkisebb, amikor az előírt tehetetlenség és a pólus értékének maximuma:

$$\begin{aligned} M'_e &= 0.5 \cdot \sqrt{JB_e}, \\ p'_{\max} &= -5 \cdot \sqrt{\frac{B_e}{J}}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

3. SZABÁLYOZÓ MODELLEZÉSE

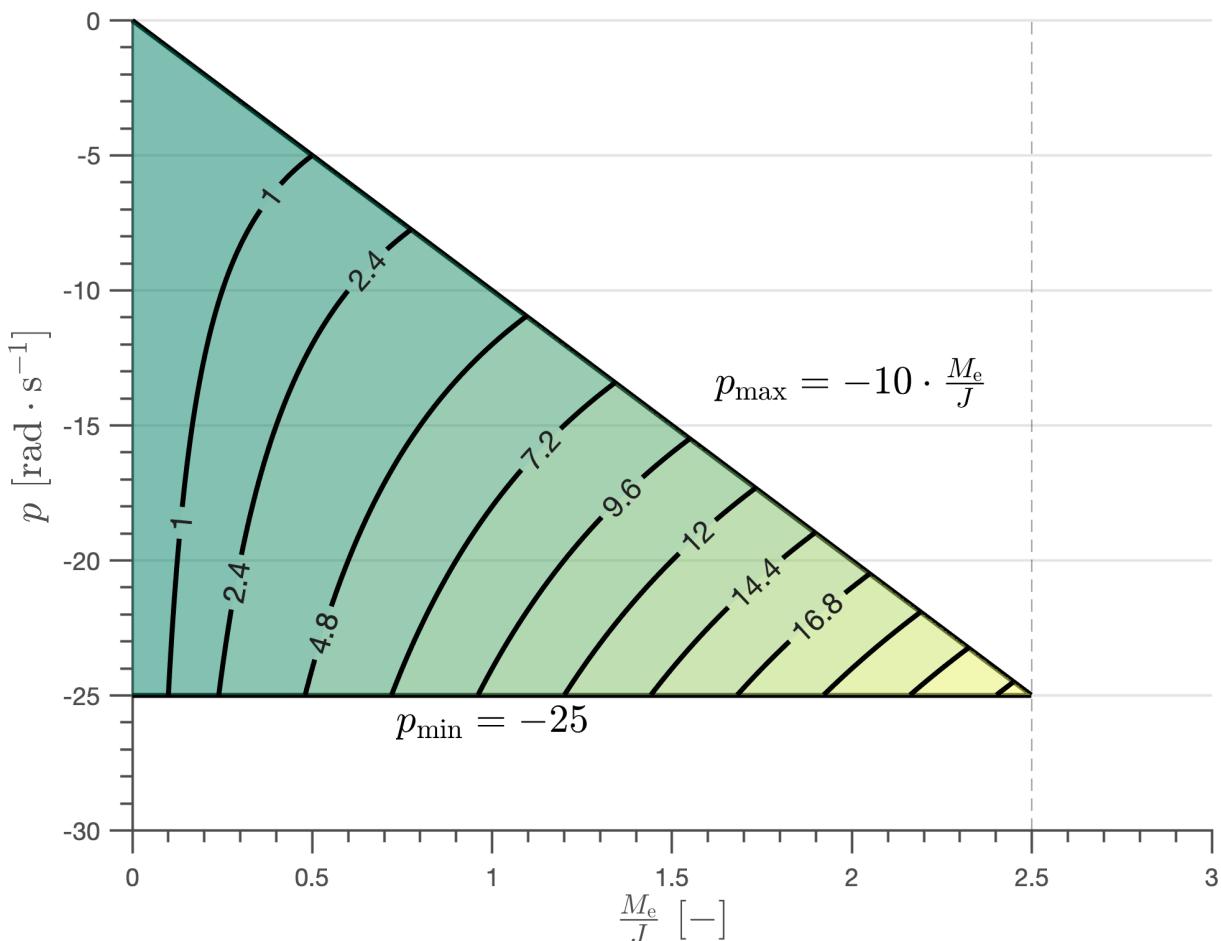
A szaturáció elkerüléséhez szükséges feltételek részletes vizsgálata túlmutat ezen a dolgozaton, azonban feltételezhetően a pólusválasztásnál van egy minimum érték, mely alatt a rendszer nem képes követni az impedanciamodellt. Jelölje p_{\min} ezt a minimumot. Ekkor az előírt tehetetlenség lehetséges értékei a (3.30) és a (3.32) egyenletekben szereplő feltételek szerint egy adott intervallumra korlátozódnak:

$$-\frac{B_e}{8p_{\min} \cdot 0.05} < M_e < -0.1 \cdot Jp_{\min}, \quad (3.34)$$

illetve az előírt viszkózus csillapítási együtthatóra is adódik egy maximális korlát (3.33) alapján:

$$B_{e,\max} = 0.04 \cdot Jp_{\min}^2, \quad (3.35)$$

ami felett nem választható ki olyan pólus, mely a követelményeknek megfelelő választ eredményez. Egy adott p_{\min} minimum pólus értékre és J motor tehetetlenségre ábrázolja a választható tehetetlenség - pólus párokat a 3.7. ábra. A kontúrok konstans normalizált $\frac{B_e}{J}$ előírt viszkózus csillapítási tényezőket jelölnek a (3.30) egyenlet szerint.



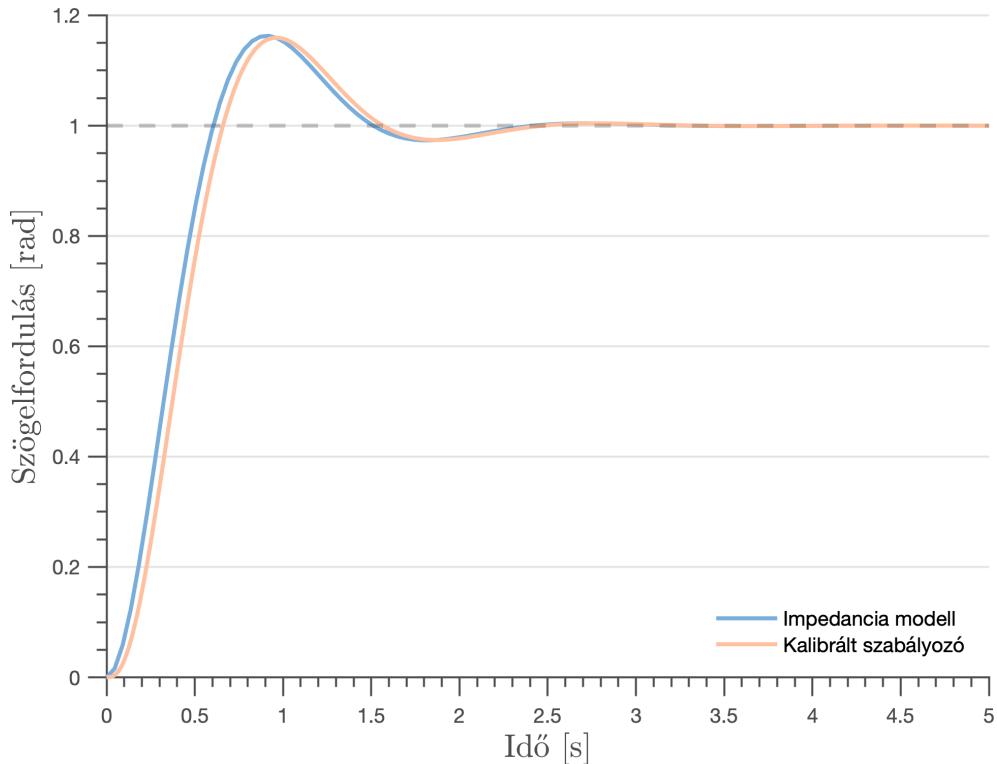
3.7. ábra. Az előírható tehetetlenség és a független pólus közötti összefüggés

Az előző feltételek alapján a pozíció referencia jelre és külső nyomaték hatására is megfelelő válasz kapható. Egy ilyen válasz látható a 3.8. és a 3.9. ábrán. A módosított impedanciamodell paramétereit a 3.3. táblázat tartalmazza. Az összes többi paraméter továbbra is megegyezik a 3.2. táblázatban megtalálható értékekkel.

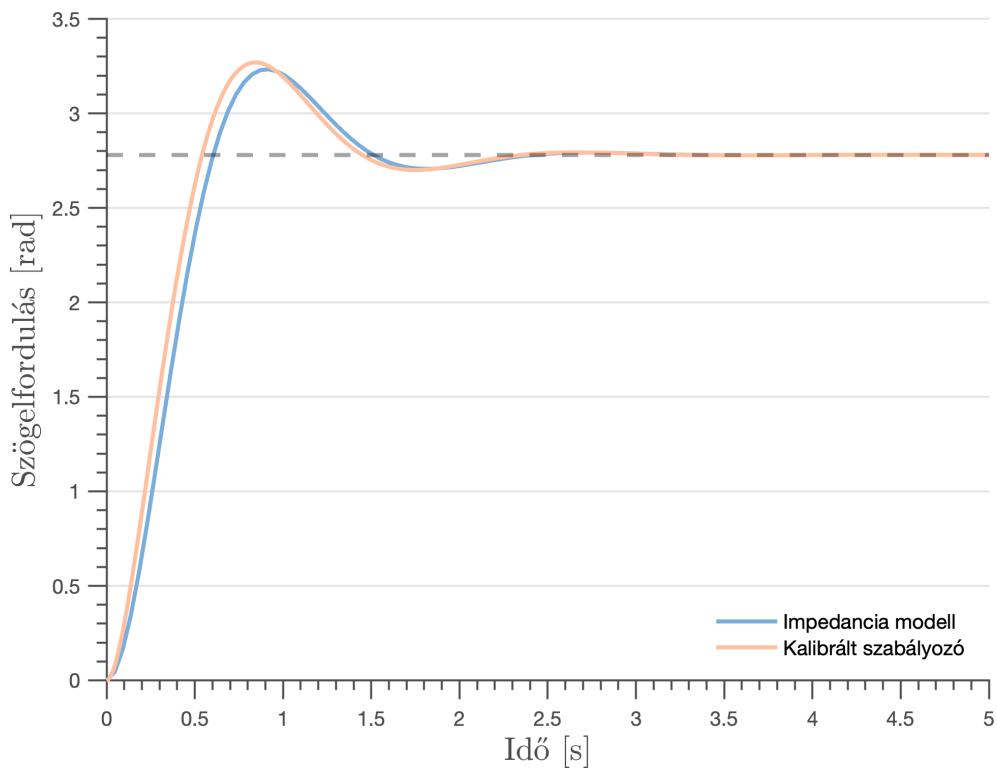
3.3. táblázat. A kalibrált szabályozónál alkalmazott paraméterek

Szimbólum és paraméter név	Érték
M_e Előírt tehetetlenség ($2J$)	$3.16 \times 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
B_e Előírt viszkózus csillapítás ($4M_e$)	$1.26 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
K_e Előírt rugóállandó ($4B_e$)	$5.06 \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
p További pólusok	-20 rad · s ⁻¹
K_c Nyomaték kompenzációs együttható	-160.83 V · N ⁻¹ m ⁻¹

3. SZABÁLYOZÓ MODELLEZÉSE



3.8. ábra. Az impedanciamodell és a kalibrált szabályozó összehasonlítása pozíció egységugrás bemenetre



3.9. ábra. Az impedanciamodell és a kalibrált szabályozó összehasonlítása külső nyomaték egységugrás bemenetre

Az impedanciamodell előírt rugóállandójára az előző elemzés nem ad korlátot, viszont ennek a paraméternek a növelésével növekszik a modell sajátfrekvenciája. Ez mindenkor egyre nagyobb előírt gyorsulással jár, mely a motorra kapcsolt feszültség szaturációjához vezet.

Az áthelyezett pólusok értékeinek függvényében a szabályozó önmagában instabil lehet. Mivel a rendszer szabályozás nélkül instabil, mindenkor szükséges független biztonsági mechanizmus beépítése, így ennek az esetnek az elemzése elmarad.

4. Stabilitásvizsgálat időkésessel

A modell és a motor paramétereiken kívül a rendszer különböző elemeiben megjelenő időkésés is hatással van a stabilitásra. Elegendően nagy időkésés mellett nem csak a mozgásra előírt feltételek sérülnek, hanem teljesen instabillá válhat a rendszer. Az időkésés hatását analitikusan egyszerűbb rendszereknél például a Lambert-féle W-függvény segítségével (Sun Yi, 2007; Yi és tsai., 2012), vagy D-szeparációval lehet vizsgálni. A Lambert-féle W-függvény bonyolultabb rendszereknél nehezen vagy egyáltalán nem alkalmazható (Cepeda-Gomez és tsai., 2015), így a következő fejezetben a D-szeparáció módszere kerül alkalmazásra.

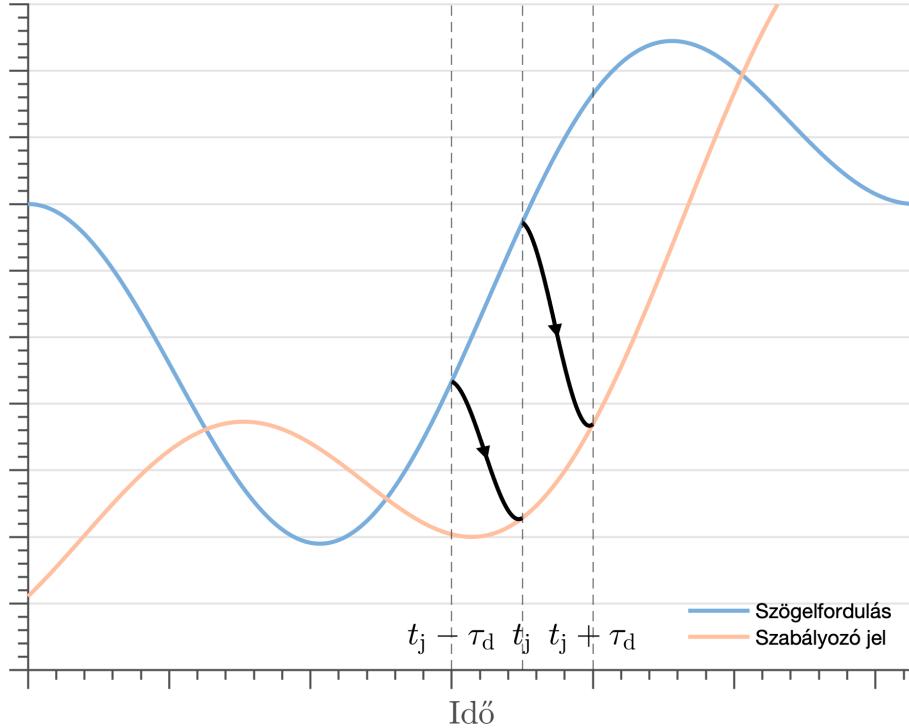
4.1. Stabilitás folytonos időben

Időkésés megjelenhet a rendszer különböző pontjain. A motor kimenetének mérése, az adatáramlás a szabályozó részegységei között és a szabályozó jel kiszámítása minden időt vesznek igénybe. Ezeknek a hatásoknak az összeségét egy konstans átlag időkésés reprezentálja. A továbbiakban ez a paraméter legyen τ_d . A szabályozó jel τ_d időegységgel eltolódva jelenik meg a motor bemenetén, ahogy a 4.1. ábra szemlélteti.

A stabilitásvizsgálat az időkéséssel kiegészített szögelfordulás-referencia jel átviteli függvényből kiindulva végezhető el. Az időkéséssel kiegészített blokk diagram egyszerűsített alakban a 4.2. ábrán látható. A motor átviteli függvényei a (2.14) egyenletekben szerepelnek. A szabályozó dinamikáját az átláthatóság érdekében a következő egyenletek összegzik:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\eta}} &= \hat{\mathbf{A}}\tilde{\eta} + \hat{\mathbf{B}}y + \hat{\mathbf{F}}_V V + \hat{\mathbf{F}}_\tau \tau_e, \\ \tilde{\eta} &= \tilde{\mathbf{x}}_b - \mathbf{K}_e y, \\ V &= K_r \theta_r - K_c \tau_e - \mathbf{K} \tilde{\mathbf{x}},\end{aligned}\tag{4.1}$$

ahol a megfigyelő belső dinamikáját leíró egyenletben megjelenő mátrixok a (3.2)



4.1. ábra. Reprezentatív ábra az időkésés hatásáról folytonos időben

kifejezésekhez hasonlóan:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{A}} &= \mathbf{A}_{bb} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{ab}, \\ \hat{\mathbf{B}} &= \hat{\mathbf{A}} \mathbf{K}_e + \mathbf{A}_{ba} - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{aa}, \\ \hat{\mathbf{F}} &= \mathbf{B}_b - \mathbf{K}_e \mathbf{B}_a.\end{aligned}\quad (4.2)$$

A kimeneti feszültség egyenletében található becsült állapotvektor kifejezhető a megfigyelő belső állapotával és a mért kimenettel:

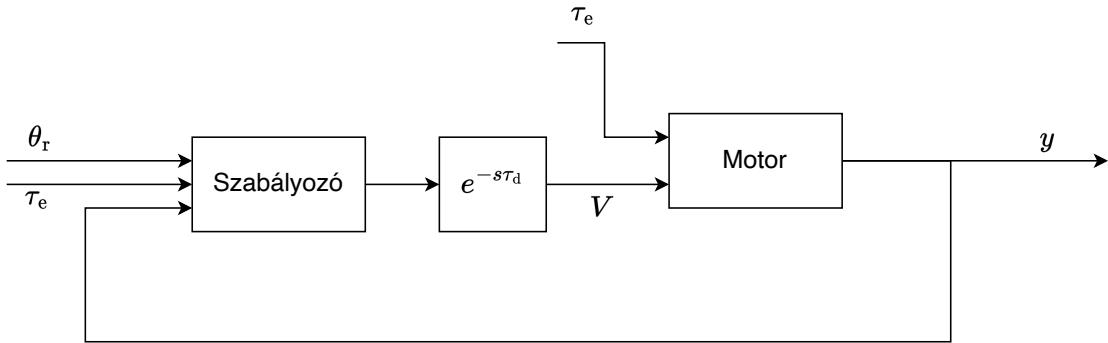
$$V = K_r \theta_r - K_c \tau_e - (K_a + \mathbf{K}_b \mathbf{K}_e) y - \mathbf{K}_b \tilde{\eta}. \quad (4.3)$$

Behelyettesítve a megfigyelő dinamikai egyenletébe:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\eta}} &= \hat{\mathbf{A}} \tilde{\eta} + \hat{\mathbf{B}} y + \hat{\mathbf{F}}_V [K_r \theta_r - K_c \tau_e - (K_a + \mathbf{K}_b \mathbf{K}_e) y - \mathbf{K}_b \tilde{\eta}] + \hat{\mathbf{F}}_\tau \tau_e \\ &= (\hat{\mathbf{A}} - \hat{\mathbf{F}}_V \mathbf{K}_b) \tilde{\eta} + [\hat{\mathbf{B}} - \hat{\mathbf{F}}_V (K_a + \mathbf{K}_b \mathbf{K}_e)] y + \hat{\mathbf{F}}_V K_r \theta_r + (\hat{\mathbf{F}}_\tau - \hat{\mathbf{F}}_V K_c) \tau_e.\end{aligned}\quad (4.4)$$

A szabályozó dinamikája ez alapján kifejezhető egy új állapottér modell formájában:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\eta}} &= \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\eta} + \tilde{\mathbf{B}}_y y + \tilde{\mathbf{B}}_r \theta_r + \tilde{\mathbf{B}}_\tau \tau_e, \\ V &= \tilde{\mathbf{C}} \tilde{\eta} + \tilde{\mathbf{D}}_y y + \tilde{\mathbf{D}}_r \theta_r + \tilde{\mathbf{D}}_\tau \tau_e,\end{aligned}\quad (4.5)$$



4.2. ábra. Időkésessel kiegészített egyszerűsített blokk diagram

ahol a mátrix paraméterek (4.4) szerint:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{A}} &= \hat{\mathbf{A}} - \hat{\mathbf{F}}_V \mathbf{K}_b, \\
 \tilde{\mathbf{B}}_y &= \hat{\mathbf{B}} - \hat{\mathbf{F}}_V (K_a + \mathbf{K}_b \mathbf{K}_e), \\
 \tilde{\mathbf{B}}_r &= \hat{\mathbf{F}}_V K_r, \\
 \tilde{\mathbf{B}}_\tau &= \hat{\mathbf{F}}_\tau - \hat{\mathbf{F}}_V K_c, \\
 \tilde{\mathbf{C}} &= -\mathbf{K}_b, \\
 \tilde{\mathbf{D}}_y &= -(K_a + \mathbf{K}_b \mathbf{K}_e), \\
 \tilde{\mathbf{D}}_r &= K_r, \\
 \tilde{\mathbf{D}}_\tau &= -K_c.
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

A szabályozó és a motor állapottér egyenletei időkésessel kiegészítve a következő átviteli függvényel írhatók le:

$$y = \left(C_r^V \theta_r + C_\tau^V \tau_e + C_y^V y \right) M_V^y e^{-s\tau_d} + M_\tau^y \tau_e, \tag{4.7}$$

ahol a C_m^n és M_m^n a szabályozó és a motor átviteli függvényei adott bemenetekre és kimenetekre. A felső index jelöli a kimenetet, az alsó index pedig a bemenetet. Az átviteli egyenlet zárt körben:

$$y = \frac{1}{1 - M_V^y C_y^V e^{-s\tau_d}} \left[M_V^y C_r^V \theta_r e^{-s\tau_d} + \left(M_\tau^y + M_V^y C_\tau^V e^{-s\tau_d} \right) \tau_e \right] \tag{4.8}$$

alakban írható le. A motor és a szabályozó átviteli függvényei bemenettől és kimenettől függetlenül ugyanazokkal a pólusokkal rendelkeznek, így minden két bemenetre ugyanazok a stabilitási feltételek érvényesek. Az átviteli függvény pólusait a következő

egyenlet megoldásai adják:

$$s^5 + \left(c_{41} + c_{42} \frac{B_e}{M_e} \right) s^4 + \left(c_{31} + c_{32} \frac{B_e}{M_e} + c_{33} \frac{K_e}{M_e} \right) s^3 + \\ \left[c_{21} + c_{22} \frac{B_e}{M_e} + c_{23} \frac{K_e}{M_e} + \left(c_{24} + c_{25} \frac{B_e}{M_e} + c_{26} \frac{K_e}{M_e} \right) e^{-s\tau_d} \right] s^2 + \\ \left[c_{11} + c_{12} \frac{B_e}{M_e} + c_{13} \frac{K_e}{M_e} + \left(c_{14} + c_{15} \frac{B_e}{M_e} + c_{16} \frac{K_e}{M_e} \right) e^{-s\tau_d} \right] s + c_0 \frac{K_e}{M_e} = 0. \quad (4.9)$$

D-szeparációt alkalmazva az egyenlet valós és képzetesz részei:

$$\begin{aligned} a_4 \omega^4 - (a_{21} + a_{22} \cos \omega \tau_d) \omega^2 + a_{12} \omega \sin \omega \tau_d + a_0 \cos \omega \tau_d &= 0 \\ a_5 - a_3 \omega^3 + a_{22} \omega^2 \sin \omega \tau_d + (a_{11} + a_{12} \cos \omega \tau_d) \omega - a_0 \sin \omega \tau_d &= 0, \end{aligned} \quad (4.10)$$

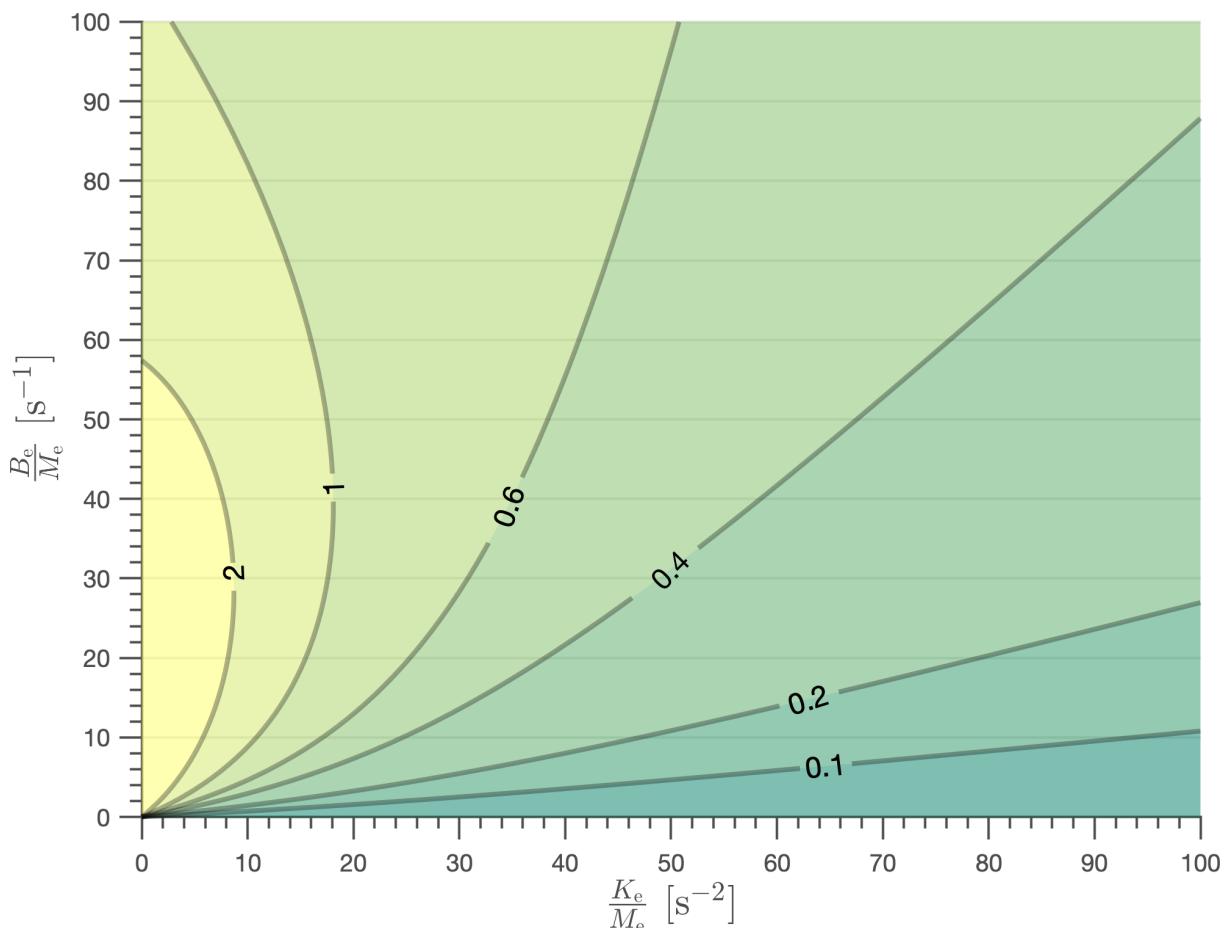
melyek $s = jw$ behelyettesítés után adódnak. Az új együtthatók (4.9) alapján:

$$\begin{aligned} a_4 &= c_{41} + c_{42} \frac{B_e}{M_e} \\ a_3 &= c_{31} + c_{32} \frac{B_e}{M_e} + c_{33} \frac{K_e}{M_e} \\ a_{21} &= c_{21} + c_{22} \frac{B_e}{M_e} + c_{23} \frac{K_e}{M_e} \\ a_{22} &= c_{24} + c_{25} \frac{B_e}{M_e} + c_{26} \frac{K_e}{M_e} \\ a_{11} &= c_{11} + c_{12} \frac{B_e}{M_e} + c_{13} \frac{K_e}{M_e} \\ a_{12} &= c_{14} + c_{15} \frac{B_e}{M_e} + c_{16} \frac{K_e}{M_e} \\ a_0 &= c_0 \frac{K_e}{M_e}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

A (4.10)-ben szereplő egyenletrendszer megoldva $\frac{B_e}{M_e}$ és $\frac{K_e}{M_e}$ kifejezésekre egy paraméteres görbe adódik. A független paraméter ω a stabilitás határán fellépő csillapítatlan rezgés frekvenciájával arányos. A görbe minden pontjához egy tisztán képzetesz póluspár vagy nulla kapcsolódik. A nulla megoldások a $\frac{K_e}{M_e} = 0$ egyenesen helyezkednek el. A kapott görbét a 4.1. táblázat paramétereit behelyettesítve a 4.3. ábra mutatja. A kontúrvonalakon szereplő értékek τ_d időkésés különböző értékeit jelölik szekundumban kifejezve.

4.1. táblázat. A folytonos idejű stabilitásvizsgálatnál alkalmazott paraméterek

Szimbólum és paraméter név	Érték
J Motor tehetetlensége	$0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
K_m Motor nyomatékállandója	$0.01 \text{ Nm} \cdot \text{A}^{-1}$
B_m Motormodell viszkózus csillapítása	$0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
L Motor induktivitása	0.2 H
R Motor ellenállása	1Ω
p További pólusok	$-15 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
K_c Nyomaték kompenzációs együttható	$-50 \text{ V} \cdot \text{N}^{-1} \text{m}^{-1}$



4.3. ábra. Folytonos idejű stabilitástérkép

Időkésés nélkül a görbe pontjai a $\frac{B_e}{M_e} = 0$ egyenesen maradnak. A behatárolt stabilitástartomány éppen megegyezik a Routh–Hurwitz kritérium által kapott tartománnyal, tehát:

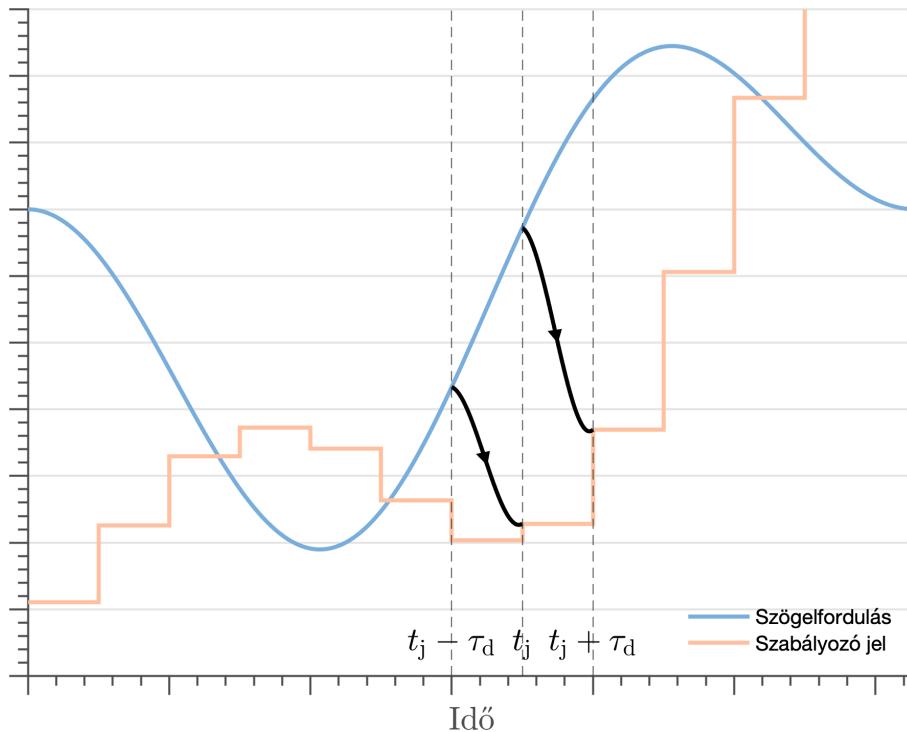
$$M_e > 0, \quad B_e > 0, \quad K_e > 0. \quad (4.12)$$

Az időkésés növekedésével egyre szűkül a stabil tartomány, egy kritikus érték alatt azonban csak $\frac{K_e}{M_e}$ kifejezésre adódik maximum, $\frac{B_e}{M_e}$ tetszőleges pozitív értéket felvehet.

A kritikus időkésés felett egy véges területet határolnak be a görbe $\omega > 0$ és $\omega = 0$ szegmensei.

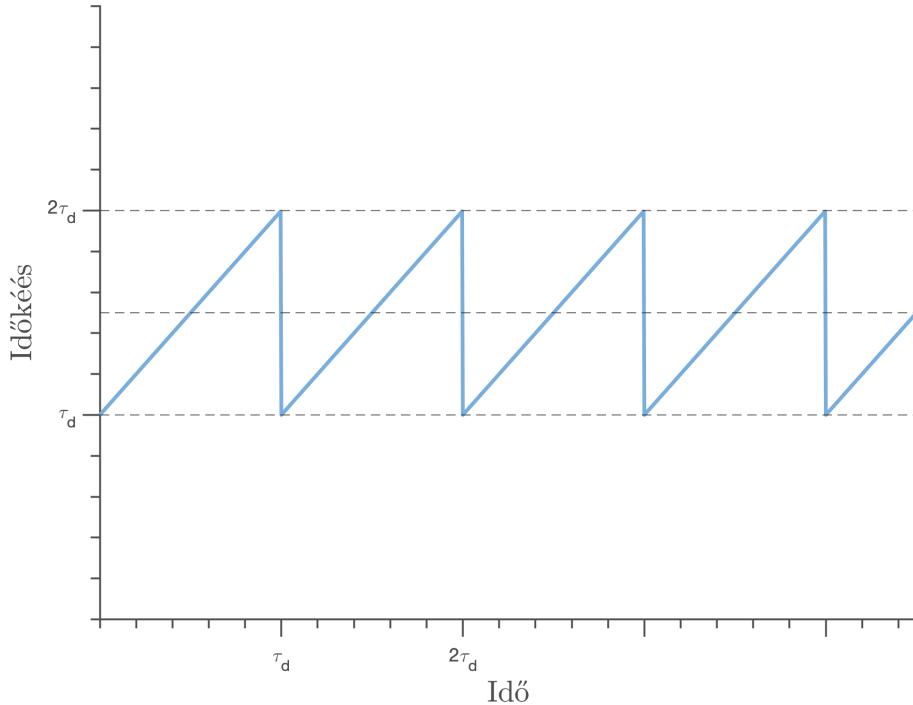
4.2. Stabilitás diszkrét időben

A folytonos időben végzett stabilitásvizsgálat alapján belátható, hogy az időkésés korlátozza az impedanciamodell által előírható paramétereket. A valós rendszerben egy digitális feldolgozóegység végzi el a szabályozó jel meghatározásához szükséges számításokat, közel azonos időnként. Két ilyen ciklus között a szabályozó jel állandó marad. Ezeket figyelembe véve a folytonos időben végzett stabilitásvizsgálat eredménye tovább pontosítható.



4.4. ábra. Reprezentatív ábra az időkésés hatásáról diszkrét időben

A mért szögelfordulás és a diszkrét idejű szabályozó jel kapcsolatát szemlélteti a 4.4. ábra. Két mintavételezési pont között a szabályozó jel változatlan marad (zero-order hold). A mért szögelfordulás érték feldolgozása után az új szabályozó jel minden egy mintavételezési periódussal később jelenik meg a motor bemenetén. A továbbiakban feltételezett, hogy a jelfeldolgozáshoz szükséges időn kívül minden egyéb késés elhanyagolható, így a mintavételezési periódus megegyezik a korábban bevezetett τ_d időkéséssel. Legyen $C(t - \tau(t))$ a szabályozó jel időfüggvénye. Ebben az alakban a mintavételezési pontok között akkor marad állandó a kimenet, ha az időkésés maga ($\tau(t)$) egy periodikus fűrész jelet követ, ahogy a 4.5. ábra is mutatja.



4.5. ábra. Az időkésés periodikus függvénye

A diszkrét idejű stabilitásvizsgálathoz először diszkretizálni kell a szabályozó folytonos idejű állapottér modelljét. Ehhez legyen a kiindulási alap a (4.5) egyenletek által definiált modell. Beszorozva minden oldalt $e^{-\tilde{A}t}$ -vel:

$$\begin{aligned} e^{-\tilde{A}t} \dot{\tilde{\eta}}(t) &= e^{-\tilde{A}t} \tilde{A} \tilde{\eta}(t) + e^{-\tilde{A}t} [\tilde{B}_y y(t) + \tilde{B}_r \theta_r(t) + \tilde{B}_\tau \tau_e(t)] \\ \frac{d}{dt} (e^{-\tilde{A}t} \tilde{\eta}(t)) &= e^{-\tilde{A}t} [\tilde{B}_y y(t) + \tilde{B}_r \theta_r(t) + \tilde{B}_\tau \tau_e(t)], \end{aligned} \quad (4.13)$$

a kapott egyenletet integrálva:

$$\begin{aligned} e^{-\tilde{A}t} \tilde{\eta}(t) - e^0 \tilde{\eta}(0) &= \int_0^t e^{-\tilde{A}t'} [\tilde{B}_y y(t') + \tilde{B}_r \theta_r(t') + \tilde{B}_\tau \tau_e(t')] dt' \\ \tilde{\eta}(t) &= e^{\tilde{A}t} \tilde{\eta}(0) + \int_0^t e^{\tilde{A}(t-t')} [\tilde{B}_y y(t') + \tilde{B}_r \theta_r(t') + \tilde{B}_\tau \tau_e(t')] dt'. \end{aligned} \quad (4.14)$$

A mintavételezési periódus alatt a szabályozó összes bemenete konstans marad, így a bemenetek az integrálon kívülre helyezhetők. Legyen $\tilde{\eta}[k] \stackrel{\text{def}}{=} \tilde{\eta}(k\tau_d)$ a a szabályázó belső állapota a k -adik diszkrét időlépésnél. Ezzel a (4.14). egyenlet a k -adik és a

$(k+1)$ -edik lépésekknél:

$$\begin{aligned}\tilde{\eta}[k] &= e^{\tilde{\mathbf{A}}k\tau_d} \tilde{\eta}(0) + \int_0^{k\tau_d} e^{\tilde{\mathbf{A}}(k\tau_d-t')} [\tilde{\mathbf{B}}_y y(t') + \tilde{\mathbf{B}}_r \theta_r(t') + \tilde{\mathbf{B}}_\tau \tau_e(t')] dt' \\ \tilde{\eta}[k+1] &= e^{\tilde{\mathbf{A}}\tau_d} \tilde{\eta}[k] + \int_{k\tau_d}^{(k+1)\tau_d} e^{\tilde{\mathbf{A}}(k\tau_d+\tau_d-t')} [\tilde{\mathbf{B}}_y y(t') + \tilde{\mathbf{B}}_r \theta_r(t') + \tilde{\mathbf{B}}_\tau \tau_e(t')] dt' \\ \tilde{\eta}[k+1] &= e^{\tilde{\mathbf{A}}\tau_d} \tilde{\eta}[k] + \int_{k\tau_d}^{(k+1)\tau_d} e^{\tilde{\mathbf{A}}(k\tau_d+\tau_d-t')} dt' [\tilde{\mathbf{B}}_y y[k] + \tilde{\mathbf{B}}_r \theta_r[k] + \tilde{\mathbf{B}}_\tau \tau_e[k]] \\ \tilde{\eta}[k+1] &= e^{\tilde{\mathbf{A}}\tau_d} \tilde{\eta}[k] + \tilde{\mathbf{A}}^{-1} (e^{\tilde{\mathbf{A}}\tau_d} - \mathbf{I}) [\tilde{\mathbf{B}}_y y[k] + \tilde{\mathbf{B}}_r \theta_r[k] + \tilde{\mathbf{B}}_\tau \tau_e[k]] .\end{aligned}\quad (4.15)$$

Tehát a diszkrét idejű szabályozó állapotér modelljét leíró mátrixok:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{A}}_d &= e^{\tilde{\mathbf{A}}\tau_d} \\ \tilde{\mathbf{B}}_d &= \tilde{\mathbf{A}}^{-1} (e^{\tilde{\mathbf{A}}\tau_d} - \mathbf{I}) [\tilde{\mathbf{B}}_y \quad \tilde{\mathbf{B}}_r \quad \tilde{\mathbf{B}}_\tau] \\ \tilde{\mathbf{C}}_d &= \tilde{\mathbf{C}} \\ \tilde{\mathbf{D}}_d &= \tilde{\mathbf{D}},\end{aligned}\quad (4.16)$$

ahol a mátrix exponenciális kifejezés szükség esetén például Taylor-polinommal közelíthető. A további számítások ezt a pontos alakot használják.

Következő lépésként a zárt kör dinamikáját is ki kell fejezni a diszkrét időlépések függvényeként. A szabályozónál alkalmazott vezetéshez hasonlóan (2.8)-ban szereplő mátrixok alapján:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}[k+1] &= e^{\mathbf{A}\tau_d} \mathbf{x}[k] + \mathbf{A}^{-1} (e^{\mathbf{A}\tau_d} - \mathbf{I}) \mathbf{B}_V V[k-1] + \int_{k\tau_d}^{(k+1)\tau_d} e^{\mathbf{A}(k\tau_d+\tau_d-t')} \mathbf{B}_\tau \tau_e(t') dt' \\ y[k] &= \mathbf{C}\mathbf{x}[k].\end{aligned}\quad (4.17)$$

ahol megjelenik $V[k-1]$ a szabályozó jel egy egész mintavételezési periódussal késleltetett értéke. Legyenek a diszkretizált motormodell új paraméterei:

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_d &= e^{\mathbf{A}\tau_d} \\ \mathbf{B}_d &= \mathbf{A}^{-1} (e^{\mathbf{A}\tau_d} - \mathbf{I}) \mathbf{B}_V \\ \mathbf{C}_d &= \mathbf{C} \\ \mathbf{D}_d &= \mathbf{D}.\end{aligned}\quad (4.18)$$

A stabilitásvizsgálathoz a bemenet zérus. A következőkben a zárt kör teljes dinamikájának vezetése következik zérus bemenettel. A (4.17) állapotegyenletbe behelyettesítve

a szabályozó késleltetett kimenetét:

$$\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}_d x[k] + \mathbf{B}_d (\tilde{\mathbf{C}}_d \tilde{\eta}[k-1] + \tilde{\mathbf{D}}_{d,y} y[k-1]) , \quad (4.19)$$

Felhasználva $\tilde{\eta}$ és a paraméterek definícióját:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[k+1] &= \mathbf{A}_d x[k] - \mathbf{B}_d \mathbf{K}_a y[k-1] - \mathbf{B}_d \mathbf{K}_b \tilde{x}_b[k-1] \\ &= \mathbf{A}_d x[k] - \mathbf{B}_d \mathbf{K} \mathbf{x}[k-1] + \mathbf{B}_d \mathbf{K}_b \mathbf{e}[k-1] . \end{aligned} \quad (4.20)$$

A becsült állapot hibájának differencia egyenletei pedig:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}[k+1] &= \mathbf{x}_b[k+1] - \tilde{\mathbf{x}}_b[k+1] \\ &= \mathbf{E}_{xa,k} \mathbf{x}_a[k] + \mathbf{E}_{xb,k} \mathbf{x}_b[k] + \mathbf{E}_{x,k-1} \mathbf{x}[k-1] + \mathbf{E}_{e,k} \mathbf{e}[k] + \mathbf{E}_{e,k-1} \mathbf{e}[k-1] , \end{aligned} \quad (4.21)$$

ahol a mátrix együtthatók:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{xa,k} &= \mathbf{A}_{d,ba} + \tilde{\mathbf{A}}_d \mathbf{K}_e - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{d,aa} \\ \mathbf{E}_{xb,k} &= \mathbf{A}_{d,bb} + \tilde{\mathbf{A}}_d - \mathbf{K}_e \mathbf{A}_{d,ab} \\ \mathbf{E}_{x,k-1} &= -(\mathbf{B}_{d,b} - \mathbf{K}_e \mathbf{B}_{d,a}) \mathbf{K} \\ \mathbf{E}_{e,k} &= \tilde{\mathbf{A}}_d \\ \mathbf{E}_{e,k-1} &= (\mathbf{B}_{d,b} - \mathbf{K}_e \mathbf{B}_{d,a}) \mathbf{K}_b . \end{aligned} \quad (4.22)$$

A (3.13) egyenlethez hasonlóan a teljes rendszer belső állapotának dinamikája:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}[k] \\ \mathbf{e}[k] \\ \mathbf{x}[k+1] \\ \mathbf{e}[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{B}_d \mathbf{K} & \mathbf{B}_d \mathbf{K}_b & \mathbf{A}_d & 0 \\ \mathbf{E}_{x,k-1} & \mathbf{E}_{e,k-1} & \mathbf{E}_{x,k} & \mathbf{E}_{e,k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}[k-1] \\ \mathbf{e}[k-1] \\ \mathbf{x}[k] \\ \mathbf{e}[k] \end{bmatrix} . \quad (4.23)$$

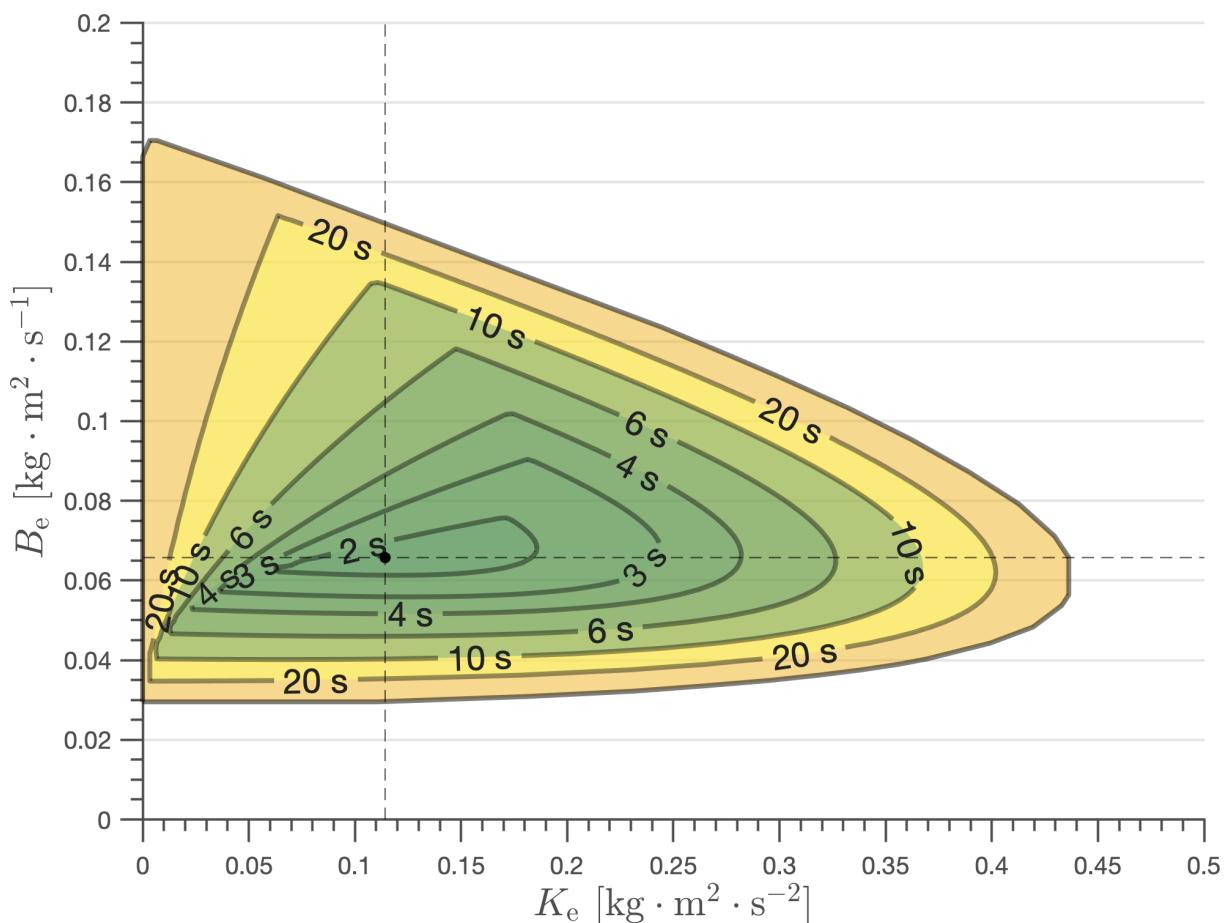
A stabilitás feltétele, hogy a kapott diszkrét állapot átmeneti mátrix minden sajátértéke abszolút értékben egynél szigorúan kisebb legyen. A 4.6. ábra a 4.2. táblázat paraméterei alapján numerikusan meghatározott stabilitástérképet ábrázolja K_e és B_e impedancia paraméterek függvényében.

4. STABILITÁSVIZSGÁLAT IDŐKÉSÉssel

4.2. táblázat. A diszkrét idejű stabilitásvizsgálatnál alkalmazott paraméterek

Szimbólum és paraméter név	Érték
J Motor tehetetlensége	$0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
K_m Motor nyomatékállandója	$0.01 \text{ Nm} \cdot \text{A}^{-1}$
B_m Motormodell viszkózus csillapítása	$0.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
L Motor induktivitása	0.2 H
R Motor ellenállása	1Ω
p További pólusok	$-15 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
M_e Előírt tehetetlenség	$0.015 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
τ_d Mintavételezsi idő	0.1 s

A sajátértékek egy 150×150 méretű, egyenletesen elosztott rács pontjain lettek meghatározva. Ezután az előbb említett stabilitási feltétel szerint különítettem el a stabil pontokat. Majd a stabil pontok Delaunay-háromszögelése (Okabe és tsai., 2000) és annak konvex burka került kirajzolásra.



4.6. ábra. Diszkrét idejű stabilitástérkép

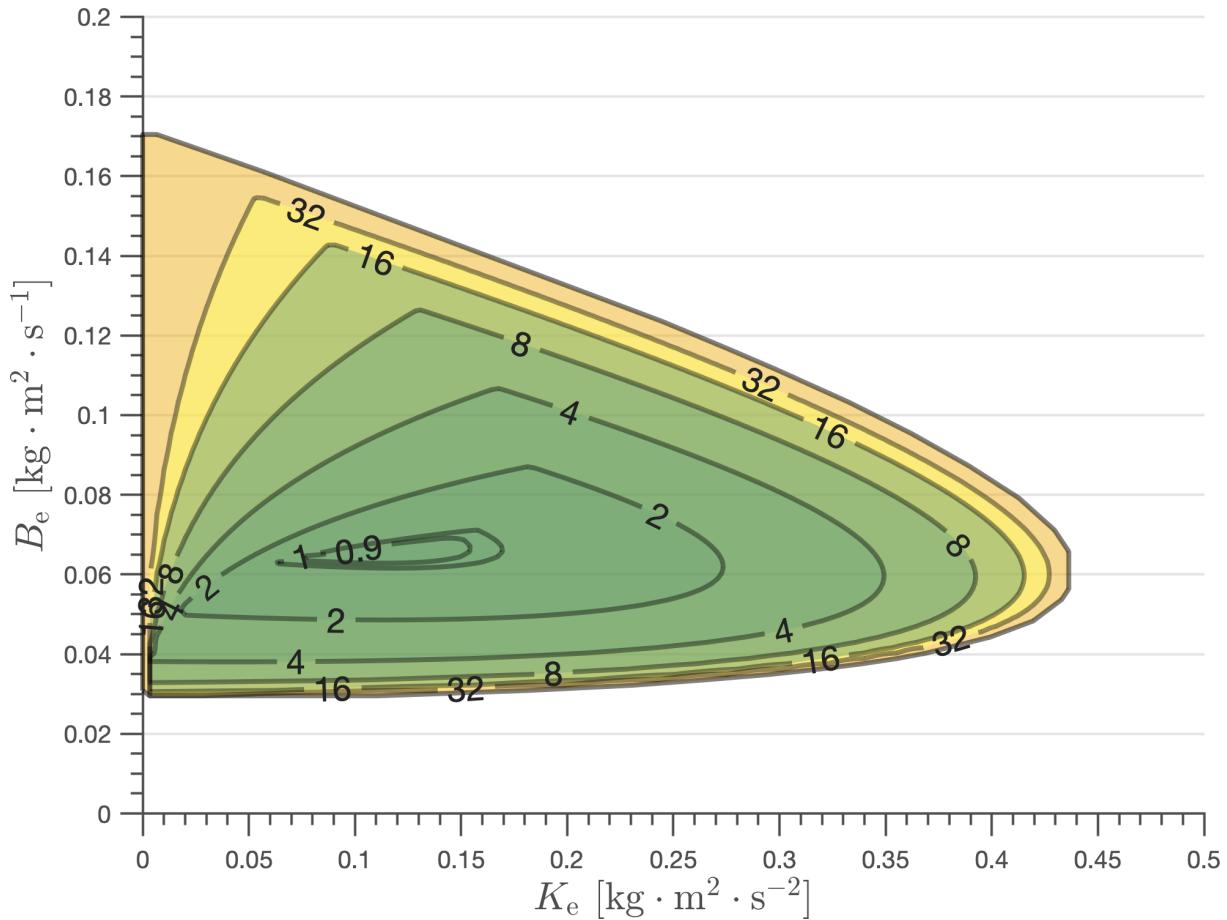
A kontúrok a különböző becsült beállási időket jelölnek, melyek a legnagyobb

abszolút értékű sajátérték alapján lettek meghatározva 2%-os hibasávot alapul véve:

$$t_s \approx \tau_d \frac{\ln 0.02}{\ln |\lambda|_{\max}}, \quad (4.24)$$

ahol τ_d a mintavételezési idő és $|\lambda|_{\max}$ jelöli a legnagyobb sajátértéket abszolút értékben. Az alkalmazott paraméterekkel a minimális beállási idő közelítőleg 1.2 s.

A diszkretizáció negatív hatással van a rendszer stabilitására. A folytonos idejű időkéses rendszernél 0.1 s időkésessel még mindig végtelen nagy a stabil régió ugyanazon paraméterekekkel. Az impedanciamodell által előírt beállási időt összehasonlítva a becsült beállási idővel ábrázolja a 4.7. ábra.



4.7. ábra. Diszkrét idejű stabilitásterkép

A kontúrok a becsült és az előírt beállási idők hánnyadosát jelölik. Az alkalmazás specifikációjától függően lehet, hogy csak egy igen kis része felhasználható a stabil tartomáynak. Az ábrán megfigyelhető, hogy van olyan tartomány is, ahol az előírtnál gyorsabban áll be a rendszer.

A stabilitási határon legalább egy sajátérték vagy komplex konjugált pár abszolút értékben egy. Ennek következtében a rendszer $t \rightarrow \infty$ határértékben csillapítatlan rezgő-

4. STABILITÁSVIZSGÁLAT IDŐKÉSÉssel

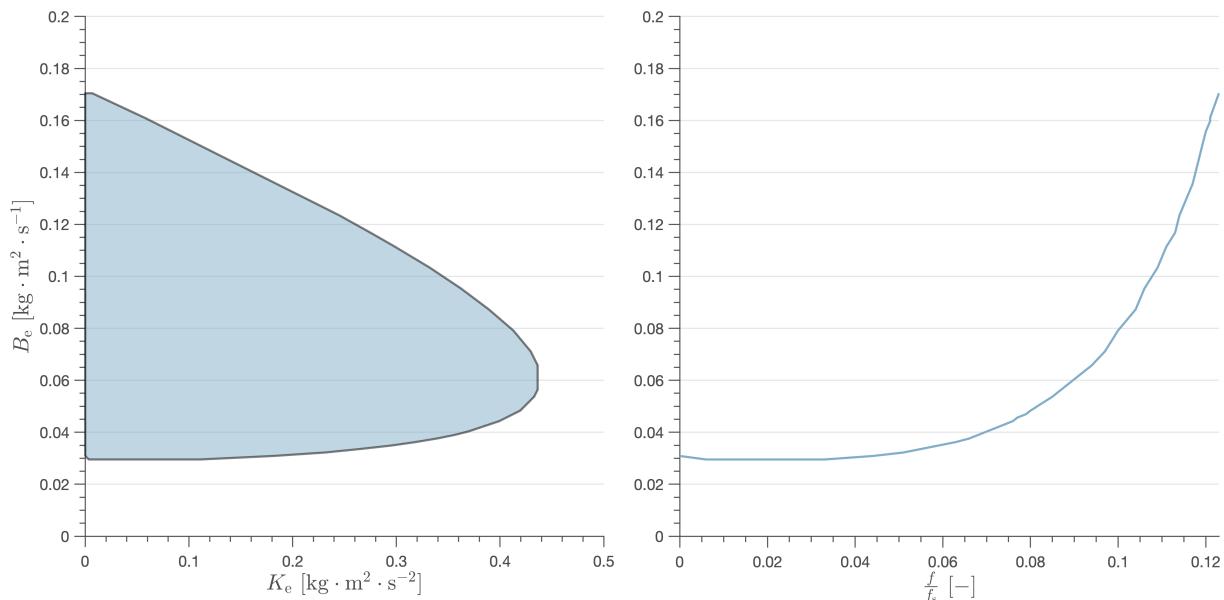
mozgást végez. A rezgőmozgás frekvenciája és az impedanciamodell paraméterei közötti összefüggés numerikusan meghatározható például a diszkrét Fourier-transzformáció segítségével. A legnagyobb frekvencia a mintavételezési frekvencia fele a Nyquist-Shannon mintavételezési tétel alapján

$$f_{\max} = \frac{1}{2\tau_d}. \quad (4.25)$$

A frekvencia felbontás pedig a mintavételek száma és a mintavételezési frekvencia alapján

$$\Delta f = \frac{1}{N\tau_d}. \quad (4.26)$$

A stabil tartomány jobb széle B_e értékével lett paraméterezve. Ezután minden pontban $N = 100$ időlépésen át lett szimulálva a rendszer. A diszkrét Fourier-transzformált legnagyobb abszolút értékű frekvenciája és B_e közötti kapcsolat látható a 4.8. ábra jobb oldali grafikonján. A vízszintes tengelyre a csillapítatlan rezgési frenvencia és a mintavételezési frekvencia hányadosa került.



4.8. ábra. Diszkrét idejű stabilitásterkép

A stabil tartomány bal alsó sarkában nullától indulva egyre nő a csillapítatlan rezgési frekvencia, míg a tartomány bal felső sarkában el nem éri a maximumát, mely ebben az esetben ≈ 1.2 Hz

5. Kísérlet

Ebben a fejezetben a kísérleti összeállítás kerül bemutatásra. A motor összeállítás és a mérési eszközök részletes dokumentációja után az alkalmazott mérési és vezérlési módszerek sajátosságainak bemutatása következik. Ezután szabályozó viselkedésének elemzésére kerül sor az előző fejezetekben bemutatott modellel összehasonlítva.

5.1. Mérési összeállítás

A mérésekhez felhasznált egyenáramú motor egy maxon összeállítás része. Az összeállítás egy kis teljesítményű DC motorból, egy bolygókerekes hajtóműből és egy enkóderből áll. A motor paraméterei az B.1. ábrán szereplő adatlapon találhatóak. A hajtómű és az enkóder leírása pedig a B.2. és B.3. ábrákon láthatóak. A gravitáció hatásának kiküszöbölésére a mérésekhez a motort álló helyzetben kellett rögzíteni. Ehhez készült egy 3D nyomtatott műanyag keret, ami a hajtóműhöz csatlakozik. A teljes összeállítás az 5.1. ábrán látható.

A motorvezérlő egy SOLO UNO V2 32A típusú univerzális vezérlő egység, mely egyenáramú kefés, kefe nélküli valamint PMSM és váltakozó áramú indukciós motorok vezérlésére is alkalmas 800W-ig. A kimenete változtatható frekvenciájú PWM jel. A kimeneti PWM vezérlő jel frekvenciája elméletben 80kHz-ig növelhető. A valóságban 75kHz-es beállítás felett automatikusan visszaugrott a frekvencia 20kHz-re, így a kísérletek során 75kHz volt a beállított frekvencia. CANopen és egy egyedi UART protokollon keresztül lehet kommunikálni az eszközzel. A kísérletek során a második opció lett alkalmazva.

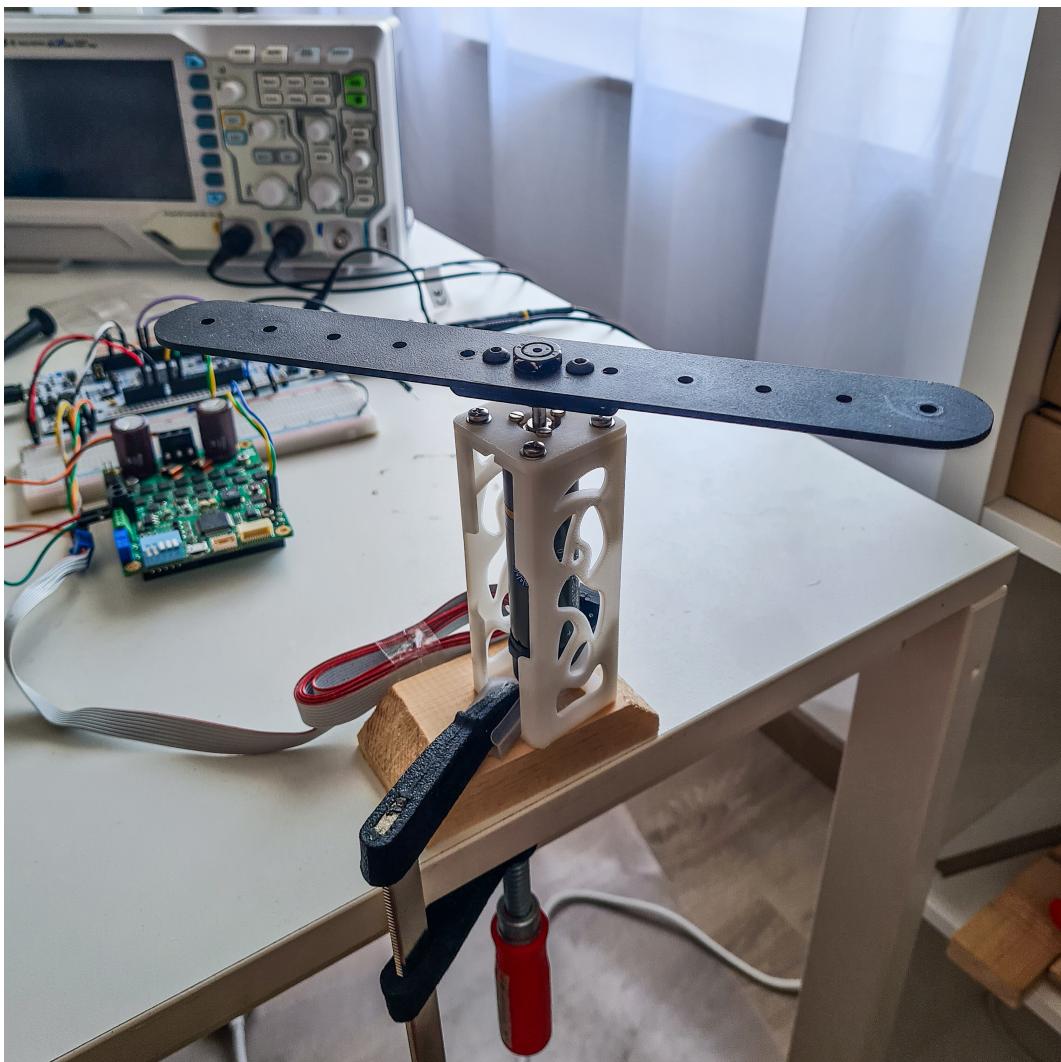
A szabályozó futtatását egy NUCLEO-F439ZI STMicrocontrollers fejlesztői panel végzi. Alapvető feladatai:

- Az inkrementális enkóder jelének olvasása a beépített számláló és időzítő periférián keresztül
- A szabályozó belső állapotának frissítése pontosan meghatározott időközönként.

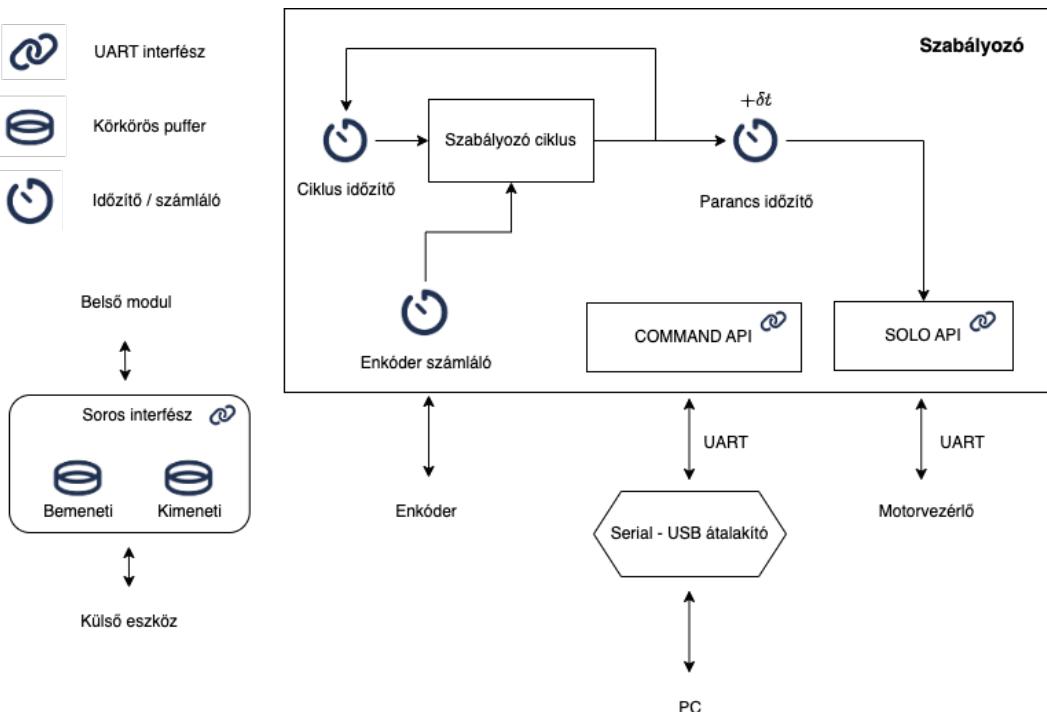
5. KÍSÉRLET

- A szabályozó kimeneti referencia jelének továbbítása a motorvezérlőnek az előírt időkésés figyelembe vételével.
- A mérés állapotának felvétele és továbbítása a számítógép felé.

A szoftver egyszerűsített vázlata az 5.2. ábrán látható. A szabályozó szoftvere egy C-ben írt program, mely az STMicrocontrollers STM32CubeIDE nevezetű fejlesztői környezetében készült. minden időzítéssel kapcsolatos feladatot a beépített perifériák láttnak el. A szabályozó ciklusa az adott méréshez előre meghatározott ciklusidő / időkésés figyelembe vételével periodikusan fut. Az implementáció a 4. fejezetben bemutatott digitalizált szabályozót követi. Az egyetlen eltérés, hogy a tekercsáram nem modellezhető az elérhető időkésések mellett. A stabil tartomány egy használhatatlanul vékony területre zsugorodik. A kísérletekhez ezért a tekercsáram nem lett külön állapotként modellezve. Mivel a motorvezérlőnek elküldött parancs meghatározásához



5.1. ábra. Mérési összeállítás



5.2. ábra. Szabályozó szoftveres implementációjának egyszerűsített vázlata



5.3. ábra. A szabályozó kommunikációs protokollja

szükséges idő lényegesen rövidebb a mérések nél használt ciklusidőknél, egy külön időzítő felel a parancsok megfelelő késleltetéséért. A soros kommunikációhoz szükséges műveleteket soros interfész modulok végzik el. minden interfész modul két körkörös pufferrel rendelkezik. Az egyik a kimenő, a másik a válasz üzeneteket tárolja. A pufferek és a UART perifériák közötti adatátvitelt a beépített DMA vezérlők valósítják meg. A mérés konfigurálása, nyomon követése, és az eredmények visszaküldése a számítógépre egy egyszerű protokoll segítségével történik. A protokoll felépítését a 5.3. ábra mutatja. A START, CMD és STOP egy byte hosszúak. A DATA mező fix hosszúságú, legtöbb esetben 4 byte, de a CMD mezőtől függ. A CMD mező kódolja a parancs típusát. A CRC mező a CMD és DATA mezők alapján számított 8 bites CRC, a kommunikációs hibákból eredő félrekonfiguráció esélyének csökkentéséért felel. A mérésekhez felhasznált egyéb eszközök a 5.1. táblázatban találhatóak.

5. KÍSÉRLET

5.1. táblázat. További mérési eszközök

Eszköz neve	Gyártója	Típusa	Precizitás
Mérőórás tolómérő	Berger	020701-0007	±0.02 mm
Digitális oszcilloszkóp	Rigol	DS1202Z-E	200 MHz / 1 GSa/s
DC laboratóriumi tápegység	UNI-T	UTP3315TFL-II	0-30V ± 10 mV, 0-5A ± 1 mA
Digitális multiméter	MAXWELL	MX-25304	±0.1 mV - 1 V, ± 0.1 μA - 10 mA

5.2. Paraméter identifikáció

A szabályozó megfelelő működésének feltétele, hogy rendelkezésre álljanak a motor pontos paraméterei. Bár az adatlapokból több szükséges paraméter is kiolvasható, vannak paraméterek, amiket külön kellett meghatározni. Ilyen a motorra terhelésként ráhelyezett propeller tehetetlenségi nyomatéka és a viszkózus csillapítási tényező. A hajtómű áttétele, a rotor tehetetlenségi nyomatéka és a nyomatékállandó esetében az adatlapokban szereplő értékek lettek alkalmazva. A rotor ellenállása és a motorvezérlő motorra adott feszültségjelének amplitúdója és a vezérlő parancs közötti viszony külön lettek meghatározva.

A rotor ellenállásának meghatározásához egy sor állandó feszültség lett kapcsolva a motorra lefogott állapotban, és a motor által felvett áram került feljegyzésre. A mért értékek a 5.2. táblázatban találhatóak.

A mérések alapján kapott átlag bizonytalansága az egyes minták szórásából számított

5.2. táblázat. Ellenállás mérés adatok

Kapocsfeszültség [V] (mind ± 0.01)	Felvett áram [A] (mind ± 0.01)	Ellenállás [Ω]
2.02	0.22	9.2 ± 0.4
2.48	0.28	8.8 ± 0.3
2.64	0.29	9.1 ± 0.3
2.97	0.37	8.0 ± 0.2
2.95	0.29	10.2 ± 0.4
3.26	0.37	8.8 ± 0.2
3.26	0.38	8.6 ± 0.2
3.39	0.41	8.3 ± 0.2
3.46	0.39	8.9 ± 0.2
3.95	0.46	8.6 ± 0.19
4.05	0.46	8.8 ± 0.2
4.24	0.51	8.3 ± 0.16
4.51	0.52	8.7 ± 0.17
4.89	0.62	7.9 ± 0.13
5.08	0.65	7.8 ± 0.12
		̄R = 8.7 ± 0.15

standard hiba. Ez az érték szignifikánsan eltér az adatlapban szereplő értéktől. A későbbi mérések alapján az adatlapban szereplő érték nem lett felhasználva.

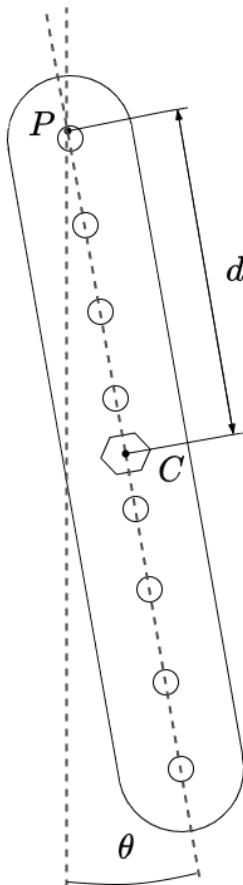
A propeller tehettelenségi nyomatéka lengési idők mérése alapján lett meghatározva. Egy adott ponton felfüggesztett merev test lengési periódusát, mely a gravitáció hatására szabadon leng egy síkban, a következő összefüggés írja le

$$t_l = 2\pi \sqrt{\frac{I_p}{mgd}}, \quad (5.1)$$

ahol I_p a test tehettelenségi nyomatéka, m a tömege, g a gravitációs állandó, és d a felfüggesztési pont és a test tömegközéppontja közötti távolság. Kifejezve a tehettelenségi nyomatéket

$$I_p = \frac{mgd}{4\pi^2} t_l^2, \quad (5.2)$$

A mérési összeállítást szemlélteti a 5.4. ábra. Az előbbi formula relatíve kis kilengés esetén alkalmazható, így nagyjából 10° volt a kezdeti kilengés.



5.4. ábra. Felfüggesztett terhelés tehettelenségi nyomaték méréshez

5. KÍSÉRLET

Minden mérés során harminc oda-vissza lengés ideje lett lemérve. Az eredmények az 5.3. táblázatban találhatóak. A számított átlag a standard hibával együtt az utolsó sorban található. Az átlag már az egy periódusra számított időt mutatja.

A későbbi mérésekhez a formulában szereplő felfüggesztéshez viszonyított tehetetlenségi nyomatékkal ellenben a tömegközéppontra számított tehetetlenségi nyomatékrá van szükség. A Steiner-tétel alapján

$$I_{\text{cm}} = I_P - md^2, \quad (5.3)$$

A számításhoz szükséges összes paramétert a 5.4. táblázat tartalmazza.

A felfüggesztés és a propeller tömegközéppontja közötti távolság ugyan a 5.1. táblázatban szereplő tolómérővel lett meghatározva, a felfüggesztéshez használt drót rugalmassága miatt a felfüggesztési pont számomra nem egy jól definiált pont az eszköz precizitását figyelembe véve. Emiatt nagyobb a bizonytalanság ebben a paraméterben.

A gravitációs állandó éréke minden esetben $g = 9.80 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. További feltételezés, hogy a hibaszámítások során bizonytalansága elhanyagolhatónak tekinthető. Ezek alapján a propeller tehetetlenségi nyomatéka

$$I_{\text{cm}} = (1.26 \pm 0.05) \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2. \quad (5.4)$$

A motorvezérlő linearitásának ellenőrzéséhez és a motorra eső feszültség pontosabb meghatározásához a motor kapocsfeszültsége és PWM vezérlő jel kitöltési tényezője is ki lett mérve különböző esetekben. A mérési eredményeket a 5.5. táblázat tartalmazza. A két paraméter közötti kapcsolatot modellező egyenes lineáris regresszióval lett

5.3. táblázat. Terhelés lengési idő mérési adatok

30 lengés periódus ideje [s]	
	t_{30}
	22.35
	22.20
	22.27
	22.26
	22.19
$\bar{t}_1 =$	0.742 ± 0.001

5.4. táblázat. Terhelés tehetetlenségi nyomaték számítás adatok

Periódusidő [s]	Felfüggesztés távolsága [mm]	Propeller tömege [g]
t_1	d	m
0.742 ± 0.001	110 ± 1	43 ± 1

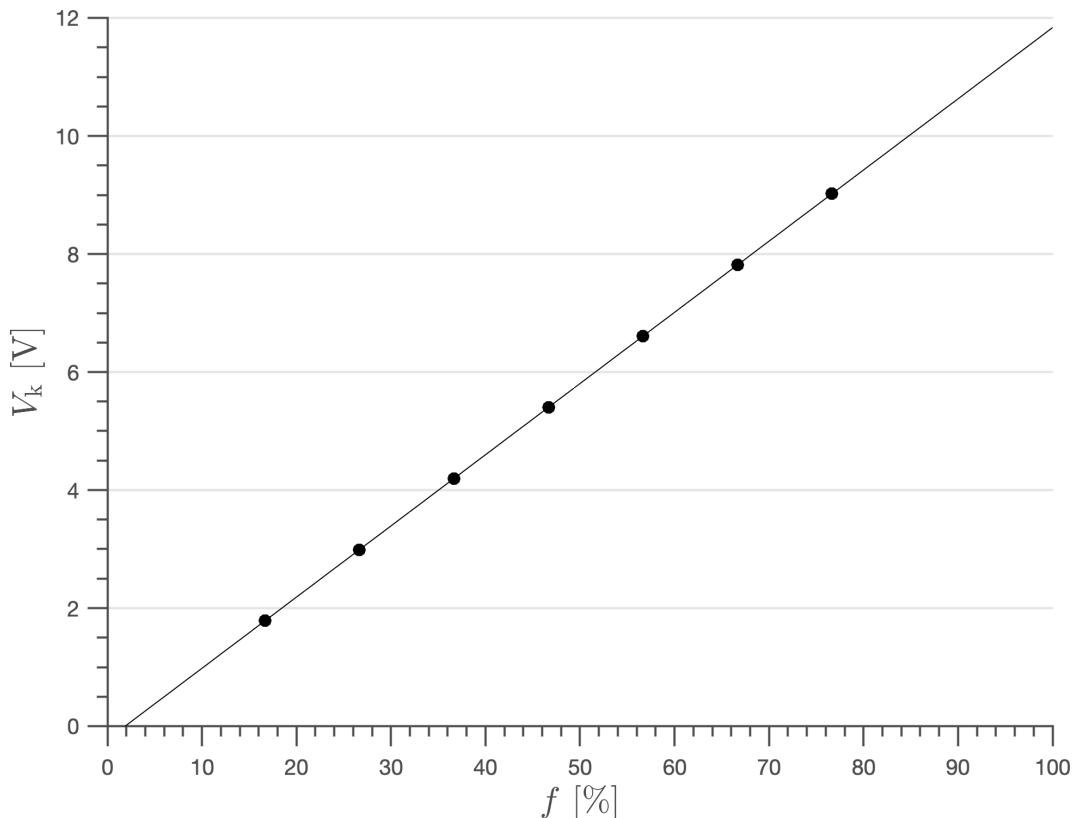
meghatározva. Ez az egyenes a mérési pontokkal együtt a 5.5. ábrán látható.

A hibásávok kis méretük miatt nem lettek ábrázolva. A motorvezérlő kimenetének linearitása jól látható. A maximális feszültség ez alapján kicsit alacsonyabb a motorvezérlőnek bementként adott nominális 12V-os feszültségnél. Értéke $V_{\max} = 11.835 \pm 0.005$ [V].

Az adatlapokban szereplő értékekkel kiegészítve a (2.3) és (2.4) egyenletek alapján meghatározható a modell viszkózus csillapítási állandója, ha a motor állandósult állapotában mért sebessége is meghatározható. Ennek a mérésnek az eredményeit foglalja össze az 5.6. táblázat. A lineáris regresszióval illesztett egyenes és a mérési

5.5. táblázat. Vezérlő jel és kapocsfeszültség mérések

Kitöltési tényező [%] f (mind ± 0.1)	Kapocsfeszültség [V] V_k (mind ± 0.01)
16.7	1.79
26.7	2.99
36.7	4.19
46.7	5.40
56.7	6.61
66.7	7.82
76.7	9.02



5.5. ábra. Motor driver lineáritás vizsgálata

5. KÍSÉRLET

pontok az 5.6. ábrán látható.

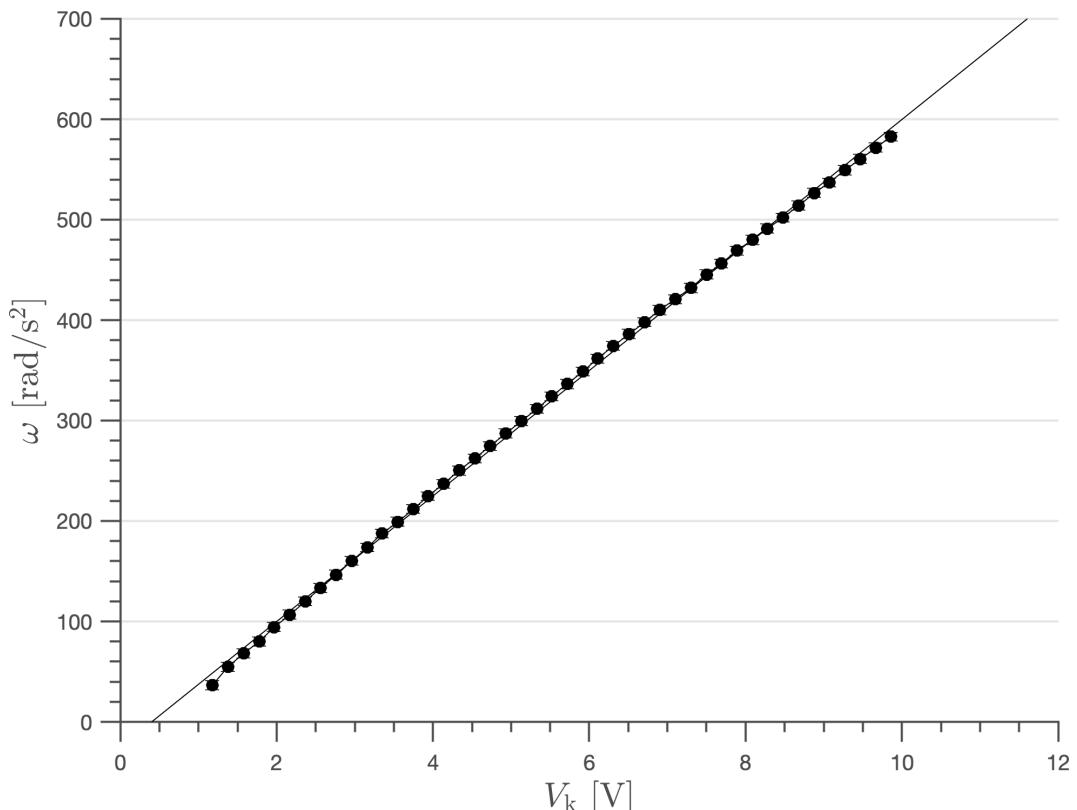
A viszkózus csillapítási együtthatóra kapott becslés így

$$B_m = \frac{K_m}{R} \left(\frac{1}{\alpha_s} - K_m \right), \quad (5.5)$$

ahol α_s az állandósult sebesség és a kapocsfeszültség közötti kapcsolatot leíró lineáris regresszióból kapott egyenes meredeksége. minden paraméter ismert bizonytalanságukkal együtt. A végleges becslés

$$B_m = (1.1 \pm 0.1) \times 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}. \quad (5.6)$$

A mérési eredményeknél észrevehető egy kis eltérés a regresszióból kapott egyenestől, mely láthatóan nem véletlenszerű. Ennek a jelenségnek a további vizsgálata a függelék A. fejezetében található.



5.6. ábra. Motor végsebesség és kapocsfeszültség közötti kapcsolat

5.6. táblázat. Motor végsebesség és kapocsfeszültség mérések

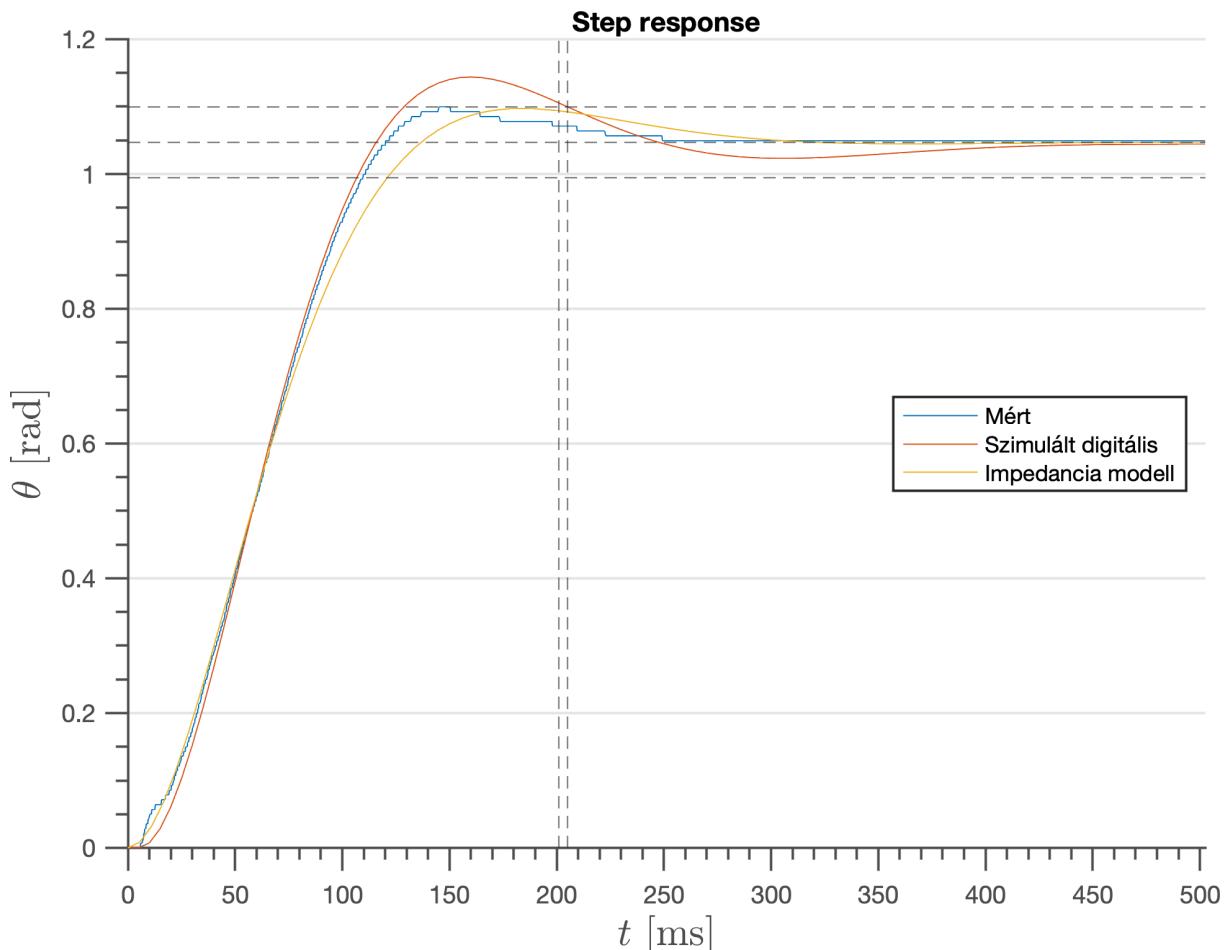
Kapocsfeszültség [V] Rotor sebessége [rad/s]	
V_k (mind ± 0.01)	ω_r (mind ± 0.1)
1.18	36.3
1.38	54.7
1.58	68.1
1.78	79.9
1.97	94.3
2.17	106.6
2.37	120.0
2.56	133.1
2.76	146.5
2.96	160.3
3.16	173.7
3.35	187.6
3.55	199.1
3.75	211.8
3.94	224.7
4.14	237.2
4.34	250.4
4.54	262.4
4.73	274.7
4.93	287.3
5.13	299.7
5.33	311.8
5.52	324.3
5.72	336.4
5.92	349.0
6.11	361.6
6.31	374.1
6.51	386.2
6.71	397.8
6.90	410.0
7.10	420.8
7.30	432.1
7.50	445.3
7.69	456.5
7.89	469.2
8.09	479.9
8.28	491.1
8.48	502.2
8.68	514.1
8.88	526.6
9.07	537.2
9.27	549.2
9.47	560.4
9.67	571.7
9.86	582.9

5.3. Eredmények

A motorparaméterek meghatározása után lehetőség nyílt a valós rendszer és a szimuláció összehasonlítására. Az egységugrásra adott válasz összehasonlítását a szimulált digitális szabályozóval és a beállított impedancia modellel az 5.7. ábra mutatja. Az időkésés $\tau = 5$ ms. Az impedancia modell paraméterei $M_e = 7.35 \times 10^{-6}$ kg · m², $B_e = 2.43 \times 10^{-4}$ kg · m² · s⁻¹, $K_e = 4.20 \times 10^{-3}$ kg · m² · s⁻². Ezek egy enyhén alulcsillapított rendszer paraméterei, 200 ms beállási idővel és 0.7-es relatív csillapítási hányadossal. Jól látszik, hogy a végérték közelében a rendszer eltér a modellezett digitális szabályozótól, de kezdeti viselkedése és a végérték tekintetében is megfelel.

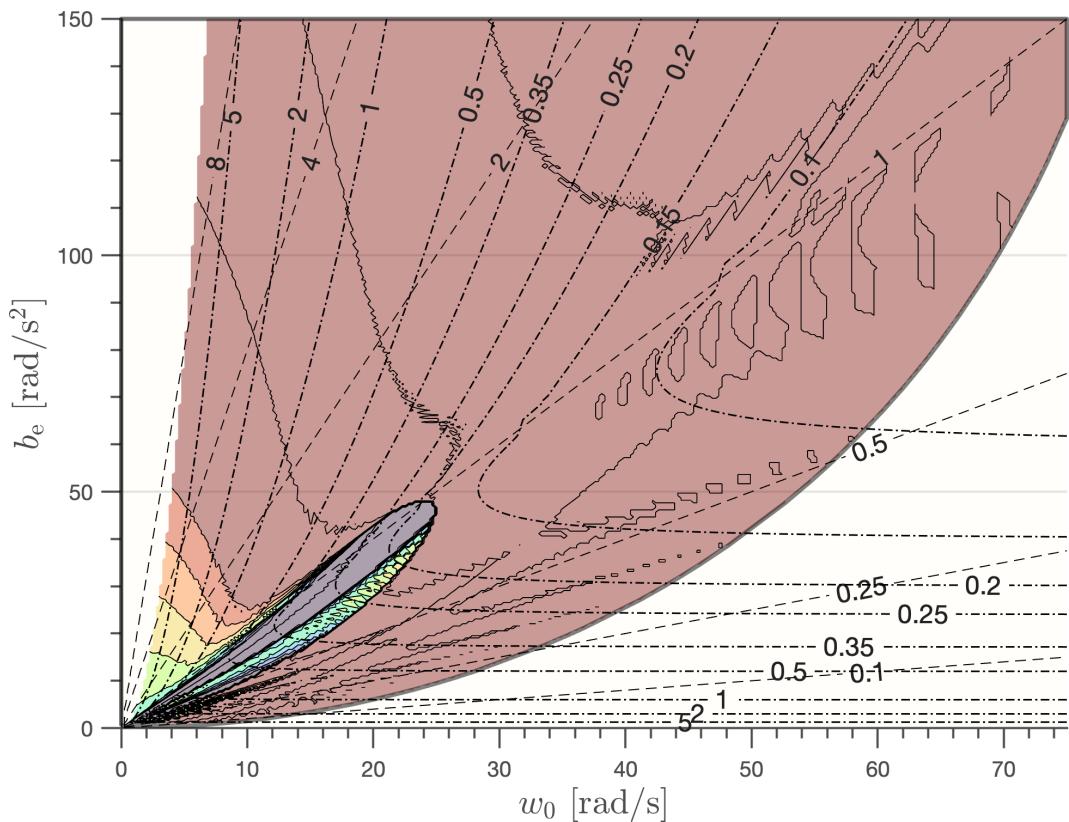
A mért szögelfordulás közvetlenül az enkóder jeléből lett meghatározva. A mintavételezési frekvencia közel 4kHz volt minden esetben.

A teljes stabilitásterkép felderítéséhez a beállási idő vizsgálata tűnt a legjobb módszernek. A 4.7. ábrához hasonlóan az új motorparaméterekkel meghatározott stabilitásterkép

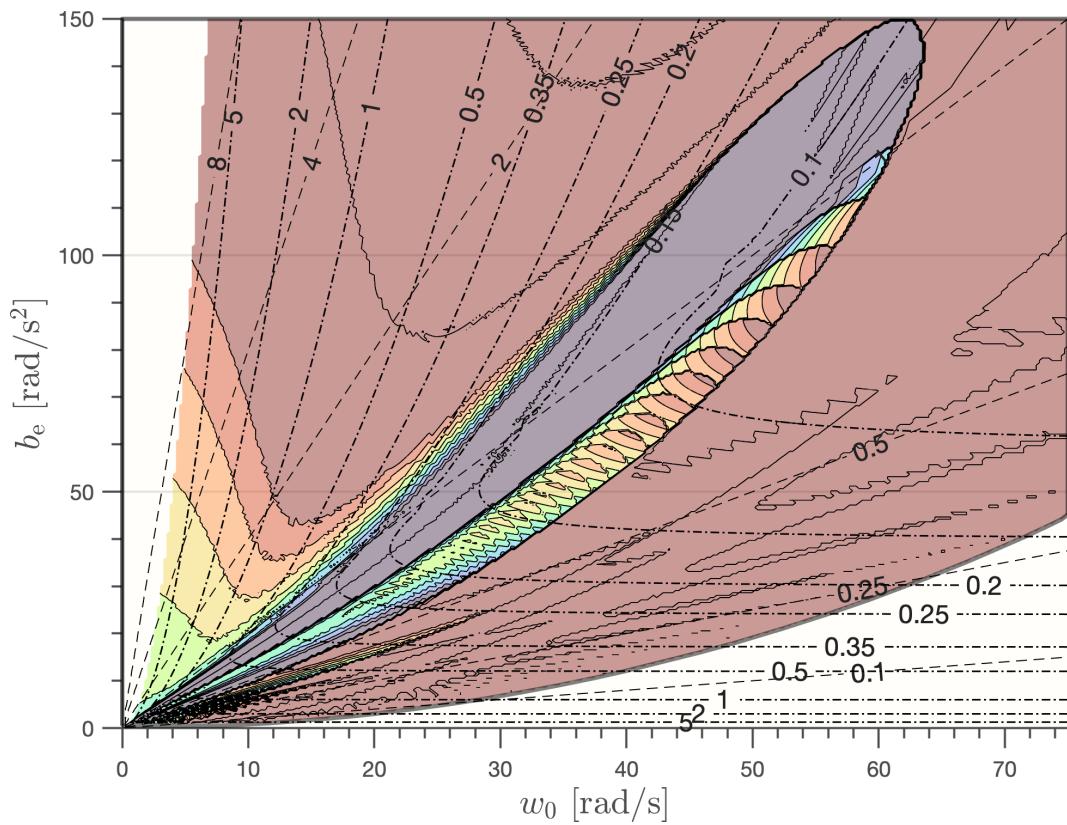


5.7. ábra. Egységugrás válasz $\theta_r = \pi/3$ referencia szögállásra, 5 ms időkéséssel és 95%-os toleranciasávval

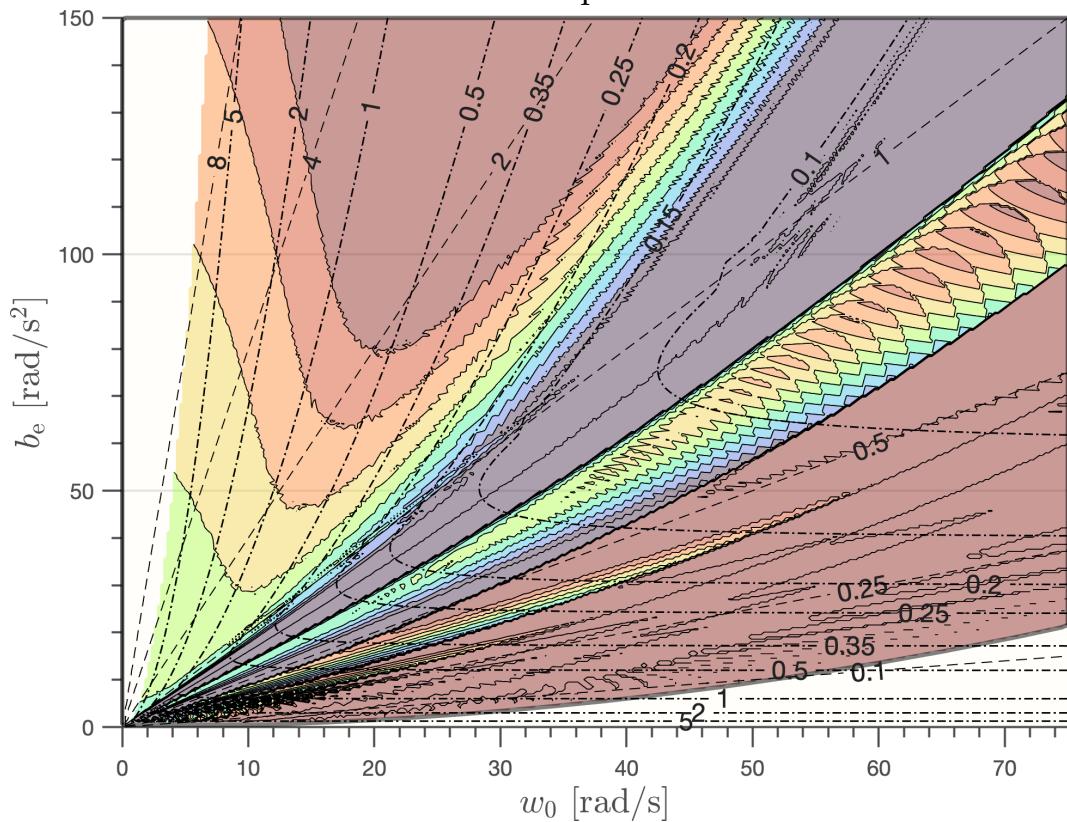
egy része látható az 5.8. ábrán. Azonban itt a vízszintes tengelyen az elvárt impedancia modell sajátkörfrekvenciája ω_0 , a függőleges tengelyen pedig az elvárt tehetetlenségi nyomatékhöz viszonyított viszkózus csillapítási állandó b_e található. Fontos eltérés még, hogy megjelennek a elvárt beállási idők kontúrjai, melyek jobbról közel vízszintesen indulnak, majd a 45° -os átló előtt nem sokkal a függőlegestől enyhén jobbra haladnak tovább, a térkép felső széle felé. Az origóból induló egyenesek az állandó relatív csillapítási hánnyadosokat jelölik. A tengelyek osztásai éppen olyanok, hogy a kritikus csillapítási hánnyadost az egységnyi meredekségű egyenes jelöli. A színezett tartomány az aszimptotikusan stabil paraméterkombinációkat jelöli. A különböző színek és a közöttük lévő kontúrok itt is a digitális szabályozó modell és az impedancia modell beállási ideje közötti relatív hibát mutatják, azonban a színskála $\pm 10\%$ hiba között mozog. Tehát a méretes bordó terület 10% hiba feletti eltérést, a lila -10% alatti, míg a zöld terület $0-2\%$ hiba közötti eltérést jelöl. Ezeken a határokon belül minden színváltás $\pm 2\%-al$ eltérő hibát mutat. A 10% feletti területen belüli kontúrok még viszonyításként mutatják a 25% , 50% és $100\%-os$ eltéréseket is. Az 5.9. és 5.10. ábrák a csökkenő időkésés hatását szemléltetik. A stabil tartomány megnövekszik, ami az alacsonyabb hibával rendelkező területek megnövekedését eredményezi. Ez lehetővé teszi, azonos hiba mellett, egy gyorsabb rendszer működtetését.



5.8. ábra. Stabilitásterkép 10ms időkéséssel

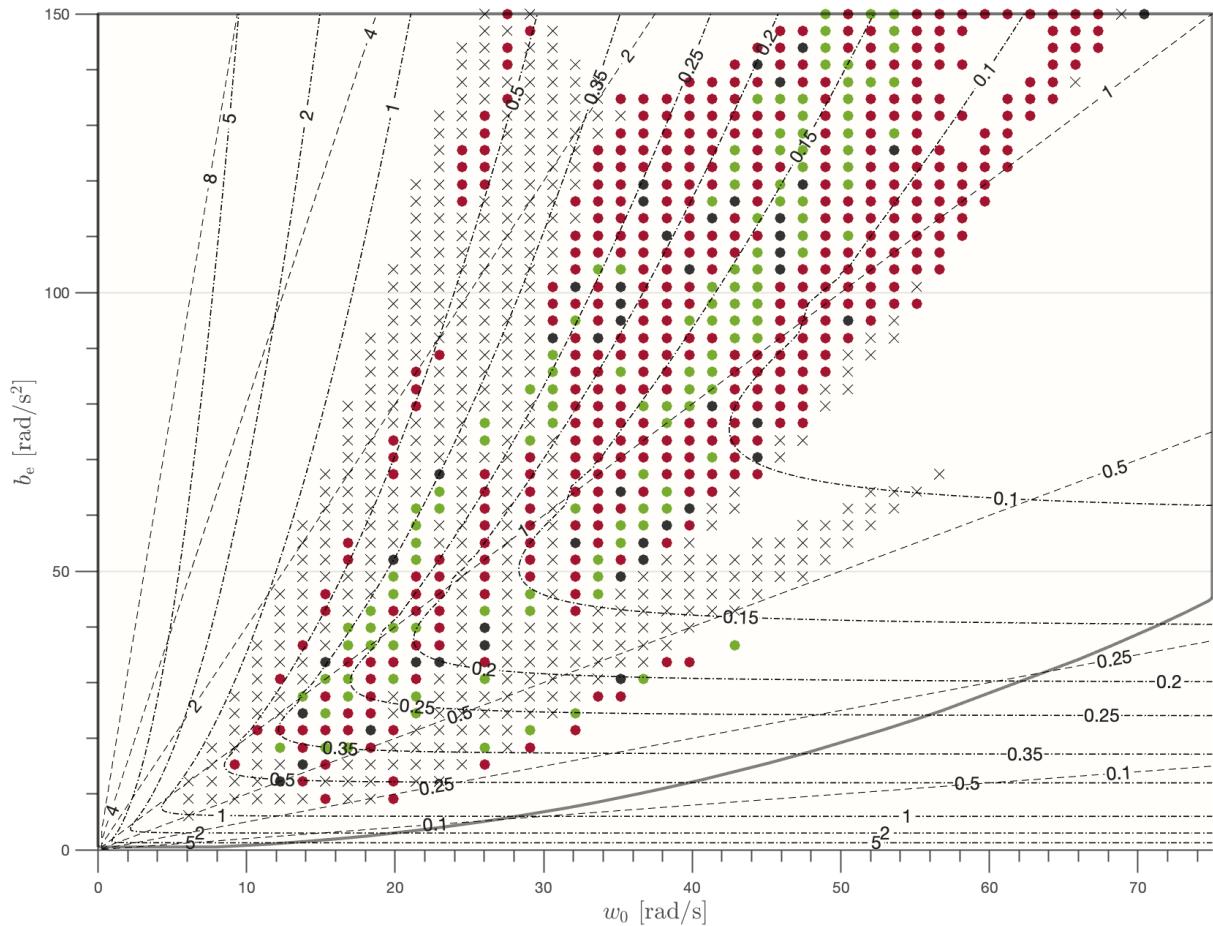


5.9. ábra. Stabilitástérkép 5ms időkéséssel



5.10. ábra. Stabilitástérkép 2.5ms időkéséssel

A motorvezérlővel való kommunikáció maximális sebessége és a 10% relatív hiba alatti terület méretét figyelembe véve a végső mérés 5 ms időkéséssel készült. A stabilitástérkép egy egyenletes 50x50-es rács segítségével fel lett osztva. Az így kapott 2500 potenciális mérési pont nagy része instabil, vagy a mérés kivitelezhetősége szempontjából túl nagy beállási idővel rendelkezik. A tényleges mérési pontok ez alapján a stabil tartományon belül az 1 szekundumnál kisebb beállási idővel és a digitális modell predikciója szerint kevesebb, mint 50% hibával rendelkeznek. Ezen kritériumokkal együtt a végleges mérési pontok teljes száma 992 volt. minden mérési pont meghatároz egy impedancia modell beállítást, mely az 5.3. ábrán is látható protokoll segítségével automatizált módon került át a szabályozót implementáló mikrovezérlőre. minden mérés ideális esetben 10x lett volna megismételve, azonban ha az adott paraméterek mellett nem állt be a rendszer, 10 sikertelen próbálkozás után a következő mérésre ugrott a rendszer. Előfordult olyan köztes eset is, amikor részben sikeres, részben sikertelen volt egy adott kísérlet. Ekkor is 10 sorban sikertelen vagy összesen 10 sikeres mérés volt a megállási kritérium, viszont legalább 5 sikeres mérés kellett, ahhoz hogy a végső



5.11. ábra. Mért beállási idők összehasonlítása a modellel 5ms késéssel

5. KÍSÉRLET

analízisben figyelembe legyen véve az adott mérés.

A teljes futási idő nagyjából 12-15 óra volt. A kapott eredményeket ábrázolja a 5.11. ábra. A pontok közül fekete 'x' jelöli a sikertelennek ítélt méréseket. A többi esetben a mért beállási idők és a digitális szabályozóval számolt beállási idők közötti eltérés alapján 7% szignifikancia mellett irrelevánsnak ítélt diszkrepenciát jelölik a zöld pontok. 1.2-7% között indiszkriminánsnak ítélt méréseket jelölik a fekete pontok, és 1.2%-hoz mérten szignifikáns eltérést jelölik a piros pontok. Láthatóan a mérések kevesebb, mint fele felel meg ezeknek a feltételeknek. A legtöbb sikeres mérés a stabilitási tartomány azon területén található, ahol a modellezett relatív hiba negatív. Tehát a digitális rendszer az elvártnál gyorsabban áll be.

6. Összegzés

A dolgozatban a REHAROB rehabilitációs robot kézmoduljának egyszerűsített modellje került bemutatásra. Egy állandó gerjesztésű egyenáramú motorból kiindulva, egy hibrid pozíció-nyomaték szabályozón keresztül, sikerült egy másodrendű modell által előírt mozgást rákényszeríteni a rendszerre. A szabályozó egy minimumrendű megfigyelőt felhasználva minimalizálja a beépítendő külső szenzorok számát. A beállási idő alapján megalkotott feltétel szerint felírható a modell előírt tehetetlensége, viszkózus csillapítási együtthatója és a szabályozó pólusai közötti kapcsolat. Az előírt tehetetlenség legfeljebb a fizikai rendszer 2.5-szerese lehet. A minimumát az elvárt beállási idő és a szabályozónak beállítható legkisebb pólus határozza meg.

Az időkésessel kiegészített modell stabilitását folytonos és diszkrét időben is megvizsgáltam. Mindkét esetben elsősorban a modell által előírt viszkózus csillapítási együttható és a rúgóállandó közti kapcsolatra adódott új összefüggés. Folytonos esetben elegendően kis időkésesnél lehetséges, hogy tetszőlegesen nagy viszkózus csillapítási együttható alkalmazható. Azonban létezik egy kritikus időkésés, ami felett a stabilitási tartomány zárt. Ekkor a viszkózus csillapítási együtthatóra is adódik egy maximum. Diszkrét időben csak numerikusan, szimulációkkal sikerült a stabilitási tartományt meghatározni. A vizsgált paraméterekkel a tartomány mindig zárt volt. A diszkretizált rendszer állapot átmeneti mátrixának vezetése után a kapott mátrix sajátértékeinek vizsgálatával meghatározható a valós és az előírt beállási idő közötti kapcsolat. Ezt is figyelembe véve az előírható paraméterkombinációk jóval kisebb tartományban helyezkednek el a teljes stabil területhez képest. Tehát az időkésés figyelembe vétele nagyban befolyásolja a teljes rendszertervezési folyamatot. Végeredményben jobban optimalizálható a motorválasztás és a szabályozót implementáló hardver megtervezése. Költséghatékonyabb és biztonságosabb lehet a rendszer, ami egy ember-robot interakciót igénylő alkalmazásban különösen fontos.

7. Jövőbeli munka

A kapott eredményeket még nem lehet egy az egyben a REHAROB kézmodulján alkalmazni. Következő lépésként általánosítani lehetne a modellt egy többszabadságfokú rendszerre, ami jobban modellez a valódi kézmodult. A kapott diszkrét idejű stabilitás-terképet alaposabban be lehetne járni, a motorparaméterek pontosabb meghatározása után. Különbőző időkésésekre össze lehetne hasonlítani a mért és a szimulált beállási időket. A stabilitás határán ki lehetne mérni a rezgési frekvenciát, illetve annak meg változását a határon végighaladva. A beállási időn kívül más rendszerparamétereket is meg lehetne vizsgálni, mint a felfutási idő vagy a maximális túllövés. Kiterjeszhető a modell nemlineáris hatások bevonásával, ilyen lehetne a Coulomb-súrlódás vagy a szaturáció, esetleg a szabályozó jel diszkretizációja. Aztán a külső nyomaták kompenzációja ugyan bekerült a szabályozó modelljébe, de nem maradt idő a kompenzáció tesztelésére. Végül előfordulhat, hogy az impedancia modell paramtereit online kell változtatni, például ha "puhább" választ szerténk kapni egy felülettel való kontakt során. Ennek az implementációját és a stabilitásra gyakorolt hatását is külön meg kell vizsgálni.

Summary

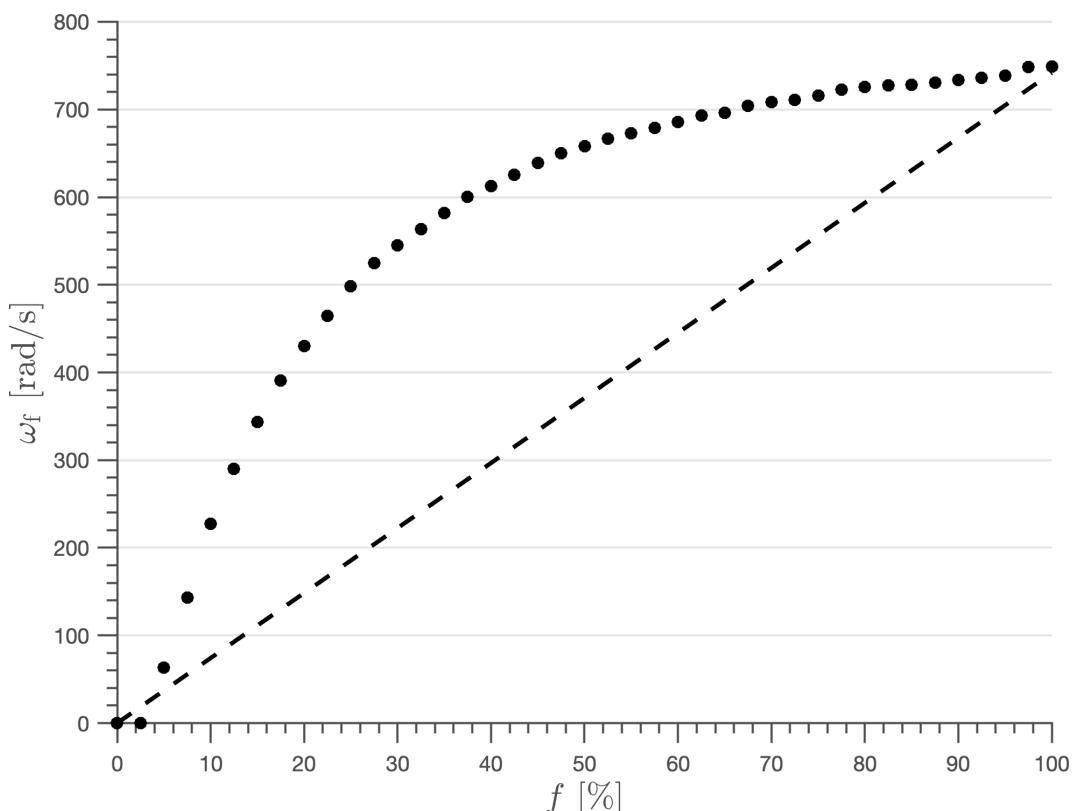
SAME IN ENGLISH

FÜGGELEK

A. A PWM frekvencia hatása DC motor vezérlésénél

A mérési összeállítás tervezése során először egy jóval alacsonyabb PWM frekvenciával működő motorvezérlő lett bekötve. A motor állandósult sebessége és a PWM jel kitöltési tényezője közötti kapcsolat erősen nemlineáris volt az első tesztek során. Ennek a VNH5019 alapú Polulu motorvezérlőnek a kimeneti frekvenciája maximum 20 kHz volt. Egy ilyen előzetes mérés eredménye látható az A.1. ábrán.

Az 5.6. ábrával ellentétben a maximális sebesség nagyobb volt, mivel a terhelésként használt propeller ekkor még nem került a motorra. A szabályozó tervezése során



A.1. ábra. A motor állandósult sebessége és a kitöltési tényező viszonya 20 kHz-es PWM jelrel.

alapfeltevés volt, hogy a motorra kapcsolt feszültség változatlan marad, ha a szabályozó kimenete állandó. Láthatóan a motor más hogy viselkedik a PWM jel hatására, mintha a PWM jel átlagfeszültségevel megegyező nagyságú állandó feszültség lenne a motorra kapcsolva. Ennek a jelenségnak a magyarázatához elég a 2. fejezetben bevezetett lineáris modell válaszát megvizsgálni PWM bemenetre. A PWM jel két részre bontható. Az első szakasz változtatható szélességű és a kimeneti feszültség maximum, a második szakaszban a kimeneti feszültség zérus

$$V(t) = \begin{cases} V_{\max} & \text{ha } kt_p \leq t < ft_p + kt_p \\ 0 & \text{ha } ft_p + kt_p \leq t < (k+1)t_p \end{cases}, \quad (\text{A.1})$$

ahol t_p a jel periódusideje és f a kitöltési tényező. A rotor áramának dinamikáját az (2.3) egyenlet írja le. Állandó feszültségre megoldva az idő és az áram szeparálásával

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t dt &= \int_{i_0}^i \frac{Ldi}{V - K_m \dot{\theta} - Ri}, \\ t - t_0 &= -\frac{L}{R} \ln \frac{V - K_m \dot{\theta} - Ri}{V - K_m \dot{\theta} - Ri_0}, \\ i(t) &= \frac{V - K_m \dot{\theta}}{R} \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{L/R}} \right) + i_0 e^{-\frac{t-t_0}{L/R}}. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

A megoldás során alkalmazott feltételezés, hogy a rotor forgási sebessége állandónak tekinthető állandósult esetben. Ez egy realisztikus feltételezés, hiszen a motor mechanikai időállandója nagyságrendekkel nagyobb a PWM jel periódusidejénél a vizsgált rendszerben. Ugyanebből a feltételezésből következik, hogy elég a motorra ható forgatónyomaték átlagát figyelembe venni, mely (2.1) alapján arányos a tekercsárammal. Az átlag meghatározásához két esetet kell figyelembe venni. Az első esetben a tekercsáram nulláról indul és még kevesebb mint egy periódus alatt visszaesik nullára. Ez a továbbiakban szakaszos üzemmódnak lesz hívva. A másik eset, hogy a kiinduláskor nullától eltérő tekercsáram pontosan a periódus végén esik vissza a kiindulási értékére. Ez lesz a folytonos üzemmód. Az átlag meghatározásához fel lett használva az a feltételezés, hogy elegendő az előbb kapott exponenciális változást leíró formula lineáris közelítését felhasználni. A közelítés szerint

$$\begin{aligned} i(t) &= (i_{\max} - i_0) \frac{t}{ft_p} + i_0, \\ i_{\max} &= \frac{V - K_m \dot{\theta}}{R} \left(1 - e^{-\frac{ft_p}{L/R}} \right) + i_0 e^{-\frac{ft_p}{L/R}} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

amíg a feszültség értéke maximum. Szakaszos üzemmódban meg kell határozni az

áram nullára visszaeséséhez szükséges időt. Ez az előző egyenletek alapján

$$t_f = \frac{L}{R} \ln \left[\frac{V}{K_m \dot{\theta}} \left(e^{-\frac{f t_p}{L/R}} - 1 \right) + 1 \right] \quad (\text{A.4})$$

a periódus kezdetéhez viszonyítva. A tekercsáram átlaga ez alapján belátható hogy a következő összefüggéssel közelíthető

$$\begin{aligned} i_{\text{avg}} &= \frac{1}{2} i_{\text{max}} \frac{t_f}{t_p} \\ &= \frac{1}{2} \frac{V - K_m \dot{\theta}}{R} \left(1 - e^{-\frac{f t_p}{L/R}} \right) \frac{L}{t_p R} \ln \left[\frac{V}{K_m \dot{\theta}} \left(e^{-\frac{f t_p}{L/R}} - 1 \right) + 1 \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Folytonos üzemmódban a kezdeti tekercsáramot kell meghatározni felhasználva, hogy $t_f = t_p$. Az előző formulák alapján

$$i_0 = \frac{V}{R} \frac{1 - e^{\frac{f t_p}{L/R}}}{1 - e^{\frac{t_p}{L/R}}} - \frac{K_m \dot{\theta}}{R}. \quad (\text{A.6})$$

Ebben az esetben a tekercsáram átlaga pedig

$$\begin{aligned} i_{\text{avg}} &= \frac{1}{2} (i_{\text{max}} - i_0) + i_0 \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{V - K_m \dot{\theta}}{R} \left(1 - e^{-\frac{f t_p}{L/R}} \right) + \left(1 + e^{-\frac{f t_p}{L/R}} \right) \left(\frac{V}{R} \frac{1 - e^{\frac{f t_p}{L/R}}}{1 - e^{\frac{t_p}{L/R}}} - \frac{K_m \dot{\theta}}{R} \right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

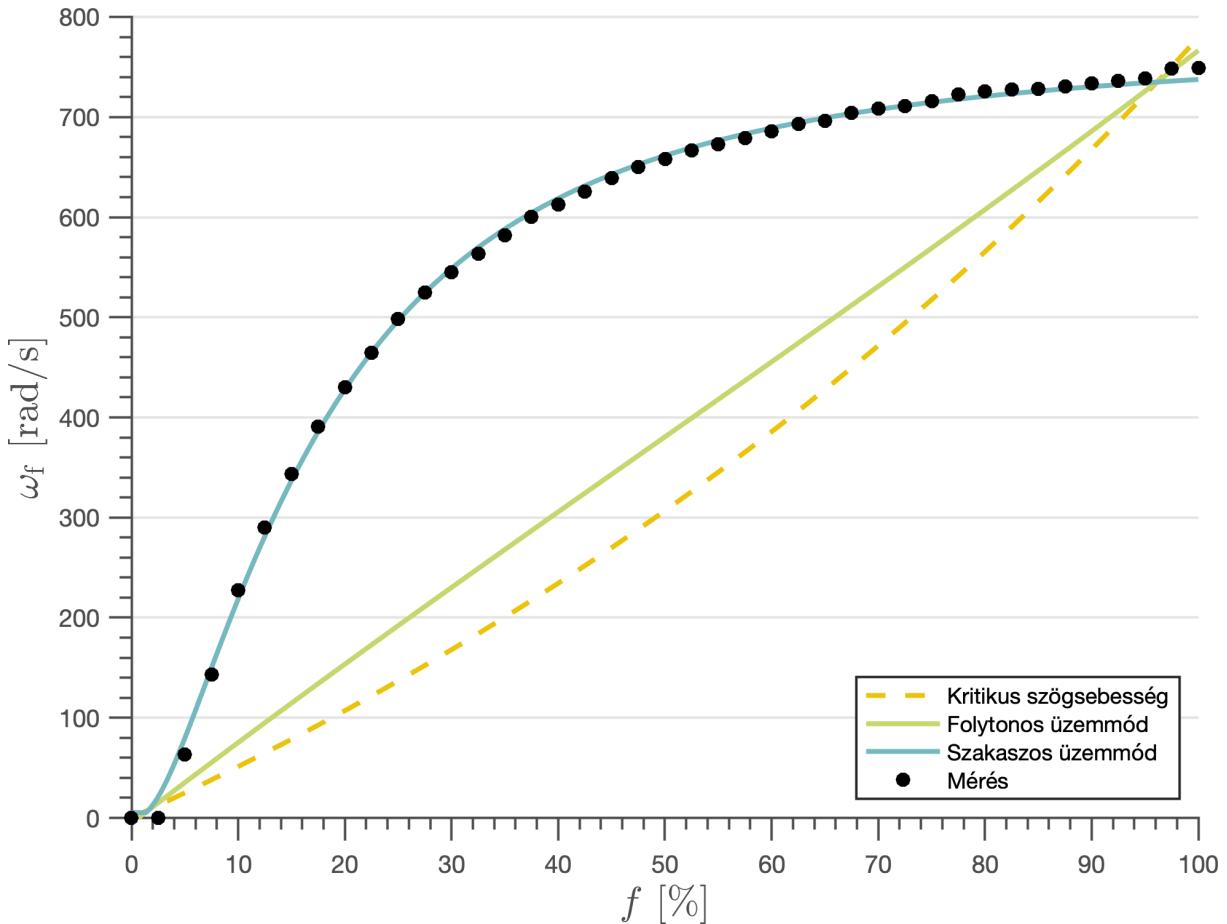
A tekercsáram mindenkor pozitív marad, így kifejezhető a motor szögsebessége és a kitöltési tényező közötti kapcsolat folytonos üzemmódban

$$\dot{\theta}_{\text{crit}} \leq \frac{V}{K_m} \frac{1 - e^{\frac{f t_p}{L/R}}}{1 - e^{\frac{t_p}{L/R}}}. \quad (\text{A.8})$$

Az átlag áramot behelyettesítve az (2.4) egyenletbe állandósult állapotban

$$B_m \dot{\theta} = K_m i_{\text{avg}} + \tau_e, \quad (\text{A.9})$$

ahol τ_e itt a statikus súrlódást fogja modellezni. Láthatóan létezik egy minimum kitöltési tényező ami alatt el sem indul a motor. Az A.2. ábrán látható a 20kHz-en mért válasz és a modell által megjósolt viselkedés. A szaggatott görbe a kritikus szögsebességet jelöli, amely alatt folytonos üzemmódba lép át a rendszer. Felette pedig szakaszos üzemmódban működik.



A.2. ábra. A motor állandósult sebessége és a kitöltési tényező viszonya modellekkel kiegészítve, 20 kHz-es PWM jellet.

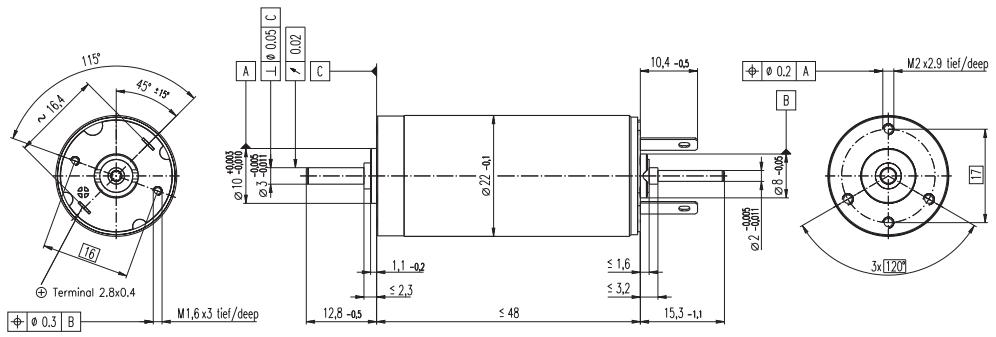
A statikus súrlódásból származó nyomatékra $\tau_e = 1.5 \times 10^{-4}$ Nm, a viszkózus csillapítási együtthatóra pedig $B_m = 2.7 \times 10^{-7}$ kg · m² · s⁻¹ lett behelyettesítve. A többi paraméter az adatlapból származik. A mérés külső terhelés vagy hozzáadott tehetetlenség nélkül történt. Az egyezés jól látható, és az is látszik, hogy majdnem a teljes tartományon szakaszos üzemmódban működik a rendszer. A folytonos üzemmód viszont teljesen elfogadható lineáris viszonyt adna. A frekvencia és a viszkózus csillapítás növelésével el lehet érni, hogy a rendszer majdnem teljes egészében folytonos üzemmódban operáljon. A maxon ajánlása egyébként legalább 50 kHz használata a saját motorjaiknál, de ehhez nem adnak bővebb indoklást. Egy másik lehetőség a tekercs induktivitásának megnövelése például egy sorba kötött kis induktivitású folytótekercssel. Ennek a módszernek viszont jóval kisebb hatása van a linearitásra a frekvenciához vagy a viszkeozus csillapítási együtthatóhoz képest. Még érdekesebb módszer lehet a súrlódás megnövelése. Ez ugyanúgy linearizálja a rendszert. Lehetnek alkalmazások, ahol ez az optimális megoldás.

B. Adatlapok

S 2322 Ø22 mm, Graphite Brushes, 6 Watt

NRND See page 13
Not recommended for New Design

maxon special program



M 1:1

Stock program
Standard program
Special program (on request)

Part Numbers

2322 ... -52.235-200 (Insert winding number)

Winding number	980	981	990	982	983	985	987
----------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Motor Data

Values at nominal voltage

	V	12	15	18	18	24	36	48
1 Nominal voltage	V							
2 No load speed	rpm	7010	7000	7530	6690	7190	7240	6370
3 No load current	mA	42.2	33.3	30.6	25.8	21.3	14.3	8.88
4 Nominal speed	rpm	4300	4310	4840	3970	4490	4500	3580
5 Nominal torque (max. continuous torque)	mNm	11.8	12.2	12.2	12.3	12.4	12.3	12.4
6 Nominal current (max. continuous current)	A	0.807	0.654	0.583	0.520	0.420	0.279	0.184
7 Stall torque	mNm	32.9	33.5	35.9	31.4	34.1	33.4	28.8
8 Starting current	A	2.14	1.72	1.64	1.28	1.11	0.724	0.411
9 Max. efficiency	%	70	71	72	71	73	73	73

Characteristics

10 Terminal resistance	Ω	5.61	8.71	10.9	14.1	21.6	49.7	117
11 Terminal inductance	mH	0.492	0.790	0.995	1.26	1.97	4.43	10.2
12 Torque constant	mNm/A	15.4	19.4	21.8	24.6	30.7	46.1	69.9
13 Speed constant	rpm/V	622	491	437	389	311	207	137
14 Speed/torque gradient	rpm/mNm	227	220	219	223	219	224	228
15 Mechanical time constant	ms	13.9	13.5	13.3	13.3	13.0	12.9	12.8
16 Rotor inertia	gcm²	5.84	5.86	5.79	5.70	5.68	5.50	5.37

Specifications

Thermal data

17 Thermal resistance housing-ambient	14.1 K/W
18 Thermal resistance winding-housing	3.6 K/W
19 Thermal time constant winding	8.91 s
20 Thermal time constant motor	649 s
21 Ambient temperature	-20...+100°C
22 Max. permissible winding temperature	+125°C

Mechanical data (ball bearings)

23 Max. permissible speed	9500 rpm
24 Axial play	0.05 - 0.15 mm
25 Radial play	0.025 mm
26 Max. axial load (dynamic)	2.8 N
27 Max. force for press fits (static) (static, shaft supported)	64 N
28 Max. radial loading, 5 mm from flange	240 N
	14 N

Other specifications

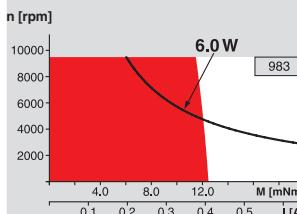
29 Number of pole pairs	1
30 Number of commutator segments	7
31 Weight of motor	92 g

Values listed in the table are nominal.
Explanation of the figures on page 71.

Option

Sleeve bearings in place of ball bearings

Operating Range



Comments

Continuous operation

In observation of above listed thermal resistance (lines 17 and 18) the maximum permissible winding temperature will be reached during continuous operation at 25°C ambient.
= Thermal limit.

Short term operation

The motor may be briefly overloaded (recurring).

Assigned power rating

maxon Modular System

Planetary Gearhead

Ø22 mm

0.5 - 1.0 Nm

Page 250

Planetary Gearhead

Ø22 mm

0.5 - 2.0 Nm

Page 251

Planetary Gearhead

Ø26 mm

0.5 - 2.0 Nm

Page 382

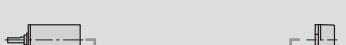
Overview on page 20 - 25

Encoder Enc

22 mm

100 CPT, 2 channels

Page 304



Recommended Electronics:

ESCON 36/2 DC

ESCON 50/5 Notes

Page 320

321

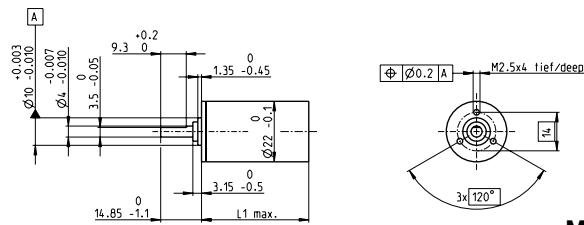
22

May 2013 edition / subject to change

maxon special program 365

B.1. ábra. Motor adatlap

Planetary Gearhead GP 22 A Ø22 mm, 0.5–1.0 Nm



M 1:2

Stock program
Standard program
Special program (on request)

Gearhead Data

1 Reduction	3.8:1	14:1	53:1	104:1	198:1	370:1	590:1	742:1	1386:1	1996:1	3189:1
2 Absolute reduction	$\frac{15}{4}$	$\frac{225}{16}$	$\frac{3375}{64}$	$\frac{87725}{448}$	$\frac{50825}{256}$	$\frac{10556001}{48561}$	$\frac{59349}{100}$	$\frac{759375}{32424}$	$\frac{15834015}{142044}$	$\frac{28602307}{120805}$	$\frac{1594323}{500}$
3 Max. motor shaft diameter	mm	4	4	4	3.2	4	3.2	4	4	3.2	3.2
Part Numbers	110337	134159	134164	134169	134173	134178	134184	134187	134193	134198	134204
1 Reduction	4.4:1	16:1	62:1	109:1	231:1	389:1	690:1	867:1	1401:1	2102:1	3728:1
2 Absolute reduction	$\frac{57}{13}$	$\frac{855}{62}$	$\frac{12825}{208}$	$\frac{2187}{50}$	$\frac{192375}{632}$	$\frac{263169}{476}$	$\frac{1121931}{1620}$	$\frac{2885625}{5328}$	$\frac{3947535}{2704}$	$\frac{7105567}{3380}$	$\frac{30292137}{8125}$
3 Max. motor shaft diameter	mm	3.2	3.2	3.2	4	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2
Part Numbers	134157	110338	134165	134170	134174	134180	134185	134188	134196	134200	134205
1 Reduction	5.4:1	19:1	72:1	128:1	270:1	410:1	850:1	1014:1	1538:1	2214:1	4592:1
2 Absolute reduction	$\frac{27}{5}$	$\frac{324}{69}$	$\frac{48735}{676}$	$\frac{4155}{525}$	$\frac{73105}{2704}$	$\frac{656}{16}$	$\frac{53144}{625}$	$\frac{1096537}{50816}$	$\frac{98415}{64}$	$\frac{17714}{60}$	$\frac{14348907}{3125}$
3 Max. motor shaft diameter	mm	2.5	3.2	3.2	3.2	3.2	4	2.5	3.2	4	4.5
Part Numbers	134160	134166	134171	134176	134179	134191	134199	134201			
1 Reduction	20:1	76:1	157:1	285:1	455:1	1068:1	1621:1	2458:1			
2 Absolute reduction	$\frac{81}{4}$	$\frac{1215}{16}$	$\frac{19689}{125}$	$\frac{18225}{64}$	$\frac{500211}{1098}$	$\frac{273375}{256}$	$\frac{60193057}{57093}$	$\frac{13005987}{5985}$			
3 Max. motor shaft diameter	mm	4	4	2.5	4	3.2	4	3.2	3.2	3.2	3.2
Part Numbers	134161	110339	134175	134181	134189	134194	134201				
1 Reduction	24:1	84:1	316:1	479:1	1185:1	1707:1	2589:1				
2 Absolute reduction	$\frac{159}{45}$	$\frac{185193}{2197}$	$\frac{2777895}{6788}$	$\frac{124689}{260}$	$\frac{4166842}{5153}$	$\frac{15000633}{6788}$	$\frac{336579}{3300}$				
3 Max. motor shaft diameter	mm	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2
Part Numbers	134162	134167	134177	134182	134192	134197	134202				
1 Reduction	29:1	89:1	333:1	561:1	1249:1	1798:1	3027:1				
2 Absolute reduction	$\frac{72}{5}$	$\frac{467}{52}$	$\frac{69525}{208}$	$\frac{236852}{225}$	$\frac{1038825}{632}$	$\frac{373977}{208}$	$\frac{6395006}{21125}$				
3 Max. motor shaft diameter	mm	2.5	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2	3.2
4 Number of stages		1	2	3	3	4	4	4	5	5	5
5 Max. continuous torque	Nm	0.5	0.5	0.8	0.8	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
6 Max. intermittent torque at gear output	Nm	0.8	0.8	1.2	1.2	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6	1.6
7 Max. efficiency	%	84	70	59	59	49	49	49	42	42	42
8 Weight	g	42	55	68	68	81	81	94	94	94	94
9 Average backlash no load	°	1.0	1.2	1.6	1.6	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
10 Mass inertia	gcm²	0.5	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
11 Gearhead length L1*	mm	22.6	29.4	36.2	36.2	43.0	43.0	49.8	49.8	49.8	49.8

*for EC 32fl. L1 is + 7.1 mm

Technical Data

Planetary Gearhead	straight teeth
Output shaft	stainless steel, hardened
Bearing at output	ball bearing
Option	sleeve bearing
Radial play, 10 mm from flange	max. 0.2 mm
Axial play	max. 0.2 mm
Max. axial load (dynamic)	100 N
Max. force for press fits	100 N
Direction of rotation, drive to output	=
Max. continuous input speed	6000 rpm
Recommended temperature range	-40...+100°C
Number of stages	1 2 3 4 5
Max. radial load, 10 mm from flange	30 N 50 N 55 N 55 N 55 N

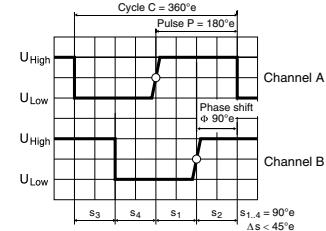
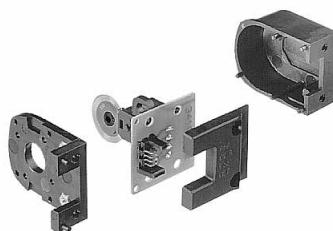
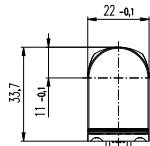
maxon gear

B.2. ábra. Hajtómű adatlap

May 2017 edition / subject to change

maxon gear 325

Encoder Enc 22 100 CPT, 2 Channels



maxon sensor

■ Stock program
□ Standard program
■ Special program (on request)

Part Numbers

103935	110520	110521
--------	--------	--------

Type

Counts per turn	100	100	100
Number of channels	2	2	2
Max. operating frequency (kHz)	20	20	20
Max. speed (rpm)	12 000	12 000	12 000
Shaft diameter (mm)	3	2	3



Direction of rotation cw (definition cw p. 60)

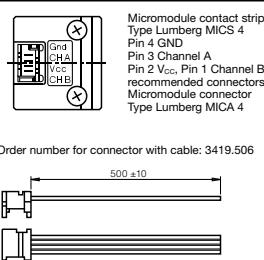
maxon Modular System

+ Motor	Page	+ Gearhead	Page	Overall length [mm] / ● see Gearhead
RE 25	125/127			68.6
RE 25	125/127 GP 26, 0.75 - 2.0 Nm	332		●
RE 25	125/127 GP 32, 0.75 - 4.5 Nm	334		●
RE 25	125/127 GP 32, 0.75 - 4.5 Nm	335		●
RE 25	125/127 GP 32, 1.0 - 6.0 Nm	338		●
RE 25	125/127 GP 32 S	366-368		●
A-max 19, 1.5 W	144			43.3
A-max 19, 1.5 W	144	GP 19, 0.1 - 0.3 Nm	322	●
A-max 19, 1.5 W	144	GP 22, 0.1 - 2.0 Nm	325/327	●
A-max 19, 1.5 W	144	GS 24, 0.1 Nm	331	●
A-max 19, 1.5 W	146	GP 22 S	364/365	●
A-max 19, 2.5 W	146			45.9
A-max 19, 2.5 W	146	GP 19, 0.1 - 0.3 Nm	322	●
A-max 19, 2.5 W	146	GP 22, 0.1 - 2.0 Nm	325/327	●
A-max 19, 2.5 W	146	GS 24, 0.1 Nm	331	●
A-max 19, 2.5 W	146	GP 22 S	364/365	●
A-max 22	148/150			46.3
A-max 22	148/150 GP 22, 0.1 - 0.3 Nm	323		●
A-max 22	148/150 GP 22, 0.2 - 0.6 Nm	324		●
A-max 22	148/150 GP 22, 0.1 - 2.0 Nm	323-327		●
A-max 22	148/150 GS 24, 0.1 Nm	331		●
A-max 22	148/150 GP 22 S	364/365		●
A-max 26	152-158			59.1
A-max 26	152-158 GP 26, 0.75 - 4.5 Nm	332		●
A-max 26	152-158 GS 30, 0.07 - 0.2 Nm	333		●
A-max 26	152-158 GP 32, 0.75 - 4.5 Nm	334		●
A-max 26	152-158 GP 32, 0.75 - 4.5 Nm	335		●
A-max 26	152-158 GP 32, 1.0 - 6.0 Nm	339		●
A-max 26	152-158 GS 38, 0.1 - 0.6 Nm	344		●
A-max 26	152-158 GP 32 S	366-368		●

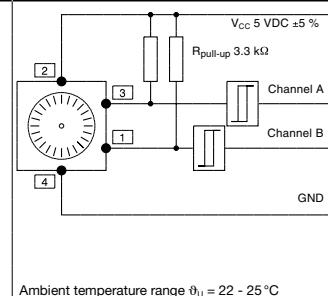
Technical Data

Supply voltage V_{cc}	5 V ± 10%
Typical current draw	18 mA
Output signal	TTL compatible
Phase shift Φ	90°e ± 45°e
Signal rise time	(typically, at $C_L = 25 \text{ pF}$, $R_L = 11 \text{ k}\Omega$, 25°C) 200 ns
Signal fall time	(typically, at $C_L = 25 \text{ pF}$, $R_L = 11 \text{ k}\Omega$, 25°C) 50 ns
Operating temperature range	-20...+85°C
Moment of inertia of code wheel	$\leq 0.05 \text{ gcm}^2$
Output current per channel	min. -1 mA, max. 5 mA

Pin Allocation



Connection example



May 2017 edition / subject to change

maxon sensor 411

B.3. ábra. Enkóder adatlap

Irodalom

- Bauer, M. O., Vizi, M. B., Galambos, P. és Szalay, T. (2021). „Direct Drive Hand Exoskeleton for Robot-assisted Post Stroke Rehabilitation”. *Acta Polytechnica Hungarica* 18(5), 37–54. old. ISSN: 2064-2687. doi: [10.12700/aph.18.5.2021.5.4](https://doi.org/10.12700/aph.18.5.2021.5.4).
- Bereczki, D. és Csiba, L. (2023. jan.). „Stroke • Stroke”. *Magyar Tudomány*. ISSN: 1588-1245. doi: [10.1556/2065.184.2023.1.3](https://doi.org/10.1556/2065.184.2023.1.3).
- Cepeda-Gomez, R. és Michiels, W. (2015). „Special Cases in Using the Matrix Lambert W function for the Stability Analysis of High-Order Linear Systems with Time Delay”. *IFAC-PapersOnLine* 48(12), 7–12. old. ISSN: 2405-8963. doi: [10.1016/j.ifacol.2015.09.344](https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2015.09.344).
- Chang, W. H. és Kim, Y.-H. (2013). „Robot-assisted Therapy in Stroke Rehabilitation”. *Journal of Stroke* 15(3), 174. old. ISSN: 2287-6405. doi: [10.5853/jos.2013.15.3.174](https://doi.org/10.5853/jos.2013.15.3.174).
- Hogan, N. (1984). „Impedance control of industrial robots”. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 1(1), 97–113. old. ISSN: 0736-5845. doi: [10.1016/0736-5845\(84\)90084-X](https://doi.org/10.1016/0736-5845(84)90084-X).
- Hogan, N. (1985a). „Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part I—Theory”. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 107(1), 1–7. old. ISSN: 0022-0434. doi: [10.1115/1.3140702](https://doi.org/10.1115/1.3140702).
- Hogan, N. (1985b). „Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part II—Implementation”. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 107(1), 8–16. old. ISSN: 0022-0434. doi: [10.1115/1.3140713](https://doi.org/10.1115/1.3140713).
- Hogan, N. (1985c). „Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part III—Applications”. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control* 107(1), 17–24. old. ISSN: 0022-0434. doi: [10.1115/1.3140701](https://doi.org/10.1115/1.3140701).

Hu, Y., Meng, J., Li, G., Zhao, D., Feng, G., Zuo, G., Liu, Y., Zhang, J. és Shi, C. (2023. ápr.). „Fuzzy Adaptive Passive Control Strategy Design for Upper-Limb End-Effector Rehabilitation Robot”. *Sensors* 23(8), 4042. old. issn: 1424-8220.
doi: [10.3390/s23084042](https://doi.org/10.3390/s23084042).

Hua, J., He, L., Kang, Z. és Yan, K. (2019. nov.). „A Force/Position Hybrid Controller for Rehabilitation Robot”. *INTERNATIONAL JOURNAL OF COMPUTERS COMMUNICATIONS & CONTROL* 14(5), 615. old. issn: 1841-9836.
doi: [10.15837/ijccc.2019.5.3651](https://doi.org/10.15837/ijccc.2019.5.3651).

Kálmán Rudolf Emil (1960). „A new approach to linear filtering and prediction problems”. *Journal of Basic Engineering* 82(1), 35–45. old. doi: [10.1115/1.3662552](https://doi.org/10.1115/1.3662552).

Kálmán Rudolf Emil (1963). „Mathematical description of linear dynamical systems”. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, Series A: Control* 1(2), 152–192. old. doi: [10.1137/0301010](https://doi.org/10.1137/0301010).

Kálmán Rudolf Emil, Ho, Y. és Narendra, K. (1963). „Controllability of linear systems”. *Contributions to Differential Equations* 1(2), 189–213. old.

Kovács László L. és Stépán Gábor (2003). „Dynamics of Digital Force Control Applied in Rehabilitation Robotics”. *Meccanica* 38(2), 213–226. old. issn: 1572-9648.
doi: [10.1023/A:1022846419289](https://doi.org/10.1023/A:1022846419289).

Ogata, K. (2001). *Modern Control Engineering*. 4th. Prentice Hall PTR: USA.
isbn: 0130609072.

Okabe, A., Boots, B., Sugihara, K. és Chiu, S. N. (2000). *Spatial Tessellations: Concepts and Applications of Voronoi Diagrams*. 2nd ed. Series in Probability and Statistics. John Wiley és Sons, Inc.

Remsik, A., Young, B., Vermilyea, R., Kiekhofer, L., Abrams, J., Evander Elmore, S., Schultz, P., Nair, V., Edwards, D., Williams, J. és Prabhakaran, V. (2016. máj.). „A review of the progression and future implications of brain-computer interface therapies for restoration of distal upper extremity motor function after stroke”. *Expert Review of Medical Devices* 13(5), 445–454. old. issn: 1745-2422.
doi: [10.1080/17434440.2016.1174572](https://doi.org/10.1080/17434440.2016.1174572).

Satakogiou, I., Tsagarakis, N. és Caldwell, D. (2004). „Occupational and physical therapy using a hand exoskeleton based exerciser”. *2004 IEEE/RSJ International Conference on*

Intelligent Robots and Systems (IROS) (IEEE Cat. No.04CH37566). 3. köt. IROS-04. IEEE, 2973–2978 vol.3. doi: [10.1109/iros.2004.1389861](https://doi.org/10.1109/iros.2004.1389861).

Stépán Gábor (1989). *Retarded dynamical systems: stability and characteristic functions*. Longman Scientific & Technical. ISBN: 9780582039322.

Stépán Gábor (2001). „Vibrations of machines subjected to digital force control”. *International Journal of Solids and Structures* 38(10), 2149–2159. old.
doi: [10.1016/S0020-7683\(00\)00158-X](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(00)00158-X).

Sun Yi Patrick W. Nelson, A. G. U. (2007). „Delay differential equations via the matrix lambert w function and bifurcation analysis: application to machine tool chatter”. *Mathematical Biosciences and Engineering* 4(2), 355–368. old. issn: 1551-0018.
doi: [10.3934/mbe.2007.4.355](https://doi.org/10.3934/mbe.2007.4.355).

Xie, C., Yang, Q., Huang, Y., Su, S., Xu, T. és Song, R. (2021. dec.). „A Hybrid Arm-Hand Rehabilitation Robot With EMG-Based Admittance Controller”. *IEEE Transactions on Biomedical Circuits and Systems* 15(6), 1332–1342. old. issn: 1940-9990.
doi: [10.1109/tbcas.2021.3130090](https://doi.org/10.1109/tbcas.2021.3130090).

Yi, S., Duan, S., Nelson, P. és Ulsoy, A. (2012. jún.). „The Lambert W Function Approach to Time Delay Systems and the LambertW_DDE Toolbox”. *IFAC Proceedings Volumes* 45(14), 114–119. old. issn: 1474-6670. doi: [10.3182/20120622-3-us-4021.00008](https://doi.org/10.3182/20120622-3-us-4021.00008).

Yue, Z., Zhang, X. és Wang, J. (2017). „Hand Rehabilitation Robotics on Poststroke Motor Recovery”. *Behavioural Neurology* 2017, 1–20. old. issn: 1875-8584.
doi: [10.1155/2017/3908135](https://doi.org/10.1155/2017/3908135).